

基于刀-工接触区解析式的机器人铣削系统铣削力预测

高志成, 付中涛, 乐恒韬, 陈绪兵

(武汉工程大学 机电工程学院, 湖北 武汉 430205)

摘要: 在机器人铣削加工过程中, 由于复杂的工件几何表面以及机器人位姿的变化, 导致刀具-工件的接触区不断变化, 从而影响铣削力的大小。因此, 提出一种机器人铣削系统铣削力预测方法。通过定义机器人铣削系统的瞬时刀具坐标系和瞬时进给坐标系, 参数化描述球头铣刀切削刃位置以及待加工工件之间的位姿关系, 建立接触区域模型来判断切削刃的状态, 进而建立机器人铣削力的预测模型。最后, 通过将模型预测结果与实验结果对比, 铣削力预测误差在 15% 以内, 验证了所提出方法的有效性。

关键词: 机器人铣削; 刀工接触区; 球头铣刀; 铣削力模型

中图分类号: TP242; TP183 文献标识码: A 文章编号: 1003-7241(2025)03-0122-06

Milling Force Prediction of Robot Milling System Based on Analytical Expression of Cutter-Workpiece Contact Zone

GAO Zhi-cheng, FU Zhong-tao, YUE Heng-tao, CHEN Xu-bing

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205 China)

Abstract: In the process of robot milling, due to the complex geometry of the workpiece and the variation of robot poses, the cutter-workpiece contact zone is constantly changing, which affects the milling force values. Therefore, This work presents a milling force prediction method for robot milling system, in which the ball-end cutter is taken as an example, and the cutter-workpiece contact zone is modeled by analytical method. By defining the instantaneous cutter coordinate system and the instantaneous feed, parametric description of cutting edge location for ball-end cutter and the relative position of relationship between unmachined workpiece, establishing the model of contact area judge state of cutting edges, robotic milling force prediction model is established, through the simulation results compared with the experimental results, which demonstrate the effectiveness of this method.

Keywords: Robot milling; cutter-workpiece contact zone; ball-end cutter; milling force model

0 引言

相较于多轴数控机床, 用于机械加工的工业机器人具有成本低、效率高、柔性好、操作空间大等优势^[1], 通过融合 CAD/CAM 技术可为复杂曲面的铣削加工提供一个有效的解决方案。然而, 机器人在铣削过程中刀具的姿态是不断变化的, 并且在受到切削力的影响后会发生震颤, 从而影响机器人的加工精度与定位精度。因此, 为改善由机器人弱刚度特性对加工精度的影响, 且考虑到刀具与工件间的相互作用发生在铣削接触区域内^[2], 有必要对刀-工接触区以及机器人铣削力进行研究。

接触区域的建模方法主要有 Z-Map 法、实体模型法和解析建模法。Z-Map 法是基于典型的微分离散思想,

将刀具与工件在 Z 轴方向上投影, 并离散成网格, 通过各个网格的 Z 坐标值来判断刀具与工件是否接触, 从而确定接触区域。董永亨等^[3]通过改进识别刀具与工件瞬时接触区域的 Z-Map 算法, 在此基础上使用微元积分法建立了瞬时切削力的计算模型。Wei 等^[4]使用逻辑数组改进了 Z-Map 方法, 利用逻辑阵列的“逻辑索引”功能实现 Z-Map 法的刀-工件接触区域测定和工件更新。Lee 等^[5]通过倾斜采样的方法提高了 Z-Map 模型的分辨率, 从而使获取的刀-工件接触区域精度更高。对于 Z-Map 法, 采用了离散的思想, 在实际应用中需要在计算效率与获取铣削接触区域精度间权衡。实体模型法利用构造刀具与工件实体, 通过实体间的布尔运算确定两实体间的重叠部分, 从而获取铣削接触区域。实体模型法获取的铣削接触区域具有较高的精度^[6]。倪其民等^[7]采用 UG 构造实体刀具与工件模型, 通过布尔运算求解两实体间的接触区域, 并获取实际参与铣削的切削刃单元。Li 等^[8]通过刀具圆弧与工件曲面求交的方法获取铣削接触区域的边

*基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51805380; 51875415); 数字制造装备与技术国家重点实验室开放基金 (DMETKF2022019); 湖北省中央引导地方科技发展专项 (2019ZYDD010)

