

# 复合工况下轮胎滚阻与抓地性能协同提升研究

刘从臻<sup>1\*</sup> 王鹏<sup>1</sup> 朱辉<sup>2</sup> 赵鹏斌<sup>1</sup> 马强<sup>1</sup> 刘洪柱<sup>1</sup>

1. 山东理工大学交通与车辆工程学院, 淄博, 255049

2. 山东协和学院工学院, 济南, 250107

**摘要:** 轮胎滚阻和抓地性能是影响车辆动力性、经济性、制动性和安全性的重要因素。为实现滚阻与抓地性能协同提升, 以205/55R16轮胎为研究对象, 将轮胎分为胎面、带束层及非胎冠3个区域, 依据车辆6种典型行驶工况, 采用控制变量法探究各区域主要结构参数对两种性能的影响规律, 进一步通过相关分析筛选出与滚动阻力和抓地力显著相关的结构参数, 并采用响应面法进行参数寻优。结果表明, 优化后轮胎在复合工况下滚动阻力减小22.39 N、抓地力增大6 N, 实现了两种性能的协同提升。

**关键词:** 复合工况; 轮胎结构参数; 滚动阻力; 抓地性能; 响应面优化

**中图分类号:** U463.341

**DOI:** 10.3969/j.issn.1004-132X.2026.02.009

**开放科学(资源服务)标识码(OSID):**



## Research on Synergistic Improvement of Tire Rolling Resistance and Grip Performance under Composite Working Conditions

LIU Congzhen<sup>1\*</sup> WANG Peng<sup>1</sup> ZHU Hui<sup>2</sup> ZHAO Pengbin<sup>1</sup> MA Qiang<sup>1</sup> LIU Hongzhu<sup>1</sup>

1. School of Transportation and Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong, 255049

2. School of Engineering Science, Shandong Xiehe University, Jinan, 250107

**Abstract:** Tire roll resistance and grip performance were important factors influencing the power delivery, fuel economy, braking capability, and safety performance of a vehicle. In order to achieve synergistic improvement of rolling resistance and grip performance, a 205/55R16 tire was selected as the research object. The tire was divided into three areas: tread, belt layer, and non-crown. According to six traditional driving conditions, the control variable method was used to explore the influence rules of the main structural parameters on two properties. Further more, structural parameters significantly related to rolling resistance and grip were selected through correlation analysis, and the response surface method was used for parameter optimization. The results show that the rolling resistance decreases by 22.39 N and the grip improves by 6 N for the optimized tire under composite working conditions, achieving a synergistic improvement of the two performance. The results have certain reference value for improving tire rolling resistance and grip performance.

**Key words:** composite working condition; tire structural parameter; rolling resistance; grip performance; response surface optimization

### 0 引言

滚阻和抓地力作为轮胎的重要使用性能, 直接影响车辆的经济性、动力性、制动性和安全性。轮胎滚动阻力减小15%~30%, 可节省燃油消耗3%~6%<sup>[1]</sup>。抓地性能不足会导致制动距离过长及操纵稳定性降低, 甚至引发交通事故<sup>[2]</sup>。然而, 轮胎的滚阻与抓地性能之间存在一定的不相容性, 即某一性能提升可能导致另一性能下降, 即使改变轮胎配方也难以协同提升这两种性能<sup>[3]</sup>。因

此, 在减小轮胎滚动阻力的同时提高抓地力, 一直受到轮胎领域学者的关注。

国内外学者针对轮胎滚阻及抓地性能做了大量研究。对于滚动阻力, WON等<sup>[4]</sup>研究了轮胎各个部件的能量损耗, 并对轮胎带束层结构参数对能耗的影响进行了分析, 发现带束层结构参数对滚动阻力具有显著影响。LUCHINI等<sup>[5]</sup>通过有限元方法研究了不同帘线结构对轮胎滚动阻力的影响规律, 发现帘线结构是通过影响橡胶材料应力-应变循环进而改变轮胎滚动过程中的能量损耗来影响滚动阻力。CHO等<sup>[6]</sup>对黏弹性胶料迟滞损失引起的轮胎滚动阻力和温度分布进行了数值预测, 发现花纹型式对轮胎滚动阻力具有显著

收稿日期: 2024-08-29

基金项目: 国家自然科学基金(52275261, 52305267); 山东省自然科学基金(ZR2020QE155)

影响。SERAFINSKA等<sup>[7]</sup>将轮胎磨损量与接地压力选作优化目标,建立数学模型并采用优化算法进行多目标寻优,实现了两目标的同时优化。AMAUD等<sup>[8]</sup>采用多种轮胎力学模型对轮胎滚动阻力进行研究,比较了不同模型的滚动阻力计算精度。SHIDA等<sup>[9]</sup>使用静态有限元方法获得应力、应变及材料损耗因子,用于估计轮胎滚动的能量耗散,进而计算轮胎滚动阻力。王国林等<sup>[10]</sup>以载重子午线轮胎为研究对象,分析了稳态滚动工况下不同胎体结构对滚动阻力的影响以及各部位能量损失变化,得到接地特性参数与滚动阻力间的关系。包崇美<sup>[11]</sup>以胎压、载荷及速度为影响因子,探究与轮胎滚阻性能相关的各项影响因素,发现载荷与速度的影响不大,但胎压与滚阻呈现出反比例变化的趋势。段振亚等<sup>[12]</sup>选定50~100 km/h的速度区间进行滚动阻力分析,发现速度从50 km/h增至100 km/h,滚动阻力仅减小3.45%。

对于抓地性能,NAKAJIMA等<sup>[13]</sup>研究了接地压力分布与抓地性能间的关系,对单个花纹块表面参数进行优化,发现花纹块接地压力分布越均匀,则抓地性能越好。DOLWICHAI等<sup>[14]</sup>研究单独花纹块在不同摩擦因数下与地面的接触情况,发现轮胎与地面的接触区域同时存在黏着和滑移,附着系数一定时,接地面积与轮胎抓地性能成正比。CARBONE等<sup>[15]</sup>研究了胎面刚度对轮胎抓地性能的影响,并开发出一种可对胎面区域刚度分布进行预测的工具,发现胎面胶料力学特性直接影响轮胎抓地性能。臧孟炎等<sup>[16]</sup>采用制动距离评价轮胎抓地性能,探讨了带束层、胎侧等结构参数对轮胎制动能力的影响,发现带束层宽度、帘线角度以及胎侧厚度对轮胎抓地性能的影响有限。赵又群等<sup>[17]</sup>针对非充气弹性轮胎与地面相互作用的模型进行研究,基于刷子模型建立关于抓地余量的一元三次方程,分析了模型中参数对抓地性能的影响。TOSHI等<sup>[18]</sup>研究了矩形胎面胶块在不同温度下冰面滑动的抓地力,发现温度高于-10℃时,抓地力主要来自粗糙冰面引起的橡胶黏弹性变形。

对于滚阻与抓地性能矛盾的研究,FU等<sup>[19]</sup>将SiO<sub>2</sub>融入天然橡胶中,发现橡胶综合性能得到了提升。梁晨等<sup>[20]</sup>研究了胎面花纹结构参数对轮胎滚动阻力及抓地力的影响,采用胎面改型及凹形横向沟槽实现了两种性能的协同提升,但未考虑胎体结构参数的作用。杨建等<sup>[21]</sup>提出了改进的充气轮胎非自然平衡轮廓积分方程,对轮胎磨损、滚动阻力和抓地等性能进行研究,与酒井秀男和

Frank非自然平衡轮廓设计理论进行比较,发现新非自然平衡轮廓设计理论可提高轮胎的整体性能。

以上研究表明,国内外学者采用不同方法对轮胎滚阻及抓地性能进行了深入研究,但大多研究仅提高了轮胎单一性能,未实现两种性能的协同提升。另外,目前研究主要集中于单一工况,而车辆多种工况对轮胎滚阻及抓地性能的综合影响涉及很少。

