

# VMD-SVD 组合降噪方法在工况传递 路径分析中的应用

魏佳帅, 白镇焯, 陈克, 王楷焱

(沈阳理工大学 汽车与交通学院, 沈阳 110159)

**摘要:** 针对工况传递路径分析(operational transfer path analysis, OTPA)测得振动信号存在大量高频噪声的问题,提出一种基于变分模态分解(variational mode decomposition, VMD)和奇异值分解(singular value decomposition, SVD)的组合降噪方法 VMD-SVD。该方法通过 VMD 算法对原始含噪信号进行分解,得到  $K$  个本征模态分量(intrinsic mode function, IMF);再通过方差贡献率(VCR)滤除含噪信号较大的 IMF 分量,并保留有效成分较多的 IMF 分量,经 SVD 算法对保留的 IMF 分量进行降噪处理;最后将降噪处理后的信号进行重构,得到本文组合降噪处理后的信号。本文通过模拟仿真实验验证上述方法的降噪效果,并将该方法运用到 OTPA 采集振动信号中。与其他基本降噪方法进行对比的结果表明,该方法能够有效滤除采集振动信号中的高频噪声,提高了 OTPA 方法的准确度以及信号后续分析处理的可靠性。

**关键词:** 工况传递路径分析;变分模态分解;奇异值分解;信号处理

**中图分类号:** TN911.7;U467.1<sup>+</sup>1; **文献标志码:** ADOI:10.3969/j.issn.1003-1251.2025.02.004

## Application of VMD-SVD Combined Noise Reduction Method to Operational Transfer Path Analysis

WEI Jiashuai, BAI Zhenhe, CHEN Ke, WANG Kaiyan

(Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China)

**Abstract:** To address the problem of pervasive high-frequency noise in vibration signals obtained during operational transfer path analysis (OTPA), this study introduces a novel combined noise reduction approach that integrates variational mode decomposition (VMD) with singular value decomposition (SVD), referred to as the VMD-SVD method. This technique first employs the VMD algorithm to decompose the original noisy signal into  $K$  intrinsic mode functions (IMF) components. Subsequently, variance contribution rates (VCR) is utilized to discern and eliminate noise-dominated IMF components, while preserving those with significant operational content, following the VMD decomposition. These selected IMF components are then subjected to the SVD algorithm for further noise attenuation. The refined IMF components are thereafter reconstructed to produce a noise-mitigated signal. The efficacy of this composite noise reduction process is substantiated through simulation experiments. Furthermore, the method is applied to vibration signal acquisition in OTPA and bench-marked against other fundamental noise reduction strategies. Comparative results demonstrate that the proposed VMD-SVD method substantially attenuates high-frequency noise

within the captured vibration signals, thereby enhancing the precision of transmission path analysis techniques and the dependability of subsequent signal analysis and processing.

**Key words:** operational transfer path analysis; variational mode decomposition; singular value decomposition; signal processing

工况传递路径分析 (operational transfer path analysis, OPA) 作为一种改进的 TPA 方法<sup>[1]</sup>, 具有试验简单、节省时间等优点。该方法无需拆卸被测物, 无需通过测量的方法计算传递函数<sup>[2]</sup>, 只需要获取工况下激励信号和响应信号, 并通过计算路径传递率得到目标点的贡献量。OPA 方法在分析过程中虽然提高了测试效率, 但采集数据过程中的噪声干扰问题降低了测试的准确度<sup>[3]</sup>。因此, 将采集的原始信号进行有效降噪处理对提升 OPA 模型准确度具有重要意义。王建国等<sup>[4]</sup>通过奇异值分解 (singular value decomposition, SVD) 方法实现了故障信号分解以及信噪比的提高, 为后续提取特征信号创造了有利条件。但该方法只能应对特定类型的噪声信号, 对于复合噪声或多源噪声应对不足。张声辉等<sup>[5]</sup>通过经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 算法去除高频噪声和低频趋势项, 实现了爆破振动信号主成分的重点提取, 提高了信号的局部时频特征。黄艳林<sup>[6]</sup>通过 SVD 与 EMD 联合降噪的方法消除地震信号中的部分噪声, 增强了地震道有效信号的相关性。EMD 算法具备较强适应性, 但在信号分解过程中获取的本征模态分量 (intrinsic mode function, IMF) 易出现端点效应和混叠现象<sup>[7-8]</sup>。Dragomiretskiy 等<sup>[9]</sup>提出了变分模态分解法 (variational mode decomposition, VMD), 相比于 EMD 算法, 该方法能够处理复杂的含噪信号, 具有分解层数少、计算精度高和较强的适应性等特点。贾贝等<sup>[10]</sup>通过 VMD 算法对爆破振动信号进行分解, 并在试验中有效证明了该方法能够准确识别出原始振动信号中的低频成分, 但针对复杂且庞大的噪声信号时, 单一的降噪方法可能无法达到预期效果。

