

DOI:10.20033/j.1003-7241.(2026)03-0062-07

具有精确质量估计的5-DOF塔机定位防摆控制

刘 灿, 侯传晶, 李 轶

(山东建筑大学 信息与电气工程学院, 山东 济南 250101)

摘要: 由于塔式起重机具有欠驱动、非线性、高耦合特性以及参数不确定性, 导致其定位防摆控制成为一个难题。为了有效实现小车、悬臂和线缆的精确定位以及负载的摆动抑制, 基于没有线性化处理的具有时变线缆长度的5-DOF塔机模型, 提出了一种自适应积分滑模控制方案。首先, 基于状态变量的误差值设计了一种积分滑模面, 能够有效抑制负载摆动并且消除稳态误差, 实现精确定位和摆动抑制。然后, 设计了一种滑模趋近律, 能够提高收敛速度并且有效抑制抖振问题。最后, 通过设计自适应方案来抵消未知摩擦的影响以及精确估计不确定负载质量, 消除垂直方向上的定位误差。通过严格的理论分析证明了闭环系统的稳定性。仿真结果验证了所提出方法具有良好的控制性能和鲁棒性。

关键词: 塔式起重机; 滑模控制; 自适应控制; 负载质量估计; 鲁棒性

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-7241(2026)03-0062-07

Positioning and anti-swings control for 5-DOF tower cranes with accurate mass estimation

LIU Can, HOU Chuanjing, LI Zhi

(School of Information and Electrical Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, Shandong, China)

Abstract: Due to the underactuated, nonlinear, high coupling characteristics and parameter uncertainties of tower cranes, it leads to a challenging problem for their positioning and anti-swings control. To effectively achieve precise positioning of the trolley, jib and cable as well as payload swing suppression, an adaptive integral sliding mode control scheme is proposed based on a five degrees of freedom (5-DOF) tower crane model with time-varying cable lengths without linearization processing. Firstly, an integral sliding mode surface is designed based on the error values of the state variables, which can suppress the payload swings effectively and eliminate the steady state errors to achieve accurate positioning. Then, a sliding mode convergence law is designed, which can improve the convergence rate and solve the chattering problem. Finally, the adaptive schemes are designed to counteract the effect of unknown frictions and estimate the uncertain payload mass accurately, eliminating the positioning errors in the vertical direction. The stability of the closed-loop system is demonstrated through rigorous theoretical analysis. Simulation results demonstrate the excellent control performances and robustness of the proposed method.

Keywords: tower cranes; sliding mode control; adaptive control; payload mass estimation; Robustness

目前, 门式起重机已经得到了较为广泛的研究和关注^[1-2], 但塔式起重机(塔机)与其相比, 欠驱动特性更强, 耦合程度和非线性程度更高, 使得塔机系统的控制研究仍然具有极大的挑战性。

塔机具有体积小、能耗低、运载能力强等诸多优点, 被广泛应用于港口码头、建筑工地等场所, 特别是在现代建筑领域中发挥着越来越重要的作用^[3-4]。然而, 由于执行机构的数量少于自由度的数量, 导致塔机表现出较强的欠驱动特性^[5-6]。此外, 负载摆动与小车、悬臂和线缆之间存在高耦合关系, 使得塔机系统的非线性动力学分析变得

相当困难^[7-8]。综上所述, 塔机系统的定位与防摆控制具有很高的理论研究价值和现实意义。

近年来, 许多学者提出了改进的滑模控制方法, 例如: 积分滑模控制方法^[9]、非奇异分段滑模方法^[10]、非线性滑模跟踪方法^[11]等。然而, 很多塔机相关文献中所提出的控制方法主要是基于线性化的或者没有考虑未知摩擦的塔机模型。特别是当状态变量远离平衡点时, 线性化模型可能无法保证系统的准确性, 甚至导致系统不稳定^[12-13]。此外, 由于塔机的工作环境相当恶劣, 准确的摩擦参数通常难以获得, 而未知的摩擦参数可能会影响控制性能^[14]。因此, 上述

收稿日期: 2024-07-03; 录用日期: 2024-08-07

作者简介: 刘 灿(1998—), 男, 硕士研究生, 研究方向: 塔式起重机、欠驱动系统、滑模控制等。

通信作者: 侯传晶(1981—), 男, 博士, 副教授, 研究方向: 非线性系统控制, 自适应鲁棒控制。

引用本文: 刘灿, 侯传晶, 李轶. 具有精确质量估计的5-DOF塔机定位防摆控制[J]. 自动化技术与应用, 2026, 45(3): 62-67, 156. (LIU Can, HOU Chuanjing, LI Zhi. Positioning and anti-swings control for 5-DOF tower cranes with accurate mass estimation[J]. Techniques of Automation and Applications, 2026, 45(3): 62-67, 156.)

