

# Markov 状态空间法的牵引供电系统可靠性分析

马贵荣

(国能朔黄铁路发展有限责任公司,河北 肃宁 062350)

**摘要:**为提高对牵引供电系统可靠性的分析效果,研究基于Markov状态空间法设计一种新的分析方法。在分析可靠性原理和Markov随机过程的基础上,考虑牵引供电系统运行特点,构建Markov状态空间法的牵引供电系统可靠性分析模型,将牵引供电系统运行状态分别为正常状态、事故状态、风险状态。用状态空间转移图表示牵引供电系统的3种运行状态转移情况,并将第一次故障前平均时间、牵引供电系统状态的概率变化、牵引供电系统平稳状态概率作为分析牵引供电系统可靠性指标完成分析。实验结果表明,该方法能够快速计算出牵引供电系统3种运行状态概率分布值,求解3种运行状态概率解析值与原始统计值误差分别为0.15、0.18、0.23,求解效率高,说明该方法提高了对牵引供电系统可靠性的分析效果。

**关键词:**Markov状态空间法;牵引供电系统;可靠性分析;Markov随机过程

**中图分类号:**TP391;TM645 **文献标识码:**A **文章编号:**1003-7241(2025)09-0034-05

## Reliability Analysis of Traction Power Supply System Based on Markov State Space Method

MA Guirong

(Guoneng Shuohuang Railway Development Co., Ltd., Suning 062350, China)

**Abstract:** In order to improve the analysis effect on the reliability of traction power supply systems, this study designs a new analysis method based on the Markov state space method. Based on the analysis of reliability principle and Markov Stochastic process, considering the operation characteristics of traction power supply system, the reliability analysis model of traction power supply system using Markov state space method is constructed. The operation states of traction power supply system are divided into normal state, accident state and risk state. It uses a state space transition diagram to represent the three operational state transitions of the traction power supply system, and uses the average time before the first fault, the probability change of the traction power supply system state, and the probability of the stable state of the traction power supply system as reliability indicators to complete the analysis. The experimental results show that this method can quickly calculate the probability distribution values of three operating states of the traction power supply system. The errors between the analytical values of the probabilities of the three operating states and the original statistical values are 0.15, 0.18 and 0.23, respectively. The solving efficiency is high, indicating that this method improves the analysis effect on the reliability of the traction power supply system.

**Keywords:** Markov state space method; traction power supply system; reliability analysis; Markov stochastic process

### 0 引言

牵引供电系统将公网交流电引入系统中,利用牵引变电所将电压降为27.5 kV,经接触网配送给铁路电力机车,从而为铁路电力机车的平稳运行提供充足的电能<sup>[1]</sup>。因牵引供电系统运行工况比较复杂,导致牵引供电系统中设备故障率高于其他电力系统。若牵引供电系统的设备存在故障时,严重时会导致供电中断<sup>[2-3]</sup>。因此,对牵引供电系统可靠性分析结果直接关系到铁路电力机车安全运行质量和铁路部门运营水平。

目前,相关学者已经开始对牵引供电系统可靠性分析方法展开深入研究。如:赵云云等<sup>[4]</sup>研究基于遗传算法

的分析方法,以某地牵引供电系统作为实验对象,构建概率分析模型分析牵引供电系统可靠性,并求解可靠性指标值;陈幸等<sup>[5]</sup>将图变换算法与可靠性框图算法结合,设计了一种新的针对电力系统可靠性的分析方法,利用图论图表示牵引供电系统的节点状态,同时通过可靠性框图分析系统中各节点可靠性得出设备运行情况,完成牵引供电系统可靠性分析。但上述传统方法收敛性较差,求解过程比较复杂,需要耗费大量时间,导致牵引供电系统可靠性分析效率比较低。

马尔可夫(Markov)模型状态空间法是通过概率构建指标量化牵引供电系统隐性故障情况,预测牵引供电系统运行状态,分析牵引供电系统可靠性<sup>[6]</sup>。针对以上分析方法的不足,研究Markov状态空间法的牵引供电系统可

