

基于变轴线运动副3(rU)PU变胞并联机构设计

冯盛权¹ 屈淑维^{1,3*} 李瑞琴¹ 姚威² 马春生¹

1. 中北大学机械工程学院, 太原, 030051

2. 索尔福德大学英格兰北方机器人创新中心, 索尔福德, M6 6AP

3. 浙江大学计算机辅助设计与图形系统国家重点实验室, 杭州, 310058

摘要:运用螺旋理论的线几何法分析UPU支链中运动副轴线之间的几何关系,发现几何关系不同,则支链的约束不同,根据这一规律设计了一种由U副、滑块和滑轨组成的变轴线运动副(rU)。通过滑块在滑轨上滑动来带动与滑块连接的U副滑动,实现U副中一个转动副轴线方向的变化,从而改变轴线之间的几何关系。用变轴线运动副(rU)代替UPU支链上的U副,使得3(rU)PU变胞并联机构可以实现三转动(3R)和三移动(3T)两种运动。提出UPU支链的等效平面,并将该等效平面应用于运动中3(rU)PU变胞机构自由度的分析。基于等边三角形的相似性设计了一种可伸缩平台,用于调整下平台的大小。通过仿真实验证明该变胞机构可实现3R-3T两种运动模式,该机构被应用于位姿调整中。

关键词:3(rU)PU变胞并联机构;变轴线运动副;3R-3T运动模式;切换方案;位姿调整

中图分类号:TH112

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.02.011

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Design of a 3(rU)PU Metamorphic Parallel Mechanism Based on Variable Axis Kinematic Pairs

FENG Shengquan¹ QU Shuwei^{1,3*} LI Ruiqin¹ YAO Wei² MA Chunsheng¹

1. School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan, 030051

2. North of England Robotic Innovation Centre (NERIC), University of Salford, Salford, M6 6AP, UK

3. State Key Laboratory of Computer-Aided Design and Computer Graphics, Zhejiang University, Hangzhou, 310058

Abstract: The line geometric method of screw theory was used to analyze the geometric relationship among the axes of the kinematics pairs in the UPU limbs, it is found that the constraints of the limbs vary with different geometric relationships. Based on this law, a variable axis kinematics pair (rU) composed of a U pair, a slider, and a slideway was designed. By sliding the sliders on the slideway to drive the U-pair connected with the sliders to slide, a revolute pair axis direction was changed in the U-pair, thereby the geometric relationship among the axes was changed. By replacing the U-pair on the UPU limb with the variable axis kinematic pair (rU), the 3(rU)PU metamorphic parallel mechanism may achieve both three rotations (3R) and three translations (3T). An equivalent plane of the UPU limb was proposed, and the equivalence plane was applied to analyze the degrees of freedom (DOF) of the 3(rU)PU metamorphic mechanisms in motion. A retractable platform was designed to resize the lower platform based on the similarity of equilateral triangles. It was verified by simulation experiments that the metamorphic mechanisms may realize both 3R-3T motion modes. The mechanisms will be used in position and orientation adjustments.

Key words: 3(rU)PU metamorphic parallel mechanism; variable axis kinematic pair; 3R-3T motion mode; switching plan; position and orientation adjustment

0 引言

并联机构的定拓扑结构和自由度限制了其多

功能性和适应性。随着机器人技术的发展,各类产业对能实现多样化功能和用途的机械装备的需求日益增长,这种需求推动了变胞和可重构机构的发展,使其成为机构科学领域的研究热点^[1-3]。变胞机构用以描述和研究可根据工况的变化、从一种构态转变为另一种构态的变拓扑机械系统。变拓扑是变胞机构最显著的特征^[4-5]。于红英等^[6]通过锁住运动副、可变运动副和变动平台实现少自由度变胞并联机构的综合设计。王汝贵等^[7]通

收稿日期:2024-08-15

基金项目:中央引导地方科技发展项目(YDZJSX2025D042);山西省重点研发计划(202202150401018);山西省基础研究计划(20210302124220,202203021211101,202503021211112);浙江大学计算机辅助设计与图形系统国家重点实验室开放课题(A2325)

过改变运动副类型、运动副数目及运动副的方位实现变胞机构的变拓扑、变自由度及变结构。GAN等^[8]提出3rTPS变胞机构。YE等^[9]提出3S_vPS可重构机构。贾璞等^[10]提出3(Ra)PS变胞机构,该类机构的支链都可以在无约束和一个力约束之间转换,从而使机构具有4种构型及4种自由度。吴腾等^[11]提出3UPU变胞机构,通过外加转向机构改变U副轴线方向来改变支链的约束方式,使得机构具有3R和3T两种运动模式。GAN等^[12]提出3rRPS变胞机构,通过可重构转动副(rR)改变支链的约束力方向,使机构具有3R和1T2R两种运动模式。文献[13-15]分别提出一种变胞单元(rS),通过调整该变胞单元的轴线方向得到不同的运动副,并提出了对应的变胞机构。螺旋理论中的线几何法可以直接由支链运动副轴线之间的几何关系得到支链的约束,从而被广泛运用于分析机构的自由度^[16-19]。在机构运动过程中,支链运动副轴线之间的几何关系时刻发生变化,所以很难得到支链的约束。

本文根据线几何法结合UPU支链运动副轴线之间的几何关系及运动副本身的运动特性,提出UPU支链的等效平面,并将等效平面应用于运动中3(rU)PU变胞并联机构的自由度分析。

1 (rU)PU变胞支链分析

1.1 互逆螺旋几何判定方法

在“论机构自由度”中采用“几何法”判断互逆螺旋,有以下两条性质:

①与螺旋系互逆的线矢量必须与该螺旋系中所有偶量垂直且与所有线矢量相交或平行。

②与螺旋系互逆的偶量必须与该螺旋系中所有线矢量垂直。

由以上性质可以得到以下两条推论^[6]:

推论1 支链的约束力必须与所有转动副轴线相交或平行,并与所有移动副导路方向垂直。

推论2 支链的约束力偶必须与支链中所有转动副轴线垂直。

1.2 UPU支链分析

在螺旋理论中,运动副的本质可通过“线矢量S_{ij}”进行描述与表征,本文用S_{ij}来描述运动副,用s_{ij}来表示转动副的转动中心线和移动副的移动轴线。i表示机构的支链数,取值1到3;j表示每条支链上的运动副数,取值1到5。将U副看作两个相互垂直的转动副组合而成。