为协同提升轮胎复合工况下的滚阻及抓地性能,本文以205/55R16型轮胎为研究对象,选取能量损耗表征滚动阻力及最佳滑移率的最大摩擦力表征抓地力,依据车辆六种典型行驶工况,建立复合工况下滚阻和抓地性能评价指标计算方法。通过控制变量法探究胎面、带束层以及非胎冠三个区域主要结构参数对复合工况下滚阻及抓地性能的影响规律,进一步采用相关性分析筛选出与滚阻和抓地性能显著相关的参数作为设计变量,并采用响应面法对其进行优化,以期实现复合工况滚阻及抓地性能的协同提升。

## 1 模型的建立与验证

### 1.1 轮胎模型的建立

以205/55R16子午线轮胎为研究对象,对橡胶及帘线材料进行拉伸试验,获得材料参数,建立可精确表征轮胎材料属性的本构模型。以胎面胶及带束层胶为例,选取Yeoh模型进行参数拟合,得到的应力-应变曲线见图1。同理,对其余橡胶材料进行参数拟合,得到不同胶料的具体参数,见表1。Yeoh模型本构方程为

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (1)$$

式中:  $W$  为应变能函数;  $C_{10}$ 、 $C_{20}$  和  $C_{30}$  均为材料参数;  $I_1$  为变形张量的第一应变不变量。

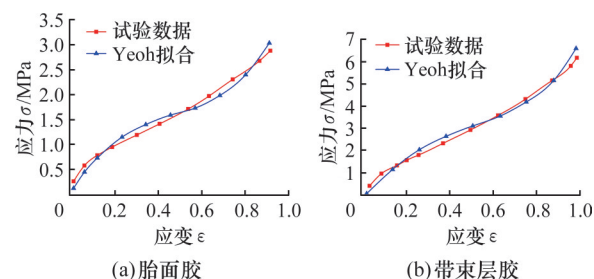


图1 胎面胶与带束层胶试验及拟合曲线

Fig.1 Tread rubber and belt rubber test and fitting curve

根据205/55R16样胎实际尺寸建立三维模型,通过Hypermesh软件进行网格划分,在ABAQUS中生成三维模型,如图2所示。

表1 轮胎各胶料Yeoh参数拟合结果

Tab.1 Fitting results of Yeoh parameters of tire compounds

部件胶料	$C_{10}$	$C_{20}$	$C_{30}$
胎面胶	0.7079	-0.1851	0.0813
冠带胶	0.4513	-0.1574	0.0803
胎侧胶	0.4709	0.1643	0.0838
带束层胶	0.4437	-0.1548	0.0789
胎体层胶	0.4460	-0.1556	0.0793
耐磨胶	1.3161	-0.3538	0.1163
内衬层胶	0.4863	-0.1697	0.0865
三角胶	2.4607	-0.7485	0.2222

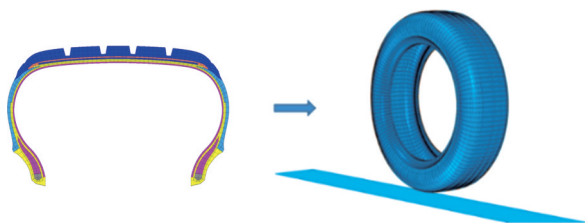


图2 轮胎有限元模型

Fig.2 Tire finite element model

1.2 有限元模型验证

静态接地试验可客观反映轮胎接地印迹及径向刚度。为验证轮胎模型精度,采用电子压力试验机对轮胎进行静态加载试验,如图3所示。为获得轮胎在不同载荷下的接地印迹,胎压调整为250 kPa,载荷分别为3、4、5、6 kN,试验得到的轮胎接地印迹与有限元仿真结果对比如图4所示,接地印迹几何参数对比结果见表2。对比发现,试验与仿真所得的接地压力分布情况相似,接地印迹形状基本一致。接地长度和宽度与试验得到的数值相近,偏差均小于3%,说明所建的轮胎模型精度较高。

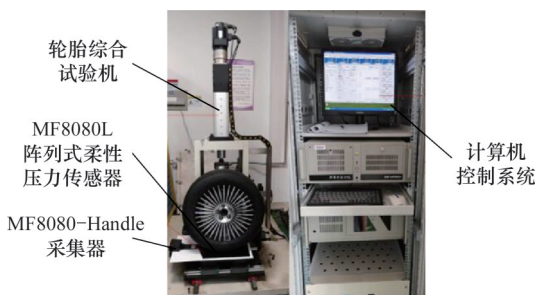
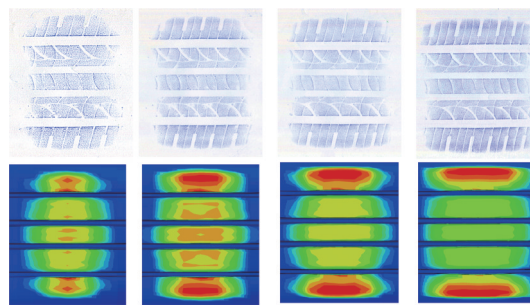


图3 电子压力试验机

Fig.3 Electronic pressure testing machine

为测量轮胎的接地刚度,胎压分别设置为250 kPa和280 kPa,试验与仿真结果对比如图5和表2所示。可以看出,径向刚度试验所得的刚度曲线与有限元仿真结果十分接近,下沉量差值最大为0.50 mm。计算其刚度,当胎压为250 kPa时,仿真模型刚度为232.12 N/mm,试验刚度为



(a) 载荷3 kN (b) 载荷4 kN (c) 载荷5 kN (d) 载荷6 kN

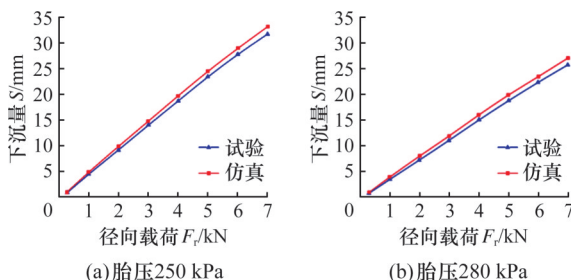
图4 轮胎静载接地印痕对比

Fig.4 Comparison of tire static load grounding marks

表2 轮胎静载接地印痕参数对比

Tab.2 Comparison of tire static load grounding parameters

印痕参数		载荷			
		3 kN	4 kN	5 kN	6 kN
接地长度	试验值/mm	101.44	114.00	133.03	148.55
	仿真值/mm	98.61	112.06	131.11	146.45
	相对偏差/%	2.79	1.70	1.44	1.41
接地宽度	试验值/mm	144.91	150.00	151.17	156.37
	仿真值/mm	148.22	153.08	153.43	158.25
	相对偏差/%	2.84	2.05	1.50	1.20



(a) 胎压250 kPa

(b) 胎压280 kPa

图5 径向刚度曲线对比

Fig.5 Comparison of radial stiffness curves

225.68 N/mm,两者误差为2.85%;当胎压为280 kPa时,有限元模型刚度为256.81 N/mm,试验刚度为260.44 N/mm,两者误差为1.41%,相对偏差均低于3%。以上接地印迹及径向刚度对比结果均表明,轮胎有限元模型精度较高,可用于进一步研究。

1.3 复合工况划分

汽车在实际运行过程中行驶工况是复杂多变的。根据CHO<sup>[22]</sup>的研究数据,将车辆的行驶工况划分为6种典型工况,各工况数据见表3。

1.4 滚阻及抓地性能评价指标

采用能量损耗作为滚动阻力评价指标。根据各工况所占权重进行加权求和,计算复合工况下的能量损耗以评价复合工况下的滚动阻力。复合工况能量损耗 $E_{Loss}$ 计算公式为

$$E_{Loss} = E_{Loss1}\omega_1 + E_{Loss2}\omega_2 + \dots + E_{Loss6}\omega_6 \quad (2)$$