\*基金名称:河北省科技创新项目资助(SHYP-22-15)

收稿日期:2023-12-27

可靠性分析方法,以期提升电力牵引供电系统可靠性的分析效率。

## 1 利用 Markov 状态空间法分析牵引供电系统可靠性

### 1.1 牵引供电系统

牵引供电系统的总体架构如图1所示。图1中,机车、牵引网、牵引变电所是构成牵引供电系统的主要结构。其中,牵引网负责把电流回流至牵引变电所,为机车提供运行时所需要的电能。牵引变压器是牵引变电所的核心部分,具有调节电压的功能,将外部输入的高压电转换成机车需要的电压<sup>[7]</sup>。

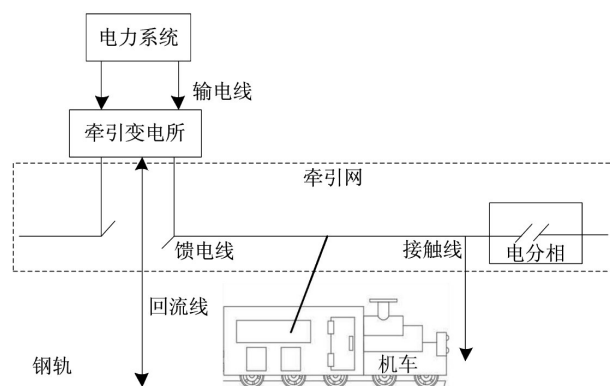


图1 牵引供电系统总体架构

### 1.2 牵引供电系统可靠性分析模型

#### 1.2.1 可靠性原理和 Markov 随机过程

可靠性原理:用  $A(t)$  代表可靠性,描述牵引供电系统中没有故障设备在整个设备中所占比率,  $A$  取值区间在  $0 \leq A \leq 1$ ; 用  $B(t)$  代表不可靠性。  $A(t)$ 、 $B(t)$  之间关系如式(1)所示:

$$A(t) + B(t) = 1 \quad (1)$$

由式(1)可知:  $A(t)$ 、 $B(t)$  之间呈互补关系。

若用  $T$  代表时间变量,描述牵引供电系统中正常运行到设备出现故障的时间,  $f(t)$  代表概率密度,可靠性表达式如下:

$$A(t) = P(T > t) = \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (2)$$

因可修复设备可靠性与不可修复设备可靠性存在显著差异<sup>[8]</sup>。故障率描述某个时间的失效概率,故障率具体表达式为

$$\gamma(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P\left(t \leq T \leq t + \frac{\Delta t}{T} > t\right) \quad (3)$$

若在  $(t_1, t_2)$  的时间区间里,平均故障率求解公式为

$$\bar{\gamma}(t) = 1/(t_2 - t_1) \int_{t_1}^{t_2} \gamma(t) dt \quad (4)$$

因牵引供电系统中的故障具有随机性特点<sup>[9-10]</sup>,利用

Markov 状态空间法的状态空间转移图描述牵引供电系统的所有状态。Markov 随机过程参数分为离散性参数和连续性参数。设置  $\{Y(t), t \in T\}$  代表随机过程,其中  $Y(t_1)$ ,  $Y(t_2)$ ,  $Y(t_3)$ ,  $\dots$ ,  $Y(t_n)$  参数对应的状态用  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n \in C$  描述。Markov 随机过程表达式为

$$P\{Y(t_n) \leq c_n | Y(t_{n-1}), \dots, Y(t_1)\} = P\{Y(t_n) \leq c_n | Y(t_{n-1})\} \quad (5)$$

Markov 随机过程<sup>[11]</sup>,必须符合条件概率函数,具体表达式为

$$P\{y_n = c_n | y_1 = c_1, y_2 = c_2, \dots, y_{n-1} = c_{n-1}\} = P\{y_n = c_n | y_{n-1} = c_{n-1}\} \quad (6)$$