二者在塔机建模与控制器设计中应当被充分考虑。

针对没有线性化的具有固定线缆长度的 4-DOF 塔机,文献[15]提出了一种自适应控制方案,能够有效地实现负载定位和摆动抑制。文献[16]提出了一种自适应跟踪控制方法,即使存在系统参数不确定性和外部干扰,也能实现良好的控制性能。文献[17]提出了一种自适应积分滑模控制方法,在考虑未知摩擦的情况下能够有效抑制负载摆动。然而,上述文献中均没有充分考虑时变线缆长度的问题。基于固定线缆长度的塔机模型无法同时实现小车移动、悬臂旋转和线缆升降,很难在三维空间中做到实时的负载运输,导致工作效率低下^[18]。

为了解决上述问题,文献[19]提出了一种具有负载升降运动的塔机实时修正轨迹规划方法,能够在三维空间中高效地完成运输任务。基于具有时变线缆长度的塔机模型,文献[20]提出了一种自适应防摆控制方法,解决了 5-DOF 塔机的定位与防摆问题。然而,在上述 5-DOF 塔机控制方法中没有考虑到实际负载质量未知的问题。对于实际塔机,通常很难实现每次运输前都精确地测量出实际负载质量,而不确定的负载质量可能导致出现垂直方向上的定位误差,进而严重影响控制性能^[21]。

本文建立了一种具有未知摩擦参数的未经线性化处理的 5-DOF 塔机模型,并充分考虑了欠驱动特性和时变线缆长度;提出了一种自适应积分滑模控制方案,即使在具有未知摩擦和不确定负载质量的情况下,也能够实现准确的负载定位和有效的摆动抑制。具体地,设计了一种积分滑模面来消除小车、悬臂和线缆的稳态定位误差并且能够有效抑制负载摆动;设计了一种滑模趋近律来提高系统状态的收敛速度和抑制抖振问题;设计了自适应策略来抵消未知摩擦的影响以及实现负载质量的精确估计。

1 建立 5-DOF 塔式起重机动态模型

5-DOF 塔式起重机模型示意图如图 1 所示。塔机系统中具体的参数和变量如表 1 所示。

基于 Lagrange 方法,通过一系列复杂的推导和计算,得出下列 5-DOF 塔机非线性动力学公式。

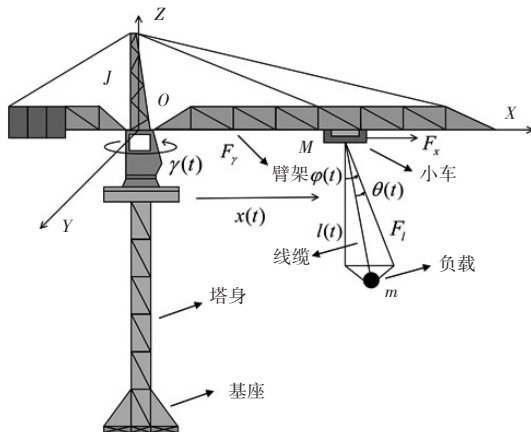


图 1 5-DOF 塔式起重机模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the 5-DOF tower crane model

表 1 塔机系统参数/变量含义

Tab. 1 Definitions of tower crane system parameters and variables

符号	含义	单位
M, m	小车和负载质量	kg
J	转动惯量	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
x	小车位移	m
γ	悬臂旋转角度	(°)
l	线缆长度	m
φ, θ	负载径向和切向摆动角度	(°)
F_x	小车驱动力	N
F_γ	悬臂驱动力	$\text{N} \cdot \text{m}$
F_l	线缆驱动力	N
F_{fx}	小车摩擦力	N
F_{fy}	悬臂摩擦力	$\text{N} \cdot \text{m}$
F_{fl}	线缆摩擦力	N

