

基于标准球的直线运动 2D 激光雷达标定

刘昶¹, 罗寅¹, 王彦博¹, 孙丽梅²

(1. 沈阳理工大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110159; 2. 沈阳建筑大学 计算机科学与工程学院, 沈阳 110168)

摘要: 在利用安装在直线运动机构上的 2D 激光雷达对场景进行 3D 扫描任务中, 需对 2D 激光雷达的运动方向提前标定, 针对该标定问题提出一种以已知直径的标准球作为标定装置的标定方法。首先利用激光雷达在直线运动机构上的不同位置对标准球进行扫描, 利用扫描点和最小二乘法拟合扫描圆的方程, 估计出球心在雷达坐标系下的坐标, 得到雷达运动方向的初步估计; 再以所有扫描点共球面作为约束, 通过一个迭代过程对运动方向进行优化, 得到标定的最终结果。真实实验中采用篮球作为标准球标定装置, 对安装在直线运动机构上的 2D 激光雷达进行标定, 结果显示扫描点到拟合的球面距离的平均误差为 0.75 mm; 采用相同装置对已知尺寸的长方体仪表箱进行测量实验, 得到仪表箱高度的误差为 0.13 mm, 角度的平均误差为 0.87°, 验证了本文方法的有效性。

关键词: 视觉测量; 2D 激光雷达; 标定; 标准球

中图分类号: TP391 文献标志码: A DOI:10.3969/j.issn.1003-1251.2025.06.006

2D LiDAR Calibration of Linear Movement Based on Standard Sphere

LIU Chang¹, LUO Yin¹, WANG Yanbo¹, SUN Limei²

(1. Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China; 2. Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

Abstract: In the 3D scene scanning task using a 2D light detection and ranging mounted on a linear motion mechanism, the moving direction of the 2D light detection and ranging needs to be calibrated in advance. To address the calibration problem, a method using a standard sphere with a known diameter as calibration instrument was proposed. First, the standard sphere was scanned by the light detection and ranging at different positions of the linear motion mechanism. The coordinates of the sphere center in the light detection and ranging frame were estimated by fitting the scanning circle equation by Least Square Method using the scanning points. Then the moving direction was estimated initially. Second, using the constraint that all scanning points were on the sphere, the moving direction was optimized by an iterative process. Then the final calibration results were achieved. In the real experiment, a basketball was used as the standard sphere calibration instrument. A 2D light detection and ranging mounted on a linear motion mechanism was calibrated using the proposed method. The results showed that the average error of the distance between the scanning points and the fitted sphere was 0.75 mm. Using the same device to measure a cuboid instrument box whose size was known, the results showed the height error of the box was 0.13 mm, and the average angle error was 0.87°. The experimental results verified the effectiveness of the proposed method.

Key words: visual measurement; 2D light detection and ranging; calibration; standard sphere

2D 激光雷达因结构简单、测距速度快、系统稳定可靠等优点,广泛应用于目标检测^[1-3]、定位与导航^[4-6]、非接触测量^[7-9]等场景。但 2D 激光雷达每次扫描只能获得一个扫描平面上的场景深度信息,为构建场景目标的 3D 点云,一般需要借助一定的运动机构带动 2D 激光雷达,从而实现场景的 3D 扫描。常用的运动机构包括机器人、一维转台、直线运动机构等。

利用机器人搭载 2D 激光雷达进行场景扫描时,主要需要解决机器人与 2D 激光雷达的手眼标定问题,现有方法一般采用标准球、圆柱、圆片、平面等作为标定装置^[10-14],利用扫描点在标准球上构成的圆弧状点云、在圆柱面上构成的椭圆弧状点云、在圆片或平面上构成的直线点云建立约束求解。利用一维转台搭载 2D 激光雷达进行场景扫描时,主要需要解决激光雷达与转台间的外参标定问题,一般通过转台控制激光雷达转动固定角度后,对激光雷达运动方程进行求解^[15-17],如利用激光雷达扫描平面标定物^[18-19]或利用激光雷达扫描标准球标定物^[9],再利用扫描点建立约束求解。针对利用直线运动机构搭载 2D 激光雷达进行场景扫描的问题,需要解决激光雷达的运动方向在雷达坐标系中的方向向量标定问题,文献[20]构造了该种方式扫描装置的基本结构用于场景 3D 点云生成,但并没有给出标定方法,只能假设雷达的运动方向与雷达扫描平面垂直,这对雷达在直线运动机构上的安装提出较严格的要求,若不能严格满足,生成的 3D 点云将出现较大的误差。文献[21]针对码头的岸桥、门式起重机或者桁车等直线运动机构上搭载的 2D 激光雷达,采用了长方体作为标定装置,利用 2D 激光雷达扫描到标定装置平面上的点云计算外参,该方法要求具有三个可相互配合的直线运动机构,机构间需具有平行或垂直的关系,不适用于一般的实际应用场景。因此,针对直线运动机构搭载 2D 激光雷达进行场景扫描的问题,还需要研究一般场合下 2D 激光雷达运动方向的标定方法。