式中: Markov 用  $\{y_n, n \in T\}$  描述。在条件概率  $P\{y_n = \beta, y_{n-1} = \alpha\}$  内,  $y_n = \beta$  描述在  $n$  时间牵引供电系统为  $\beta$  状态。用  $P\{y_n = \beta, y_{n-1} = \alpha\}$  表示 Markov 转移概率,具体描述牵引供电系统在  $n-1$  时间时,牵引供电系统状态为  $\alpha$ ,在  $n$  时间时,牵引供电系统由状态  $\alpha$  向状态  $\beta$  转移概率,该转移概率用  $p_{\alpha\beta}(n)$  描述。转移概率矩阵由  $p_{\alpha\beta}(n)$  组成,其具体表达如下:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & L & p_{1n} \\ M & O & M \\ p_{n1} & L & p_{nn} \end{bmatrix} p_{(q)} = \begin{bmatrix} p_{11}(q) & L & p_{1n}(q) \\ M & O & M \\ p_{n1}(q) & L & p_{nn}(q) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中,  $p_{(q)}$  为第  $q$  次转移概率矩阵,  $p_{(q)}$  满足  $p_{(q)} = p^q$  等式。

状态概率向量用  $p(n)$  描述,其求解公式为

$$p(n) = p_{(0)} p^{(n)} \quad (8)$$

式中,  $p_{(0)}$  为起始向量。

当  $n \rightarrow \infty$  时,计算系统设备处于平稳状态的概率,过程如下:

$$p_0 = \frac{v}{\eta + v} \quad (9)$$

式中,  $v$  为可修复率,其为百分数;  $\eta$  为设备故障率,其为百分数。

当  $n \rightarrow \infty$  时,牵引供电系统设备处于停止运行的概率,其表达式如下:

$$p_1 = \frac{\eta}{\eta + v} \quad (10)$$

#### 1.2.2 构建 Markov 状态空间法分析模型

在分析可靠性原理和 Markov 随机过程的基础,考虑牵引供电系统运行特点,构建 Markov 状态空间法分析模型,分析牵引供电系统的可靠性。

在构建 Markov 状态空间法分析模型时,首先需要确定系统的状态集合,并将系统的运行状态划分为正常状态、事故状态和风险状态。

(1) 正常状态:正常状态是指牵引供电系统在正常运行条件下,各个组件和子系统均正常工作,没有发生故障或故障被及时修复的状态。在正常状态下,系统能够按照预期的要求,向牵引设备提供稳定可靠的电力。

(2) 事故状态:事故状态是指牵引供电系统遭遇了故障或意外事件导致系统无法正常工作的状态。这些故障或意外事件可能包括电源故障、电线短路、设备损坏等。事故状态会导致系统的部分或全部功能失效,需要进行修复和恢复操作才能使系统恢复到正常状态。

(3) 风险状态:风险状态是指存在一些潜在隐患或警告信号,可能引发系统的故障或事故,但尚未发生实际故障或事故的状态。这些潜在隐患可能包括组件老化、设备过载、环境条件不佳等。处于风险状态的系统需要进行监测和维护,以防止潜在隐患转变为实际故障或事故。

然后,根据状态之间的转移关系,建立状态转移概率矩阵,并利用该矩阵进行可靠性分析<sup>[12]</sup>。具体步骤如下:

步骤1,确定状态集合:根据牵引供电系统的运行特点,确定一组能够描述系统状态的指标或特征,例如设备的工作状态、故障发生与否、备件的可用性等。将这些指标或特征结合起来,构成系统的状态集合,其中包括正常状态、事故状态和风险状态。

步骤2,划分状态:根据系统运行特点,将状态集合中的状态互相区分和划分。正常状态表示系统正常运行,各个组件和子系统均正常工作;事故状态表示系统出现了故障或意外事件,导致系统无法正常工作;风险状态表示存在潜在的隐患或警告信号,可能引发系统的故障或事故。

步骤3,建立状态转移概率矩阵:根据牵引供电系统状态之间的转移规律,建立状态转移概率矩阵。该矩阵描述了从一个状态转移到另一个状态的概率,反映了系统在不同状态之间转换的可能性。概率矩阵可以根据历史数据、专家经验或统计分析得到。