收稿日期: 2023-09-06

界曲线,是一种较为通用的铣削接触区域建模方法。Gong等^[9]将自交的刀具-工件模型三角网格化,通过多次布尔运算求得铣削接触区域。考虑到在复杂曲面加工过程中,刀具与工件间的接触情况复杂,通过实体模型法求解铣削接触区域的计算量巨大,因此其精度优势也难以体现。解析法模型改善了前两种方法效率低的缺点,通过刀具和工件间的几何关系计算获得铣削接触区域。代月帮等^[10]运用半解析法搭建球头铣刀与工件接触区域边界投影方程。Qzturk等^[11]在曲面铣削中通过将铣削平面拟合的方法获取铣削接触区域的边界方程。Wei等^[12]将复杂曲面离散成一系列与刀具位置点对应的无限小倾斜平面,通过坐标系旋转变换的空间标准曲面相交,得到铣削接触区的边界曲线和边界拐点。Guo等^[13]通过求解空间曲面交线确定铣削接触区域的边界。解析法能够弥补前两种方法计算效率的同时又能保证计算精度,因此得到更为广泛的应用。目前,大多数机器人铣削工作所使用的切削力模型仅适用于相对刚性的数控机床^[14],在此基础上通过优化加工轨迹、铣削姿态等误差补偿方法来减小弱刚度特性带来的影响。杨靖等^[15]提出一种机器人铣削优化算法,保证机器人铣削加工的稳定性。李文龙等^[16]通过建立考虑关节误差、关节刚度和误差补偿的机器人加工位姿优化通用模型来提高机器人加工精度。然而经过优化后的机器人加工并不能消除震颤,仅减弱了其铣削力的影响。

本文通过求解刀具铣削工件过程中,相邻刀路间的几何关系,获取铣削接触区域边界方程,并考虑机器人铣削过程中由弱刚度特性引起的刀具颤振影响,得到任意姿态下切削刃状态与刀具动态瞬时切厚,由此计算铣削力大小。

1 空间坐标系建立及变换矩阵

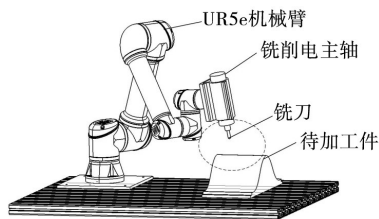


图1 机器人铣削系统模型图

图1所示给出了机器人铣削系统,包括了机械臂、电主轴、铣刀、工件等。为了方便描述刀具和工件间的相对运动状态,建立了的三个空间坐标系,即瞬时进给坐标系为 $C_F(O_F, X_F, Y_F, Z_F)$,瞬时刀具坐标系为 $C_T(O_T, X_T, Y_T, Z_T)$,以及工件坐标系为 $C_W(O_W, X_W, Y_W, Z_W)$,如图2所示。

瞬时进给坐标系 $C_F(O_F, X_F, Y_F, Z_F)$:以刀具刀位点

为坐标原点, X_F 轴为刀具的进给方向, Z_F 轴为切点 O_F 处刀具侧么法矢。

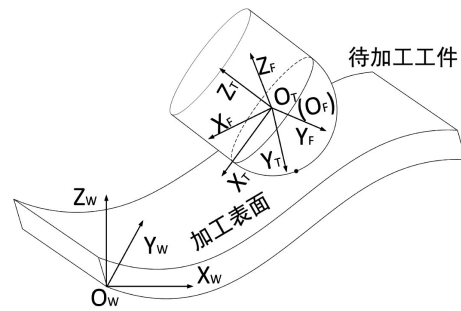


图2 机器人铣削系统相关坐标系

瞬时刀具坐标系 $C_T(O_T, X_T, Y_T, Z_T)$:以刀位点为坐标原点,由瞬时进给坐标系先绕 Y_F 轴旋转 θ_B 得到过渡坐标系,再由过渡坐标系绕 X_F 轴旋转 θ_R 得到,其中 θ_B 和 θ_R 分别为刀具的前倾角和侧倾角。

因此,可以得到由瞬时进给坐标系到瞬时刀具坐标系的变换矩阵为:

$${}^F_T R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_R & -\sin\theta_R \\ 0 & \sin\theta_R & \cos\theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_B & 0 & \sin\theta_B \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_B & 0 & \cos\theta_B \end{bmatrix} \quad (1)$$

2 球头铣刀几何建模

以球头铣刀为研究对象,相对于传统平头铣刀,具有自适应性好、加工平稳、铣削精度高等特点^[17],其几何模型如图3所示。其中, R 为球头铣刀半径, θ_D 为点 P 的轴向位置角, φ 为点 P 的径向位置角, $\Delta\varphi$ 为点 P 的径向滞后角。