如图1a所示,UPU支链中转动副S_{i1}与下(定)平台相连,转动副S_{i5}与上(动)平台相连,转

动副S_{i2}、S_{i4}与连杆相连,连杆为可伸缩连杆,用移动副S_{i3}表示。线矢量S_{ij}可以用空间中的一条线来表示,得到UPU支链简图1b。

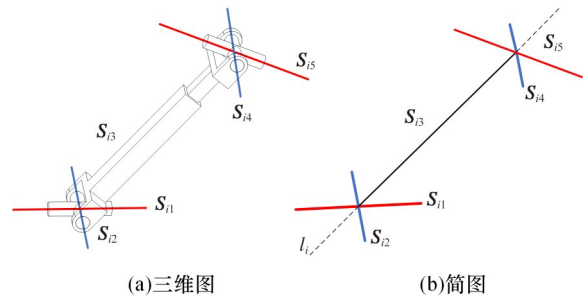


图1 UPU支链

Fig.1 The UPU limb

其中,UPU支链中运动副轴线之间满足以下几何关系:

$$\left. \begin{aligned} s_{i1} \perp s_{i2} \quad s_{i2} \perp s_{i3} \quad s_{i3} \perp s_{i4} \\ s_{i4} \perp s_{i5} \quad s_{i2} \parallel s_{i4} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

如图1b所示,当支链中运动副一般分布时,运动副轴线交于直线l_i,支链运动螺旋系构成旋量五系具有5个自由度和1个约束。

由上述支链几何关系式(1)及运动副的运动特性可知,无论转动副S_{i2}、S_{i4}如何转动、移动副S_{i3}如何移动,转动副轴线s_{i1}、s_{i5}始终共面。

1.2.1 运动副轴线s_{i1}、s_{i5}平行时支链的约束

由于支链只有一个约束,假设是力偶约束S_i^r,当力偶轴线s_i^r垂直于轴线s_{i1}或s_{i5}并包含在由s_{i1}、s_{i5}组成的平面内时满足推论2,如图2a所示。(下文中所有s_{ij1}、s_{ij2}平面都是由轴线s_{ij1}、s_{ij2}形成的)。

证明 由于s_{i1}、s_{i5}共面,且轴线s_{i3}在s_{i1}、s_{i5}平面内,s_{i1}、s_{i5}平面和s_{i1}、s_{i3}平面是同一个平面,结合假设可以推导出s_i^r也在s_{i1}、s_{i3}平面内。s_{i2} ⊥ s_{i1}、s_{i2} ⊥ s_{i3} ⇒ s_{i2} ⊥ s_i^r,s_{i2}垂直于s_{i1}、s_{i5}平面。同理可证s_{i4} ⊥ s_i^r,s_{i4}垂直于s_{i1}、s_{i5}平面,s_{i1} ⊥ s_i^r、s_{i1} ∥ s_{i5} ⇒ s_{i5} ⊥ s_i^r,得s_i^r ⊥ s_{i1}、s_i^r ⊥ s_{i2}、s_i^r ⊥ s_{i4}、s_i^r ⊥ s_{i5},证毕。

综上,当s_{i1} ∥ s_{i5}时,s_{i2}和s_{i4}垂直于s_{i1}、s_{i5}形成的平面,力偶约束轴线s_i^r垂直于s_{i1}、s_{i5}且包含在s_{i1}、s_{i5}平面内,则可用s_{i1}、s_{i5}形成的平面代替支链分析机构自由度。随着支链运动,平面的大小和形状会发生变化。

注解:当s_{i1} ∥ s_{i5}时结合支链几何关系中的s_{i2} ∥ s_{i4},则s_{i1}、s_{i2}平面平行于s_{i4}、s_{i5}平面,只要s_i^r垂直于s_{i1}、s_{i2}平面,s_i^r就可以满足推论2。由于力偶是特殊的线矢量(自由矢量),位置可以平行移动,故对S_i^r的位置加以限定不影响机构自由度的分析

结果。

1.2.2 运动副轴线 s_{i1} 、 s_{i5} 相交时支链的约束

当轴线 s_{i1} 、 s_{i5} 不平行时, 结合 s_{i1} 、 s_{i5} 共面, 则 s_{i1} 、 s_{i5} 必相交于一点 O_i 。由于支链只有一个约束, 假设是力约束 S_i^r , 当 S_i^r 过 O_i 点且垂直于 s_{i1} 、 s_{i5} 平面时, 满足推论 1, 如图 2b 所示。

证明 由于轴线 s_{i1} 、 s_{i5} 共面, 且轴线 s_{i3} 包含在 s_{i1} 、 s_{i5} 平面。 $s_i^r \perp s_{i1}$ 、 $s_i^r \perp s_{i5} \Rightarrow s_i^r \perp s_{i3}$, $s_{i2} \perp s_{i1}$ 、 $s_{i2} \perp s_{i3}$, $s_i^r \perp s_{i1}$ 、 $s_i^r \perp s_{i3} \Rightarrow s_i^r \parallel s_{i2}$ 。同理可证 $s_i^r \parallel s_{i4}$ 。得 s_i^r 与 s_{i1} 、 s_{i5} 相交, 与 s_{i2} 、 s_{i4} 平行, 与 s_{i3} 垂直, 证毕。

综上, 当轴线 s_{i1} 、 s_{i5} 相交时, 轴线 s_{i2} 和 s_{i4} 垂直于 s_{i1} 、 s_{i5} 平面(证明同 1.2.1 节), S_i^r 过 O_i 点且垂直于 s_{i1} 、 s_{i5} 平面。可以用 s_{i1} 、 s_{i5} 形成 $A_i O_i B_i$ 平面代替支链分析机构自由度。随着支链运动, 平面的大小和形状会发生变化。

1.2.3 支链的其他约束方式

如图 2c 所示, 当轴线 $s_{i1} \parallel s_{i3}$ 时, 支链运动螺旋系构成了旋量四系, 有 2 个约束。如图 2d 所示, 当 $s_{i1} \parallel s_{i3} \parallel s_{i5}$ 时, 构成了旋量三系, 有 3 个约束。由于这两种约束对应的轴线几何关系不具备一般性, 故本文不考虑这两种支链的构成情况, 但在变胞机构运动过程中, 支链出现这两种约束时会发生机构的奇异。