本文针对文献[20]提到的最基本的结构,即应用一台直线运动机构搭载 2D 激光雷达对场景进行 3D 扫描中的激光雷达运动方向标定问题,借鉴手眼标定和激光雷达外参标定的现有方法,提出一种采用已知直径的标准球作为标定装置的标定方法,以使标定过程简便,有效避免依赖安装精度确定运动方向或人为估算运动方向的问题,提

高场景的 3D 点云构造精度。

1 标定原理

1.1 问题描述

2D 激光雷达只能提供扫描平面上目标点的深度和扫描角度信息,本文定义 3D 雷达直角坐标系如下:雷达坐标系的原点为 2D 激光雷达的激光发射点,激光雷达扫描线 0° 角方向为雷达坐标系的 x 轴, 90° 角方向为 y 轴,再根据右手法则定义 z 轴。记 ρ 为扫描线获取的目标点深度, θ 为扫描线方向角,则扫描点的雷达坐标系坐标为

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \\ z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

当 2D 激光雷达被安装到直线运动机构时,雷达坐标系在空间的位置随机机构的运动而移动,记激光雷达的起始位置序号为 0,雷达运动到第 k 位置时的坐标系为 $O^{(k)} - x^{(k)} y^{(k)} z^{(k)}$,由于雷达仅做直线运动,任意两个位置的雷达坐标系间只存在平移关系。若记空间中某固定点 P 在坐标系 $O^{(0)} - x^{(0)} y^{(0)} z^{(0)}$ 和 $O^{(k)} - x^{(k)} y^{(k)} z^{(k)}$ 下的坐标分别为 $\mathbf{P}^{(0)} = (x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)})^T$ 、 $\mathbf{P}^{(k)} = (x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)})^T$,则有

$$\mathbf{P}^{(0)} = \mathbf{P}^{(k)} + d_k \cdot \mathbf{v} \quad (2)$$

式中: d_k 是雷达在直线运动机构上从 0 到 k 位置的运动距离,亦为两个坐标系原点间的距离,考虑到直线运动机构的运动完全可控,可以认为 d_k 是已知量; \mathbf{v} 是直线运动机构运动方向在雷达坐标下的单位方向向量,记 $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$,满足 $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 1$,有 2 个自由度。

由式(2)可见,如果能获取方向向量 \mathbf{v} 的值,即可将雷达在不同位置时得到的扫描点统一到 $O^{(0)} - x^{(0)} y^{(0)} z^{(0)}$ 坐标系,从而构造出 3D 空间中的场景点云。利用该点云,虽然不能直接实现目标的定位,但可实现目标的识别、测量等任务。因此,直线运动的 2D 激光雷达标定问题即为获取直线运动机构的运动方向在雷达坐标系下的单位方向向量 \mathbf{v} 的问题。

1.2 标定基本原理

本文采用已知直径的标准球作为标定装置,对直线运动的 2D 激光雷达进行标定,标定过程中固定标准球与直线运动机构的相对位置不变,控制激光雷达从初始位置 0 运动到第 k 位置,在每