步骤4,可靠性分析:利用建立的状态转移概率矩阵进行可靠性分析。通过对概率矩阵进行计算和数学推导,可以得到系统的可靠性指标,如平均故障时间、故障率等。还可以进行灵敏度分析,评估不同因素对系统可靠性的影响。

用  $F=\{1,2,3\}$  表示3种状态空间,其中1表示牵引供电系统运行正常状态、2表示牵引供电系统运行事故状态、3表示牵引供电系统运行风险状态。牵引供电系统三种状态转移图如图2所示。

由图2可知,牵引供电系统的3种状态空间转移概率分布情况,用  $P$  表示牵引供电系统的状态空间转移概率矩阵,其表达式如下:

$$P = \begin{bmatrix} 1-p_{12}-p_{13} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & 1-p_{21}-p_{23} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & 1-p_{31}-p_{32} \end{bmatrix} \quad (11)$$

第1个可靠性指标:牵引供电系统的  $h$  步状态转移指

标。用  $\zeta(i)$  表示行向量,描述  $t_i$  时间牵引供电系统状态分布公式为

$$\zeta(i) = \begin{bmatrix} \lambda_1(i) \\ \lambda_2(i) \\ \lambda_3(i) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} P[Y(t_i) = c_1] \\ P[Y(t_i) = c_2] \\ P[Y(t_i) = c_3] \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

式中:  $\lambda_1(i)$ 、 $\lambda_2(i)$ 、 $\lambda_3(i)$  分别为3种状态分布。

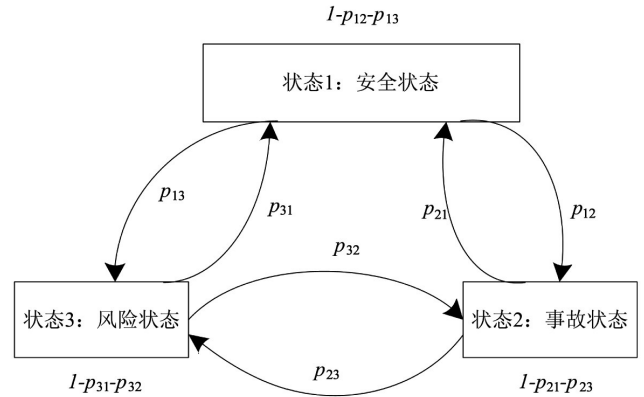


图2 牵引供电系统的状态空间转移

设置用  $\zeta(0)$  描述牵引供电系统初始状态,在  $\Delta t$  后,下一个时间的牵引供电系统状态分布表达式如下:

$$\zeta(i) = P \times \zeta(0) \quad (13)$$

在  $\Delta t$  后牵引供电系统状态转移表达式如下:

$$\zeta(2) = P \times \zeta(1) = P^2 \times \zeta(0) \quad (14)$$

因此,通过  $h$  个  $\Delta t$  后牵引供电系统状态转移表达式如下

$$\zeta(h) = P \times \zeta(h-1) = P^h \times \zeta(0) \quad (15)$$

式中,  $P^h$  为  $h$  个牵引供电系统状态转移概率。

第2个可靠性指标:当  $\zeta(0)$ 、 $P$  均已知时,能够快速获取未来每间隔  $\Delta t$  时牵引供电系统状态稳态值。如果时间间隔  $d$  趋于无穷时,得出牵引供电系统状态稳态值即平稳状态概率,其表达式如下:

$$\zeta(\infty) = \lim_{d \rightarrow \infty} \zeta(0) P^d \quad (16)$$

若在牵引供电系统平稳状态概率发生时,此时满足如下表达式

$$P \times \zeta(\infty) = \zeta(\infty) \quad (17)$$

将式(17)经过等效变换得出式(18):

$$(P-1) \times \zeta(\infty) = 0 \quad (18)$$

通过式(19)求解牵引供电系统平稳状态概率,具体公式如下:

$$\sum_{i=1}^d \lambda_i(\infty) = 1 \quad (19)$$

式中,  $V=\{c_1, c_2\}$  为能够接受状态  $V$  情况下构成的牵引供电系统状态空间  $F$ ;  $O=\{c_3\}$  为能够接受状态  $O$  情况下构