式中： $E_{Loss_i}$ 为第*i*个工况下的能量损耗； $w_i$ 为第*i*个工况所占权重， $i=1,2,\dots,6$ 。

表3 行驶工况划分表<sup>[22]</sup>

Tab.3 Driving conditions division table<sup>[22]</sup>

工况	滑移率/%	侧偏角/(°)	侧倾角/(°)	权重/%
直线自由滚动	0	0	0.34	74.32
直线驱动	-15	0	0.42	6.48
直线制动	15	0	0.19	4.65
侧偏自由滚动	0	5	0.25	10.76
侧偏驱动	-15	5	0.25	2.19
侧偏制动	15	5	0.44	1.60

评价轮胎抓地性能必须考虑滑移率的影响。轮胎制动时受ABS的影响，产生既滚又滑的运动状态，而轮胎处于最佳滑移率时具有最大的抓地力。诸多研究表明<sup>[23-24]</sup>，当滑移率为16%时，摩擦力达到最大值。因此，选择滑移率16%所对应的摩擦力来评价轮胎的抓地性能。

## 2 结构参数对滚阻与抓地的影响规律

### 2.1 胎面结构参数对滚阻与抓地的影响

胎面区域是轮胎与地面直接接触的部位，其结构特点显著影响轮胎滚阻及抓地等性能<sup>[23]</sup>。选取行驶面宽度 $b_1$ 、行驶面高度 $h_1$ 以及肋条宽度比 $a=W_1/W_2$ 三个主要胎面区域参数为试验变量，探究胎面区域结构参数对轮胎滚阻与抓地性能的影响。各结构参数如图6所示，采用控制变量法设计方案见表4。

根据上述试验方案，分别建立6种工况下不同胎冠结构参数的轮胎有限元模型，仿真结果见表5。可以看出，行驶面宽度增加12 mm，滚阻减小20.92 N，抓地力减小29 N；行驶面高度增加4 mm，滚阻增大21 N，抓地力减小22 N；肋条宽度比增加0.40，滚阻增大5.36 N，抓地力增大10 N。

进一步通过接地印迹分析胎冠结构参数变化对滚动阻力及抓地力的影响规律，如图7所示。轮胎滚动阻力与抓地力随胎冠结构参数的变化关

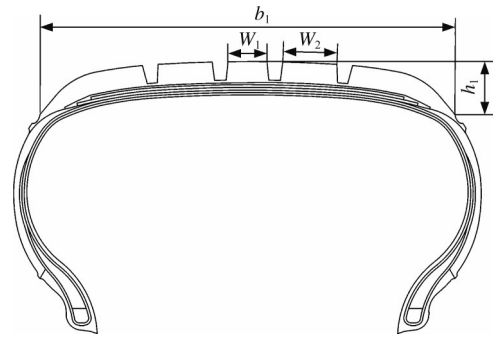


图6 胎冠接地轮廓结构

Fig.6 Crown grounding profile structure

表4 胎冠结构设计方案

Tab.4 Crown structure design scheme

方案编号	行驶面宽度 $b_1$ /mm	行驶面高度 $h_1$ /mm	肋条宽度比 $a$
样胎	170	11.5	0.75
1	164	11.5	0.75
2	176	11.5	0.75
3	170	9.5	0.75
4	170	13.5	0.75
5	170	11.5	0.55
6	170	11.5	0.95

系见图8。

对比方案1和2可以看出，随着行驶面宽度的增大，两侧胎肩接地面积增大，接地压力减小，且胎面中心区域压力增大，接地压力峰值减小，接地压力分布更均匀，抓地力更大；同时胎面变形减小，能量损耗减小，滚动阻力减小。对比方案3和4可知，随着行驶面高度的增大，两侧胎肩区域受力明显增大，出现压力集中现象，胎面中心区域压力减小，轮胎接地面积减小，接地压力峰值增大，接地压力分布均匀程度降低，轮胎抓地力减小；胎肩区域受力集中，胎面所受压力不能传到胎侧区域，造成胎肩区域变形严重，能量损耗增大，滚动阻力增大。对比方案5和6可知，肋条宽度比对接地印迹整体的影响较小，肋条宽度比增大使胎面中心区域受力增大，胎肩区域受力减小，接地压力峰值减小，接地压力分布均匀程度略微增大，抓地

表5 不同胎面结构滚动阻力及抓地力

Tab.5 Rolling resistance and grip force of different tread structures

方案编号	轮胎滚动一周的能量损耗/J						复合工况能量损耗/J	滚动阻力/N	抓地力/N
	直线自由滚动	直线驱动	直线制动	侧偏自由滚动	侧偏驱动	侧偏制动			
样胎	176.36	422.31	444.48	297.66	432.94	441.56	227.68	116.89	4333
1	199.24	450.55	474.73	318.80	465.78	472.47	251.41	129.07	4307
2	161.36	401.64	410.60	276.38	415.26	424.21	210.66	108.15	4336
3	162.02	407.93	425.16	280.59	415.60	430.79	212.81	109.25	4340
4	204.72	443.79	467.56	312.91	455.88	462.50	253.70	130.25	4318
5	184.91	429.86	452.52	302.66	441.13	449.11	235.73	115.68	4326
6	184.35	430.63	453.60	305.33	442.36	451.06	235.76	121.04	4336