个位置上均对标准球进行扫描,记录所有球面上扫描点的坐标以及直线运动机构相对于初始位置0的运动距离 d_k 。标定原理如图1所示。

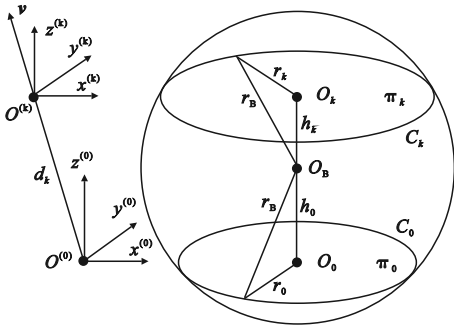


图1 标定原理图

Fig.1 Illustration of calibration principle

图1中记标准球的半径为 r_B ,激光雷达位于初始位置0和第 k 位置时的雷达坐标系分别记为 $O^{(0)} - x^{(0)} y^{(0)} z^{(0)}$ 和 $O^{(k)} - x^{(k)} y^{(k)} z^{(k)}$ 。记激光雷达运动到第 k 位置的扫描平面为 π_k ,则 π_k 与球面的交线为一个圆,记为 C_k ,记 C_k 的半径为 r_k 。若记在 $O^{(k)} - x^{(k)} y^{(k)} z^{(k)}$ 坐标系下 C_k 的圆心 O_k 坐标为 $(x_k^{(k)}, y_k^{(k)})$,则 C_k 的方程可表示为

$$(x^{(k)} - x_k^{(k)})^2 + (y^{(k)} - y_k^{(k)})^2 = r_k^2 \quad (3)$$

由于激光雷达的扫描点均位于 C_k 上,以扫描点为样本点,以 $x_k^{(k)}$ 、 $y_k^{(k)}$ 和 r_k 为待估参数,采用最小二乘法估计出圆的方程。则圆心 O_k 到球心 O_B 的有向距离 h_k 为

$$h_k = \pm \sqrt{r_B^2 - r_k^2} \quad (4)$$

当扫描平面远离球心时,由扫描平面的位置可判定 h_k 的准确值,进而得到球心在坐标系 $O^{(k)} - x^{(k)} y^{(k)} z^{(k)}$ 下的坐标 $O_B^{(k)} = (x_k^{(k)}, y_k^{(k)}, h_k)^T$ 。

在标定过程中保持标准球的位置不变,利用直线运动机构带动激光雷达移动到不同位置对标准球进行扫描,理论上只要进行2次扫描,按前述的流程即可得到同一个固定点 O_B 在两个不同雷达坐标系(如图1中所示的 $O^{(0)} - x^{(0)} y^{(0)} z^{(0)}$ 和 $O^{(k)} - x^{(k)} y^{(k)} z^{(k)}$)下的坐标,再由公式(2)可得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{O}_B^{(0)} - \boldsymbol{O}_B^{(k)}}{d_k} \quad (5)$$

考虑到存在误差因素,对其进行单位化,得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{O}_B^{(0)} - \boldsymbol{O}_B^{(k)}}{\|\boldsymbol{O}_B^{(0)} - \boldsymbol{O}_B^{(k)}\|_2} \quad (6)$$

为提高标定精度,可采用多次扫描的方法,记扫描总次数为 $K+1$,则根据公式(6)可得到 K 个估计结果,分别记为 $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \dots, \boldsymbol{v}_K$,可得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2 + \dots + \boldsymbol{v}_K}{\|\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2 + \dots + \boldsymbol{v}_K\|_2} \quad (7)$$

以该值作为 \boldsymbol{v} 的估计,从而实现激光雷达的运动方向标定。

1.3 标定结果优化

考虑到由公式(6)得到的标定结果只利用了单次扫描中扫描点共圆的特性,每次扫描的圆都是独立进行特征提取,有可能导致提取得到的圆不共球面、圆心不共线的结果,引起标定结果偏差,因此有必要对前述方法得到的标定结果进行优化。

记在第 k 位置扫描时的第 i 个扫描点在雷达坐标系 $O^{(k)} - x^{(k)} y^{(k)} z^{(k)}$ 下的三维坐标为 $\boldsymbol{P}_{k,i}^{(k)} = (x_{k,i}^{(k)}, y_{k,i}^{(k)}, 0)^T, k=0, 1, \dots, K, i=1, 2, \dots, M_k$,这里 M_k 为第 k 次扫描在标准球面上的扫描点数,若已知 \boldsymbol{v} 的初步估计为 $(v_X, v_Y, v_Z)^T$,根据公式(2)计算其在 $O^{(0)} - x^{(0)} y^{(0)} z^{(0)}$ 坐标系下的坐标为

$$\begin{pmatrix} x_{k,i}^{(0)} \\ y_{k,i}^{(0)} \\ z_{k,i}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{k,i}^{(k)} \\ y_{k,i}^{(k)} \\ 0 \end{pmatrix} + d_k \cdot \begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{pmatrix} \quad (8)$$