$$\begin{aligned}
 & (M + m)\ddot{x} - ml\sin\theta\ddot{\gamma} + m\sin\varphi\cos\theta\ddot{l} + \\
 & ml\cos\varphi\cos\theta\ddot{\varphi} - ml\sin\varphi\sin\theta\ddot{\theta} - \\
 & (Mx + mx + ml\sin\varphi\cos\theta)\dot{\gamma}^2 - \\
 & ml\sin\varphi\cos\theta\dot{\varphi}^2 - ml\sin\varphi\cos\theta\dot{\theta}^2 - 2ml\cos\theta\dot{\gamma}\dot{\theta} + \\
 & 2m\cos\varphi\cos\theta\dot{\varphi}\dot{l} - 2m\sin\varphi\sin\theta\dot{\theta}\dot{l} - 2m\sin\theta\dot{\gamma}\dot{l} - \\
 & 2ml\cos\varphi\sin\theta\dot{\varphi}\dot{\theta} = F_x - F_{fx} \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - ml\sin\theta\ddot{x} + (Mx^2 + mx^2 + ml^2\sin^2\theta + \\
 & 2m\dot{x}l\sin\varphi\cos\theta + ml^2\sin^2\varphi\cos^2\theta + J)\ddot{\gamma} + \\
 & m\dot{x}\sin\theta\dot{l} - ml^2\cos\varphi\sin\theta\cos\theta\dot{\varphi} + \\
 & (ml\dot{x}\cos\theta + ml^2\sin\varphi)\dot{\theta} - ml\dot{x}\sin\theta\dot{\theta}^2 + \\
 & ml^2\sin\varphi\sin\theta\cos\theta\dot{\varphi}^2 + 2(Mx + mx + \\
 & ml\sin\varphi\cos\theta)\dot{x}\dot{\gamma} + (2m\dot{x}\cos\theta + 2ml\sin\varphi)\dot{\theta}\dot{l} + \\
 & (2m\dot{x}\sin\varphi\cos\theta + 2ml\sin^2\theta + \\
 & 2ml\sin^2\varphi\cos^2\theta)\dot{\gamma}\dot{l} - 2ml\cos\varphi\sin\theta\cos\theta\dot{\varphi}\dot{l} + \\
 & (2m\dot{x}l\cos\varphi\cos\theta + 2ml^2\sin\varphi\cos\varphi\cos^2\theta)\dot{\gamma}\dot{\varphi} + \\
 & 2ml^2\cos\varphi\sin^2\theta\dot{\varphi}\dot{\theta} + (2ml^2\cos^2\varphi\sin\theta\cos\theta - \\
 & 2m\dot{x}l\sin\varphi\sin\theta)\dot{\gamma}\dot{\theta} = F_\gamma - F_{fy} \tag{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m\sin\varphi\cos\theta\ddot{x} + m\dot{x}\sin\theta\dot{\gamma} + ml - ml\cos^2\theta\dot{\varphi}^2 - \\
 & (ml\cos^2\theta\sin^2\varphi + ml\sin^2\theta + m\dot{x}\sin\varphi\cos\theta)\dot{\gamma}^2 - \\
 & ml\dot{\theta}^2 + 2m\sin\theta\dot{x}\dot{\gamma} + 2ml\sin\theta\cos\varphi\cos\theta\dot{\gamma}\dot{\varphi} - \\
 & 2ml\sin\varphi\dot{\varphi}\dot{\theta} - mg\cos\theta\cos\varphi = F_l - F_{fl} \tag{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & ml\cos\varphi\cos\theta\ddot{x} - ml^2\sin\theta\cos\theta\cos\varphi\dot{\gamma} + \\
 & ml^2\cos^2\theta\dot{\varphi} - (m\dot{x}l\cos\varphi\cos\theta + \\
 & ml^2\cos^2\theta\sin\varphi\cos\varphi)\dot{\gamma}^2 + 2ml\cos^2\theta\dot{\varphi}\dot{l} - \\
 & 2ml\sin\theta\cos\varphi\cos\theta\dot{\gamma}\dot{l} - 2ml^2\cos\theta\sin\theta\dot{\varphi}\dot{\theta} - \\
 & 2ml^2\cos^2\theta\cos\varphi\dot{\gamma}\dot{\theta} + mg\dot{l}\cos\theta\sin\varphi = 0 \tag{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - ml\sin\theta\sin\varphi\ddot{x} + (m\dot{x}l\cos\theta + ml^2\sin\varphi)\ddot{\gamma} + \\
 & (m\dot{x}l\sin\theta\sin\varphi - ml^2\sin\theta\cos\theta\cos^2\varphi)\dot{\gamma}^2 + \\
 & ml^2\sin\theta\cos\theta\dot{\varphi}^2 + 2ml\dot{\theta}\dot{l} + 2ml\cos\theta\dot{x}\dot{\gamma} + \\
 & 2ml\sin\varphi\dot{\varphi}\dot{l} + 2ml^2\cos^2\theta\cos\varphi\dot{\gamma}\dot{\varphi} + \\
 & ml^2\dot{\theta} + mg\dot{l}\sin\theta\cos\varphi = 0 \tag{5}
 \end{aligned}$$

通过对式(1)~(5)进行转换,建立了如下没有线性化的5-DOF塔机动态模型,即

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{U} - \mathbf{F}_f \quad (6)$$

式中, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 、 $\mathbf{C}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 、 $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^5$ 分别表示惯量矩阵、向心-柯氏力矩阵和重力势能向量;此外, $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^5$ 、 $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^5$ 和 $\mathbf{F}_f \in \mathbb{R}^5$ 分别表示系统状态向量、控制输入向量和摩擦力向量,其具体表达式分别为

$$\mathbf{q} = [x \quad \gamma \quad l \quad \varphi \quad \theta]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{U} = [F_x \quad F_y \quad F_l \quad 0 \quad 0]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_f = [F_{f_x} \quad F_{f_y} \quad F_{f_l} \quad 0 \quad 0]^T \quad (9)$$