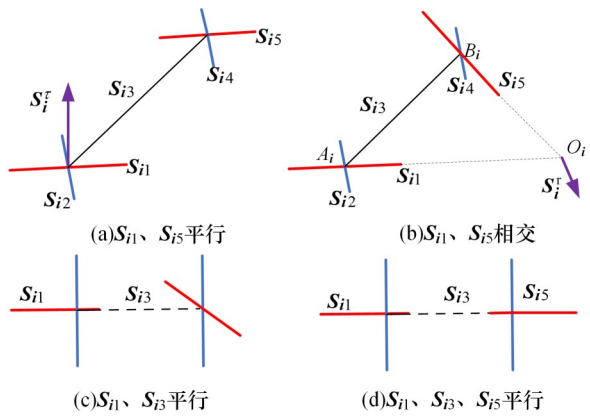


图 2 UPU 支链简图

Fig.2 Diagram of UPU limb

1.3 变轴线运动副 (rU)

由 1.2 节知 UPU 支链有两种约束方式, 本文根据这两种约束对应的轴线几何关系相似, 设计一种变轴线运动副 (rU)。如图 3a 所示, (rU) 是由 U 副、滑块和滑轨组成的, 通过滑块在滑轨上滑动带动与滑块连接的 U 副滑动, 实现 U 副中一个转动副轴线方向变化从而改变支链运动副轴线之间的几何关系, 使支链的约束可以在力偶约束和力约束之间转换。

如图 3b 所示, 在转动副 S_{i5} 的外端加入圆形

导轨 S_{i6} , 使转动副 S_{i5} 可以在圆形导轨上滑动, 圆形导轨的转动中心线 s_{i6} 与 s_{i4} 共轴, S_{i6} 的转动与 S_{i4} 的转动不矛盾。在轴线 s_{i1} 、 s_{i5} 平行时支链约束为力偶约束, 相交时为力约束。如图 3c 所示, (rU) 的滑块处于位置 1 时是力约束、处于位置 2 时是力偶约束。

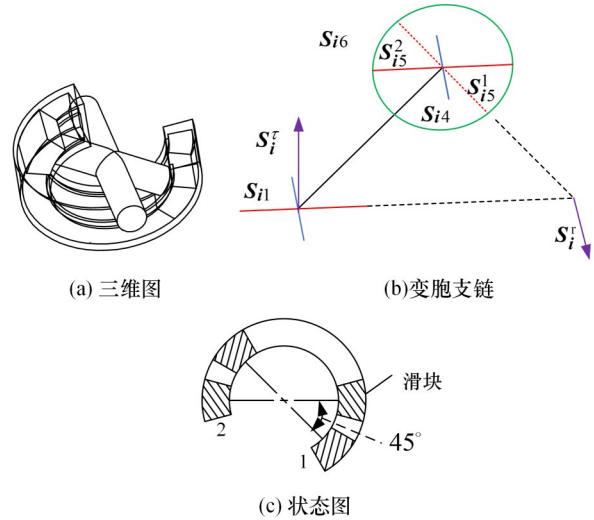


图 3 变轴线运动副

Fig.3 The variable axis kinematic pair

2 3(rU)PU 变胞并联机构设计

2.1 机构满足的几何条件

3UPU 三转动并联机构中与上下平台连接的转动副轴线 s_{i1} 、 s_{i5} 必须交于一点, 且上下平台都是等边三角形。如图 4 所示, 以下几何条件必须成立(其余条件可适当改变):

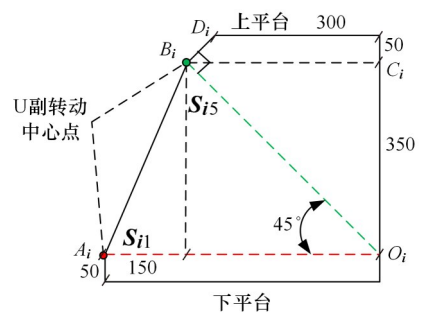


图 4 机构的几何条件

Fig.4 Geometric conditions of the mechanism

$$\left. \begin{aligned} \angle A_i O_i B_i = 45^\circ \quad \angle O_i B_i D_i = 90^\circ \\ l(O_i C_i) = 350 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2.2 机构的初始几何条件

如图 5 所示, q_i 表示移动副 $A_i B_i$ 向量的长度, a 表示上平台外接圆半径, b 表示下平台外接圆半径, h 表示上下平台之间的距离。机构的初始位置需要具备以下两个条件:

- 1) 机构的上平台平行于下平台, 即 $\triangle A_1 A_2 A_3 //$

$\triangle B_1B_2B_3$,且上下平台的中心点连线垂直于下平台,即 $O_iO \perp \triangle A_1A_2A_3$ 。

当满足上述条件时,移动副的长度 $q_i^2 = (b - a)^2 + h^2$,故而三个移动副的长度相等,即 $q_1 = q_2 = q_3$ 。

2)由2.1节机构满足的几何条件知,当 $h = a$ 时, $\angle A_iOB_i = 45^\circ, q_i = q_0$,将该位置作为机构处于初始位置。

机构只满足第一个条件时, $h \neq a, \angle A_iOB_i \neq 45^\circ, q_i \neq q_0$ 。此时上平台向上移动一段距离,可以通过设置3个移动副的驱动速度相同,使动平台恢复到初始状态。

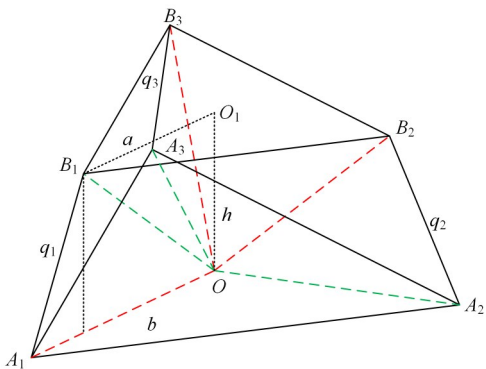


图5 机构的初始几何关系

Fig.5 Initial geometrical conditions of the mechanism

2.3 变胞并联机构设计

如图6所示,用(rU)代替3UPU并联机构 B_1, A_2, A_3 处的U副,机构演变为3(rU)PU变胞并联机构,机构可通过调整运动副(rU)的轴线,实现两种运动模式:①3R运动模式。上平台沿坐标系OXYZ三个方向转动, O 为转动中心。②3T运动模式。上平台沿坐标系OXYZ三个方向移动。