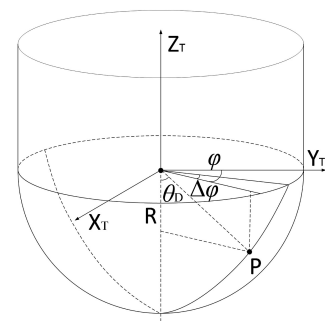


图3 球头铣刀几何模型图

根据球头铣刀的几何关系,可以得到切削刃的参数化方程为:

$$\begin{cases} x_T = R \sin\theta_D \cos\varphi \\ y_T = R \sin\theta_D \sin\varphi \\ z_T = -R \cos\theta_D \end{cases} \quad (2)$$

式中,径向位置角 $\varphi = \Psi + (j-1)\frac{2\pi}{N} + \Delta\varphi$, j 表示点 P 所在切削刃序号, Ψ 表示第 j 条切削刃初始位置点处的径向位置角,滞后角 $\Delta\varphi = \cos\theta_D \tan\beta$,轴向位置角 $\theta_D = \arccos(\frac{R-h}{R})$ 。

3 刀-工接触区的解析式

在进行铣削加工时,往往具有多条相邻刀路,切削区域要根据当前刀路与前一刀路重合部分来获得。如图4所示,阴影区域为切削区域,具体求解方法如下:

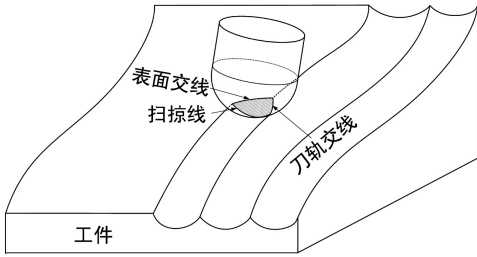


图4 球头铣刀铣削接触区域示意图

3.1 表面交线

表面交线是指刀具与未加工表面之间的交线,由于表面曲率越大刀具半径越小,因此,将表面交线可近似为刀具与平面间的交线,交线如图5所示,表面交线方程可以表示为:

$$\begin{cases} x_F = \sqrt{R^2 - (R-n)^2} \cos \varphi_R \\ y_F = \sqrt{R^2 - (R-n)^2} \sin \varphi_R \\ z_F = n - R \end{cases} \quad (3)$$

式中, n 为切削刃交点处的切削厚度, φ_R 为平面交线上任意点的径向转角,由表面交线上任意点与 Z_F 连线在坐标平面 $X_F O_F Y_F$ 上的投影得到。

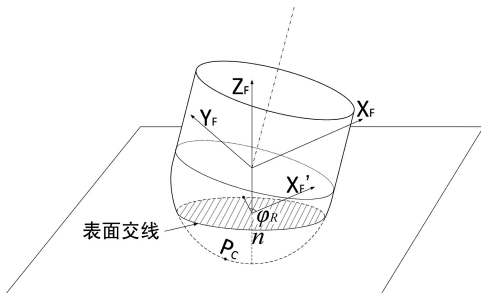


图5 表面交线示意图

3.2 扫掠线

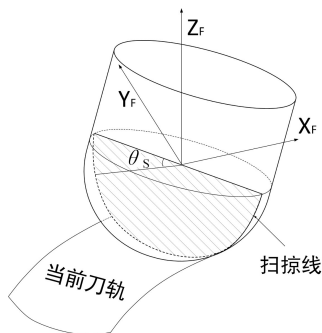


图6 扫掠线示意图

扫掠线为刀具在沿加工轨迹铣削过程中由刀具回转与加工表面扫掠而成,在瞬时进给坐标系中,将其投影到

$Y_F O_F Z_F$ 平面上为一段圆弧。如图6所示, θ_s 为扫掠线上任意点与球心交点在平面 $Y_F O_F Z_F$ 上的投影角度。因此,扫掠线的参数方程可表示为:

$$x_F = 0; y_F = R \cos \theta_s; z_F = -R \sin \theta_s \quad (4)$$

3.3 刀轨交线

轨间交线如图7所示,它是由刀具在 $X_T=a$ 处,以 r' 为半径的圆与相邻轨道交点的集合,求解过程如下。

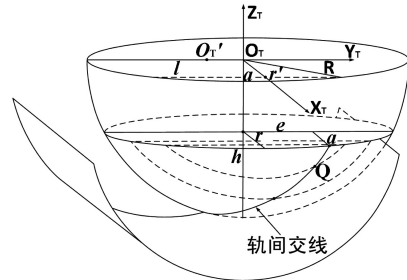


图7 刀轨交线示意图

设交点 Q 所在的轴向圆半径为 r ,点 Q 的坐标 (a, e) ,可得:

