

DOI:10.20033/j.1003-7241.(2026)04-0122-07

双足轮腿机器人跳跃运动规划与仿真

王泽龙, 张志安

(南京理工大学 机械工程学院, 江苏 南京 210094)

摘要:针对双足轮腿机器人在非结构化地形中适应能力不足、越障性能受限的问题,对机器人跳跃阶段进行了轨迹规划,使其可以利用跳跃动作来实现越障功能。首先,基于并联五连杆结构,采用几何法建立单腿运动学模型,推导虚拟腿长与关节角度映射关系及变化率;其次,引入虚拟模型控制(virtual model control,VMC),将机构简化为可变长度虚拟弹簧杆件,利用虚功原理实现力与力矩动态映射。进而提出双质量弹簧倒立摆(double-mass spring-loaded inverted pendulum,DM-SLIP)模型,将跳跃分为起跳、上升、下降、着地四阶段,优化起跳与着地阶段的弹簧参数,并采用3次多项式插值规划质心轨迹,结合PD控制与重力前馈计算腿部支撑力。最后在Simscape中建立仿真模型,以0.25 m障碍进行测试。结果表明,虚拟腿长跟踪误差保持在0~14.2%,连续跳跃过程中机身姿态能快速稳定,速度与力矩均收敛,验证了所提方法的有效性。

关键词:双足轮腿机器人;虚拟模型控制;轨迹规划;跳跃运动;运动学建模

中图分类号: TP242;TP18;TP391.9

文献标志码: A

文章编号: 1003-7241(2026)04-0122-07

Jumping motion planning and simulation of bipedal wheel-legged robot

WANG Zelong, ZHANG Zhian

(School of Mechanical Engineering Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China)

Abstract: Aiming at the problems of insufficient adaptability and limited obstacle-crossing performance of bipedal wheel-legged robots in unstructured terrains, trajectory planning is carried out for the jumping phase of the robot, enabling it to achieve obstacle-crossing function through jumping motions. Firstly, based on the parallel five-link structure, a kinematic model of a single leg is established using the geometric method, and the mapping relationship and rate of change between the virtual leg length and joint angles are derived. Secondly, virtual model control (VMC) is introduced to simplify the mechanism into a variable-length virtual spring rod, and the dynamic mapping between force and torque is realized by using the principle of virtual work. Furthermore, a double-mass spring-loaded inverted pendulum (DM-SLIP) model is proposed, which divides the jumping process into four phases, takeoff, ascent, descent, and landing. The spring parameters in the takeoff and landing phases are optimized, and the centroid trajectory is planned using cubic polynomial interpolation. The leg support force is calculated by combining PD control and gravity feedforward. Finally, a simulation model is built in Simscape and tested with a 0.25 m obstacle. The results show that the tracking error of the virtual leg length is maintained within 0-14.2%, the body posture can quickly stabilize during continuous jumping, and both speed and torque converge, which verifies the effectiveness of the proposed method.

Keywords: bipedal wheel-legged robot; virtual model control; trajectory planning; jump motion; kinematic modeling

随着移动机器人技术的迅速发展进步,轮腿机器人不仅具有轮式机器人在平坦的地面上快速移动的优点,而且也克服了足式机器人在非结构化地面适应能力弱的局限性,使轮腿式机器人在空间导航、障碍物越过等方面具有更强的机动性^[1],能够更好地适应复杂任务。

在当前的科研领域,全球的研究团队正致力于深入探究机器人的跳跃性能。在国外,苏黎世理工大学研发的双腿轮机器人 Ascento^[2-3]和波士顿动力公司开发的 Handle^[4]都具有良好的跳跃性能,其中 Handle 轮腿机器人不仅能够快速加速和减速,还能进行跳跃等动作,充分展示了其出色的跳跃能力。在国内,腾讯推出的 ollie^[5]双

轮腿机器人不仅能够进行转向和跳跃台阶等基本操作,还能执行如原地后空翻等更复杂的跳跃技巧。在关于轮腿机器人跳跃算法的研究中,最广泛采用的两种轨迹规划方法分别是基于质心运动的规划方法^[6]和基于弹簧倒立摆模型(SLIP)^[7]模型的规划方法。Kajita等^[8]和陈志伟^[9]分别采用动量矩和位置控制的方法来规划机器人的质心轨迹,再映射到机器人关节空间,最终实现机器人的稳定跳跃。SLIP模型最早由 Blickhan^[10]在1989年提出,主要通过将机器人的腿部视为无质量的弹簧,利用弹簧负载系统来实现机器人的跳跃动作。这种方法多应用于足式机器人上,在足端增加腿部缓冲物理装置能够有效提高机器

收稿日期:2024-11-21;录用日期:2024-12-19

作者简介:王泽龙(2000—),男,硕士,研究方向:智能机器人。

通信作者:张志安(1979—),男,副教授,研究方向:飞行器控制和智能控制算法。

引用本文:王泽龙, 张志安. 双足轮腿机器人跳跃运动规划与仿真[J]. 自动化技术与应用, 2026,45(4):122-128. (WANG Zelong, ZHANG Zhian.