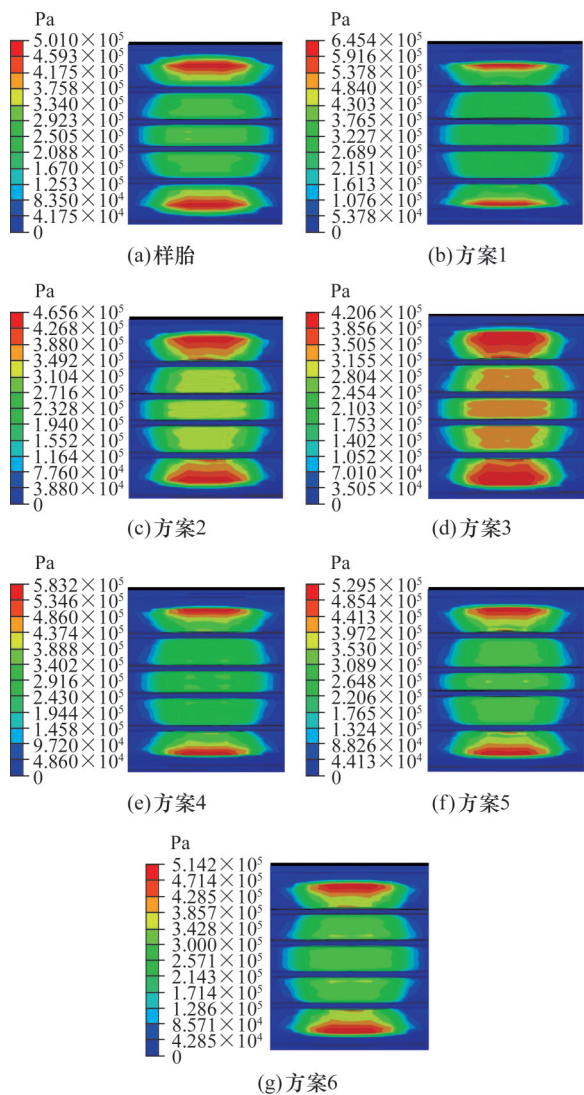


图7 不同胎面结构接地印迹

Fig.7 Ground marks of different tread structures

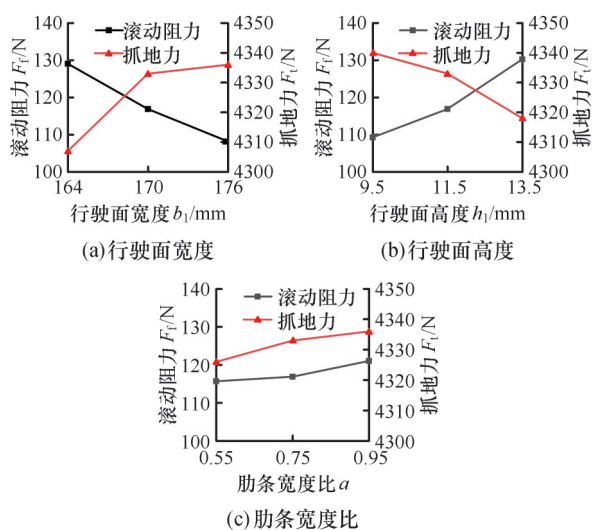


图8 胎面结构参数对滚动阻力和抓地力的影响

Fig.8 Influence of tread structure parameters on rolling resistance and grip

力增大;同时造成胎面受力不均,变形增大,能量损耗增大,滚动阻力增大。

由图8可知,行驶面宽和行驶面高对轮胎的滚动阻力和抓地力的影响显著,随行驶面宽度的增大,滚动阻力减小,抓地力增大。随行驶面高度的增大,滚动阻力增大,抓地力减小。肋条宽度比对滚动阻力和抓地力的影响较小,且均随肋条宽度比的增大而增大。因此,在轮胎设计过程中,适当增大行驶面宽度,同时适当减小行驶面高度,可以优化轮胎接地特性,减小胎面变形,减少能量损耗,在减小滚动阻力的同时,增大抓地力。

### 2.2 带束层结构参数对滚阻及抓地的影响

带束层区域位于胎面下方,是轮胎主要的受力部件。带束层结构决定轮胎的刚度,进而影响轮胎的滚阻及抓地等性能<sup>[25]</sup>。样胎含有两层呈一定角度的带束层,并相对于胎体层对称分布,如图9所示。选取1号带束层宽度 $b_2$ 、2号带束层宽度 $b_3$ 以及帘线角度 $\theta$ 作为试验因素,探究带束层结构参数的改变对轮胎滚阻与抓地性能的影响,采用控制变量法设计方案,见表6,仿真结果见表7。可以看出,1号带束层宽度增加10 mm,滚阻增大1.63 N,抓地力增大3 N;2号带束层宽度增加10 mm,滚阻增大22.23 N,抓地力增大9 N;帘线角度增加 $8^\circ$ ,滚阻增大25.63 N,而抓地力减小14 N。

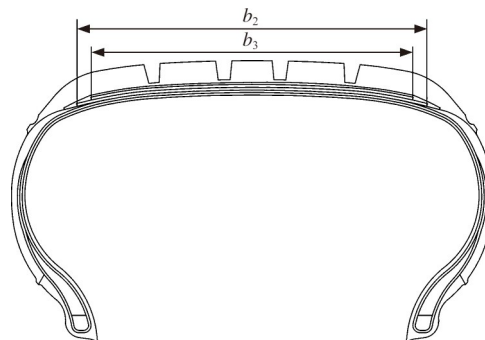


图9 带束层结构

Fig.9 Structure of the belt layer

表6 带束层结构设计方案

Tab.6 Design scheme of belt layer structure

方案编号	1号带束层宽度 $b_2$ /mm	2号带束层宽度 $b_3$ /mm	帘线角度 $\theta/(^\circ)$
样胎	158	148	70
7	153	148	70
8	163	148	70
9	158	143	70
10	158	153	70
11	158	148	66
12	158	148	74

图10所示为不同方案的接地压力分布。图11为轮胎滚动阻力及抓地力与带束层结构参数的关系曲线。

表 7 不同带束层结构滚动阻力及抓地力

Tab.7 Rolling resistance and grip force of different belt structures

方案编号	轮胎滚动一周的能量损耗/J						复合工况能量损耗/J	滚动阻力 /N	抓地力 /N
	直线自由滚动	直线驱动	直线制动	侧偏自由滚动	侧偏驱动	侧偏制动			
样胎	176.36	422.31	444.48	297.66	432.94	441.56	227.68	116.89	4333
7	176.83	419.03	441.08	294.81	428.75	441.33	227.26	116.67	4325
8	179.43	425.33	448.07	297.27	439.56	441.20	230.42	118.30	4328
9	158.86	398.76	420.98	273.44	411.78	415.53	208.57	107.08	4326
10	200.45	448.85	469.15	320.06	460.07	467.04	251.86	129.31	4335
11	151.62	390.70	412.82	273.03	407.61	409.69	202.06	103.74	4337
12	200.02	448.22	471.49	322.73	462.37	468.68	251.98	129.37	4323

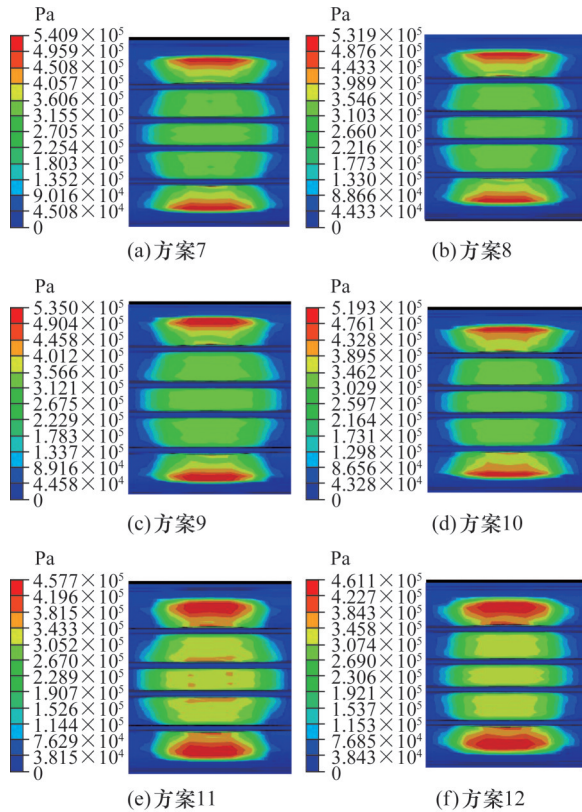


图 10 不同带束层结构接地印迹

Fig.10 Ground imprints of different belt-layer structures

如图 10 所示,对比方案 7 和 8,1 号带束层宽度的增大对轮胎接地压力分布程度的影响较小,接地印迹形状没有较大变化,且接地压力峰值略有减小。对比方案 9 和 10 可知,2 号带束层宽度对轮胎接地压力分布情况的影响明显,2 号带束层宽度增大,胎肩部位高压区域面积减小,但接地面积增大,胎肩变形增大,能量损耗增大,滚动阻力增大,且接地压力峰值减小,轮胎接地印迹矩形率提高,接地压力分布均匀性提高,抓地性能提高。对比方案 11 和 12 可以发现,帘线角度对接地压力峰值的影响较小,对轮胎接地印迹的影响明显,随着帘线角度的增大,胎面中心接地印迹逐渐变窄,胎肩区域接地印迹逐渐变宽,接地压力分布变得