理论上这些点均应位于一个已知半径为 r_B 的球面上,记球心坐标为 $(x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)})^T$,球面方程可表达为

$$(x^{(0)} - x_B^{(0)})^2 + (y^{(0)} - y_B^{(0)})^2 + (z^{(0)} - z_B^{(0)})^2 = r_B^2 \quad (9)$$

由于 r_B 已知,公式(9)构成关于 $x_B^{(0)}$ 、 $y_B^{(0)}$ 、 $z_B^{(0)}$ 的非线性约束方程,再由式(8)计算得到的全部扫描点坐标为样本,以1.2节估计得到的 $O_B^{(0)}$ 为初值,利用高斯-牛顿法估计出球心坐标。

将估计得到的 $x_B^{(0)}$ 、 $y_B^{(0)}$ 、 $z_B^{(0)}$ 看作固定值,以 v_X, v_Y, v_Z 为待估参数,将公式(8)的扫描点表达式代入公式(9),考虑到 $v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2 = 1$,整理后可得

$$2d_k(x_{k,i}^{(k)} - x_B^{(0)}, y_{k,i}^{(k)} - y_B^{(0)}, -z_B^{(0)}) \begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{pmatrix} = r_B^2 - (x_{k,i}^{(k)} - x_B^{(0)})^2 - (y_{k,i}^{(k)} - y_B^{(0)})^2 - (z_B^{(0)})^2 - d_k^2 \quad (10)$$

式(10)构成关于 v_X, v_Y, v_Z 的线性约束,利用最小二乘法求得其估计值,再对由估计结果构成的向量 $(v_X, v_Y, v_Z)^T$ 进行单位化。

以上优化方法实际上包含两个步骤:一是利用初步估计的方向向量寻求标准球的位置;二是

利用标准球的位置优化方向向量,均以所有扫描点球面作为约束,有利于综合利用全部扫描信息进行标定解算,以上过程可形成迭代。

1.4 标定的完整流程

完整的标定流程如图2所示。

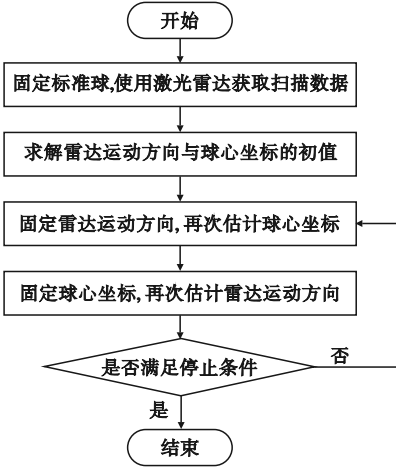


图2 标定流程图

Fig.2 Calibration flow chart

具体过程如下:

步骤1 固定标准球,利用直线运动机构带动2D激光雷达对标准球进行共 $K+1$ 次扫描,记录每次扫描直线运动机构的位移 d_k 及扫描点在相应雷达坐标系下的坐标 $(x_{k,i}^{(k)}, y_{k,i}^{(k)}, 0)^T, k=0,1,\dots,K, i=1,2,\dots,M_k$;

步骤2 记迭代次数 $m:=0$,利用第1.2节的方法估计 \mathbf{v} ,记所得结果为 \mathbf{v}_m ,记同时得到的球心坐标为 $\mathbf{O}_{B,m}^{(0)}$;

步骤3 固定 \mathbf{v}_m ,根据公式(8)计算所有扫描点在 $\mathbf{O}^{(0)}-x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$ 坐标系下的坐标,并作为样本点,利用约束方程(9),选用 $\mathbf{O}_{B,m}^{(0)}$ 为初值,采用高斯-牛顿法估计球心坐标,记为 $\mathbf{O}_{B,m+1}^{(0)}=(x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)})^T$;

步骤4 固定球心坐标 $\mathbf{O}_{B,m+1}^{(0)}$,以 v_x, v_y, v_z 为待估参数,以除第0次以外的全部扫描点为样本点,利用约束方程(10),采用最小二乘法估计结果记为 $(v_{x,m}, v_{y,m}, v_{z,m})^T$,再将该向量单位化后记为 \mathbf{v}_{m+1} ;