Jumping motion planning and simulation of bipedal wheel-legged robot[J]. Techniques of Automation and Applications, 2026,45(4):122-128.)

人在垂直方向的稳定性^[11]。但在面对结构更为复杂的机器人时,SLIP模型的效果可能会受到显著影响。为解决这一问题,Mathis等^[12]和美国圣母大学的Liu^[13]在SLIP模型的基础上提出了一种改进的双质量块弹簧模型。该模型考虑了在跳跃过程中下质心的动态变化,以及在腾空和着陆阶段的作用效果,进而使得机器人的跳跃动作更加稳定和可靠。

本文结合了双质量弹簧倒立摆上下质心轨迹规划、加速度规划和SLIP模型规划,对跳跃的4个阶段进行虚拟腿长解算,从而基于虚拟模型控制解算出跳跃的力矩完成跳跃障碍物动作。

1 运动学与动力学建模

本文设计的双足轮腿式机器人采用并联五连杆结构腿形式,其简化模型如图1所示。该模型具有一个质量分布均匀的单刚体机体及其左右腿相互对称分布在机体两侧。每条腿具有5个旋转关节,其中大腿关节由机身处的关节电机控制,轮子处的旋转关节由轮电机控制。小腿关节处的旋转依靠五连杆机构的特性被动旋转。单侧腿是由一个两个自由度五杆机构与轮子组成,因为五杆机构具有两个原动件,故运动确定。因此,通过关节电机和轮电机的控制,实现了机器人在笛卡尔坐标系中y方向上和x方向上的移动。

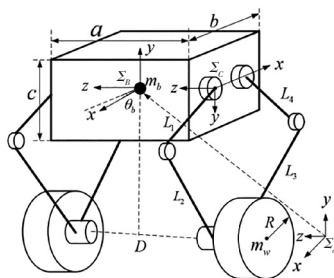


图1 双足轮腿机器人简化模型
Fig.1 Simplified model of bipedal wheel-legged robot

轮腿机器人的基本参数如表1所示。

表1 轮腿机器人基本参数

Tab.1 Basic parameters of wheel-legged robot

参数	含义
$(L_1, L_2, L_3, L_4) / \text{mm}$	腿部五连杆杆长
L_0 / mm	等效杆长
$a, b, c / \text{mm}$	机身长宽高
$(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_0) / \text{rad}$	杆与水平方向夹角
m_1 / kg	机身质量
m_2 / kg	轮子质量
$(m_{l1}, m_{l2}, m_{l3}, m_{l4}) / \text{kg}$	连杆质量

1.1 运动学建模

双足轮腿机器人是一种移动式的倒立摆,是一个具有多变量、非线性、强耦合等特性的多输入多输出的复杂控制系统^[14]。为了更方便对机器人跳跃运动进行分析,取

双足轮腿机器人的一条腿进行运动学建模,即获取机器人关节空间和操作空间之间的映射关系,以实现机器人精确控制和规划。

本文将单腿坐标系 Σ_c 置于关节A处并以此为原点建立坐标系并采用几何法来求解机器人的运动学模型,通过运动学模型建立C点处坐标方程来解算腿长 L_0 与主动关节 $q = (\phi_1, \phi_4)$ 的关系。其中假设各杆为均质杆,质心均在其中心处,机器人单腿简化模型如图2所示。

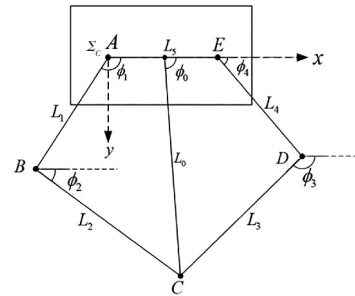


图2 单腿平面模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of single-leg planar model

在 Σ_c 坐标系中,由图中五连杆几何关系可得B、D、C点的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & 0 \\ \sin \phi_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x_D \\ y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_4 & 0 \\ \sin \phi_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_4 \\ L_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & 0 \\ \sin \phi_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_2 \\ L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_D \\ y_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \phi_3 & 0 \\ \sin \phi_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_3 \\ L_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

解式(3)可得 ϕ_2 为

$$\phi_2 = 2 \arctan \left(\frac{B_0 + \sqrt{A_0^2 + B_0^2 - C_0^2}}{A_0 + C_0} \right) \quad (4)$$

式中,

$$\begin{cases} A_0 = 2L_2(x_D - x_B) \\ B_0 = 2L_2(y_D - y_B) \\ C_0 = L_2^2 + L_{BD}^2 - L_3^2 \\ L_{BD}^2 = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} \end{cases}$$

通过解得的 ϕ_2 可求操作空间中轮子的位置相对于关节空间 ϕ_1, ϕ_4 的关系为

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & \cos \phi_2 \\ \sin \phi_1 & \sin \phi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_1 \end{bmatrix} = f_1(\phi_1, \phi_4) \quad (5)$$

将式(5)两边同时求导得到C点的速度与主动关节角速度之间的关系为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_C \\ \dot{y}_C \end{bmatrix} = f_2(\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_4) \quad (6)$$