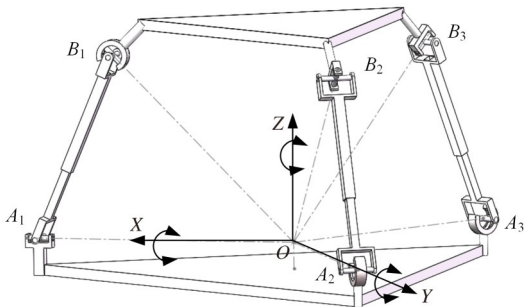


图6 3(rU)PU变胞并联机构

Fig.6 The 3(rU)PU metamorphic parallel mechanism

3 3(rU)PU变胞并联机构自由度分析

由于(rU)只在变胞机构3R模式和3T模式切换时起作用,其余时刻相当于普通的U副,故对变胞机构自由度的分析就转化成对3R模式

(3UPU三转动并联机构)和3T模式(3UPU三移动并联机构)自由度的分析。

两条相交直线在不同情况下的变化如下。

变化1:一条直线绕交点转动,相交关系不变。

变化2:一条直线在相交直线所在平面内移动,相交点会改变。

变化3:一条直线沿垂直于相交直线所在平面的方向转动,相交点会改变,且相交关系可能变为平行关系。

变化4:一条直线沿倾斜于相交直线所在平面的方向转动,相交直线可能变为交错直线。

变化5:两条平行直线,其中一条直线沿任意方向移动不会改变平行关系。

3.1 变胞机构3R模式(3UPU三移动并联机构)

如图7所示,当(rU)在 B_1 处的 s_{i5} 轴线相对于上平台 $B_1B_2B_3$ 处于 $45^\circ, A_2, A_3$ 处的 s_{21}, s_{31} 轴线相对于下平台 $A_1A_2A_3$ 处于水平时, s_{i1}, s_{i5} 交于一点 O ,支链的约束是力约束 S_i^r ,变胞机构处于3R模式, O 为转动中心。

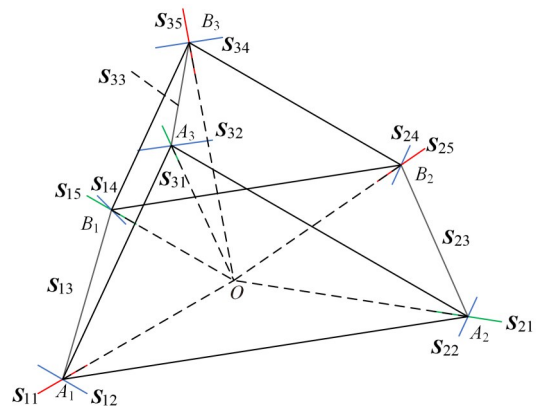


图7 3R模式机构简图

Fig.7 Diagram of 3R mode mechanism

如图8所示,用1.2.2节支链等效平面代替机构的支链形成机构等效简图,用等效简图分析机构自由度。初始时刻,轴线 s_{i1}, s_{i5} 相交于 O 点,由

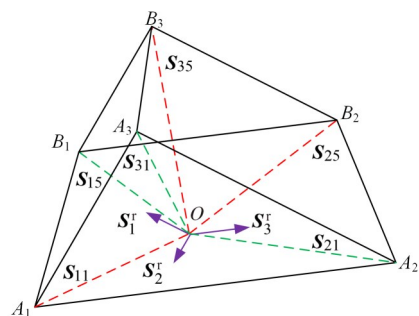


图8 3R模式等效简图

Fig.8 Equivalent diagram of 3R mode

s_{i1} 、 s_{i5} 形成的 OA_iB_i 平面垂直于 $A_1A_2A_3$ 平面。由 1.2.2 节知力约束 S_i^r 过 O 点且垂直于 s_{i1} 、 s_{i5} 形成的 OA_iB_i 平面, 则三条支链的力约束共面交汇形成约束二系具有 3R1T_Z 四个自由度。

3.1.1 转动方向自由度连续性判别

如图 9 所示, 当上平台 $B_1B_2B_3$ 过旋转中心 O 点沿任意方向旋转时, 根据变化 1 知 s_{i1} 、 s_{i5} 轴线依旧相交, 约束不变。旋转后 OA_iB_i 平面不再垂直于 $A_1A_2A_3$ 平面, OA_iB_i 平面过 O 点的法线(即支链的力约束轴线 s_i^r)不再共面交汇, 变成空间共点, 形成力约束三系具有 3R 三个自由度。

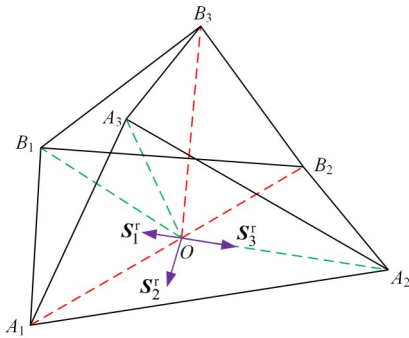


图 9 旋转后的 3R 模式

Fig.9 The 3R mode after rotating

3.1.2 移动方向自由度连续性判别

如图 10 所示, 机构只有 Z 方向的移动, 将 $B_1B_2B_3$ 平面沿 Z 轴移动后, $O_iA_iB_i$ 平面依旧垂直于 $A_1A_2A_3$ 平面, 但是根据变化 2, 支链上 s_{i1} 、 s_{i5} 轴线的交点 O_i 不再重合, $O_iA_iB_i$ 平面过 O_i 点的法线(即支链的力约束轴线 s_i^r)共面不交汇, 形成约束三系具有 2R_{X,Y}1T_Z 三个自由度。

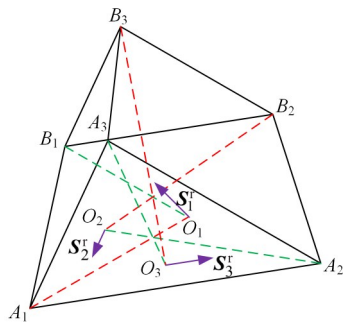


图 10 沿 Z 轴移动后的 3R 模式

Fig.10 The 3R mode after translating along Z axis

上平台移动后, 上平台绕空间任一点转动, 由变化 3、4 知支链轴线 s_{i1} 、 s_{i5} 的相交点或相交关系可能发生变化, 从而改变支链的约束, 或 s_{i1} 、 s_{i5} 的相交关系可能变为交错关系, 使支链不满足几何关系式(1)。得出结论如下: 上平台在沿 Z 轴移动后, 只有沿 Z 轴移动的自由度是连续的, 而转动自

由度不再连续, 并且需要通过 3 个驱动来控制 1 个移动自由度。

综上, 3(rU)PU 变胞并联机构 3R 模式初始时刻具备 4 个自由度, 只有 3 个转动是连续运动, 初始位置是 3R 模式的奇异位置之一。

3.2 变胞机构 3T 模式 (3UPU 三移动并联机构)