$$a^2 + e^2 = r^2 \quad (5)$$

h 为交点 Q 到刀具底部的距离,可得:

$$R^2 - (R-h)^2 = r^2 \quad (6)$$

交点 Q 所在平行于 $Y_T O_T Z_T$ 平面的圆周半径为 r' ,则:

$$R^2 - a^2 = r'^2 \quad (7)$$

通过当前交点所在平行于 $Y_M O_M Z_M$ 平面的圆周方程与上一刀轨圆周方程联立,即可得到交点坐标,联立方程如式(8)所示:

$$\begin{cases} y^2 + z^2 = r'^2 \\ (y+l)^2 + z^2 = R^2 \\ x = a \\ y = e \end{cases} \quad (8)$$

相邻导轨间的步长为 l ,由于在刀具最低端与相邻刀轨无交点,因此,存在 h_{min} 使得上一刀轨与当前刀轨存在交点。由几何关系可知第一个交点处的 y 值为 $-l/2$, x 值为 0 ,由于 $h > 0$,求解式(8)可得:

$$h_{min} = R - \sqrt{R^2 - \frac{l^2}{4}} \quad (9)$$

由于 l 值的影响,交点处 y 值正负不定,因此存在 h_{mid} 使 $h < h_{mid}$ 时, $y < 0$; $h \geq h_{mid}$ 时, $y \geq 0$ 。当 $e=0$ 时,求解式(8)可得:

$$h_{mid} = R - \sqrt{R^2 - l^2} \quad (10)$$

式中,当 $h_{mid} > h > h_{min}$ 时, $e < 0$;当 $h > h_{mid}$ 时, $e > 0$ 。

当 $h \geq h_{min}$ 时,联立式(5)、(6)、(7)、(8),可得交点坐标为:

$$\begin{cases} x_T = \sqrt{2\sqrt{R^2 - (R-h)^2} \cdot l - l^2} \\ y_T = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} - l \\ z_T = h - R \end{cases} \quad (11)$$

当 $h < h_{\min}$ 时,相邻两刀轨间无交点。

3.4 刀刃切削状态判断

对刀刃切削深度分层,分析每层切削刃是否处于切削区域内,由此判断刀刃切削状态。

将刀轨交线与切削刃微元坐标值转换到瞬时进给坐标系下,表示为:

$$\begin{bmatrix} x_T^F \\ y_T^F \\ z_T^F \end{bmatrix} = {}_T^F \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} \quad (12)$$

在确定切削深度 h_p 后,当 $h < h_{\min}$ 时,切削刃坐标值 $x_{Tm}^F > 0$,刀刃处于切削状态;当 $h_p > h > h_{\min}$ 时,切削刃坐标值满足以下条件:

$$\begin{cases} x_{Tm}^F > 0 \\ y_{Tm}^F > x_{Tm}^F \end{cases} \quad (13)$$

切削刃处于切削状态。其中 $[x_{Tm}^F \ y_{Tm}^F \ z_{Tm}^F]^T$ 为切削刃微元在进给坐标系下的坐标值, $[x_{T1}^F \ y_{T1}^F \ z_{T1}^F]^T$ 为刀轨交线在进给坐标系下的坐标值。

4 机器人系统的颤振建模

机器人铣削系统的动力学模型由机器人、刀具、工件的动力学模型组成,以下对刀具-夹具和工件-夹具两个系统进行分析。这两个系统的控制方程分别为:

$$\mathbf{M}_1 \cdot \ddot{\Delta}_1 + \mathbf{C}_1 \cdot \dot{\Delta}_1 + \mathbf{K}_1 \cdot \Delta_1 = \mathbf{F} \quad (14)$$

$$\mathbf{M}_2 \cdot \ddot{\Delta}_2 + \mathbf{C}_2 \cdot \dot{\Delta}_2 + \mathbf{K}_2 \cdot \Delta_2 = \mathbf{F} \quad (15)$$

式中, Δ, F, M, C 和 K 分别为系统的位移、切削力、质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-T} \cdot [\mathbf{K}_\theta - \mathbf{K}_c] \cdot \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-1} \quad (16)$$

$$= [\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \cdot [\mathbf{K}_\theta - \mathbf{K}_c]^{-1} \cdot \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^T]^{-1}$$