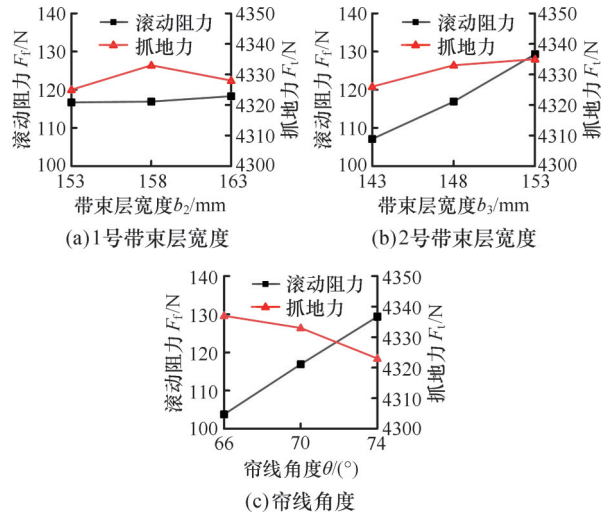


图 11 带束层结构参数对滚动阻力和抓地力的影响

Fig.11 Influence of structural parameters of the belt layer on rolling resistance and grip

不均匀,抓地力减小;而两侧胎肩区域接地面积增大,胎面中心区域接地面积减小,胎肩区域受力更加集中,加剧了胎面变形,能量损耗加大,滚动阻力增大。

1 号带束层宽度变化对轮胎滚动阻力和抓地力的影响较小,随着 1 号带束层宽度增加,滚动阻力稍有增大,抓地力先增大后减小,在中间水平呈最大状态。2 号带束层宽度和帘线角度对轮胎的滚动阻力和抓地力的影响较为明显,2 号带束层宽度增大,滚动阻力和抓地力均增大,其中滚动阻力增幅更大;随着帘线角度的增大,滚动阻力增大趋势较为显著,抓地力逐渐减小。因此,可以通过适当减小帘线角度改善轮胎的接地性能,实现轮胎滚阻和抓地性能的协同提升。

### 2.3 非胎冠结构参数对滚阻与抓地的影响

胎面及带束层区域以外的部位为非胎冠区域,主要包括胎体层、三角胶、耐磨胶等部件。非胎冠区域参数是影响滚阻及抓地性能的重要参数。选取胎体反包高度  $h_4$ 、三角胶高度  $h_3$  及耐磨胶高度  $h_2$  作为试验变量设计试验方案,研究三个

非胎冠结构参数对轮胎滚阻及抓地性能的影响。非胎冠结构如图12所示,试验设计方案见表8。各试验方案在复合工况下的能量损耗、滚动阻力及抓地力见表9。

可以看出,胎体反包高度增加10 mm,滚阻减

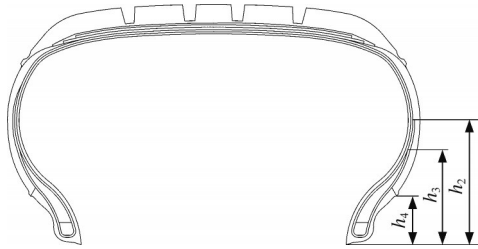


图12 非胎冠结构  
Fig.12 Non-crown structure

表8 非胎冠结构设计参数

Tab.8 Non-crown structure design parameters

方案编号	胎体反包高度 $h_1$ /mm	三角胶高度 $h_3$ /mm	耐磨胶高度 $h_2$ /mm
样胎	68	40	27.55
13	63	40	27.55
14	73	40	27.55
15	68	35	27.55
16	68	45	27.55
17	68	40	22.55
18	68	40	32.55

小1.02 N,抓地力减小10 N;三角胶高度增加10 mm,滚阻增大2.69 N,抓地力增大1 N;耐磨胶高度增加10 mm,滚阻增大1.62 N,抓地力减小4 N。

表9 不同非胎冠结构滚阻及抓地力

Tab.9 Rolling resistance and grip of different non-crown structures

方案编号	轮胎滚动一周的能量损耗/J						复合工况能量损耗/J	滚动阻力/N	抓地力/N
	直线自由滚动	直线驱动	直线制动	侧偏自由滚动	侧偏驱动	侧偏制动			
样胎	176.36	422.31	444.48	297.66	432.94	441.56	227.68	116.89	4333
13	180.15	426.64	451.58	299.65	439.54	445.94	231.53	118.87	4337
14	179.32	421.78	445.19	294.85	432.49	440.28	229.55	117.85	4327
15	176.99	420.66	443.27	294.27	430.90	437.62	227.51	116.81	4328
16	181.62	429.11	452.41	298.57	439.87	448.83	232.77	119.50	4327
17	180.20	436.03	460.15	244.60	450.34	456.12	227.06	116.57	4335
18	181.72	419.12	437.16	291.10	428.62	435.30	230.21	118.19	4331

图13所示为不同方案静态加载下接地压力分布。轮胎滚动阻力与抓地力随不同非胎冠结构参数的变化如图14所示。

对比方案13和图14可知,胎体反包高度对轮胎接地印迹的影响较小,接地压力分布没有发生较大变化,峰值接地压力略有增大。对比方案15和16可知,随着三角胶高度的增大,胎肩处高压区域面积减小,胎肩承受更大的力,加重胎面变形,进而能量损耗增大,滚动阻力增大,接地压力峰值增大,接地压力分布均匀程度下降,抓地力减小。对比方案17和18,随耐磨胶高度的降低,轮胎中心接地面积增大,两侧胎肩区域接地面积减小,轮胎矩形率增大,接地压力峰值减小,接地压力分布更均匀,抓地力增大,并且胎面能量损耗减小,滚动阻力减小。

随胎体反包高度的增大,滚动阻力变化较小,但是抓地力呈明显减小趋势。随三角胶高度的增大,滚动阻力略有增大,抓地力呈先增大后减小的趋势,在中间水平时抓地力最大。随耐磨胶高度的增大,滚动阻力略有增大,抓地力略有减小,对轮胎两性能的影响均不显著。所以,适当增加胎

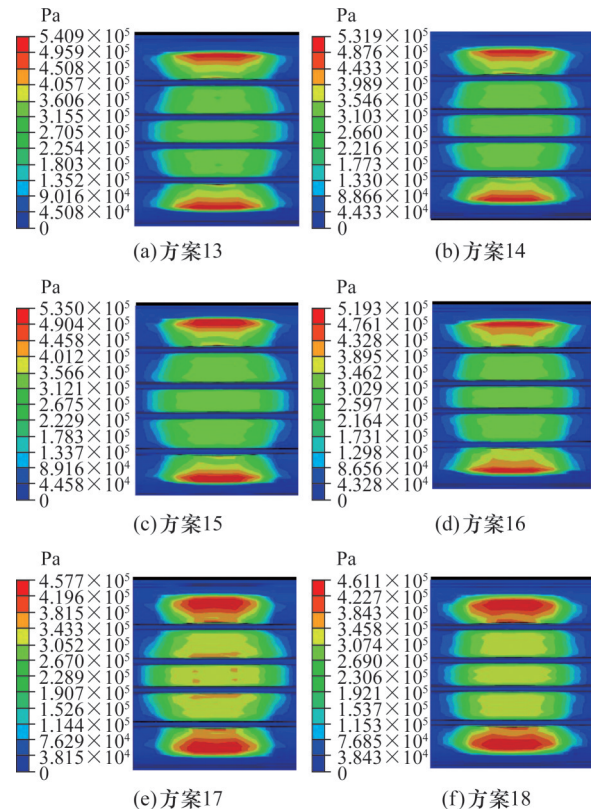


图13 不同非胎冠结构接地印迹

Fig.13 Ground blot of different non-crown structures

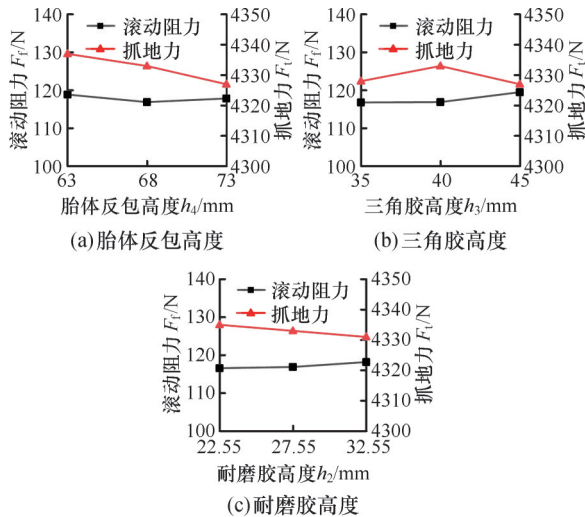


图 14 非胎冠结构参数对滚动阻力和抓地力的影响

Fig.14 Effects of non-crown structure parameters on rolling resistance and grip

体反包高度可以增大胎侧刚度,减小胎面变形,减小能量损耗,但影响轮胎与地面的接触面积,导致抓地力减小。适当降低三角胶高度,可以增大轮胎与地面的接触面积,降低胎肩处接地压力分布,使接地压力分布更均匀。但是过度减小三角胶高度会影响其支撑作用,进而影响轮胎刚度,增大胎