基于上述文献降噪方法存在的问题, 本文将具有良好噪声鲁棒性的 VMD 算法和具有零偏移特点的 SVD 算法相结合。提出一种基于 VMD-SVD 的组合降噪方法, 辅以方差贡献率 (VCR) 筛选并滤除含噪信号较大的 IMF 分量, 最后将降噪处理后的 IMF 分量进行信号重构, 实现高频噪声信号的降噪处理。本文通过降噪效果衡量指标对上述降噪方法进行量化评判, 并将该方法应用于

某纯电动汽车结构噪声的 OPA 试验中, 通过对比不同降噪方法处理后的 OPA 模型准确度验证本文方法的可行性。

## 1 基本原理

### 1.1 变分模态分解

VMD 算法是将原始振动信号分解为多个 IMF 分量的线性组合, 其具体步骤为:

- 1) 原始振动信号进行最小化分解, 分解后的信号与模态函数之间关联的 Hilbert 变换交叉项优化得到解析信号, 用来捕捉时频特性;
- 2) 对解析信号进行频谱分析, 得到基带信号;
- 3) 对原始信号进行分解得到  $K$  个 IMF 分量;
- 4) 引入二次惩罚因子  $\alpha$  和 Lagrange 乘法算子  $\lambda$  得到约束模型的最优解;
- 5) 通过乘法交替方向法不断更新迭代, 获得约束模型的解。

### 1.2 奇异值分解

SVD 作为一种经典的正交化分解降噪方法, 对信号中的高频随机噪声具有很强滤除能力。

当奇异值较小时, 可认为是高频噪声部分应滤除; 当奇异值较大时, 可认为其包含了较多有效信号成分, 即大部分低频有效振动信息, 通过奇异值逆变换得到降噪后重构的振动信号。

## 2 VMD-SVD 组合降噪方法

针对传递路径分析中采集的原始振动信号含有较多的噪声分量且各信号间存在串扰耦合的问题, VMD 算法能够对庞大信号进行初次分解, 且 SVD 算法具有较强的滤除干扰的能力, 结合 VMD 和 SVD 的基本原理及降噪特点, 本文提出了 VMD-SVD 组合降噪方法。整个方案具体实现过程如下:

- 1) 通过 VMD 将采集的振动信号分解为  $K$  个 IMF 分量 ( $IMF1 \sim IMFK$ );
- 2) 根据 Peng 等<sup>[11]</sup>研究的 IMF 分量的方差贡献率 (VCR) 阈值, 并经过多次试验调试, 确定 VCR 阈值为 0.03, 本文将 VCR 小于等于 0.03 的

高频噪声滤除,采用 VCR 大于 0.03 的 IMF 分量表示原始信号中的有效成分;

3) 通过 SVD 对保留的 IMF 分量进行降噪处理,去除高频噪声部分,实现二次降噪;

4) 将处理后的信号进行重构,得到纯净信号。

本文联合降噪流程图如图 1 所示。

### 3 仿真试验分析

匀速工况采集的原始振动信号是一个包含高频噪声的随机信号,由此构造模拟仿真振动信号,其表达式为

$$\begin{cases} y(t) = \sin(2\pi \times 40t) + 0.5\sin(2\pi \times 100t) \\ y_1(t) = y(t) + Z \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $t$  为时间;  $y(t)$  为纯净信号;  $y_1(t)$  为含噪信号;  $Z = 0.9\text{randn}(1, 1000)$ , 为 IMF 分量添加的随机噪声。其原始信号与含噪信号的时频对比如图 2 所示。

将含噪信号  $y_1(t)$  输入 Matlab 中,对含噪信号进行 VMD 分解。蒋田勇等<sup>[12]</sup>通过 AO 算法优化确定最优解分解层数  $K = 10$ 、二次惩罚系数  $\alpha = 1500$ ,经 VMD 最优分解后得到 10 个 IMF 分量,