如图 11 所示, 当 (rU) 在 B_1 处的 s_{i5} 轴线相对于上平台 $B_1B_2B_3$ 处于水平时, A_2 、 A_3 处的 s_{21} 、 s_{31} 轴线相对于下平台 $A_1A_2A_3$ 处于 45° 时, $s_{i1} \parallel s_{i5}$ 支链的约束是力偶约束 S_i^r , 变胞机构处于 3T 模式。

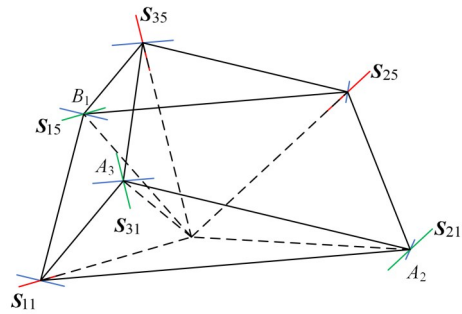


图 11 3T 模式机构简图

Fig.11 Diagram of 3T mode mechanism

如图 12 所示, 用 1.2.1 节支链等效平面形成机构的等效简图。初始时刻 $s_{i1} \parallel s_{i5}$, 由 s_{i1} 、 s_{i5} 轴线形成的 $A_iB_iC_iO$ 平面垂直于 $A_1A_2A_3$ 平面。由 1.2.1 节知力偶轴线 s_i^r 垂直于 s_{i1} 或 s_{i5} 且包含在 s_{i1} 、 s_{i5} 平面内, 并假设 s_i^r 过 O 点。

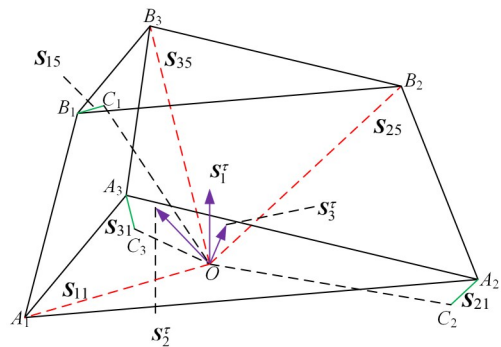


图 12 3T 模式等效简图

Fig.12 Equivalent diagram of 3T mode

力偶约束满足 $s_1^r \perp OA_1$ 、 $s_2^r \perp OB_2$ 、 $s_3^r \perp OB_3$, 且 s_i^r 包含在 $A_iB_iC_iO$ 平面内。由于 $A_iB_iC_iO$ 平面垂直于 $A_1A_2A_3$ 平面, $A_iB_iC_iO$ 三个平面彼此之间不平行, OA_1 、 OB_2 、 OB_3 三直线不共面, 推出三个力偶轴线 s_1^r 、 s_2^r 、 s_3^r 不可能在同一平面内, 呈空间分布。力偶约束 S_1^r 、 S_2^r 、 S_3^r 组成的约束三系具有 3T 三个自由度。

如图 13 所示, 当上平台 $B_1B_2B_3$ 沿任意方向移动后, 由变化 5 可知 s_{i1} 、 s_{i5} 轴线依旧平行, 约束

不变。移动后的 $A_i B_i C_i O_i$ 三平面无法彼此平行， $O_1 A_1, O_2 B_2, O_3 B_3$ 三直线依旧无法共面，则 s_1^r, s_2^r, s_3^r 不可能在同一平面内始终呈空间分布，力偶约束 S_1^r, S_2^r, S_3^r 组成约束三系具有3T三个自由度。

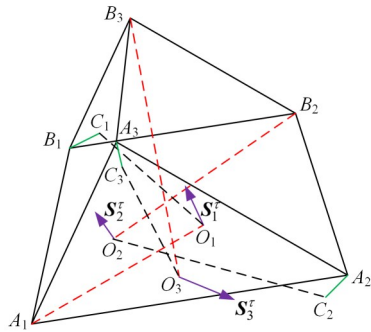


图13 移动后的3T模式

Fig.13 The 3T mode after translating

3(rU)PU变胞并联机构3T模式具有3个连续移动自由度。

4 可伸缩平台设计

根据2.1节中机构满足的几何条件，机构下平台外接圆半径的大小不影响机构的自由度。本文据此设计一个下平台，下平台可以自由伸缩，而不改变下平台是等边三角形的形状，所以不影响机构的自由度。

如图14所示，由4个小的等边三角形共顶点组成一个大的等边三角形，由几何关系知，改变其中任一条边的长度，其他的边也会改变相应的长度，并且所有的三角形依旧是等边三角形。

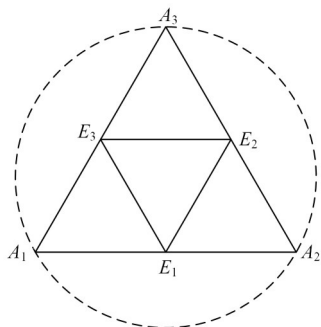


图14 可伸缩平台几何关系

Fig.14 Geometric relationship of the retractable platform

如图15所示，利用上述特性构造一个等边三角形平面机构，该机构的每一条边都是一个移动副，改变机构中任一个移动副的长度都不影响机构的形状。

如图16所示，用可伸缩平台代替变胞机构的下平台，由2.1节知当改变下平台外接圆 OA 半径

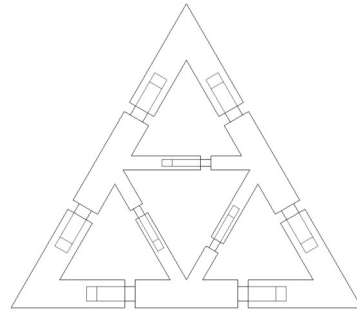


图15 可伸缩平台

Fig.15 The retractable platform

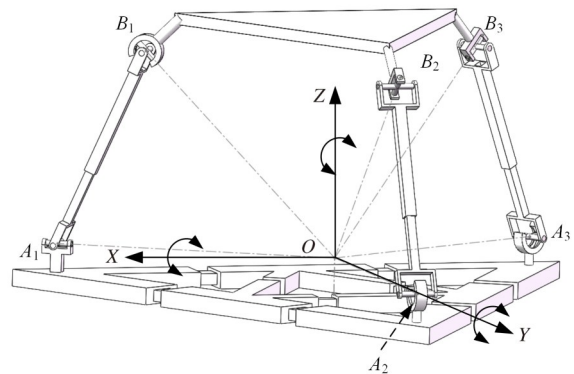


图16 3(rU)PU变胞并联机构整体构型

Fig.16 Overall configuration of 3(rU)PU metamorphic parallel mechanism

时，与上下平台连接的转动副轴线 s_{11}, s_{15} 依旧相交于一点，3R模式可以实现。当改变(rU)的转动副轴线时， $s_{11} \parallel s_{15}$ 机构可以切换到3T模式。