面变形,导致能量损耗增加。

### 3 相关性分析

上述研究表明,轮胎各区域结构参数对滚阻及抓地性能都具有一定影响,但具体影响程度尚不明确。因此,进一步采用SPSS软件对上述试验方案进行相关性分析,探究轮胎结构参数与滚动阻力及抓地力的相关程度,并选取相关性程度较高的结构参数作进一步优化。相关性分析的结果见表10。表中相关系数 $r$ 的取值范围为 $[-1, 1]$ , $r > 0$ 时表示两个变量成正相关, $r < 0$ 时表示两个变量成负相关,相关程度与相关系数的绝对值成正比;显著性水平Sig值用来判断是否存在相关关系, $Sig < 0.05$ 时,两变量成显著相关关系; $Sig > 0.05$ 时,两变量相关性不显著。

由表10可知,与滚动阻力显著相关的结构参数有行驶面宽度、行驶面高度、2号带束层宽度及带束层角度,与抓地力显著相关的结构参数有行驶面宽度、行驶面高度。综合以上结果,选取行驶面宽度、行驶面高度、2号带束层宽度及帘线角度作为进一步优化变量。

表 10 相关性分析结果

Tab.10 Correlation analysis result

		$b_1$	$h$	$a$	$b_2$	$b_3$	$\theta$	$h_4$	$h_3$	$h_2$
滚动阻力	$r$	-0.457	0.458	0.117	0.035	0.485	0.559	-0.022	0.059	0.035
	Sig	0.049	0.049	0.634	0.886	0.035	0.013	0.928	0.811	0.886
抓地力	$r$	0.612	-0.464	0.211	0.063	0.290	-0.295	-0.211	-0.021	-0.084
	Sig	0.005	0.045	0.386	0.797	0.236	0.220	0.386	0.932	0.731

## 4 轮胎结构参数优化设计

### 4.1 响应面试验方案设计

为同时实现轮胎滚动阻力的减小以及抓地力的增大,将复合工况下最小滚动阻力及最大抓地力作为优化目标,采用Box-Behnken(BBD)方法设计试验方案,并根据所得试验仿真结果构建响应面数学模型,进行结构优化。为避免不同变量单位对试验模型产生影响,将试验设计中的变量因子进行编码,以达到量纲一化的目的,编码后变量的三个水平由低到高分别用-1、0和1表征。试验变量取值及编码因子见表11。设置行驶面宽度、行驶面高度、2号带束层宽度及带束层角度分别为 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 和 $x_4$ ,响应值滚动阻力及抓地力分别设置为 $F_1(x_i)$ 和 $F_2(x_i)$ ,建立29组试验方案并获取每种方案响应值,见表12。

依据表12中仿真结果,以轮胎滚动阻力及抓

表 11 试验参数及取值

Tab.11 Test parameters and values

变量代号	设计变量名称	编码因子		
		-1	0	1
$x_1$	行驶面宽度 $b_1/mm$	164	170	176
$x_2$	行驶面高度 $h/mm$	9.5	11.5	13.5
$x_3$	2号带束层宽度 $b_3/mm$	143	148	153
$x_4$	帘线角度 $\theta/(^\circ)$	66	70	74

地力为指标构建二次方响应面模型,响应面函数分别为

$$F_1(x_i) = 116.89 - 8.27x_1 + 2.49x_2 + 11.67x_3 + 12.64x_4 + 2.22x_1x_2 - 1.83x_1x_3 - 0.17x_1x_4 - 1.38x_2x_3 - 2.33x_2x_4 + 0.36x_3x_4 + 3.18x_1^2 + 1.12x_2^2 - 0.09x_3^2 + 1.21x_4^2 \quad (3)$$

$$F_2(x_i) = 4333 + 11.17x_1 - 6.75x_2 + 1.33x_3 + 0.25x_4 - 0.5x_1x_2 - 0.25x_1x_3 - 1.25x_1x_4 + 0.75x_2x_3 - 9.12x_1^2 - 2x_2^2 - 4.13x_3^2 - 5x_4^2 \quad (4)$$

响应函数回归模型的判定系数、变异系数和信噪比见表13。由表13可知,各目标函数判定系

表12 试验方案及结果

Tab.12 Experimental scheme and results

方案	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$F_1(x_i)$	$F_2(x_i)$
1	0	1	-1	0	110.40	4316
2	1	1	0	0	117.63	4324
3	1	0	0	1	125.85	4329
4	-1	0	-1	0	113.00	4307
5	1	0	0	-1	99.46	4330
6	0	-1	0	-1	104.73	4330
7	1	-1	0	0	106.67	4339
8	-1	0	0	-1	112.84	4308
9	1	0	1	0	121.55	4333
10	0	0	0	0	116.89	4333
11	0	0	-1	1	120.43	4328
12	0	0	0	0	116.89	4333
13	1	0	-1	0	102.13	4330
14	-1	-1	0	0	132.47	4318
15	-1	0	1	0	141.76	4312
16	0	0	0	0	116.89	4333
17	0	0	0	0	116.89	4333
18	-1	1	0	0	129.98	4304
19	0	1	0	-1	111.40	4317
20	0	-1	0	1	131.89	4332
21	0	1	1	0	128.22	4322
22	0	-1	1	0	128.48	4334
23	-1	0	0	1	139.91	4304
24	0	0	0	0	116.89	4333
25	0	0	-1	-1	94.55	4323
26	0	0	1	1	140.89	4327
27	0	0	1	-1	113.58	4325
28	0	1	0	1	133.90	4319
29	0	-1	-1	0	101.32	4335

数均大于0.9,变异系数均小于5%,且信噪比均大于4,说明所建模型具有较好的可靠性。同时,根据残差分布来验证模型的精确度,如图15所示。可以看出,每个方案中轮胎的两性能残差均

表13 响应函数回归模型的拟合度结果

Tab.13 The result of fit degree of response function regression model

	判定系数 $R^2$	变异系数/%	信噪比
$F_1(x_i)$	0.93	0.32	16.91
$F_2(x_i)$	0.93	0.40	14.53

表15 复合工况仿真结果对比

Tab.15 Comparison of simulation results under composite conditions

方案	轮胎滚动一周的能量损耗/J						复合工况能量损耗/J	滚动阻力/N	抓地力/N
	直线自由滚动	直线驱动	直线制动	侧偏自由滚动	侧偏驱动	侧偏制动			
样胎	176.36	422.31	444.48	297.66	432.94	441.56	227.68	116.89	4333
优化方案	138.93	356.99	378.86	242.15	366.56	373.42	184.06	94.50	4339
优化量	37.43	65.32	65.62	55.51	66.38	68.14	43.62	22.39	6