步骤5 若满足停止条件,则算法停止,以 \mathbf{v}_{m+1} 作为最终的估计结果,否则 $m:=m+1$,转步骤3。

其中算法的停止条件可以选择事先设定最大迭代次数,或设定精度阈值 e ,若 $\|\mathbf{v}_{m+1}-\mathbf{v}_m\|_2 < e$ 则算法停止。

2 实验研究

2.1 标定实验

以6号篮球作为标准球测试本文提出标定方法的实际效果。实验装置如图3所示,6号标准篮球半径为113 mm,考虑到所用篮球外表皮厚度约为1 mm,在计算中将篮球半径设为114 mm;激光雷达选用杉川公司生产的Delta 2D型号的2D激光雷达,该型号激光雷达的测量分辨率为0.25 mm,角度分辨率为 0.72° ,量程为0.07~8 m;激光雷达通过支架固定在直线运动机构上,其运动方向与雷达的扫描平面近似垂直。控制直线运动机构带动雷达运动,每隔5 mm停一次,并采集当前位置的球面样本点,令 $K=34$,共采集35组数据,采用本文提出的方法估计运动方向 \mathbf{v} ,在计算方向向量初始值时放弃距离球心较近的18次采样数据,在应用迭代优化过程时利用全部采样数据。本文采用样本点到球表面的距离均值作为标定误差的评价指标,迭代第 m 次时的标定误差记为

$$E_m = \frac{1}{\sum_{k=1}^K M_k} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} \left| \|\mathbf{P}_{k,i}^{(k)} + d_k \mathbf{v}_m - \mathbf{O}_{B,m}^{(0)}\|_2 - r_B \right| \quad (11)$$

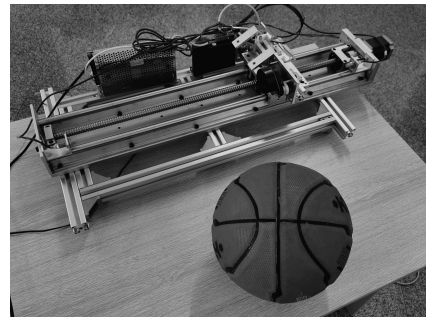


图3 标定装置图

Fig.3 Image of the calibration instrument

设定迭代步数为20,标定误差随迭代过程的变化曲线如图4所示,迭代的初值和最终结果如表1所示,可见迭代后的误差结果较初值的误差明显降低,说明本文方法的迭代过程确实达到了优化的效果;迭代过程经10步左右就能收敛,说明收敛速度较快;最终误差为0.75 mm,说明精度基本满意。若不进行标定,认为激光雷达的运动方向与扫描平面垂直,直接以 $\mathbf{v}=(0,0,1)^T$ 构造点云,拟合球面后得到的误差为1.20 mm,说明通过标定能明显提高构造的3D点云的准确度。

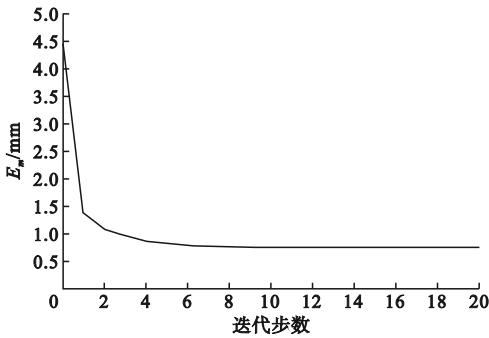


图4 迭代过程中的标定误差

Fig. 4 The calibration error of iteration

表1 标定结果及误差

Table 1 Calibration results and errors

m	v_x	v_y	v_z	E_m/mm
0	0.006 3	-0.025 7	0.999 7	4.64
20	0.064 0	-0.077 8	0.994 9	0.75

2.2 测量实验

为进一步验证 2.1 节实验标定结果的精度,采用 2.1 节的实验装置扫描一个已知尺寸的长方体仪表箱,并对其进行测量。实验装置如图 5 所示,被测仪表箱的准确高度为 220 mm。实验中每隔 1 mm 对仪表箱进行一次扫描,共获取 500 组扫描数据;利用 2.1 节标定结果,构造统一坐标系后的目标表面点云如图 6 所示;再根据点云提取机箱上表面与桌面两个平行平面的方程,以两平面间的距离作为机箱高度的测量值,测量结果为 219.87 mm,误差为 0.13 mm;再提取机箱两侧面的平面方程,计算机箱三个被扫描平面间的两两夹角,分别为 89.67°、88.73°、91.01°,与准确值 90°的误差均值为 0.87°。以上测量精度水平已经与仪表箱的加工精度相当,说明本文方法能满足一般测量问题中的精度要求。