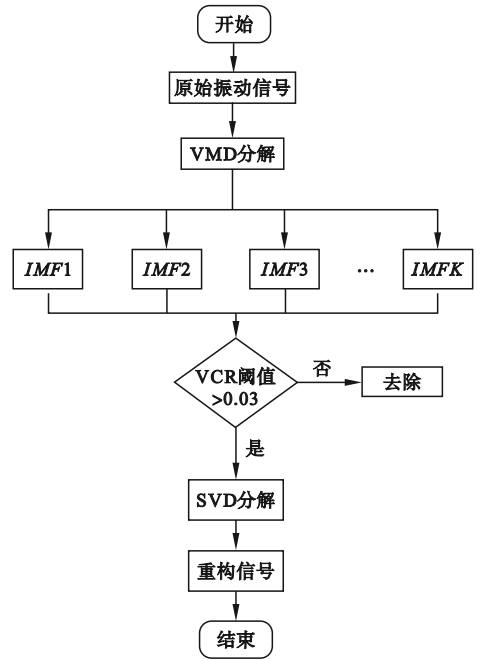


图 1 联合降噪流程图

Fig. 1 Joint noise reduction flowchart

其时域波形和频率谱密度如图 3 所示,通过频率谱密度可以看出分解所得的 IMF 分量中含有较多的噪声成分。

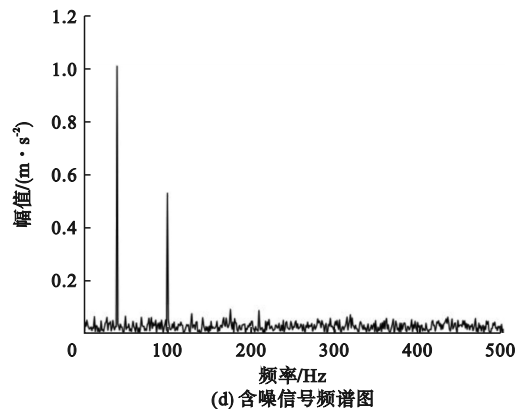
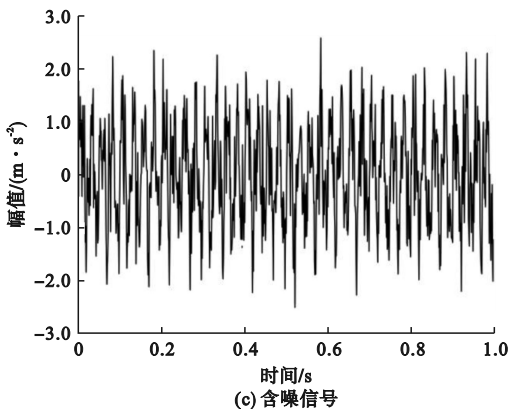
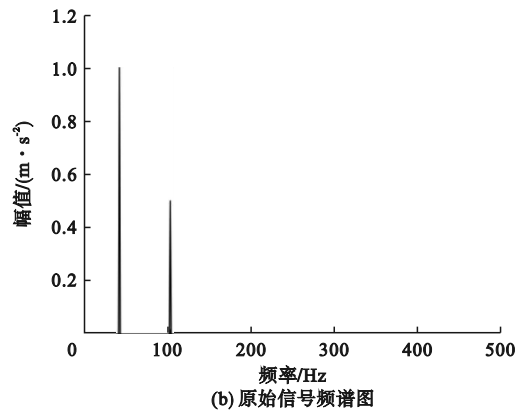
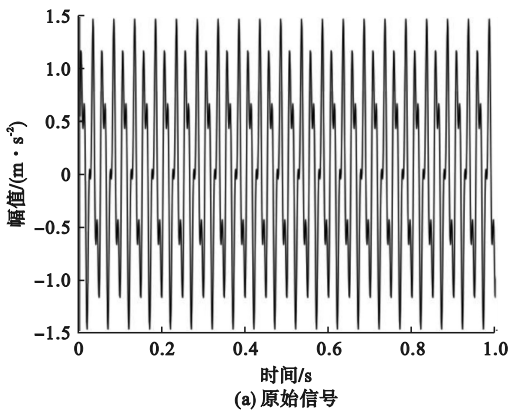