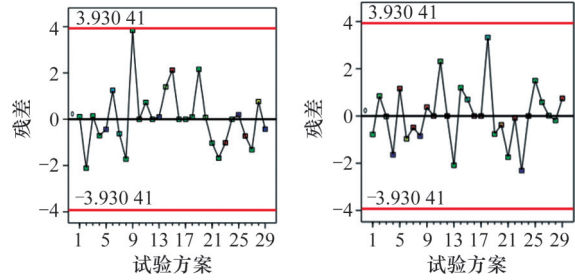


图15 残差分布图

Fig.15 Residual distribution diagram

位于±4%范围内,表明该模型偏差较小,具有较高的精确度。

#### 4.2 目标优化及仿真实验

基于建立的响应面模型,使用Design-Expert对两个目标函数进行寻优。将同时获得最小滚动阻力及最大抓地力作为优化目标,在变量参数合理的取值范围内寻优,得到最佳优化目标的最优结构参数。结构参数与目标函数关系可以表示为

$$\min F_1(x_i) \quad \min F_2(x_i) \quad x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \quad (5)$$

式中: $\min F_1(x_i)$ 、 $\max F_2(x_i)$ 均为目标函数,即最小滚动阻力和最大抓地力; $x_i$ 为轮胎结构变量参数; $x_i^{\min}$ 、 $x_i^{\max}$ 为变量的最小值与最大值。

优化后得到最优参数组合及仿真结果见表14,优化模型结果与仿真结果偏差均很小,最大偏差为0.05%,证明优化结果可信。优化方案与样胎仿真结果对比见表15。

表14 优化方案结果验证

Tab.14 Optimization scheme results verification

方案	$x_1$ /mm	$x_2$ /mm	$x_3$ /mm	$x_4$ (°)	$F_1(x_i)$ /N	$F_2(x_i)$ /N
优化方案	174.73	9.5	145.37	67.54	94.55	4338.49
仿真方案	174.73	9.5	145.37	67.54	94.50	4339
偏差/%					0.053	0.012

由表15可知,优化方案相比样胎在六种工况下的能量损耗均有明显降低,其中降幅最大的是侧偏制动工况,优化量为68.14 J,降幅最小的直线自由滚动工况的优化量也达到37.43 J。复合工况下能量损耗降低了43.62 J,滚动阻力减小了22.39 N,同时,抓地力增大了6 N。因此,由响应面法得到的优化方案改善了轮胎在各行驶工况下

的滚阻和抓地性能,有效提升了轮胎的燃油经济性和行驶安全性,为协同提升轮胎复合工况的滚阻及抓地性能提供了参考。

## 5 结语

1)1号带束层宽度的变化对轮胎滚动阻力及抓地力的影响较小,接地压力分布情况没有明显差别;2号带束层宽度增大10 mm,轮胎接地面积增大,接地压力峰值减小,胎肩区域变形增大,滚动阻力增大22.23 N,抓地力增大9 N;帘线角度增大 $8^{\circ}$ ,轮胎接地印迹变化明显,接地面积减小,胎面中间区域受力减小,接地压力分布变得不均匀,抓地力减小14 N,胎肩区域受力集中,胎面变形增大,滚动阻力增大25.63 N。

2)改变非胎冠区域结构参数对轮胎两性能的影响较小,三角胶高度增大10 mm,接地面积减小,接地压力峰值增大,接地压力分布均匀程度下降,轮胎变形加剧,滚动阻力减小1.02 N,而抓地力增大10 N;耐磨胶高度降低10 mm,轮胎矩形率增大,接地压力峰值减小,接地压力分布更均匀,滚动阻力减小1.62 N,抓地力增大4 N。

3)通过相关性分析筛选出与滚动阻力及抓地力呈显著相关的结构参数为行驶面宽度、行驶面高度、2号带束层宽度及帘线角度,进一步将所选参数作为优化变量,采用响应面法进行多目标参数优化,得到最优参数方案。与样胎对比后发现,优化方案轮胎的滚动阻力减小22.39 N、抓地力增大6 N,实现了轮胎两性能的协同提升。

## 参考文献:

- [1] FONTARAS G, SAMARAS Z. On the Way to 130 g CO<sub>2</sub>/km—Estimating the Future Characteristics of the Average European Passenger Car[J]. *Energy Policy*, 2010, 38(4): 1826-1833.
- [2] 王国林,陈幸鹏,周海超. 接地特性参数对轮胎抓地性能的影响研究[J]. *汽车工程*, 2019, 41(6): 647-653.  
WANG Guolin, CHEN Xingpeng, ZHOU Haichao. A Study on the Influences of Grounding Characteristic Parameters on the Grip Performance of Tire[J]. *Automotive Engineering*, 2019, 41(6): 647-653.
- [3] ZHANG Shuai, ZHAO Suhe, ZHANG Xingying, et al. Preparation, Structure, and Properties of End-functionalized Mikroarms Star-shaped Polybutadiene - Sn - Poly (Styrene - Butadiene) Rubber[J]. *Journal of Applied Polymer Science*, 2014, 131(6): 40002.
- [4] WON J, PARK C. Analysis of Relationship between Tire Construction and Rolling Resistance by FEM[C]. Beijing, China, International Rubber Conference, 2004.
- [5] LUCHINI J R, PETERS J M, ARTHUR R H. Tire Rolling Loss Computation with the Finite Element Method[J]. *Tire Science and Technology*, 1994, 22(4): 206-222.
- [6] CHO J R, LEE H W, JEONG W B, et al. Numerical Estimation of Rolling Resistance and Temperature Distribution of 3-D Periodic Patterned Tire[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50(1): 86-96.
- [7] SERAFINSKA A, KALISKE M, ZOPF C, et al. A Multi-objective Optimization Approach with Consideration of Fuzzy Variables Applied to Structural Tire Design[J]. *Computers & Structures*, 2013, 116: 7-19.
- [8] AMAUD J. Truck Tire Rolling Resistance under Dynamic Vertical Load [D]. England: University of Nottingham School of Mechanical, Manufacturing Engineering and Management, 2004.
- [9] SHIDA Z, KOISHI M, KOGURE T, et al. A Rolling Resistance Simulation of Tires Using Static Finite Element Analysis[J]. *Tire Science and Technology*, 1999, 27(2): 84-105.
- [10] 王国林,董自龙,梁晨,等. 子午线轮胎接地特性与滚动阻力关系的研究[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(16): 186-192.  
WANG Guolin, DONG Zilong, LIANG Chen, et al. Study on Relationship between Grounding Characteristics and Rolling Resistance of Radial Tire[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(16): 186-192.
- [11] 包崇美. 绿色轮胎滚动阻力性能分析及影响因素研究[D]. 长春: 吉林大学, 2020.  
BAO Chongmei. Analysis on Rolling Resistance Performance of Green Tire and Study on Its Influencing Factors [D]. Changchun: Jilin University, 2020.
- [12] 段振亚,樊丽娟,杭柏林. 负荷、充气压力和速度对轮胎滚动阻力的影响规律[J]. *青岛科技大学学报(自然科学版)*, 2017, 38(6): 82-86.  
DUAN Zhenya, FAN Lijuan, HANG Bailin. Effect of Load, Inflation Pressure and Speed on Rolling Resistance of Tire[J]. *Journal of Qingdao University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2017, 38(6): 82-86.
- [13] NAKAJIMA Y, TAKAHASHI F. Increase of Frictional Force of Rubber Block by Uniform Contact Pressure Distribution and Its Application to Tire[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 2002, 75(4): 589-604.
- [14] DOLWICHAI P, LIMTRAGOOL J. The Effect of Tire Treads Shape to Stick-slip Phenomenon in Frictional Contact[C]//The 20th Conference of MENETT. Nakhon Ratchasima, Thailand, 2006: 4185-4188.
- [15] CARBONE G, LORENZ B, PERSSON B N J, et al. Contact Mechanics and Rubber Friction for Randomly Rough Surfaces with Anisotropic Statistical Properties[J]. *The European Physical Journal E*, 2009, 29(3): 275-284.
- [16] 臧孟炎,陆波,陈玉祥. 干燥路面上轮胎制动距离的FEM仿真[J]. *汽车工程*, 2011, 33(2): 156-161.  
ZANG Mengyan, LU Bo, CHEN Yuxiang. FEM Simulation on Tire Braking Distance on Dry Road[J]. *Automotive Engineering*, 2011, 33(2): 156-161.
- [17] 赵又群,李波,陈月乔,等. 基于刷子模型的非充气弹性车轮抓地余量分析[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2015, 23(2): 380-388.  
ZHAO Youqun, LI Bo, CHEN Yueqiao, et al. Grip Margin Analysis of Non-pneumatic Elastic Wheel Based on Brush Model[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2015, 23(2): 380-388.
- [18] TOSHI T, SATOSHI K, RYOUSKE S, et al. Rubber - ice Friction[J]. *Friction*, 2023, 11(8): 1134-1543.
- [19] FU Wen, WANG Li. Research on Payne Effect of Natural Rubber Reinforced by Graft-modified Silica[J]. *Journal of Applied Polymer Science*, 2016, 133(36): 43891.