故虚拟腿长 L_0 与 ϕ_1, ϕ_4 的关系及其变化率可以计算得式(7)。

$$\begin{cases} L_0 = \sqrt{(x_c - \frac{1}{2}L_s)^2 + y_c^2} = g_1(\phi_1, \phi_4) \\ \dot{L}_0 = g_1(\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_4) \\ \phi_0 = \arctan \frac{y_c}{x_c - 0.5L_s} = g_2(\phi_1, \phi_4) \\ \dot{\phi}_0 = g_2(\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_4) \end{cases} \quad (7)$$

1.2 虚拟模型动力学建模

虚拟模型控制 (virtual model control, VMC) 是一种基于虚拟力的控制策略, 通过向机器人系统中引入虚拟元件来构建控制器。直接对单腿五连杆模型进行动力学建模计算量大且解算复杂, 将五连杆简化成一根杆长为 L_0 的可变虚拟弹簧杆件, 看成一条虚拟腿进行力矩解算, 计算量小, 控制容易实现。

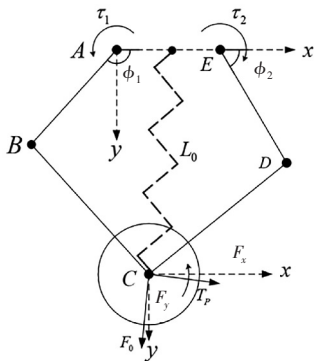


图3 单腿虚拟模型动力学模型

Fig. 3 Dynamic model of single-leg virtual model

五连杆机构轮腿机器人的虚拟模型控制可以根据沿弹簧杆件的推力 F_0 和沿中心轴的力矩 T_p 来映射到 A、E 关节处的力矩 τ_1 和 τ_4 , 映射过程如下, 首先定义 $\mathbf{x} = [L_0 \ \phi_0]^T$, $\mathbf{q} = [\phi_1 \ \phi_4]^T$

对(7)式全微分得到

$$\begin{cases} \delta L_0 = \frac{\partial g_1}{\partial \phi_1} \delta \phi_1 + \frac{\partial g_1}{\partial \phi_4} \delta \phi_4 \\ \delta \phi_0 = \frac{\partial g_2}{\partial \phi_1} \delta \phi_1 + \frac{\partial g_2}{\partial \phi_4} \delta \phi_4 \end{cases} \quad (8)$$

化简写成一般式, 即

$$\delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \phi_1} & \frac{\partial g_1}{\partial \phi_4} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \phi_1} & \frac{\partial g_2}{\partial \phi_4} \end{bmatrix} \delta \mathbf{q} = \mathbf{J} \delta \mathbf{q} \quad (9)$$

根据虚功原理列出方程为

$$\boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} + (-\mathbf{F})^T \delta \mathbf{x} = 0 \quad (10)$$

其中, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_4]^T$; $\mathbf{F} = [F_0 \ T_p]^T$; \mathbf{J} 为雅可比矩阵, 再将式子代入解算出关节电机输出的力矩与沿弹簧杆件的推力 F_0 和沿中心轴的力矩 T_p 的关系即

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{F} \quad (11)$$

2 跳跃轨迹规划

机器人跳跃轨迹规划是根据机器人的跳跃任务对其

跳跃轨迹做出的合理规划^[15]。将轮腿机器人简化为一个双质量弹簧倒立摆模型, 通过规划双质量弹簧倒立摆模型两个质心的运动轨迹, 从而使机器人可以跳跃到期望的高度。将机器人的机身、大腿与小腿看作上质量, 轮子简化为下质量, 并将机器人的跳跃过程分为起跳阶段、上升阶段、下降阶段和着地阶段如图4所示。优化在起跳阶段和着地阶段的弹簧原长与弹簧刚度, 设计在上升阶段和下降阶段的加速度三次样条插值曲线, 使得机器人可以平滑跳跃到期望高度并实现平稳着地。

在起跳阶段弹簧缩小至 H_0 , 保障提供机器人足够的向上加速度, 上质量开始在 y 方向上加速, 下质量始终保持与地面接触; 当弹簧拉力大于下质量重力时, 上升阶段开始, 弹簧正好拉伸到原长。该阶段设计合理的下质量加速度曲线, 使其在最高点处速度减小至零并保证能够越过障碍物高度的同时弹簧缩短以满足实现最大高度跳跃; 下降阶段要规划弹簧长度伸长至 H_3 以缓冲着地时刻带来的冲击; 着地阶段弹簧长度逐渐恢复到起跳阶段弹簧长度以满足下次连续跳跃。

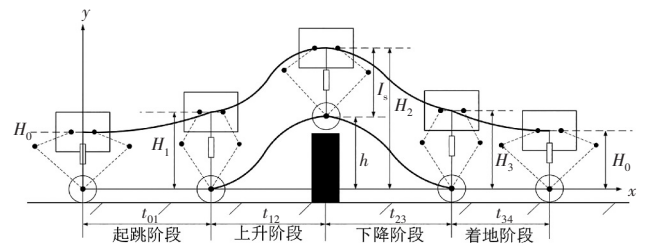


图4 机器人跳跃阶段

Fig. 4 Robot jumping phases

规划目标为优化起跳阶段和着地阶段的弹簧原长与弹簧刚度, 设计合理的上升阶段和下降阶段的加速度三次样条插值曲线, 使得机器人可以平滑跳跃到期望高度并实现平稳着地。跳跃基本参数如表2所示。