由于塔机工作环境较为恶劣,准确的摩擦参数通常难以获得。因此,引入下列摩擦力模型^[19-20]为

$$F_{f_x} = F_{f_0^x} \tanh \frac{\dot{x}}{\varepsilon_x} + k_{f_x} |\dot{x}| \dot{x} \quad (10)$$

$$F_{f_y} = F_{f_0^y} \tanh \frac{\dot{\gamma}}{\varepsilon_y} + k_{f_y} |\dot{\gamma}| \dot{\gamma} \quad (11)$$

$$F_{f_l} = F_{f_0^l} \tanh \frac{\dot{l}}{\varepsilon_l} + k_{f_l} |\dot{l}| \dot{l} \quad (12)$$

式中, $F_{f_0^x}$ 、 $F_{f_0^y}$ 、 $F_{f_0^l}$ 、 k_{f_x} 、 k_{f_y} 和 k_{f_l} 表示摩擦相关系数, ε_x 、 ε_y 、 ε_l 是已知常数。

为了后续控制器设计,对摩擦力模型(10)-(12)进行转换,表达为

$$\boldsymbol{\eta}_x = \left[\tanh \frac{\dot{x}}{\varepsilon_x} \quad |\dot{x}| \dot{x} \right]^T, \boldsymbol{\omega}_x = [F_{f_0^x} \quad k_{f_x}]^T \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\eta}_y = \left[\tanh \frac{\dot{\gamma}}{\varepsilon_y} \quad |\dot{\gamma}| \dot{\gamma} \right]^T, \boldsymbol{\omega}_y = [F_{f_0^y} \quad k_{f_y}]^T \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\eta}_l = \left[\tanh \frac{\dot{l}}{\varepsilon_l} \quad |\dot{l}| \dot{l} \right]^T, \boldsymbol{\omega}_l = [F_{f_0^l} \quad k_{f_l}]^T \quad (15)$$

整理式(13)~(15),表示为

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_x^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\eta}_y^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\eta}_l^T \end{bmatrix}^T, \boldsymbol{\omega} = [\boldsymbol{\omega}_x \quad \boldsymbol{\omega}_y \quad \boldsymbol{\omega}_l]^T \quad (16)$$

考虑到5-DOF塔机的欠驱动特性、未知摩擦参数以及不确定负载质量等因素,对式(6)进行如下模型转换。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{U} - \mathbf{F}_f - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q})) = \\ &= \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{U} - \mathbf{F}_f - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}'(\mathbf{q}) - \mathbf{G}''(\mathbf{q})) = \\ &= \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{U} - \mathbf{F}_f - \mathbf{G}'(\mathbf{q})) - \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \\ & \quad \mathbf{G}''(\mathbf{q})) \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $\mathbf{G}'(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^5$ 、 $\mathbf{G}''(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^5$ 的表达式为

$$\mathbf{G}'(\mathbf{q}) = [0 \quad 0 \quad -mg \cos \varphi \cos \theta \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\mathbf{G}''(\mathbf{q}) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad mgl \cos \theta \sin \varphi \quad mgl \cos \varphi \sin \theta]^T$$

对式(17)进一步整理,得到转换后的塔机动态模型为

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{N}(\mathbf{q})(\mathbf{u} - \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\omega} - m\mathbf{G}_m) - \mathbf{P}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (18)$$

式中, $\mathbf{N}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 3} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}_{(5,3)}$, $\mathbf{u} = [F_x \quad F_y \quad F_l]^T$, $\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\omega} = [F_{f_x} \quad F_{f_y} \quad F_{f_l}]^T$, $\mathbf{G}_m = [0 \quad 0 \quad -g \cos \varphi \cos \theta]^T$, $\mathbf{P}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}''(\mathbf{q})) \in \mathbb{R}^5$ 。

为了不失一般性,给出下列假设。

假设1 不计吊钩质量,将负载视作质点。

假设2 不考虑线缆重量,且将其视为刚性线缆,不发生弹性形变。

假设3 负载在运输过程中通常处于悬臂下方,即始终满足以下摆动范围^[19-20],即

$$-\frac{\pi}{2} < \varphi(t) < \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{\pi}{2} < \theta(t) < \frac{\pi}{2}$$

2 自适应积分滑模控制器设计

2.1 控制目标

定义系统状态变量的期望值为

$$\mathbf{q}_d = [x_d \quad \gamma_d \quad l_d \quad \varphi_d \quad \theta_d]^T \quad (19)$$

5-DOF塔机控制系统设计的主要控制目标描述为

1) 同时驱动小车、悬臂和线缆到达目标位置

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) \rightarrow x_d, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t) \rightarrow \gamma_d, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} l(t) \rightarrow l_d \quad (20)$$

2) 抑制负载摆动并最终消除

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) \rightarrow \varphi_d = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) \rightarrow \theta_d = 0 \quad (21)$$