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-T}}{\partial \theta_1} \mathbf{F} & \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-T}}{\partial \theta_2} \mathbf{F} \\ \dots & \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-T}}{\partial \theta_{n-1}} \mathbf{F} & \frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-T}}{\partial \theta_n} \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-T} \cdot \mathbf{I}_\theta \cdot \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-1} \quad (18)$$

式中, F 由实验获得, I_θ 为机器人关节转动惯量, C 为阻尼矩阵,由文献[18]方法获取。

由此可得到在考虑机器人震颤的情况下的瞬时切削厚度,表达式如式(19)所示。

$$t_h = f \sin \theta_b - S + S_{\min} + \varepsilon R \quad (19)$$

式中, f 为刀具的每齿进给量; $S = x \sin \theta_b + y \cos \theta_b$ 为刀具在垂直于切削面的振动幅值,其中 x, y 为刀具的径向和横向跳动, $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = x_1 + y_1$; εR 为因颤振而改变的刀具半径。

5 铣削力建模

将切削刃离散成一系列微元,将整个铣削过程看作每个微元斜切过程的组成,则每个微元所受到的铣削力表示为^[19]:

$$\begin{cases} dF_r = K_{re} t_h db + K_{re} ds \\ dF_a = K_{ac} t_h db + K_{ac} ds \\ dF_t = K_{te} t_h db + K_{te} ds \end{cases} \quad (20)$$

式中, K_{re}, K_{ac}, K_{te} 为剪切力系数; K_{re}, K_{ac}, K_{te} 为耕犁力系数, t_h, db, ds 分别为瞬时切屑厚度、微元切屑宽度和微元切削刃长度。

点 P 处的微元切削宽度 db 可表示为:

$$db = R d\theta_T \quad (21)$$

点 P 处的微元切削刃长度 ds 可表示为:

$$\begin{aligned} ds &= \sqrt{x_T'^2(\theta_T) + y_T'^2(\theta_T) + z_T'^2(\theta_T)} \cdot d\theta_T \\ &= R \sqrt{1 + \cos^4 \theta_T \tan^2 \beta_G} \cdot d\theta_T \end{aligned} \quad (22)$$

将微元点 P 处的切削力分解到瞬时刀具坐标系 (X_T, Y_T, Z_T) 下,可表示为:

$$\begin{bmatrix} dF_{xT} \\ dF_{yT} \\ dF_{zT} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} dF_t \\ dF_r \\ dF_a \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中, T 为微元点 P 处的切削力分解到瞬时刀具坐标系下的变换矩阵,可表示为:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi & -\sin \theta_b \sin \varphi & -\cos \theta_b \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\sin \theta_b \cos \varphi & -\cos \theta_b \cos \varphi \\ 0 & \cos \theta_b & -\sin \theta_b \end{bmatrix} \quad (24)$$

刀具受到的铣削力为所有微元切削刃的铣削力的叠加,表达式为:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \begin{bmatrix} dF_{xT} \\ dF_{yT} \\ dF_{zT} \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中, M 表示切削刃轴向离散层数。

为了便于计算分析,图8给出了机器人铣削力的计算流程图。以第一个刀位点为起点,从刀具顶端开始,计算切削区域,判断刀刃是否处于切削状态,将刀刃切削力逐层叠加,得到整条刀刃的切削力,再将所有刀刃切削力叠加,分解到刀具坐标系下,求解刀具的瞬时切削力,刀具在转动一周的过程中,刀刃微元坐标在不断变化,动态判断切削刃的状态,即可求解出刀具旋转一周的铣削力。

6 实验验证

为了验证所提出机器人铣削力的有效性,采用图9所示的机器人铣削实验平台开展实验,利用 MATLAB 程序

对铣削力进行编程计算,表1为机器人铣削实验所采用的参数,试验所得力的数值由UR5e机器人的末端六维力传感器获得。

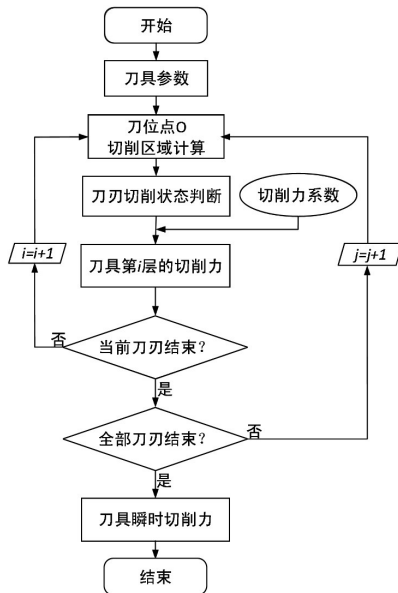


图8 机器人铣削力预测流程图

表1 铣削加工参数

切深h/mm	刀轨间距l/mm	每齿进给量f/mm/z	主轴转速n/r/min
1	0.5	0.001	18 000
1	0.5	0.002	18 000
1.2	1	0.001	18 000