表2 跳跃基本参数

Tab. 2 Basic jumping parameters

参数	参数含义
t_0, t_1, t_2, t_3, t_4	跳跃各阶段开始时刻
H_0 / m	起跳前弹簧长度
H_1 / m	起跳时弹簧长度
H_2 / m	上质量最高高度
H_3 / m	着地时弹簧长度
l_s / m	最大收缩腿长
h / m	越过障碍物高度
m_1 / kg	上质量重量
m_2 / kg	下质量重量
L_{00} / m	起跳阶段弹簧原长
$k_{00} / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	起跳阶段弹簧刚度
$k_{td} / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	着地阶段弹簧刚度
L_{td} / m	着地阶段弹簧原长

2.1 起跳阶段轨迹规划

将起跳阶段的双质量弹簧倒立摆模型上质量设为 m_1 , 下质量为 m_2 , 两质量之间用一根原长为 L_{00} , 弹簧刚度为 k_{00} 的弹簧相连。给定起跳阶段初始时刻的弹簧长度为 H_0 , 起跳阶段结束时的时间为 t_1 , 此时弹簧长度伸长到

H_1 。下质心在起跳阶段都在地面上不发生竖直方向上的位移,故列出上质心满足的微分方程为

$$m_1 \ddot{y}_1 = k_0(L_{t_0} - y_1) - m_1 g \quad (12)$$

求解该微分方程并将初值条件 $y_1(0) = H_0, \dot{y}_1(0) = 0$ 代入得到上质心关于 L_{t_0} 和 k_0 的关系式为

$$y_1(t) = A_{t_0} \cos(\omega_{t_0} t) + B_{t_0} \quad (13)$$

式中,

$$\begin{cases} A_{t_0} = H_0 + m_1 g / k_0 - L_{t_0} \\ B_{t_0} = -m_1 g / k_0 + L_{t_0} \\ \omega_{t_0} = \sqrt{k_0 / m_1} \end{cases}$$

在 t_1 时刻,弹簧达到最大起跳高度 $y_1(t_1) = H_1$ 和起跳速度 $v_1 = \dot{y}_1(t_1) = \sqrt{2gh}$, h 为跳跃的期望高度且系统满足能量守恒定理。

$$\frac{1}{2} k_0 (y_1(t_1) - y_1(0))^2 = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1(t_1)^2 + m_1 g (y_1(t_1) - y_1(0)) \quad (14)$$

解出上述非线性方程组得到起跳阶段上质心的轨迹。

2.2 上升阶段轨迹规划

上升阶段的跳跃轨迹采用三次多项式插值对下质量的加速度进行规划,上下质心的加速度规划如下面公式所示。

$$\begin{cases} \ddot{y}_2(t) = d_4 t^3 + d_2 t^2 + d_3 t \\ \dot{y}_1(t) = \frac{-m_2 \dot{y}_2(t) - m_1 g - m_2 g}{m_1} \end{cases} \quad (15)$$

由于上升阶段双质量弹簧倒立摆模型的外力只受到重力作用,故其在上升阶段的时间 $t_{12} = t_2 - t_1 = -v_1/g$; 上升阶段上下质心受到的约束条件如下。

$$\text{s. t. } \begin{cases} y_2(t_2) = h \\ \dot{y}_2(t_2) = 0 \\ y_1(t_2) = h + l_s \\ \dot{y}_1(t_2) = 0 \\ y_2(t_1) = 0 \\ \dot{y}_2(t_1) = v_1 \\ y_1(t_1) = H_1 \\ \dot{y}_1(t_1) = v_1 \\ H_{\min} < y_2(t) - y_1(t) < H_{\max} \end{cases}$$

在该约束中,下质量在 t_2 时刻能够越过障碍物同时机器人实现收腿动作。其中, H_{\max} 和 H_{\min} 为轮腿机器人虚拟弹簧长度可达范围,由机器人硬件决定。

因为 $\dot{y}_2(t)$ 和 $\dot{y}_1(t)$ 积分后会多出 4 个常数项 $C_1, C_2, C_3, C_4, d_1, d_2, d_3, l_s$ 8 个未知数,正好满足上述八个方程,故求解该方程组即可得到上升阶段上下质量的规划轨迹。