3) 精确估计未知负载质量

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{m}(t) = m \quad (22)$$

2.2 控制器设计

自适应积分滑模控制器设计框图如图2所示。图2中的数字标号与本文公式的标号相对应。

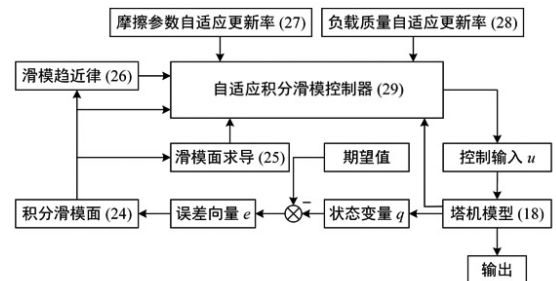


图2 自适应积分滑模控制器设计框图

Fig 2 Block diagram of the adaptive integral sliding mode controller

定义系统误差向量的计算公式为

$$\mathbf{e} = [x - x_d \quad \gamma - \gamma_d \quad l - l_d \quad \varphi - \varphi_d \quad \theta - \theta_d]^T \quad (23)$$

为了同时驱动小车、悬臂和线缆快速准确地到达期望位置,并且有效地抑制运输过程中的负载摆动,设计了如下积分滑模面,即

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{e} + \boldsymbol{\alpha} \int_0^t \mathbf{e}(t) dt \quad (24)$$

式中, $\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 表示正定对角矩阵。

在式(24)中, \mathbf{s} 同时包含驱动状态信息和欠驱动状态信息。此外,当状态变量远离平衡点时, $\boldsymbol{\lambda} \mathbf{e}$ 能够提高系统状态的收敛速度; $\boldsymbol{\alpha} \int_0^t \mathbf{e}(t) dt$ 能够有效消除稳态误差。

对式(24)进行求导,得到

$$\dot{s} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} + \alpha e = \ddot{q} + \lambda \dot{q} + \alpha(q - q_d) \quad (25)$$

为了减弱滑模控制中的抖振问题,用双曲正切函数 $\tanh s$ 代替符号函数 $\text{sign } s$, βs 用于进一步提高系统状态的收敛速度。因此,设计了如下滑模趋近律为

$$\dot{s} = -\beta s - K \tanh s \quad (26)$$

式中, $\beta, K \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 表示正定对角矩阵,双曲正切函数 $\tanh s = \tanh s_i \in \mathbb{R}^5, i = 1, \dots, 5$ 。

为了抵消未知摩擦对塔机系统造成的影响,设计了如下摩擦参数自适应更新律为

$$\dot{\hat{\omega}} = -\sigma \eta N(q)^T s \quad (27)$$

式中, $\sigma \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 表示正定对角矩阵。

为了精确估计负载质量,消除垂直方向上的定位误差,设计了如下负载质量自适应更新律为

$$\dot{\hat{m}} = -\delta G_m^T N(q)^T s \quad (28)$$

式中, δ 表示正常数。

综上所述,结合式(18),式(24)~(28),设计自适应积分滑模控制器为

$$u = (N(q)^T N(q))^{-1} N(q)^T (P(q, \dot{q}) - \lambda \dot{q} - \alpha(q - q_d) - \beta s - K \tanh s) + \eta^T \hat{\omega} + \hat{m} G_m \quad (29)$$

式中, $\hat{\omega}$ 和 \hat{m} 分别表示摩擦参数和负载质量的估计值,式中不包含摩擦参数和负载质量的实际值。

3 稳定性分析

定理 1 在控制器(29)以及自适应更新律(27)和(28)的共同作用下,能够使得小车、悬臂和线缆快速准确地到达指定位置,并且充分地抑制负载摆动,同时精确估计负载质量,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x \ \gamma \ l \ \varphi \ \theta]^T = [x_d \ \gamma_d l_d \ \varphi_d \ \theta_d]^T \quad (30)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{m} = m \quad (31)$$

证明 定义如下 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T \sigma^{-1} \tilde{\omega} + \frac{1}{2\delta} \tilde{m}^T \tilde{m} \quad (32)$$

式中, $\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \omega, \tilde{m} = \hat{m} - m$ 分别表示摩擦参数和负载质量的误差值。

对式(32)求导,并代入式(18),式(25),式(27)~式(29),得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s^T \dot{s} + \tilde{\omega}^T \sigma^{-1} \dot{\tilde{\omega}} + \frac{1}{\delta} \tilde{m}^T \dot{\tilde{m}} = \\ & s^T (\ddot{q} + \lambda \dot{q} + \alpha(q - q_d)) + \tilde{\omega}^T \sigma^{-1} \dot{\tilde{\omega}} + \frac{1}{\delta} \tilde{m}^T \dot{\tilde{m}} = \\ & s^T (N(q)(u - \eta^T \omega - m G_m) - \\ & P(q, \dot{q}) + \lambda \dot{q} + \alpha(q - q_d)) + \\ & \tilde{\omega}^T \sigma^{-1} \dot{\tilde{\omega}} + \frac{1}{\delta} \tilde{m}^T \dot{\tilde{m}} = \\ & -s^T \beta s - s^T K \tanh(s) \end{aligned} \quad (33)$$