图 2 原始信号与含噪信号的时频对比

Fig. 2 Comparisons between original signals and noisy signals

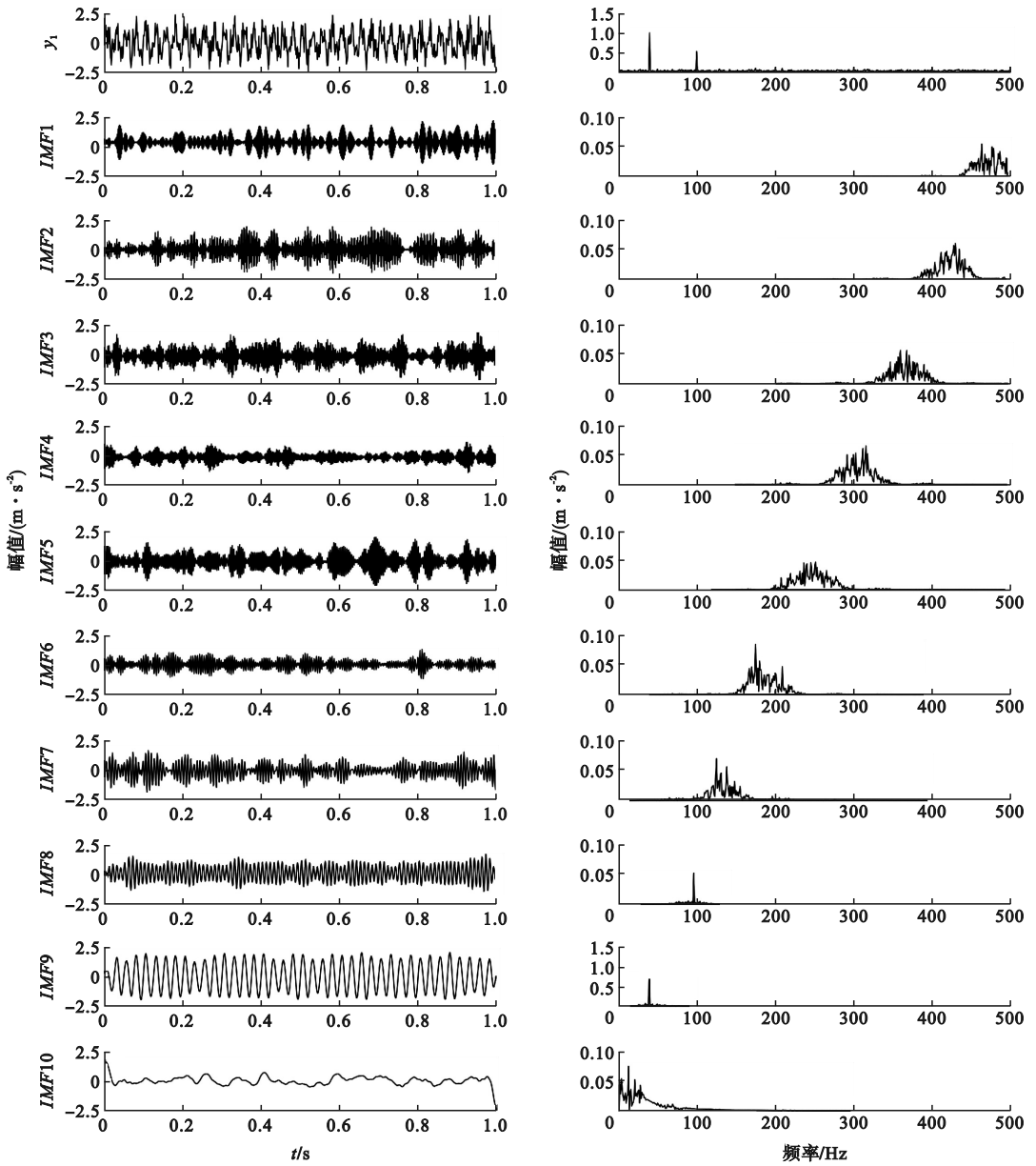


图 3 含噪信号 VMD 分解的 IMF 分量

Fig. 3 IMF components of the noisy signals from VMD decomposition

当 VBR 阈值选择过高时,会造成有效振动信号被滤出的结果,而阈值选择过低时,则会出现降噪效果不佳的现象,从而影响后续传递路径分析的精准度。根据前文选取的 VCR 阈值计算各 IMF 分量方差贡献率,结果如表 1 所示。通过表 1 中数据发现 IMF1 ~ IMF7 和 IMF10 的方差贡献率较小,均小于 0.03,可认为是噪声成分将其滤除,而 IMF8、IMF9 能够保留原始信号的有效成分,即完成了初步降噪。

本文选择 SVD 方法,通过构造相应的 Hankel 矩阵对保留有效成分较多的 IMF 分量进行二次降噪。

表 1 IMF 分量的方差贡献率

Table 1 The variance contribution rate of IMF components

分量	VCR	分量	VCR
IMF1	0.020 6	IMF6	0.028 7
IMF2	0.028 7	IMF7	0.017 7
IMF3	0.023 6	IMF8	0.186 3
IMF4	0.029 6	IMF9	0.612 6
IMF5	0.023 0	IMF10	0.029 1

为了验证本文的降噪效果,对加入随机噪声的  $y_1(t)$  信号进行 4 种不同方法的降噪处理,处理

结果如图4所示。通过对比可以发现:4种降噪方法都能有效滤除含噪信号中的部分噪点,但本文提出的VMD-SVD组合降噪方法效果明显优于VMD降噪方法、SVD降噪方法和EMD-SVD组