变胞机构具有3R、3T两种模式，其中(rU)用于模式切换，可伸缩平台用于调整下平台的大小。

5 3(rU)PU变胞并联机构自由度仿真验证

在变胞机构运动过程中，(rU)和可伸缩平台是不运动的，所以变胞机构自由度验证的实质是分别对变胞机构3R模式和3T模式自由度的验证，以及(rU)和可伸缩平台在切换模式时对机构自由度的影响，如图17所示。

5.1 变胞机构3R模式状态I仿真验证

变胞机构处于3R模式初始位置时具有4个自由度，当动平台沿任意方向旋转后机构具有3个连续转动自由度。选取每个支链上的移动副作为驱动副，不能设置3个移动副的驱动速度相同避免机构沿Z轴移动。

如图17a所示，机构处于3R模式初始位置，设置移动副 S_{13}, S_{23} 的速度15 mm/s， S_{33} 的速度-3 mm/s，仿真时间 $t=6$ s，动平台运动到图17b的位置，测量运动过程中上平台的转动角度

以及上平台到旋转中心的距离。若上平台有 3 个方向转角且上平台到转动中心的距离不变,则

证明 3R 模式只有 3 个连续转动自由度没有移动自由度。

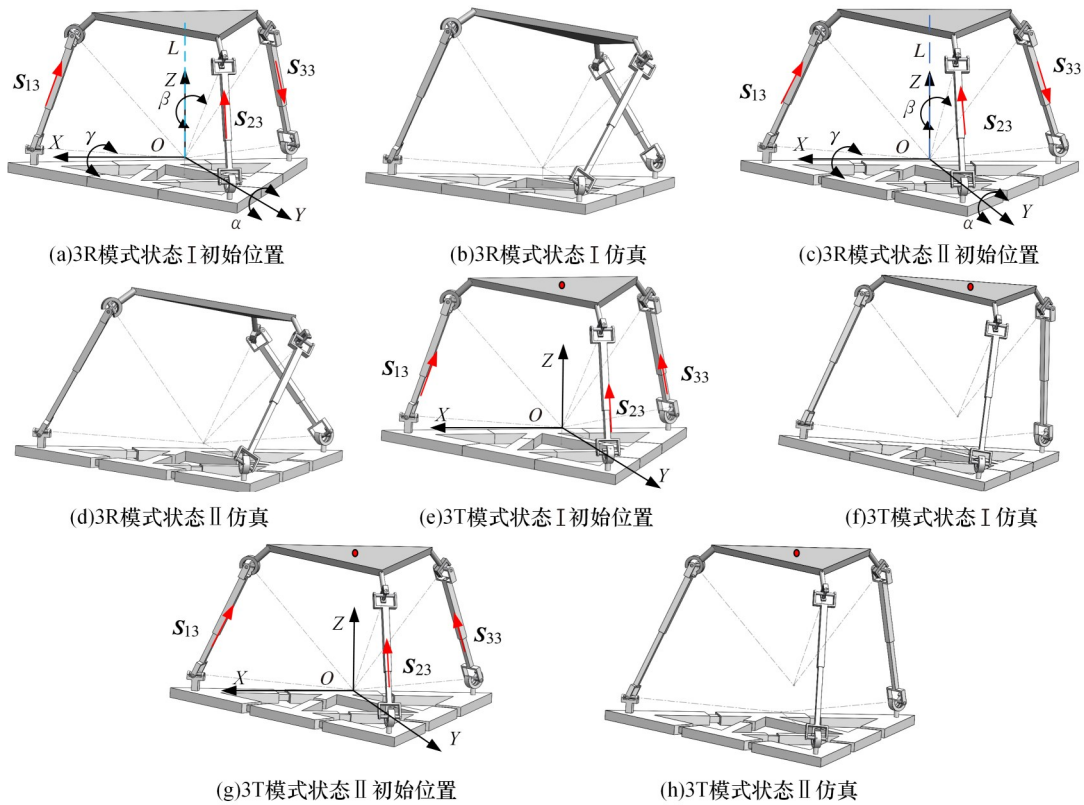


图 17 3(rU)PU 变胞并联机构模式及状态仿真

Fig.17 Model and state simulation of 3(rU)PU metamorphic parallel mechanisms

当可伸缩下平台的外接圆半径为 450 mm 时称为 3R 模式状态 I,对机构进行仿真。如图 18 所示,上平台有 3 个方向的转角,其中上平台俯仰角从 0° 变化到 7° 、偏航角从 0° 变化到 33° 、滚动角从 0° 变化到 8° ,且上平台到旋转中心点的距离除初始时刻外其余时间始终在 420.62 mm 左右,认为距离不变,证明 3R 模式状态 I 只有 3 个连续转动自由度。

5.2 变胞机构 3R 模式状态 II 仿真验证

如图 17c 所示,当可伸缩下平台的外接圆半径为 500 mm 时称为 3R 模式状态 II,设置和 3R 模式状态 I 相同的驱动,动平台运动 6 s 到图 17d 的位置。如图 19 所示,上平台有 3 个方向的转角,其中上平台俯仰角从 0° 变化到 18° 、偏航角从 0° 变化到 28° 、滚动角从 0° 变化到 10.4° ,且上平台到旋转中心点的距离除初始时刻外其余时间始终在 420.62 mm 左右,认为距离不变,证明 3R 模式状态 II 只有 3 个连续转动自由度。

5.3 变胞机构 3T 模式状态 I 仿真验证

如图 17e 所示,当变胞机构处于 3T 模式时,具有 3 个连续移动自由度。选取每个支链上的移动副作为驱动副,设置移动副 S_{13} 、 S_{23} 的速度 15 mm/s, S_{33} 的速度 10 mm/s,仿真时间 $t=6$ s,动平台运动到图 17f 的位置,测量上平台的转动角度及上平台中心的位置。若上平台在 3 个方向没有转角且上平台中心点 (x_1, y_1, z_1) 在 3 个方向上都发生变化,证明机构只有 3 个连续移动自由度而没有转动自由度。