由于 $\beta, K \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 均为正定对角矩阵,且考虑到双曲

正切函数的性质,因此由式(33)可得

$$\dot{V}(t) \leq 0 \quad (34)$$

通过利用 LaSalle's invariance 理论,定义下列域为

$$\Xi \triangleq \{s \mid \dot{V}(t) = 0\} \quad (35)$$

然后,定义最大不变集为 Ω , 其包含在域 Ξ 中。因此,下列结论在最大不变集 Ω 中成立得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0 \quad (36)$$

由式(36)进一步可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t e(t) dt = 0 \quad (37)$$

对式(37)求导,得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{e} + \lambda \dot{e} + \alpha e = 0 \quad (38)$$

根据 Hurwitz 判据^[15],由式(37)和式(38)可以推断出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0 \quad (39)$$

基于假设 3,结合式(23)和式(39),可以推得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x &\rightarrow x_d, \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma \rightarrow \gamma_d, \lim_{t \rightarrow \infty} l \rightarrow l_d, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi &\rightarrow \varphi_d, \lim_{t \rightarrow \infty} \theta \rightarrow \theta_d \end{aligned} \quad (40)$$

通过式(32)和式(34),可以得出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{m} = \lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{m} - m) = 0 \quad (41)$$

综上所述,可以得出有且仅有一个平衡点。 $[x \ \gamma \ l \ \varphi \ \theta]^T = [x_d \ \gamma_d \ l_d \ \varphi_d \ \theta_d]^T$ 包含在最大不变集 Ω 中,因此,定理 1 被证得。

4 仿真分析

在本节中,利用 MATLAB & Simulink 搭建了 5-DOF 塔机非线性动态模型,并进行了一系列仿真研究。为了评估所提出方法的控制性能,分别与传统滑模控制 (sliding mode control, SMC) 方法和线性二次型调节器 (linear quadratic regulator, LQR) 进行了仿真对比。此外,验证了所提出控制方法的抖振抑制性能和负载质量估计性能。最后,通过改变负载质量和施加外部干扰,验证了所提出方法的鲁棒性。整个仿真周期根据塔机运转方向的不同被分为两个阶段,第 1 阶段仿真时间被设置为 20 s,第 2 阶段也为 20 s。

4.1 仿真条件

塔机系统的仿真参数和控制目标如表 2 所示。各个状态变量的初始值除绳长设置为 1 m 外,其他均设置为 0。

表 2 仿真参数和控制目标

Tab. 2 Simulation parameters and control objectives

参数目标	取值
仿真参数	$M = 3.5 \text{ kg}, m = 1 \text{ kg}$
	$J = 6.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, g = 9.8 \text{ m/s}^2$
控制目标	$0 \leq t < 20 \text{ s}, x_d(t) = 1 \text{ m}, \gamma_d(t) = 45^\circ,$ $l_d(t) = 2 \text{ m}, \varphi_d(t) = 0^\circ, \theta_d(t) = 0,$ $20 \leq t \leq 40 \text{ s}, x_d(t) = 0.5 \text{ m}, \gamma_d(t) = 20^\circ,$ $l_d(t) = 1.5 \text{ m}, \varphi_d(t) = 0^\circ, \theta_d(t) = 0^\circ$

4.2 对比方法

1) SMC 方法

滑模面和滑模趋近律表达如下。

$$s_a = \dot{e} + \mu e \quad (42)$$

$$\dot{s}_a = -\chi \operatorname{sgn} s_a \quad (43)$$

式中, $\mu \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 和 $\chi \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ 表示正定对角矩阵, $\operatorname{sgn} s_a$ 表示滑模面 s_a 的符号函数形式。

基于所建立的 5-DOF 塔机动态模型 (18), 结合式 (42) 和式 (43), 经过推导可以得到如下滑模控制器表达式。

$$u_{\text{SMC}} = (N(q)^T N(q))^{-1} N(q)^T (P(q, \dot{q}) - \mu \dot{q} - \chi \operatorname{sgn} s_a) + \eta^T \omega + m G_m \quad (44)$$

2) LQR 方法

基于线性化塔机模型, 给出如下 LQR 表达式为

$$u_{\text{LQR}} = [F'_x \quad F'_y \quad F'_l]^T \quad (45)$$

$$F'_x = -k_1 e_x - k_2 \dot{e}_x - k_3 \varphi - k_4 \dot{\varphi} \quad (46)$$

$$F'_y = -k_5 e_y - k_6 \dot{e}_y - k_7 \theta - k_8 \dot{\theta} \quad (47)$$

$$F'_l = -k_9 e_l - k_{10} \dot{e}_l \quad (48)$$

式中, $k_i, i = 1, \dots, 10$ 表示相关控制增益。

4.3 控制性能

为了评价 3 种方法 (Proposed, SMC, LQR) 的控制性能, 给出下列评价指标:

- 1) $\Delta x, \Delta y, \Delta l$ 分别为小车、悬臂和线缆的定位误差。
- 2) t_x, t_y, t_l 分别为小车、悬臂和线缆稳定的时间。
- 3) $\varphi_{\max}, \theta_{\max}$ 为最大负载摆动角度。
- 4) $\varphi_{\text{res}}, \theta_{\text{res}}$ 为残余负载摆动角度 (小车、悬臂和线缆稳定后的最大负载摆动角度)。

3 种方法的控制器参数如表 3 所示。控制性能的仿真结果如图 3 所示。控制性能的数值评价指标如表 4 和表 5 所示。

表 3 控制器参数

Tab. 3 Controller parameters

控制方法	控制器参数
Proposed	$\lambda = \operatorname{diag}(0.4, 0.35, 0.65, 6, 5), \delta = 0.35, \sigma = \operatorname{diag}(1, 1, 1)$ $\alpha = \operatorname{diag}(0.8, 0.72, 0.3, 0.1, 0.1), K = \operatorname{diag}(1.2, 1.2, 1.5, 0.1, 0.1)$ $\beta = \operatorname{diag}(0.8, 0.8, 25, 3, 3)$
SMC	$\mu = \operatorname{diag}(0.58, 0.6, 0.55, 6, 6), \chi = \operatorname{diag}(4, 4, 4, 1, 1)$
LQR	$k_1 = 74.16, k_2 = 18.99, k_3 = -32.6, k_4 = 4.48, k_5 = 72.8, k_6 = 22.43,$ $k_7 = -29.82, k_8 = 2.31, k_9 = 70.71, k_{10} = 10.19$

表 4 第 1 阶段控制性能数值评价指标

Tab. 4 Numerical evaluation indices of control performance in the first stage

控制方法	$\Delta x/m$	$\Delta y/(^\circ)$	$\Delta l/m$	$\varphi_{\max}/(^\circ)$	$\theta_{\max}/(^\circ)$
Proposed	0	0	0	-2.35	-1.45
SMC	0.004	0.12	0.004	-6.34	-2.67
LQR	0.003	0.08	0.002	-7.08	-3.05
控制方法	t_x/s	t_y/s	t_l/s	$\varphi_{\text{res}}/(^\circ)$	$\theta_{\text{res}}/(^\circ)$
Proposed	6.67	6.03	7.51	-0.007	-0.002
SMC	10.76	10.63	11.89	0.92	-0.73
LQR	10.42	10.74	10.11	0.35	-0.39

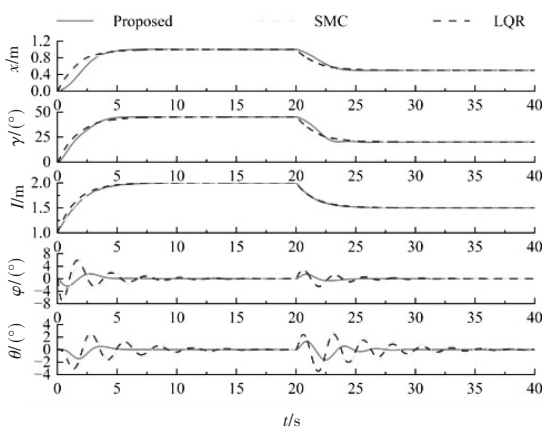


图 3 控制性能的仿真结果

Fig. 3 Simulation results of control performance

如图 3 所示, 可以明显看出, 所提出的方法相较于 SMC 和 LQR 方法, 能够更加有效地抑制负载摆动。根据表 4 和表 5 可以得出, 所提出的控制方法具有更加准确的定位精度, 稳态误差基本被消除; 相较于 LQR 方法, 第 1 阶段负载摆动的最大值 φ_{\max} 和 θ_{\max} 分别减小了 66.8% 和 52.5%; 相较于 SMC 方法, 第 2 阶段到达期望值的时间 (对于小车、悬臂和线缆) 分别减少了 2.92 s, 4.29 s 和 1.97 s; 残余负载摆动也是 3 种方法中最小的。由此, 可以得出结论: 所提出的方法相较于其他两种控制方法, 在定位精度、定位速度和摆动抑制等方面表现更加优异。

4.4 抖振抑制

为了验证所提出方法的抖振抑制性能, 将其与 SMC 方法进行了驱动力对比。抖振抑制的仿真结果如图 4 所示。

表5 第二阶段控制性能数值评价指标

Tab. 5 Numerical evaluation indices of control performance in the second stage

控制方法	$\Delta x/m$	$\Delta \gamma/(\circ)$	$\Delta l/m$	$\varphi_{\max}/(\circ)$	$\theta_{\max}/(\circ)$
Proposed	0.001	0	0	1.48	-1.65
SMC	0.011	0.03	0.001	2.59	-3.62
LQR	0.005	0.04	0	2.81	-3.44
控制方法	t_x/s	t_y/s	t_l/s	$\varphi_{\text{res}}/(\circ)$	$\theta_{\text{res}}/(\circ)$
Proposed	28.02	26.70	29.05	0.004	-0.001
SMC	30.94	30.99	31.02	0.39	-0.62
LQR	30.46	30.31	29.57	0.11	-0.14