合降噪方法,特别是在0~100 Hz低频范围内降噪处理后的信号噪点较少,验证了本文采用的组合降噪方法具有很好的降噪效果。

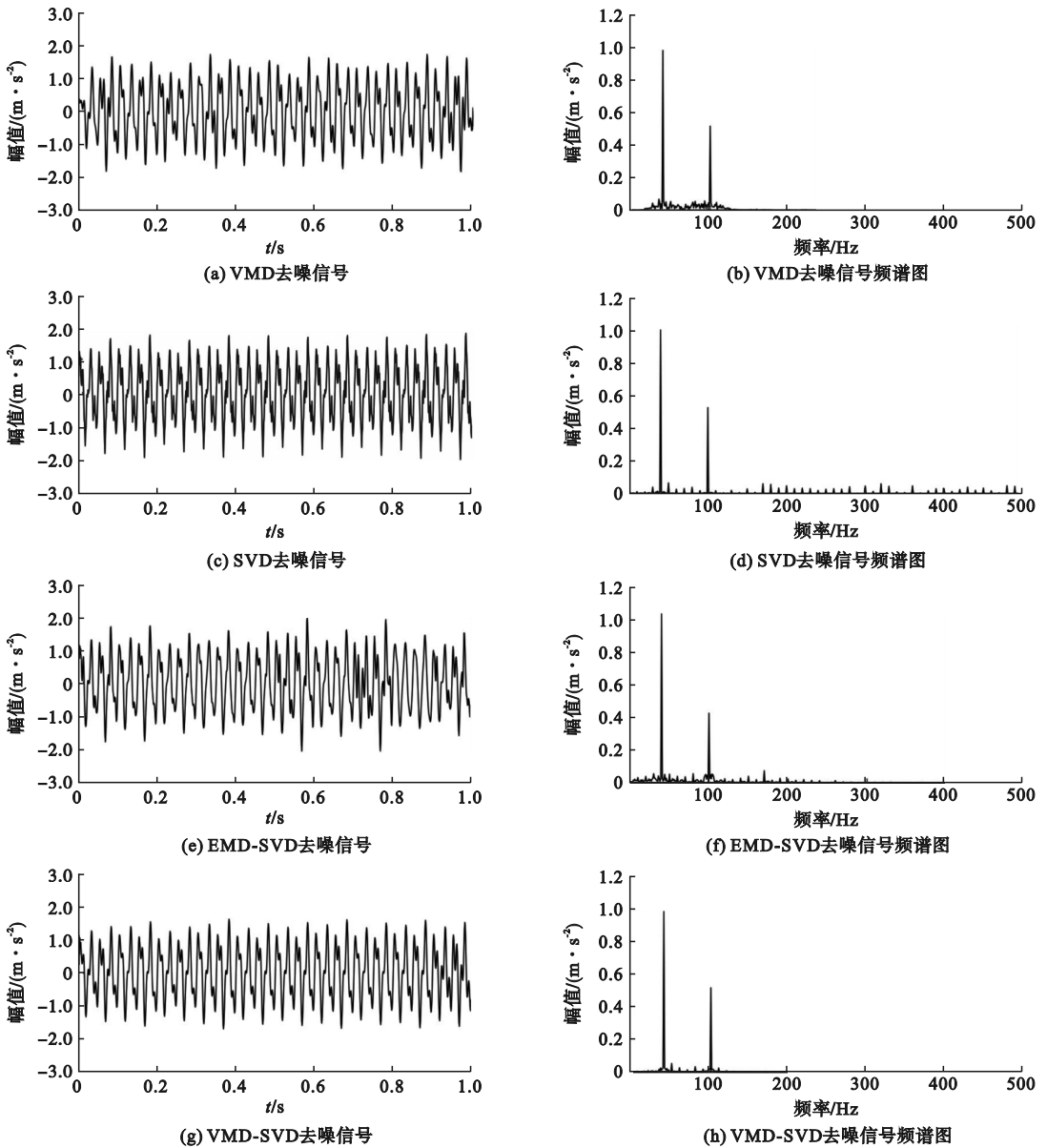


图4 4种降噪方法降噪效果对比图

Fig.4 Comparisons of denoising effects of four denoising methods

为了进一步衡量各方法的降噪效果,本文引入信噪比(SNR)和均方根误差(RMSE)两个评价指标,其中信噪比是量化信号中有效成分和噪声成分之间相对强度的指标,用来衡量信号质量的好坏;均方根误差是一种衡量观测值与真实值之间差异的统计量,反映信号中噪声所含能量均值的大小。当SNR越高、RMSE越低时,表示该降噪方法能够最大程度保证信号的有效特征。评价结果如表2所示。

表2 4种不同降噪方法的RMSE与SNR值

Table 2 RMSE and SNR values for four different noise reduction methods.

降噪方法	降噪质量评价指标	
	RMSE/mm	SNR/dB
VMD	0.354 4	6.970
SVD	0.203 1	11.804
EMD-SVD	0.163 1	13.712
VMD-SVD	0.088 4	19.030

通过对比表2中4种方法降噪后的RMSE和SNR值可知:本文采用VMD-SVD的降噪方法能够有效滤除高频噪声部分,保留低频有效振动信号,降噪效果良好。

## 4 基于OTPA车内结构噪声试验分析

### 4.1 OTPA原理

为研究电驱动总成激励对车内结构噪声的影响,采用OTPA方法进行试验研究,该方法用指示点的响应取代各条路径的激励力,并用传递率函数取代路径中的传递函数,其数学表达式为

$$Y(\omega) = \sum_{i=1}^N T_i(\omega) X_i(\omega) \quad (2)$$

式中: $Y(\omega)$ 为系统目标点 $\omega$ 的响应; $N$ 为系统指示点的数量; $T_i(\omega)$ 为指示点 $i$ 到 $\omega$ 的传递率函数; $X_i(\omega)$ 为 $i$ 到 $\omega$ 的声压响应。