图9 机器人铣削实验平台

切削力系数通过文献[20]获取,并与实际实验进行结果对比,切削力系数如式(26)所示。

$$\begin{cases} K_{rc} = 1169\theta_D^3 - 15881\theta_D^2 + 741.1\theta_D + 1221 \\ K_{ac} = 312.8\theta_D^3 - 871.6\theta_D^2 + 858.1\theta_D + 100.1 \\ K_{tc} = 325.4\theta_D^3 + 435.8\theta_D^2 - 65.25\theta_D + 1772 \\ K_{re} = 15.43 \\ K_{ae} = -11.52 \\ K_{te} = 13.15 \end{cases} \quad (26)$$

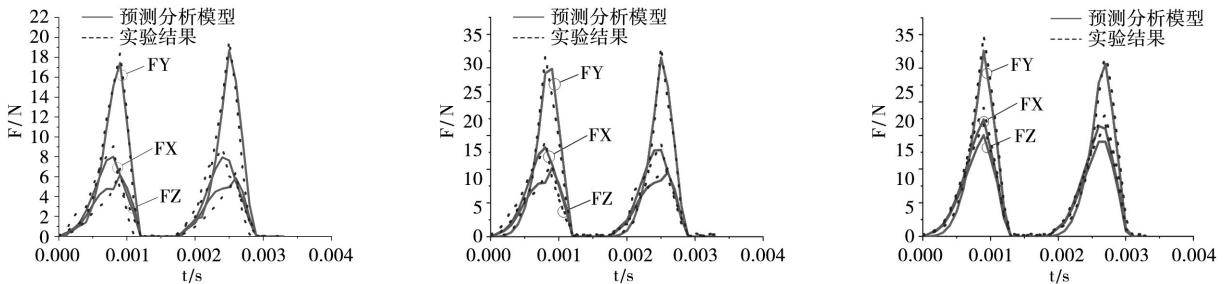


图10 实验与仿真结果对比图

铣削力实验测量结果与模型预测结果如图10所示。

由图10可以看出铣削力预测值与实验值变化趋势基本相同,误差值控制在15%以内,证明了铣削模型的有效性。但铣削实验值略大于预测值,可能是由加工变形、刀具偏心、刀具磨损等因素造成。

7 结束语

本文提出了一种通过解析法求解刀-工接触区域的铣削力预测模型,得出的主要结论有:通过定义瞬时刀具坐标系、瞬时进给坐标系和工件坐标系,实现了任意姿态下刀具-工件接触状态和刀具空间位姿的数学描述,从而建立机器人铣削时球头铣刀曲面的加工接触区域模型。结合经典微元铣削力模型,考虑机器人铣削加工过程中的颤振影响,并改进未变形切屑厚度解析式,使得铣削力的仿真值与实验值较吻合,在主轴转速较高的情况下,铣削力误差可控制在15%以内。

参考文献:

- [1] Li X F, Huang T, Zhao H, et al. A review of recent advances in machining techniques of complex surfaces[J]. Science China(Technological Sciences), 2022, 65(9): 1915-1939.
- [2] 郭明龙, 魏兆成, 王敏杰, 等. 自由曲面平头立铣刀五轴加工铣削力预报[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7): 225-233.
- [3] 董永亨, 李淑娟, 洪贤涛, 等. 基于Z-MAP方法的球头铣刀铣削力的建模[J]. 机械工程学报, 2019, 55(19): 201-212.
- [4] Wei Z C, Wang M J, Cai Y J, et al. Prediction of cutting force in ball-end milling of sculptured surface using improved Z-map[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(5): 1167-1177.
- [5] Lee S K, Ko S L. Development of simulation system for machining process using enhanced Z map model[J]. Journal of materials processing technology, 2002(130): 608-617.
- [6] 刘胤, 郑力. 实体法铣削仿真效率改善及应用算法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(17): 189-198.
- [7] 倪其民, 李从心, 阮雪榆. 基于实体造型的球头铣刀三维铣

(下转第184页)