2.3 下降阶段轨迹规划

下降阶段的质心轨迹规划跟上升阶段一样,对下质量加速度采用三次多项式插值进行合理设计。同理下降时间为

$$t_{23} = t_3 - t_2 = \sqrt{2g(H_2 - H_3)}/g$$

$$\begin{cases} \dot{y}_2(t) = d_4 t^3 + d_2 t^2 + d_3 t \\ \dot{y}_1(t) = \frac{-m_2 \dot{y}_2(t) - m_1 g - m_2 g}{m_1} \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} y_2(t_3) = H_3 \\ \dot{y}_2(t_3) = 0 \\ y_1(t_3) = 0 \\ \dot{y}_1(t_3) = -v_1 \\ y_2(t_2) = H_2 \\ \dot{y}_2(t_2) = 0 \\ y_1(t_2) = h \\ \dot{y}_1(t_2) = 0 \\ H_{\min} < y_2(t) - y_1(t) < H_{\max} \\ y_1(t) > 0 \end{cases}$$

在该约束中,要满足在 t_3 时刻弹簧长度伸长至 H_3 , 上质量质心速度减小到零且下质量正好接触到地面实现着地。

2.4 着地阶段轨迹规划

在下质量着地后,为了减小机器人落地时的冲击对机器人结构的破坏,需要规划上质量质心的速度 $\dot{y}_1(t_4)$ 减小为 0, 此时上质心为一个简谐运动,着地阶段弹簧原长 L_{td} 可以选择为落地时的弹簧长度 $y_1(t_3)$, 上质心满足如下式子。

$$y_1(t) = A_{td} \cos \omega_{td}(t - t_3) + B_{td} \quad (17)$$

式中,

$$\begin{cases} A_{td} = \dot{y}_1(t_3) / \omega_{td} \\ B_{td} = L_{td} = y_1(t_3) \\ \omega_{td} = \sqrt{k_{td} / m_1} \end{cases}$$

为了使机器人能够恢复到起跳前的状态,满足当上质心速度 $\dot{y}_1(t_4) = 0$ 时,上质心的位置已经达到起跳初始高度 H_0 , 结束的跳跃时间为 t_4 。根据这个约束条件可以得到关系式 $A_{td} + B_{td} = H_0$, 即弹簧刚度 k_{td} 满足如下式子。

$$k_{td} = m_1 \left(\frac{\dot{y}_1(t_3)}{H_0 - y_1(t_3)} \right)^2 \quad (18)$$

至此,双质量弹簧倒立摆(DM-SLIP)模型的双质心跳跃轨迹已经规划完毕,跳跃运动被分为了起跳阶段、上升阶段、下降阶段、着地阶段。

2.5 跳跃规划支持力和角度解算

在式(7)中已经得到腿长 L_0 与角度关节角度 ϕ_1, ϕ_4 的映射关系。由于在规划过程中规划的是上下质心之差即为规划的虚拟腿长 ref_{L_0} , 故需要进行逆映射来求解规划角度值 ref_{ϕ_1} 和 ref_{ϕ_4} 。

$$\begin{cases} \text{ref}_{\phi_1} = g_1^{-1}(L_0) \\ \text{ref}_{\phi_4} = g_1^{-1}(L_0) \end{cases} \quad (19)$$

为了使虚拟腿的长度变化具有弹簧特性,采用 PD 控

制来模拟弹簧,再加上重力前馈补偿 F_g 得到腿部的规划支持力。

“PD+前馈”控制得到规划的支持力过程如图5所示。

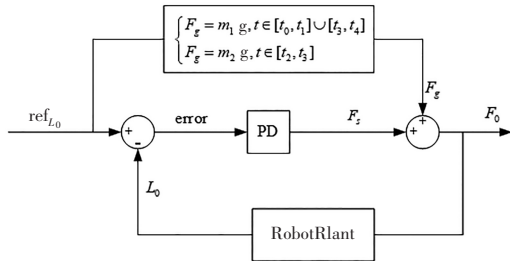


图5 支持力解算

Fig. 5 Support force calculation

根据规划的腿长 ref_{L_0} 和机器人平台输出的实际腿长 L_0 的误差值进行PD控制,加上机器人在起跳、着地阶段和上升、下降阶段的重力前馈补偿,能够较好得到合适的腿部支持力大小。

3 跳跃仿真

本仿真主要验证的是仿真中实际的虚拟腿长是否能够较好地跟踪规划的虚拟腿长,还有连续跳跃带来的不稳定扰动能否被设计的控制器抑制并保持稳定。

在 Simscape Mutibody 中搭建图1结构的仿真模型,搭建跳跃控制框架如图6所示来验证规划的轨迹算法在仿真中的可行性。

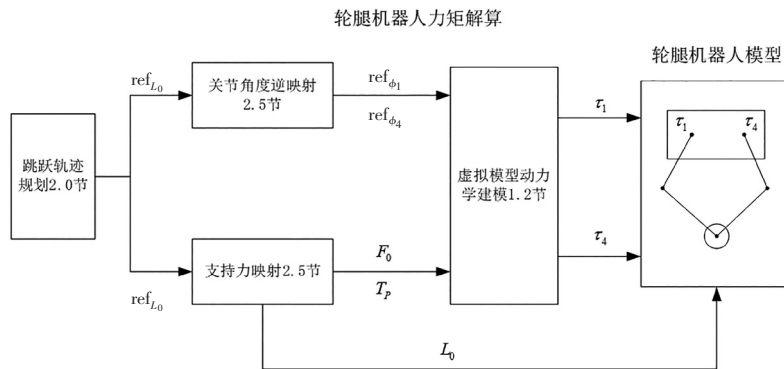


图6 跳跃控制框架

Fig. 6 Jumping control framework

3.1 虚拟腿长跟踪仿真

设定期望越过的障碍物高度 $h = 0.25\text{ m}$,按照第2节的方法进行轨迹规划,起跳开始阶段和着地结束阶段的虚拟弹簧长度设为 $H_0 = 0.1\text{ m}$;在仿真中跳跃的过程如图7所示。