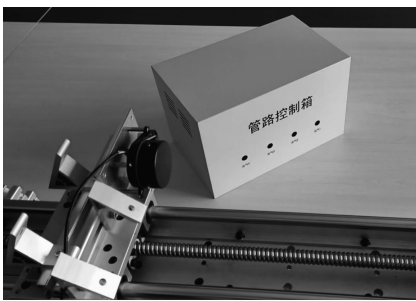


图5 测量实验装置图

Fig. 5 Image of the measurement instrument

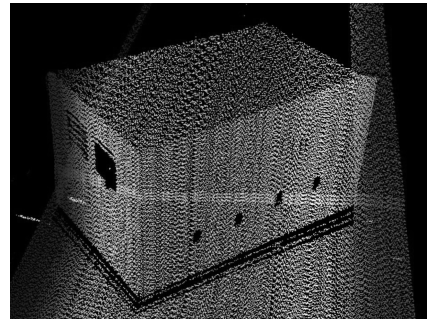


图6 被测目标点云图

Fig. 6 Point cloud of the measured object

3 结论

本文针对应用直线运动机构搭载 2D 激光雷达对场景进行 3D 扫描中的激光雷达运动方向标定问题,提出一种采用标准球作为标定装置的标定方法,理论上只要对球面进行两次扫描即可获得运动方向的估计值,同时提出一种以所有扫描点共球面作为约束的迭代优化方法,有效提高了标定精度。真实标定实验中以篮球作为标准球标定装置,得到扫描点到球面的平均距离误差为 0.75 mm,标定精度基本满意;再利用相同装置对已知尺寸的长方体仪表箱进行测量,得到高度误差为 0.13 mm,角度平均误差为 0.87°,能满足一般测量的精度要求。本文方法对采用直线运动机构搭载 2D 激光雷达对场景进行 3D 扫描实现目标识别或测量的应用具有一定的指导意义。

参考文献 (References):

- [1] 于洋,王天歌,王淼. 基于 GPS 和四线激光雷达的无人车导航系统设计[J]. 沈阳理工大学学报,2020,39(2):13-17,34.
YU Y, WANG T G, WANG M. Design of driverless vehicle navigation system based on GPS and four-layer LiDAR[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2020, 39(2): 13-17, 34. (in Chinese)
- [2] 李研芳,黄影平. 基于激光雷达和相机融合的目标检测[J]. 电子测量技术,2021,44(5):112-117.
LI Y F, HUANG Y P. Target detection based on the fusion of LiDAR and camera[J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(5): 112-117. (in Chinese)
- [3] SHAO W W, ZHANG H D, WU Y X, et al. Application of fusion 2D LiDAR and binocular vision in robot locating obstacles[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2021, 41(3): 4387-4394.
- [4] 杨娜,程磊. 基于高效回环检测的大场景下的 SLAM 算法[J]. 沈阳理工大学学报,2024,43(2):45-51.
YANG N, CHENG L. SLAM algorithm in large scenes based on efficient loop detection[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2024, 43(2): 45-51. (in Chinese)