采用OTPA方法需要建立的方程组为

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $m$ 表示试验工况的数量; $n$ 表示传递路径的数量; $T_j(j=1,2,3,\dots,n)$ 表示第 $j$ 条路径的传递率函数。在求得各条路径的传递率函数后,将指示点响应量与传递率函数相乘即可计算出该条路径的传递贡献量,表达式为

$$Y_{ij} = X_i T_{ij} \quad (4)$$

### 4.2 OTPA模型建立与试验数据采集

为验证本文组合降噪方法在OTPA中的改进效果,以国产某纯电动汽车为试验对象,该试验汽车搭载160 kW电机,动力总成悬置共有3个。为了获取激励源的振动信号,在各悬置点安装一个PCB三向振动加速度传感器,为了获取车内驾驶员的响应信号,在主驾驶右耳安装一个GRAS声学传感器,如图5所示。由此形成了9个输入、3个输出的传递路径模型,通过西门子LMS SCADAS 32通道数采前端和装有LMS Test. Lab 17的笔记本电脑进行数据采集,获得各传感器的信号特征。

### 4.3 组合降噪效果验证

将采集的原始振动信号按照本文降噪方法处理,通过OTPA运算车内目标点的贡献量。为了验证本文提出组合降噪方法的降噪效果,将原始振动信号进行4种不同方法的降噪处理,并采用



图5 传感器布置图

Fig.5 Sensor layout diagram

RMSE和SNR进行量化评判。考虑到工况传递路径方法最终目的是通过计算传递率得到车内目标点的贡献量,通过对比实测值和拟合值的贴合度即可验证降噪方法的应用效果。因此,本文将分别采用VMD方法、SVD方法、EMD-SVD方法以及本文VMD-SVD组合降噪方法进行对比,验证本文方法的优越性和可行性。

图6展示了不同降噪方法的主驾驶员右耳侧声压实测值与拟合值的吻合程度,通过对比原方法与4种降噪方法的实测值与拟合值的接近程度发现,通过VMD-SVD组合降噪方法后的拟合值与实测值吻合程度明显优于其他方法,其吻合度在55~60 Hz更为明显,拟合值的声压级较原方法提升了5 dB,降噪效果明显。

表3为主驾驶员右耳侧声压拟合值与实测值之间的RMSE与SNR值,由表3可知,经过VMD-SVD组合降噪方法后,计算结果的RMSE值为0.0739,SNR值为18.362,降噪效果明显优于其他降噪方法,证明本文所采用的组合降噪方法有利于提高OTPA方法的准确度。

虽然采用VMD-SVD组合降噪方法后拟合结果更加接近实测结果,但由于采用OTPA方法不需要计算各路径指示点的工作载荷,通过传递率即可表示各条路径贡献量,传递率依靠工况数据计算所得,会因车辆状态产生一定误差。