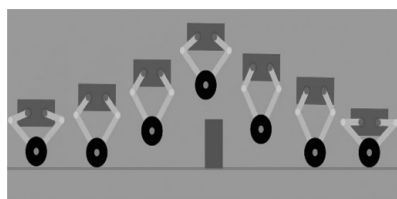


图7 跳跃0.25 m障碍物高度

Fig. 7 Jumping over an obstacle of 0.25 m height

从图7中可以看出轮腿机器人在上升阶段实现了收腿动作,能够尽可能高地越过0.25 m的障碍物,在下降阶段伸长腿来接收冲击。验证仿真中实际的虚拟腿长与规划的虚拟腿长变化情况如图8所示。可以看出仿真中实际的虚拟腿长与期望虚拟腿长趋势大致一致,误差在0~14.2%之间。

机器人在起跳之前保持腿长为0.1 m,竖直方向上速度为0 m/s;从4.86 s开始至4.95 s,机器人进入起跳阶段,在 $k_{i0} = 2400\text{ N/m}$, $L_{i0} = 0.2482\text{ m}$ 的弹簧拉力作用下,虚拟腿长从0.1 m变化至起跳临界长度0.25 m,上质量质心速度加至2.1 m/s;在4.95 s至5.17 s上升阶段内,实际虚拟腿的长度从0.25 m收缩到0.19 m,上下质

量质心速度缓慢减小至0,尽可能提高越障高度。下降和着地阶段的运动趋势与起跳和上升阶段大致相反,上下质量质心初始状态参数如表3中所示, k_i 和 L_i 表示该阶段的弹簧刚度和原长。

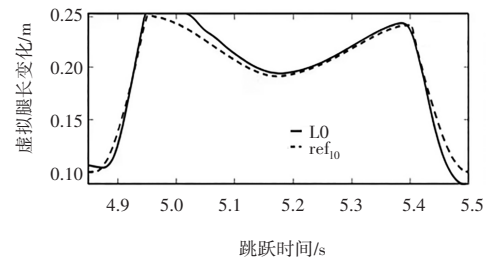


图8 期望腿长和实际腿长变化

Fig. 8 Variation of desired leg length and actual leg length

表3 跳跃过程上下质心状态

Tab. 3 States of upper and lower centroids during jumping

阶段	$y_1(t) / \text{m}$	$y_2(t) / \text{m}$	$\dot{y}_1(t) / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$\dot{y}_2(t) / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$k_i / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	L_i / m
起跳阶段	0.11	0	0	0	2400	0.248
上升阶段	0.25	0	2.10	2.10	—	—
下降阶段	0.48	0.29	0	0	—	—
着地阶段	0.25	0	-2.20	-2.10	1639	2.500

3.2 连续跳跃仿真

给定机器人在4.86~5.5 s和6~6.64 s内连续进行

两次相同的跳跃,跳跃时上质量质心和下质量质心的离地高度变化如图9所示。连续跳跃会严重影响机器人的平衡状态,使其在pitch, yaw, roll方向上产生一定的角度偏移。由图10可见,在第一次跳跃结束后,pitch, yaw, roll值都有一个微小的变化,但pitch值相对产生更大的偏移,控制器以此及时做出调整。未完全调整好机器人姿态后进行的第二次跳跃动作会使之前累计的姿态偏移量加大,但跳跃结束后最终都能趋于稳定值。

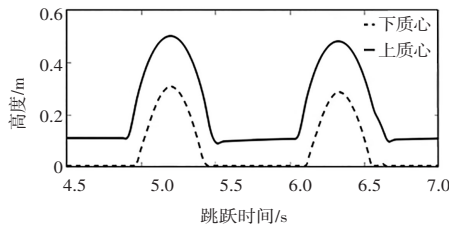
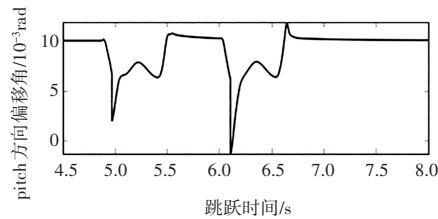
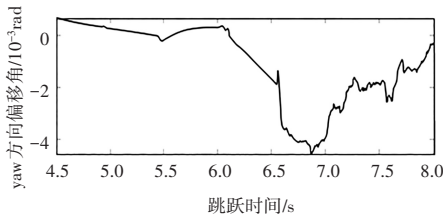