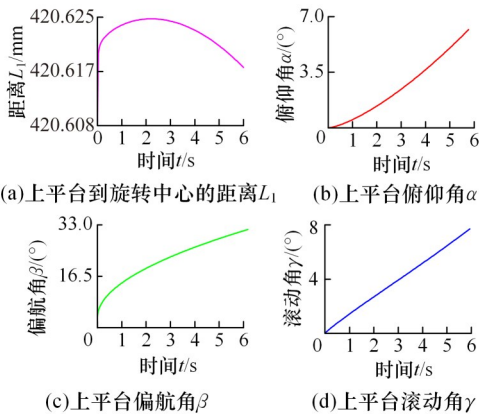


图 18 3R 模式状态 I 仿真

Fig.18 The 3R mode one-state simulation

当可伸缩下平台的外接圆半径为 450 mm 时

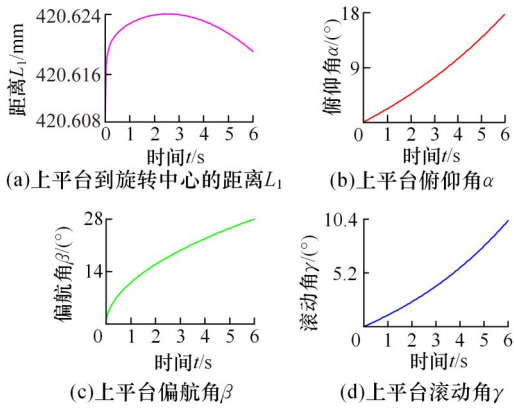


图19 3R模式II状态仿真

Fig.19 The 3R mode two-state simulation

称为3T模式状态I,对机构进行仿真。如图20所示,上平台3个方向的转角变化很小,可以忽略不计,上平台中心点的位置在3个方向上都发生变化,其中 x_1 从0变化到-81 mm、 y_1 从0变化到-57 mm、 z_1 从420 mm变化到495 mm,证明3T模式状态I只有3个连续移动自由度。

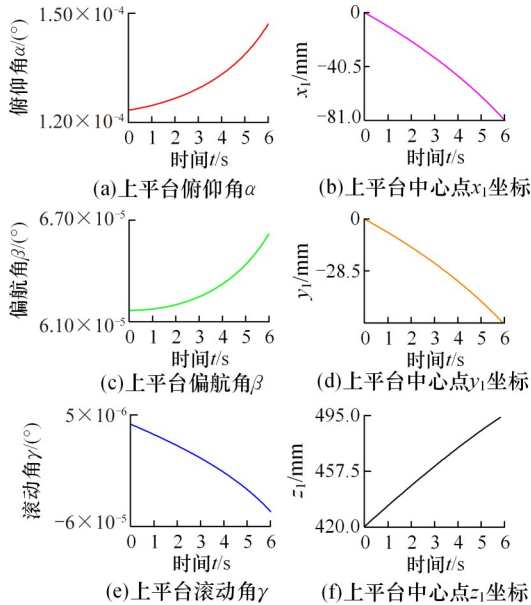


图20 3T模式状态I仿真

Fig.20 The 3T mode one-state simulation

5.4 变胞机构3T模式状态II仿真验证

如图17g所示,当可伸缩平台的外接圆半径为500 mm时称为3T模式状态II,设置和3T模式状态I相同样的驱动,动平台运动6 s到图17h的位置。如图21所示,上平台3个方向的转角变化很小,可以忽略不计,上平台中心点的位置在3个方向上都发生变化,其中 x_1 从0变化到-44 mm、 y_1 从0变化到-30 mm、 z_1 从420 mm变化到505 mm,证明3T模式状态II只有3个连续移动自由度。

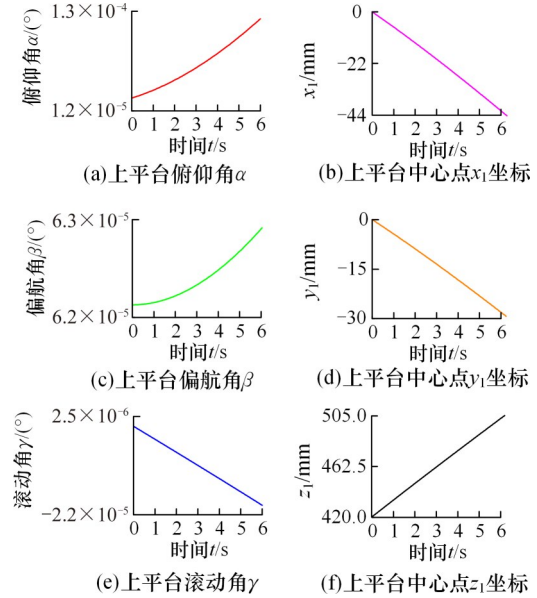


图21 3T模式状态II仿真

Fig.21 The 3T mode two-state simulation

由变胞机构3R模式状态I和3T模式状态I、3R模式状态II和3T模式状态II仿真结果对比分析可知,(rU)只用于模式切换,不影响机构自由度。由3R模式状态I和3R模式状态II、3T模式状态I和3T模式状态II仿真结果对比分析可知,可伸缩平台只用于调整下平台大小,不影响机构自由度。

6 机构不同模式、状态的切换

6.1 3R模式状态切换

不管变胞机构处于3R模式还是3T模式,当可伸缩平台移动时即下平台外接圆半径发生变化时,运动副 S_{i2} 、 S_{i3} 、 S_{i4} 发生运动, S_{i1} 、 S_{i5} 没有运动。

如图22所示,锁定运动副 S_{i1} 时,根据推论1,支链会增加一个交运动副轴线 s_{i5} 、平行于 s_{i2} 、 s_{i4} 轴线、垂直于 s_{i3} 轴线的力约束 S_{i1}^r ;根据推论2支链会增加一个垂直于轴线 s_{i4} 、 s_{i5} 组成平面的力偶约束 S_{i1}^c 。

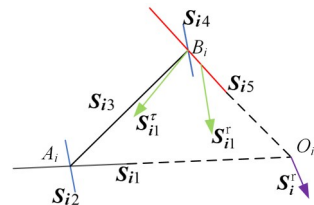


图22 锁定 S_{i1} 后相交支链的约束

Fig.22 Constraints on the intersecting limb after locked S_{i1}

两个推论得到的约束加上原有的力约束,支链有两种约束方式 S_{i1}^r 、 S_{i1}^c 和 S_{i1}^r 、 S_{i1}^c 。这两种方式的约束效果是等同的,都会限制一个沿 s_{i1}^r 方向的