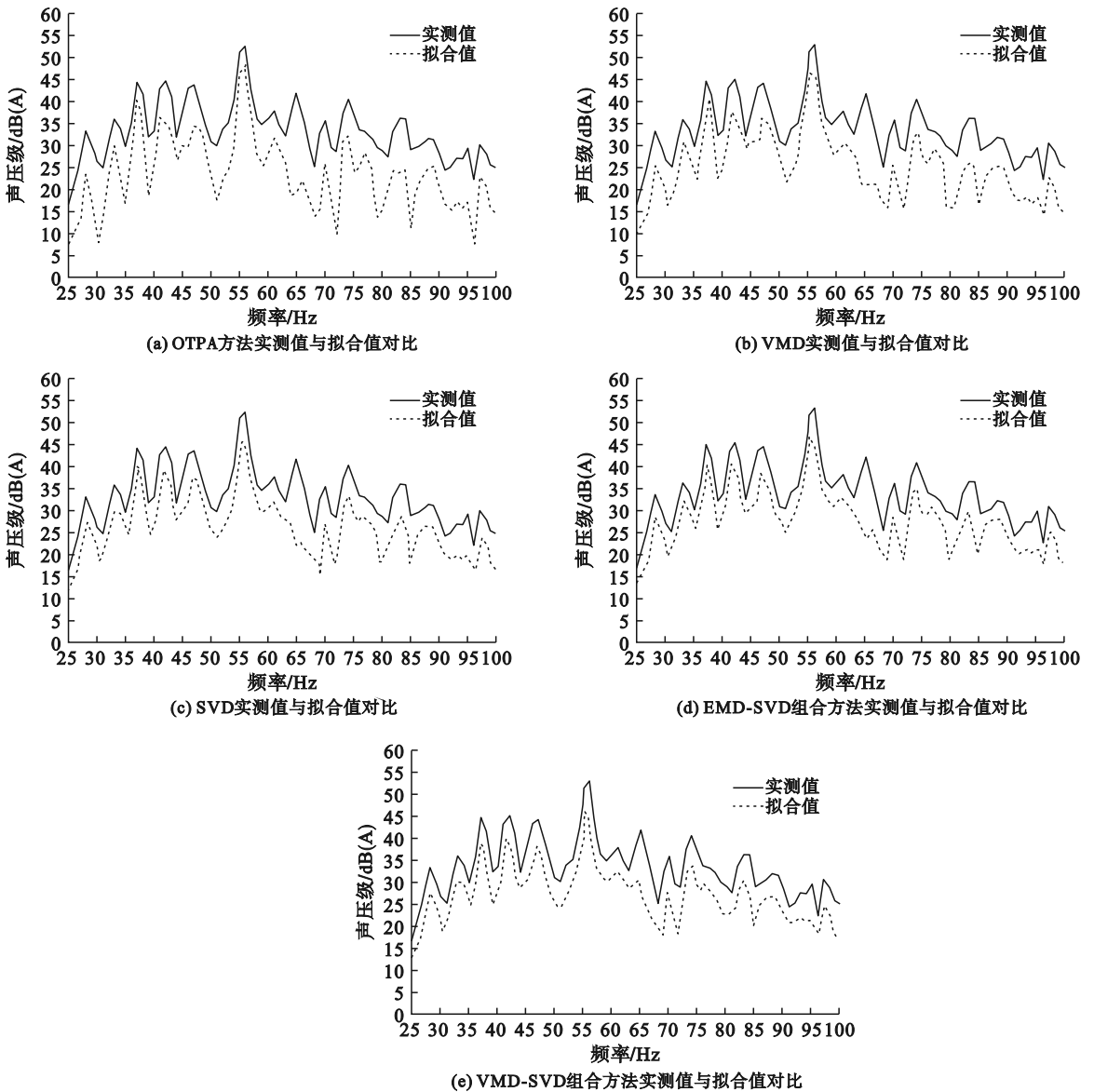


图6 主驾驶员右耳侧声压实测值与拟合值对比

Fig. 6 Comparisons of the measured and fitted sound pressure values on the right ear side of the main driver

表3 主驾驶员右耳侧声压拟合值与实测值之间的RMSE与SNR

Table 3 RMSE and SNR between the fitted sound pressure values and the measured values on the right ear side of the main driver

降噪方法	RMSE/mm	SNR/dB
原方法	0.368 6	2.228
VMD	0.287 5	4.165
SVD	0.239 6	8.683
EMD-SVD	0.136 5	12.635
VMD-SVD	0.073 9	18.362

的问题,结合VMD算法与SVD算法的原理及特点,借助VCR阈值指标,提出了一种VMD-SVD组合降噪方法,并将该方法应用于OTPA分析中,仿真实验与OTPA结构噪声试验联合验证结果表明:采用本文降噪方法后的拟合值与实测值结果走势基本一致,能够保留信号中的有效成分,使拟合值的声压级较原方法提升了5 dB。通过对比不同降噪方法下的SNR和RMSE值,表明本文方法相比于其他方法优势明显,能够有效地提升OTPA模型准确度,具有良好的降噪能力和工程实用性。

参考文献(References):

[1] 伍先俊,吕亚东,隋富生.工况传递路径分析法原理及其应用[J].噪声与振动控制,2014,34(1):28-31.