成的牵引供电系统状态空间  $F$ 。

第3个可靠性指标:第一次故障平均时间。用  $E\{i\}$  代表牵引供电系统可用度,描述  $t_i$  时间牵引供电系统状态为能够接受状态概率,具体表示式为

$$E(i) = \sum_{j \in F} \lambda_j(i) = \lambda_1(i) + \lambda_2(i) = 1 - \lambda_3(i) \quad (20)$$

将式(11)转换为分块矩阵公式,牵引供电系统在能够接收状态向不能够接收状态转移概率用  $K$  描述,牵引供电系统在能够接收状态之间转移概率用  $G$  描述,具体表达式为

$$[P] = \begin{bmatrix} G & K \\ L & M \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中,牵引供电系统在不能够接收状态之间转移概率用  $M$  描述;牵引供电系统在不能够接收状态向能够接收状态转移概率用  $L$  描述。

牵引供电系统在不能够接收状态,此时  $L=0$ 、 $M=1$ ,得出全新 Markov 状态空间法分析模型,求解牵引供电系统第一次故障前平均时间,具体表达式如下:

$$T_{av} = \int_0^{\infty} F(i)dt = \Delta t \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \lambda_3(i)) \quad (22)$$

通过 Markov 状态空间法分析模型得出3个牵引供电系统可靠性指标,从而完成对牵引供电系统可靠性的分析。

## 2 实验分析

为了验证本文方法应用效果,选取某地区高速铁路线路的牵引供电系统作为实验对象。该高速铁路线路总长为1318 km,跨越4个省和3个直辖市,负责全部区域铁路运输工作。高速铁路线路由135个牵引网供电单元、

26个分区、30个牵引变电所等变电基础设施组成。

实验设置:电力元件故障率是0,同时在时间间隔  $\Delta t$  时,牵引供电系统修复率与故障率分别为0.015、0.0006。牵引供电系统经过数据模拟,得出10000次模拟后的系统状态数据如表1所示。

表1 牵引供电系统状态转移数据

初始状态 $C_i$	状态转移			合计
	$c_1$	$c_2$	$c_3$	
$c_1$	1 153 477	15 413	48	1 168 938
$c_2$	10 498	1 188 398	5 658	1 204 554
$c_3$	40	5 526	24 296	29 862
合计	1 164 015	1 209 337	30 002	2 403 354

采用本文方法对表1中数据实施分析,得出牵引供电系统状态转移矩阵,其表达式如下:

$$P = \begin{bmatrix} 0.98669 & 0.01324 & 0.00002 \\ 0.008720 & 0.98660 & 0.00468 \\ 0.00101 & 0.18576 & 0.81324 \end{bmatrix} \quad (23)$$

由式(23)可知,牵引供电系统在时间间隔为0.98669的概率是状态1;有0.01324的概率牵引供电系统转移到状态2;有0.0002的概率牵引供电系统转移到状态3。

当牵引供电系统运行行为正常状态时,此时  $t=0$ ,具体表达式为

$$\zeta(0) = [1 \ 0 \ 0] \quad (24)$$

把式(23)、(24)导入式(12)中,利用400次矩阵乘法,求出  $\zeta(1)$  至  $\zeta(400)$  的值,将  $\zeta(1)$  至  $\zeta(400)$  的值和  $\zeta'(1)$  至  $\zeta'(400)$  模拟值汇总,得出牵引供电系统运行状态曲线如图3所示。