- [5] ANDROULAKIS V, SOTTILE J, SCHAFRIK S, et al. Navigation system for a semi-autonomous shuttle car in room and pillar coal mines based on 2D LiDAR scanners[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2021, 117: 104149.
- [6] ZHANG B, PENG Z X, ZENG B, et al. 2DLIW-SLAM: 2D LiDAR-inertial-wheel odometry with real-time loop closure[J]. Measurement Science and Technology, 2024, 35(7): 075205.
- [7] 刘昶, 姜楠, 贾峻权, 等. 单轴转台上2D激光雷达的位姿估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(1): 87-95.
LIU C, JIANG N, JIA J Q, et al. Pose determination of 2D LiDAR on uniaxial turntable[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(1): 87-95. (in Chinese)
- [8] 尚涛, 贺会超, 王昕, 等. 二维激光雷达实现三维成像的算法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2012, 42(S1): 91-95.
SHANG T, HE H C, WANG X, et al. Algorithm research on realizing three-dimensional imaging using two-dimensional laser radar[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2012, 42(S1): 91-95. (in Chinese)
- [9] WANG S H, QIAO Z F, HUANG J H. A calibration method of external parameters of 2D laser in rotary 3D scanning[J]. Optoelectronics Letters, 2022, 18(12): 730-736.
- [10] YIN S B, GUO Y, REN Y J, et al. A novel TCF calibration method for robotic visual measurement system[J]. Optik, 2014, 125(23): 6920-6925.
- [11] XU X H, ZHU D H, ZHANG H Y, et al. TCP-based calibration in robot-assisted belt grinding of aero-engine blades using scanner measurements[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(1): 635-647.
- [12] 高金锋, 梁冬泰, 陈叶凯. 基于标准圆柱的线激光轮廓扫描机器人手眼标定方法[J]. 机器人, 2022, 44(3): 321-332.
GAO J F, LIANG D T, CHEN Y K. A hand-eye calibration method of line laser profile scanning robot based on standard cylinder[J]. Robot, 2022, 44(3): 321-332. (in Chinese)
- [13] CHEN W Y, DU J, XIONG W, et al. A noise-tolerant algorithm for robot-sensor calibration using a planar disk of arbitrary 3-D orientation[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 15(1): 251-263.
- [14] WANG Z, FAN J F, JING F S, et al. An efficient calibration method of line structured light vision sensor in robotic eye-in-hand system[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(11): 6200-6208.
- [15] 师瑞卓, 张小俊, 孙凌宇, 等. 基于单线激光雷达的三维形貌重建方法研究[J]. 激光与红外, 2022, 52(2): 188-195.
SHI R Z, ZHANG X J, SUN L Y, et al. Research on 3D shape reconstruction method based on single-line LiDAR[J]. Laser & Infrared, 2022, 52(2): 188-195. (in Chinese)
- [16] 陈恬宇, 孙立双, 车德福. 二维激光雷达的实时三维重建方法[J]. 测绘通报, 2023(10): 67-73.
CHEN T Y, SUN L S, CHE D F. Real-time 3D reconstructive techniques for 2D LiDAR[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2023(10): 67-73. (in Chinese)
- [17] 项志宇. 快速三维扫描激光雷达的设计及其系统标定[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(12): 2130-2133.
XIANG Z Y. Fast 3D scanning laser radar system design and calibration[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2006, 40(12): 2130-2133. (in Chinese)
- [18] 李树青, 邢鑫龙, 林靖宇. 一种三维激光雷达系统标定方法[J]. 激光与红外, 2022, 52(2): 182-187.
LI S Q, XING X L, LIN J Y. A calibration method for 3D LiDAR system[J]. Laser & Infrared, 2022, 52(2): 182-187. (in Chinese)
- [19] 俞奇奇, 崔振山. 一种基于2D激光雷达的扫描系统标定方法[J]. 激光与红外, 2017, 47(10): 1234-1237.
YU Q Q, CUI Z S. Calibration of scanning system based on 2D laser radar[J]. Laser & Infrared, 2017, 47(10): 1234-1237. (in Chinese)
- [20] 浙江大学滨海产业技术研究院. 一种基于2D激光雷达的三维点云数据合成系统: CN112630795A[P]. 2021-04-09.
- [21] 聚时科技(深圳)有限公司. 一种直线运动机构上2D激光雷达的外参标定方法: CN114994648A[P]. 2022-09-02.

(责任编辑:和晓军)

(上接第35页)

- [16] 李文扬, 龚兴兴, 徐子阳, 等. 基于DS-TWR面向车间非视距环境定位算法优化研究[J]. 自动化与仪表, 2025, 40(1): 6-10.
LI W Y, GONG X X, XU Z Y, et al. Research on the optimization of DS-TWR-oriented positioning algorithm for non-line-of-sight environments in workshops[J]. Automation & Instrumentation, 2025, 40(1): 6-10. (in Chinese)
- [17] 刘姝廷, 张媛媛, 张贺, 等. 基于TWR的WLS和KF融合室内定位方法[J]. 沈阳理工大学学报, 2024, 43(6): 8-12.
LIU S T, ZHANG Y Y, ZHANG H, et al. Indoor positioning based on TWR fusion of WLS and KF[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2024, 43(6): 8-12. (in Chinese)

(责任编辑:和晓军)