- [20] 梁晨, 王国林, 喻康颖, 等. 基于接地特性的轮胎滚阻与抓地性能评价方法[J]. 汽车工程, 2020, 42(12): 1679-1687.  
LIANG Chen, WANG Guolin, YU Kangying, et al. Evaluation Method of Tire Rolling Resistance and Ground-grip Performance Based on Ground Contact Characteristics[J]. Automotive Engineering, 2020, 42(12): 1679-1687.
- [21] 杨建, 王国林, 万治君. 汽车轮胎性能矛盾相容的新非自然平衡轮廓设计的研究[J]. 汽车工程, 2015, 37(12): 1418-1425.  
YANG Jian, WANG Guolin, WAN Zhijun. A Study on the New Non-natural Equilibrium Contour Design of Vehicle Tires with Conflicting Performance Compatibility[J]. Automotive Engineering, 2015, 37(12): 1418-1425.
- [22] CHO J R, CHOI J H, KIM Y S. Abrasive Wear Amount Estimate for 3D Patterned Tire Utilizing Frictional Dynamic Rolling Analysis[J]. Tribology International, 2011, 44(7/8): 850-858.
- [23] 郑彬双, 朱晟泽, 程永振, 等. 基于轮胎滑水模型的轮胎-沥青路面附着特性影响因素分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2018, 48(4): 719-725.  
ZHENG Binshuang, ZHU Shengze, CHENG Yongzhen, et al. Analysis on Influence Factors of Adhesion Characteristic of Tire-asphalt Pavement Based on Tire Hydroplaning Model[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2018, 48(4): 719-725.
- [24] SALEHI M, NOORDERMEER J W M, REUVEKAMP L A E M, et al. Measuring Rubber Friction Using a Laboratory Abrasion Tester (LAT100) to Predict Car Tire Dry ABS Braking[J]. Tribology International, 2019, 131: 191-199.
- [25] 刘金朋, 黄海波, 李淑欣, 等. 轮胎磨损颗粒形貌及产生机理的实验研究[J]. 摩擦学学报, 2017, 37(5): 587-593.  
LIU Jinpeng, HUANG Haibo, LI Shuxin, et al. Experimental Investigation on the Morphology of the Tire Wear Particles and Its Generation Mechanism[J]. Tribology, 2017, 37(5): 587-593.

(编辑 陈勇)

作者简介: 刘从臻<sup>\*</sup>(通信作者), 男, 1979年生, 副教授。研究方向为轮胎力学性能分析与优化设计。E-mail: lcz200811@163.com。

#### 本文引用格式:

刘从臻, 王鹏, 朱辉, 等. 复合工况下轮胎滚阻与抓地性能协同提升研究[J]. 中国机械工程, 2026, 37(2): 342-352.

LIU Congzhen, WANG Peng, ZHU Hui, et al. Research on Synergistic Improvement of Tire Rolling Resistance and Grip Performance under Composite Working Conditions[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(2): 342-352.

#### (上接第341页)

- [10] 谭援强, 蒋理宽, 姜胜强, 等. 渐开线花键副微动摩擦接触分析[J]. 机械工程学报, 2018, 54(7): 123-130.  
TAN Yuanqiang, JIANG Likuan, JIANG Shengqiang, et al. Analysis of Fretting Friction Contact of Involute Spline Pair[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(7): 123-130.
- [11] MARMOL R A, SMALLEY A J, TECZA J A. Spline Coupling Induced Nonsynchronous Rotor Vibrations[J]. Journal of Mechanical Design, 1980, 102(1): 168-176.
- [12] 朱彬, 杨诚, 刘烨辉, 等. 套齿连接结构力学模型及其刚度影响因素[J]. 机械设计与制造, 2019(增刊1): 86-90.  
ZHU Bin, YANG Cheng, LIU Yehui, et al. Mechanical Model of Sleeve Tooth Connection Structure and Its Stiffness Influencing Factors[J]. Machinery Design & Manufacture, 2019(S1): 86-90.
- [13] ZHAO Guang, SU Juncong, ZHAI Jingyu, et al. Study on Nonlinear Meshing Stiffness of Spline[C]//Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics. Cham: Springer, 2015: 1315-1321.
- [14] de VAUJANY J P, GUINGAND M, TEIXEIRA ALVES J. Quasi-static Analysis of Spline Coupling under Load[J]. Mechanics & Industry, 2017, 18(2): 202.
- [15] HONG J, TALBOT D, KAHRAMAN A. A Stiffness Formulation for Spline Joints[J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 138(4): 043301.
- [16] YU Pingchao, WANG Cun, LIU Yunlong, et al. Analytical Modeling of the Lateral Stiffness of a Spline Coupling Considering Teeth Engagement and Influence on Rotor Dynamics[J]. European Journal of Mechanics—A/Solids, 2022, 92: 104468.
- [17] ZHANG Chao, CAO Peng, ZHU Rupeng, et al. Dynamic Modeling and Analysis of the Spline Joint-flexible Coupling-rotor System with Misalignment[J]. Journal of Sound and Vibration, 2023, 554: 117696.
- [18] GUO Yi, LAMBERT S, WALLEN R, et al. Theoretical and Experimental Study on Gear-coupling Contact and Loads Considering Misalignment, Torque, and Friction Influences[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 98: 242-262.
- [19] CURÀ F, MURA A, GRAVINA M. Load Distribution in Spline Coupling Teeth with Parallel Offset Misalignment[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(10): 2195-2205.
- [20] 李英杰, 赵广, 吴学深, 等. 航空花键-转子系统自激振动研究综述[J]. 航空学报, 2022, 43(8): 625532.  
LI Yingjie, ZHAO Guang, WU Xueshen, et al. Review of Research on Self-excited Vibration of Aviation Spline-rotor System[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(8): 625532.

(编辑 陈勇)

作者简介: 蒋科, 男, 2000年生, 硕士研究生。研究方向为航空发动机连接结构、转子动力学等。于平超<sup>\*</sup>(通信作者), 男, 1991年生, 副教授、博士。研究方向为航空发动机适航与动力学分析等。E-mail: yupingchao@nuaa.edu.cn。

#### 本文引用格式:

蒋科, 于平超, 严循金, 等. 考虑接触面摩擦的柔性套齿连接结构刚度数值建模与非线性机理分析[J]. 中国机械工程, 2026, 37(2): 332-341.

JIANG Ke, YU Pingchao, YAN Xunjin, et al. Numerical Modeling and Nonlinear Mechanism Analysis of Spline Coupling Stiffness Considering Contact Surface Friction[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(2): 332-341.