## 5 结论

针对OTPA测得的振动信号中存在高频噪声

- WU X J, LV Y D, SUI F S. Basic theory of operational transfer path analysis and its application[J]. Noise and Vibration Control, 2014, 34(1): 28-31. (in Chinese)
- [2] 陈克, 徐蒋明. OSPA 方法的纯电动汽车车内噪声源识别分析[J]. 沈阳理工大学学报, 2022, 41(3): 78-83.
- CHEN K, XU J M. Identification and analysis of noise source inside pure electric vehicle by OSPA method[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2022, 41(3): 78-83. (in Chinese)
- [3] 吕来, 唐中华, 张志飞, 等. 时域工况传递路径分析方法[J]. 振动与冲击, 2023, 42(15): 92-100.
- LÜ L, TANG Z H, ZHANG Z F, et al. Analysis method of time domain operating conditions transfer path[J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(15): 92-100. (in Chinese)
- [4] 王建国, 李健, 刘颖源. 一种确定奇异值分解降噪有效秩阶次的改进方法[J]. 振动与冲击, 2014, 33(12): 176-180.
- WANG J G, LI J, LIU Y Y. An improved method for determining effective order rank of SVD denoising[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(12): 176-180. (in Chinese)
- [5] 张声辉, 高文学, 刘江超, 等. 基于 EMD 分解的爆破振动信号主成分提取与分析[J]. 工程爆破, 2022, 28(6): 8-14.
- ZHANG S H, GAO W X, LIU J C, et al. Extraction and analysis of principal components of blasting vibration signal based on EMD decomposition[J]. Engineering Blasting, 2022, 28(6): 8-14. (in Chinese)
- [6] 黄艳林. SVD 与 EMD 联合去噪方法在地震勘探数据处理中的研究与应用[J]. 地震工程学报, 2016, 38(2): 323-326.
- HUANG Y L. Application of joint denoising using empirical mode decomposition and singular value decomposition in seismic data processing[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2016, 38(2): 323-326. (in Chinese)
- [7] WANG J, LIU W Y, ZHANG S. An approach to eliminating end effects of EMD through mirror extension coupled with support vector machine method[J]. Personal and Ubiquitous Computing, 2019, 23(3): 443-452.
- [8] 陈克, 张晓冬, 李宁. 基于 CEEMD 与自适应小波阈值组合降噪在 OPAX 方法的应用[J]. 振动与冲击, 2021, 40(16): 192-198.
- CHEN K, ZHANG X D, LI N. Application of CEEMD and adaptive wavelet threshold combined noise reduction in the OPAX method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(16): 192-198. (in Chinese)
- [9] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [10] 贾贝, 凌天龙, 侯仕军, 等. 变分模态分解在爆破信号趋势项去除中的应用[J]. 爆炸与冲击, 2020, 40(4): 123-131.
- JIA B, LING T L, HOU S J, et al. Application of variable mode decomposition in the removal of blasting signal trend items[J]. Explosion and Shock Waves, 2020, 40(4): 123-131. (in Chinese)
- [11] PENG K, GUO H Y, SHANG X Y. EEMD and multiscale PCA-based signal denoising method and its application to seismic P-phase arrival picking[J]. Sensors, 2021, 21(16): 5271.
- [12] 蒋田勇, 喻晨宇, 黄可, 等. 基于 AO 算法优化 VMD 参数联合小波阈值的桥梁信号去噪方法[J]. 中国公路学报, 2023, 36(7): 158-168.
- JIANG T Y, YU C Y, HUANG K, et al. Bridge signal denoising method combined VMD parameters optimized by Aquila optimizer with wavelet threshold[J]. China Journal of Highway and Transport, 2023, 36(7): 158-168. (in Chinese)
- (责任编辑: 和晓军)
- (上接第 19 页)
- [10] 吴翔, 陈硕, 李佳, 等. 基于改进正交锁相环的永磁同步电机无位置传感器控制[J]. 电工技术学报, 2024, 39(2): 475-486.
- WU X, CHEN S, LI J, et al. Sensorless control of permanent magnet synchronous motor based on improved quadrature phase-locked loop[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(2): 475-486. (in Chinese)
- [11] 李坤, 柴俊, 魏海峰. 基于自适应模糊滑模观测器的永磁同步电机无位置传感器运行[J]. 齐鲁工业大学学报, 2018, 32(3): 48-51.
- LI K, CHAI J, WEI H F. Research on sensorless operation of permanent magnet synchronous motor based on adaptive fuzzy sliding mode observer[J]. Journal of Qilu University of Technology, 2018, 32(3): 48-51. (in Chinese)
- [12] 王辉, 潘文丽, 吴轩. 一种自适应滤波的永磁同步电机转子位置估算方法[J]. 电机与控制学报, 2019, 23(11): 51-59.
- WANG H, PAN W L, WU X. Position estimation method of permanent magnet synchronous motor based on adaptive filter[J]. Electric Machines and Control, 2019, 23(11): 51-59. (in Chinese)
- [13] SONG Z, YANG J, MEI X S, et al. Harmonic current suppression method with adaptive filter for permanent magnet synchronous motor[J]. International Journal of Electronics, 2021, 108(6): 983-1013.
- [14] JUNG S Y, NAM K. PMSM control based on edge-field hall sensor signals through ANF-PLL processing[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(11): 5121-5129.
- [15] 李垣江, 董鑫, 魏海峰, 等. 基于改进模型参考自适应系统的永磁同步电机参数辨识[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(9): 1983-1988.
- LI Y J, DONG X, WEI H F, et al. Parameter identification method of permanent magnet synchronous motor based on improved model reference adaptive system[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(9): 1983-1988. (in Chinese)
- [16] 张伟键, 都海波, 朱文武, 等. 基于广义超螺旋算法的无速度传感器永磁同步电机有限时间速度控制[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(6): 833-841.
- ZHANG W J, DU H B, ZHU W W, et al. Finite-time speed sensorless control of permanent magnet synchronous motor based on generalized super-twisting algorithm[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(6): 833-841. (in Chinese)
- [17] 钱一涛, 赵晋斌, 马俊清, 等. 弱电网下基于对称 PLL 结构的并网逆变器频率耦合消除与稳定性增强方法[J]. 电网技术, 2022, 46(10): 3893-3901.
- QIAN Y T, ZHAO J B, MA J Q, et al. Grid-connected inverter frequency coupling elimination and stability enhancement based on symmetrical PLL structure under weak grid[J]. Power System Technology, 2022, 46(10): 3893-3901. (责任编辑: 和晓军)