图9 跳跃时上下质心离地高度

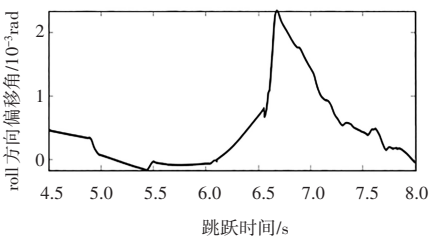
Fig. 9 Ground clearance of upper and lower centroids during jumping



(a) Pitch姿态变化



(b) yaw姿态变化



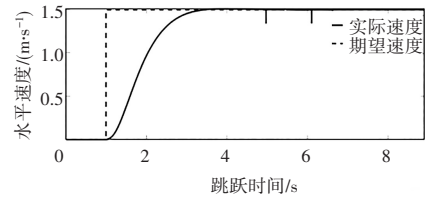
(c) roll姿态变化

图10 机身姿态变化

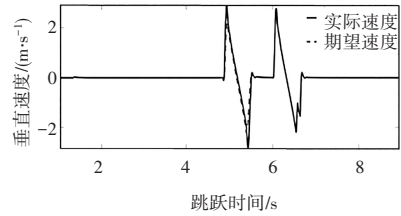
Fig. 10 Fuselage attitude variation

机器人在跳跃过程中机身的水平和垂直速度变化如图11所示,可以看见水平速度在第一次和第二次跳跃上升阶段产生突变至1.34 m/s,误差大约为10%。这是因为在此时刻机器人受到的水平虚拟力带来了水平加速度的改变,导致水平速度在轮子离地瞬间发生了改变,机器人收到的虚拟水平力和垂直力如图12所示;在图11垂直速度变化中,机器人的垂直实际速度跟期望的垂直速度在

离地瞬间有突变,这是因为在离地瞬间根据动量守恒定理: $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_0$, (v_1 为上质心起跳前速度, v_0 为上下质心离地速度),离地垂直速度会突然变小,反之在轮子刚接触地面时,垂直速度会突然变大。最终在跳跃控制器的作用下,速度和虚拟力都趋于一个稳定值,保持相对平稳。与之相反的是关节的输出力矩,如图13所示,左右两关节力矩大小相等,方向相反,且在跳跃动作结束后都有一个波动,用以调整状态量使其恢复临界稳定。



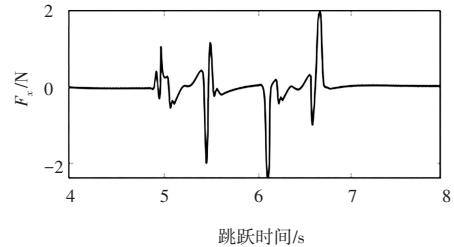
(a) 水平速度变化



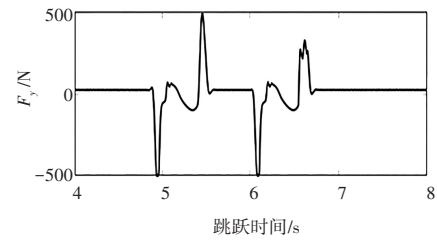
(b) 垂直速度变化

图11 水平和垂直方向速度变化

Fig. 11 Velocity variation in horizontal and vertical directions



(a) 水平虚拟力变化



(b) 垂直虚拟力变化

图12 水平和垂直方向虚拟力变化

Fig. 12 Virtual force variation in horizontal and vertical directions

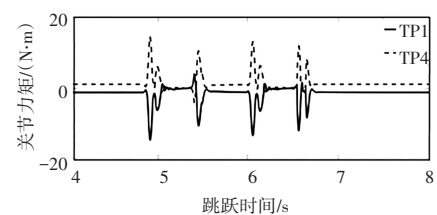


图13 主动关节输出力矩

Fig. 13 Output torque of active joints

4 结论

本文以双质量弹簧倒立摆为物理模型规划了跳跃起跳阶段和着地阶段的质心轨迹,而在上升阶段和下降阶段的加速度三次多项式插值,降低了规划两质心轨迹的复杂性。规划完成的空中收腿长度可随着跳跃高度带来的初速度变化而改变,增加了跳跃的灵活性。从仿真中可以看出,规划的虚拟腿长能够经过虚拟模型控制输出对应的力矩,降低了对机器人全身动力学建模的复杂性,使得输出力矩更易计算。设计的控制器能够保证进行连续跳跃动作,反馈的水平速度和姿态变化能够趋于有界稳定,验证了控制器算法的可行性。

参考文献

[1] 马泽润, 郭为忠, 高峰. 一种新型轮腿式移动机器人的越障能力分析[J]. 机械设计与研究, 2015, 31(4): 6-10, 15.
 [2] KLEMM V, MORRA A, SALZMANN C, et al. Ascento: a two-wheeled jumping robot[C]//Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Montreal: IEEE, 2019: 7515-7521.
 [3] KLEMM V, MORRA A, GULICH L, et al. LQR-assisted whole-body control of a wheeled bipedal robot with kinematic loops[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 3745-3752.
 [4] Boston Dynamics. About handle[EB/OL]. (2019-11-25) [2024-08-12]. <http://www.bostonDynamics.com/handle>.