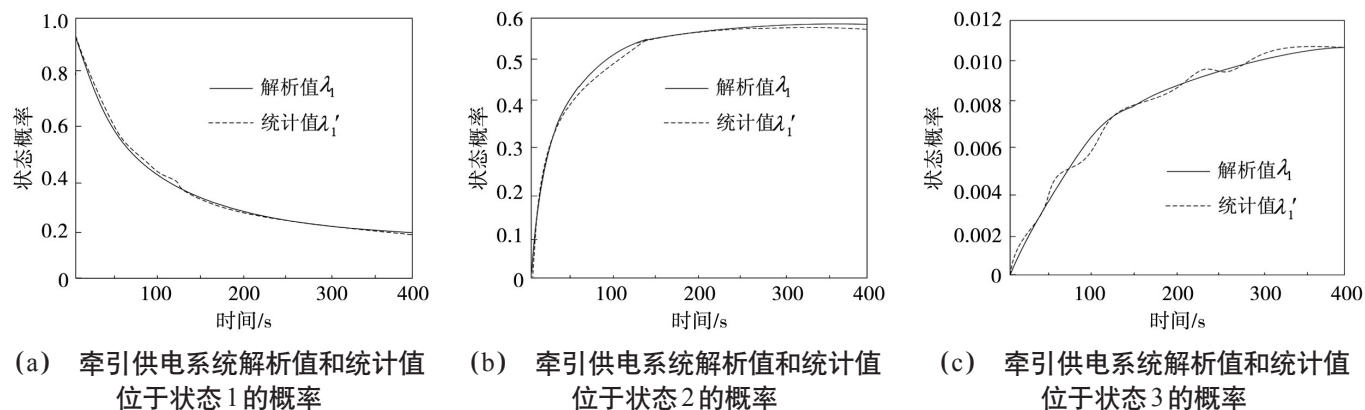


图3 牵引供电系统运行状态曲线

分析图3可知,采用本文方法得出牵引供电系统3种运行状态概率解析值与原始统计值曲线趋势基本一致,说明采用本文方法可快速求出牵引供电系统3种运行状态概率分布值,为以后可靠性评价提供准确数据基础。

采用本文方法得出牵引供电系统3种运行状态概率

解析值与原始统计值误差公式为

$$\varphi_i(j) = \left\{ \left[ \lambda_i(j) - \lambda'_i(j) \right] / \lambda_i(j) \right\} \times 100\% \quad (25)$$

通过式(25)求出采用本文方法得出牵引供电系统3种运行状态概率解析值与原始统计值误差如图4所示。

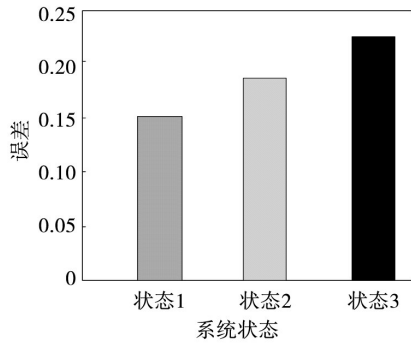


图4 牵引供电系统3种运行状态概率解析值与原始统计值误差

分析图4可知,采用本文方法得出牵引供电系统3种运行状态概率解析值与原始统计值误差分别为0.15、0.18、0.23,说明本文方法求解牵引供电系统3种运行状态概率解析值与原始统计值误差较小,求解效率高。

因实验对象故障概率值较低,在10 000次模拟中仅有2 000次牵引供电系统进入状态2,影响第一次故障前平均时间的计算准确率,所以将牵引供电系统修复率与故障率分别为0.296 3、0.122 6,得出新的牵引供电系统状态转移矩阵,其表达式如下:

$$P = \begin{bmatrix} 0.022\ 723 & 0.886\ 364 & 0.090\ 908 \\ 0.000\ 007 & 0.848\ 092 & 0.151\ 913 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

再利用本文方法的式(22)求出牵引供电系统第一次故障前平均时间。统计应用本文方法后,第一次故障前平均时间和原始统计得出牵引供电系统第一次故障前平均时间对比结果如图5所示。