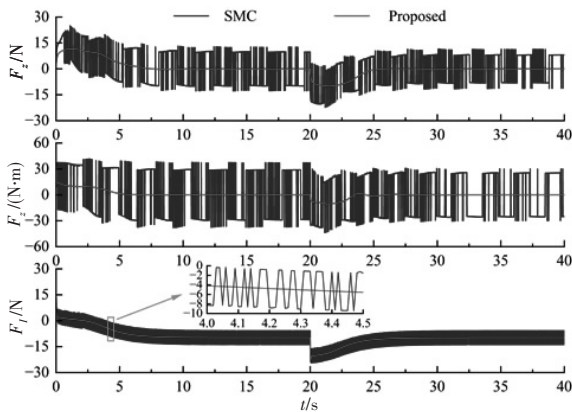


图4 抖振抑制的仿真结果

Fig. 4 Simulation results of chattering suppression

如图4所示,相较于SMC方法,所提出的控制方法具有明显的抖振抑制效果,能够有效降低能耗,减少机械设备损伤,保障控制系统稳定运行。

4.5 负载质量估计

设定自适应积分滑模控制器中负载质量的初始值为1.5 kg,塔机模型中的实际值在第1阶段为1 kg,第2阶段改为1.3 kg,所提出方法的负载质量估计仿真结果如图5所示。

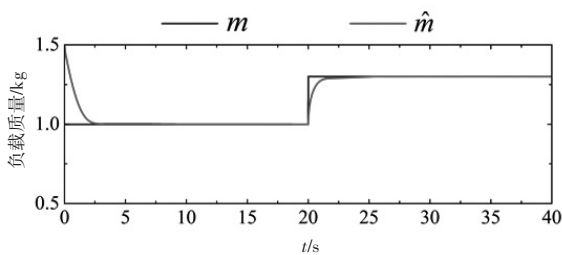


图5 负载质量估计的仿真结果

Fig. 5 Simulation results of payload mass estimation

如图5所示,尽管控制器中没有实际负载质量信息,且两个阶段负载质量具有差异性,但通过所提出的负载质量估计策略,依然能够实现快速的、精确的负载质量估计。可以看出,在第一阶段大约3 s左右和第二阶段大约5 s左右,控制器中的负载质量估计值就准确跟踪到了塔机模型中的实际值。

4.6 鲁棒性

为了验证所提出方法的鲁棒性,将负载质量改为2 kg,

并且在10~13 s施加外部干扰,与原始条件下的控制性能仿真结果进行对比,鲁棒性的仿真结果如图6所示。

在负载质量变化前后,所提出方法的控制性能基本保持不变,尽管在外部干扰的作用下,负载摆动发生轻微变化,但很快被抑制。因此,可以得出结论,所提出的控制方法具有较强的鲁棒性。

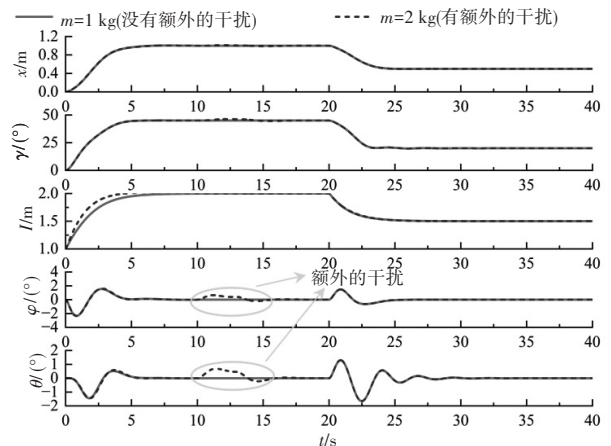


图6 鲁棒性的仿真结果

Fig. 6 Simulation results of robustness

5 结论

本文建立了一个没有线性化的5-DOF塔机模型,其充分考虑了欠驱动特性、未知摩擦和时变缆绳长度。基于所建立的模型,提出了一种自适应积分滑模控制方案,在具有未知摩擦和不确定负载质量的情况下,能够实现精确的负载定位和有效的摆动抑制。特别地,稳态定位误差能够被有效消除;抖振能够被充分抑制;不确定负载质量能够被精确估计。闭环控制系统的稳定性被严格证明。通过仿真对比,展现了所提出控制方法在定位精度、定位速度和摆动抑制等方面的优越性。最后,通过改变负载质量和施加外部干扰,验证了所提出方法具有较强的鲁棒性。在今后的工作中,将进一步研究双摆塔式起重机定位防摆控制的相关内容。

参考文献

[1]于德荣,陈铁华,赵冉,等. 门式起重机模糊定位系统设计[J]. 自动化技术与应用, 2016, 35(9):17-19, 26.

(下转第156页)