[5] CUI L, WANG S, ZHANG J, et al. Learning-based balance control of wheel-legged robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 7667-7674.
 [6] 王振楠. 液压单腿机器人的设计与竖直跳跃控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
 [7] 李满天, 于海涛, 郭伟, 等. 基于摄动理论的 SLIP 模型解析化研究及其运动控制[J]. 机器人, 2012, 34(6): 689-696.
 [8] KAJITA S, NAGASAKI T, KANEKO K, et al. A hop towards running humanoid biped[C]//2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). New York: IEEE, 2004: 629-635.
 [9] 陈志伟. 液压驱动单腿跳跃机器人控制系统研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2016.
 [10] BLICKHAN R. The spring-mass model for running and hopping[J]. Journal of Biomechanics, 1989, 22(11): 1217-1227.
 [11] 矫洪成, 吴文凯, 刘禹欣, 等. 机器人技术在智能建造中的应用与发展现状[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(5): 1-5.
 [12] MATHIS F B, MUKHERJEE R. Apex height control of a two-mass robot hopping on a rigid foundation[J]. Mechanism & Machine Theory, 2016(105): 44-57.
 [13] LIU Y, WENSING P M, ORIN D E, et al. Trajectory generation for dynamic walking in a humanoid over uneven terrain using a 3D-actuated Dual-SLIP model[C]//2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Hamburg: IEEE, 2015: 374-380.
 [14] 左坤, 张晓兰, 李良书, 等. 变电站机器人智能巡检与联动控制算法的应用研究[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(1): 18-21.
 [15] 杨龙, 罗岚. 基于改进量子粒子群算法的机器人关节空间运动轨迹规划优化[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(8): 12-15.

(上接第 19 页)

通过比较表 2 中的果实采摘点补偿前后计算出的 Z 坐标误差(即深度误差)以及对图 4(a)和 4(b),发现基于支持向量机的果实采摘点空间位置误差补偿,能够有效地把果实采摘点的深度误差控制在 5 毫米之内,符合采摘机器人定位精度的要求。从而,有效地证明了基于支持向量机的果实采摘点空间位置误差补偿机制,能够减少果实采摘点空间位置计算方法在求取果实采摘点三维坐标过程中,由于双目相机标定和果实采摘点立体匹配所引起的空间位置误差。

3 结论

本文提出了一种基于支持向量机(SVM)的果实采摘点空间位置误差补偿机制,并通过实验验证了其有效性。该机制通过构建 SVM 模型来预测采摘过程中的空间位置误差,并根据预测结果对机器人的采摘动作进行实时调整,从而提高采摘的准确性和效率。实验结果表明,该补偿机制在多种环境和条件下都能取得较好的预测性能,为果实采摘机器人的实际应用提供了有力支持。在未来的研究中,计划将进一步优化模型的构建和训练方法,提高其在复杂环境和多变条件下的预测性能。同时,还将探索将其他机器学习算法与 SVM 相结合的方法,以进一步提升补偿机制的性能和鲁棒性。

参考文献

[1] 金寿祥, 周宏平, 姜洪喆, 等. 采摘机器人视觉系统研究进展[J]. 江苏农业学报, 2023, 39(2): 582-595.
 [2] 李召桐. 支持向量机发展历程及其应用[J]. 信息系统工程, 2024(3): 124-126.
 [3] 刘晖, 朱德康, 许凌杰, 等. 基于改进灰狼算法优化支持向量机的边坡位移预测[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(9): 30-33.
 [4] 靳阿妮, 张彬, 陈景瑞, 等. 基于支持向量机的火力发电碳排放量智能检测方法研究[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(8): 60-63.
 [5] 张传雷, 武孟艳, 可婷, 等. 基于最优间隔分布的最小二乘支持向量机[J]. 天津科技大学学报, 2023, 38(2): 56-62.
 [6] 宋志强, 解利冬, 王鸣阳, 等. 基于蚁狮算法优化支持向量机的电力通信网故障诊断[J]. 自动化技术与应用, 2025, 44(8): 29-32.
 [7] 郑太雄, 江明哲, 冯明驰. 基于视觉的采摘机器人目标识别与定位方法研究综述[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(9): 28-51.
 [8] 马少娟, 郝政, 李曼. 基于无偏最小二乘支持向量机的混沌时间序列预测[J]. 数学的实践与认识, 2023, 53(6): 150-159.
 [9] 王志新, 张大锋, 叶永林, 等. 无人舰艇的 SVM 数据建模与仿真自动化[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(10): 1-4, 64.
 [10] 廖晓文, 毛盼娣. 基于 CMOS 传感器的采摘机器人作业优化研究[J]. 农机化研究, 2024, 46(11): 140-143, 161.
 [11] 张春梅, 袁杰生, 许兴雀, 等. 基于 CNN-SVM 模型的电网窃电风险自动化预警算法[J]. 自动化技术与应用, 2025, 44(4): 38-42, 88.
 [12] 沈国平. 面向采摘机器人采摘作业的可穿戴设备控制系统设计[J]. 农机化研究, 2024, 46(7): 188-192.