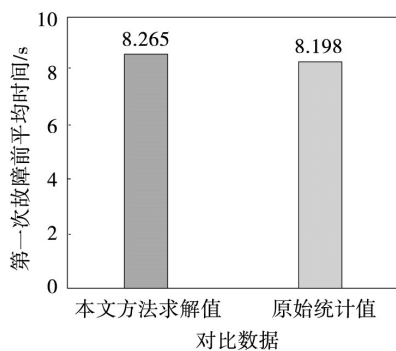


图5 第一次故障前的平均时间

经分析图5可知,采用本文方法得出牵引供电系统第一次故障前平均时间为8.265 s,和原始统计值之间的误差仅为0.067 s,说明采用本文方法可准确计算出牵引供电系统第一次故障前平均时间,且接近于牵引供电系统统计值,通过第一次故障前平均时间指标完成牵引供电系统可靠性评价,由此表明本文方法对牵引供电系统可靠性分析的应用效果较好。

### 3 结束语

牵引供电系统可靠性对于铁路机车安全运行具有重要意义,本文在研究牵引供电系统理论基础,研究基于Markov状态空间法的牵引供电系统可靠性分析方法,提高牵引供电系统可靠性分析的精度。实验结果表明,采用本文方法可准确计算出牵引供电系统第一次故障前平均时间,且接近于牵引供电系统统计值,通过第一次故障前平均时间指标完成牵引供电系统可靠性评价,其应用效果较好。因牵引供电系统可靠性分析工作量比较大,文中仍有不足之处,在以后的工作中将继续完善,主要研究方向为:(1)加强牵引供电系统的机械可靠性分析,完善牵引供电系统可靠性评价的全面性;(2)希望牵引供电系统相关部门把控数据采集阶段的精度,更好地为牵引供电系统可靠性分析提供准确数据基础;(3)利用相关可靠性评价软件,与本文方法相融合,提高牵引供电系统可靠性分析精度。

### 参考文献:

- [1] 崔炳涛,梅桂芳,郑月宾,等.地铁牵引供电系统双向变流装置直流短路研究[J].城市轨道交通研究,2022,25(9):152-156,165.
- [2] 和敬涵,王子莹,李猛,等.基于改进符号聚合近似的柔性直流牵引供电系统馈线5G保护方案[J].北京交通大学学报,2021,45(4):127-136.
- [3] 胡海涛,孟玺,杨孝伟,等.新型24 kV柔性直流铁路牵引供电系统分层控制策略研究[J].中国电机工程学报,2021,41(10):3373-3382,3663.
- [4] 赵云云,李海燕,靳守杰,等.基于GO法的广州某地铁同相牵引供电系统可靠性分析[J].城市轨道交通研究,2021,24(6):162-165.
- [5] 陈幸,陈国华,吴浩,等.基于GT-RBD的电力系统可靠性分析方法[J].沈阳工业大学学报,2023,45(1):17-23.
- [6] 张钢,郝峰杰,王运达,等.城轨柔性牵引供电系统及优化控制研究[J].电工技术学报,2022,37(增刊1):153-162.
- [7] 李享,黄洪钟,黄鹏,等.基于动态贝叶斯网络的电源系统可靠性分析与故障诊断[J].电子科技大学学报,2021,50(4):603-608.
- [8] 郗朝辉,李威,崔晓丹,等.基于分层马尔可夫的可修复稳定控制系统可靠性分析[J].中国电力,2020,53(3):101-109.
- [9] 袁江辉.智慧社区配电网供电可靠性风险动态综合评估方法[J].自动化技术与应用,2023,42(4):171-175.
- [10] 陈昕,杨立新,王财华,等.双向变流技术在轨道交通牵引供电系统中的应用[J].城市轨道交通研究,2022,25(8):145-148,152.
- [11] 蒋航,熊俊,陈愚,等.基于Markov状态空间法的稳控系统隐性故障建模方法[J].电工电能新技术,2023,42(2):39-47.
- [12] 程岳梅,李小波,沈青.基于IPSO-BP的地铁牵引逆变系统可靠性预测[J].计算机仿真,2022,39(2):78-82.

作者简介:马贵荣(1981—),男,工程师,研究方向:供电变配电方向。