移动和一个垂直 s_{i4} 、 s_{i5} 平面的转动。本文使用推论 2 得出的结论并假设 S_{i1}^r 过 B_i 点。

如图 23 所示,当锁定 S_{i1} 时,动平台会增加 3 个空间分布的力偶约束,限制动平台 3R,加上原有的 3 个共面共点的力约束,使动平台仅保留沿 Z

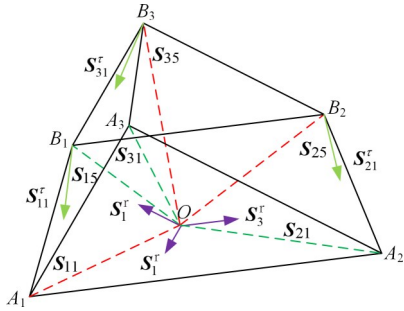


图 23 锁定 S_{i1} 后 3R 模式

Fig.23 The 3R mode after locked S_{i1}

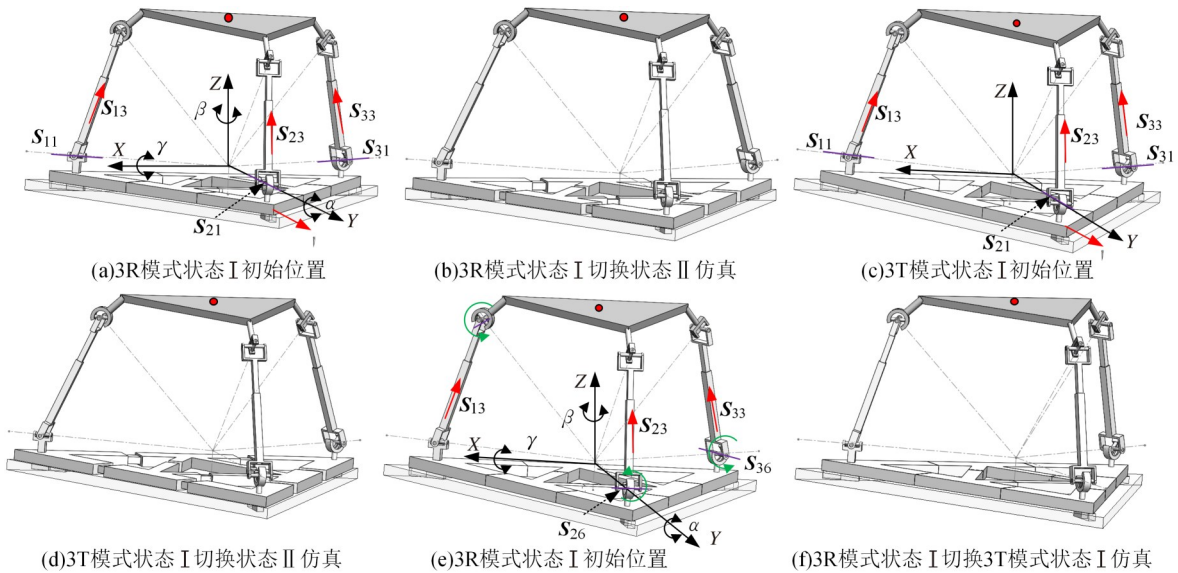


图 24 3(rU)PU 变胞并联机构模式及状态切换仿真

Fig. 24 Model and state switching simulation of 3(rU)PU metamorphic parallel mechanisms

图 25 表明,在 3R 模式状态的切换过程中,动平台只发生 Z 轴方向上的移动,其他方向上的运动可忽略不计,图 25 中尖点由驱动速度突变导致,由于本文重点是验证机构自由度,故不再考虑这些突变点,从而验证了 3R 模式状态切换方案的可行性。

6.2 3T 模式状态切换

如图 26 所示,当锁定运动副 S_{i1} 时,根据推论 1,机构会增加一个过轴线 s_{i5} ,垂直于 s_{i3} 和 s_{i5} ,平行于 s_{i2} 、 s_{i4} 的力约束 S_{i1}^r 。

如图 27 所示,当锁定 S_{i1} 时,动平台会增加 3 个共面不共点的力约束 S_{i1}^r 、 S_{i2}^r 、 S_{i3}^r ,限制动平台 $1R_22T_{X,Y}$,加上原有的 3 个空间分布的力偶约束,使动平台仅保留沿 Z 轴的移动和可伸缩平台的伸

缩自由度的移动和可伸缩平台的伸缩自由度。当动平台沿 Z 轴移动后,由 2.2 节知,可设置 3 个移动副的驱动速度相同,使动平台返回初始位置。

3(rU)PU 变胞并联机构模式及状态切换仿真如图 24 所示。

如图 24a 所示,3R 模式状态 I 切换到状态 II 分为 3 个阶段,设置一阶段为 0 到 5 s: 锁定运动副 S_{11} 、 S_{21} 、 S_{31} ,设置运动副 S_{13} 的速度是 10 mm/s,可伸缩平台的速度是 10 mm/s,5 s 机构到达 3R 模式状态 II,但上平台中心点的 z_1 坐标由 420 mm 变为 457 mm。二阶段为 5 到 6 s: 释放运动副 S_{11} 、 S_{21} 、 S_{31} 、 S_{13} ,锁定可伸缩平台。三阶段为 6 到 8 s: 设置 S_{13} 、 S_{23} 、 S_{33} 的速度是 -20 mm/s,到达 7.68 s 机构上平台的 z_1 坐标回到 420 mm,切换到 3R 模式状态 II 初始位置,如图 24b 所示。

缩自由度。

如图 24c 所示,3T 模式状态 I 切换到状态 II 分为 3 个阶段,设置一阶段为 0 到 5 s: 锁定运动副 S_{11} 、 S_{21} 、 S_{31} ,设置运动副 S_{13} 的速度为 10 mm/s,可伸缩平台的速度为 10 mm/s,5 s 机构到达 3T 模式状态 II 但上平台的 z_1 坐标由 420 mm 变为 456 mm。二阶段为 5 到 6 s: 释放运动副 S_{11} 、 S_{21} 、 S_{31} 、 S_{13} ,锁定可伸缩平台。三阶段为 6 到 8 s: 设置 S_{13} 、 S_{23} 、 S_{33} 的速度为 -20 mm/s,到达 7.48 s 机构上平台中心点的 z_1 坐标回到 420 mm,切换到 3T 模式状态 II 初始位置,如图 24d 所示。

图 28 表明,在 3T 模式状态的切换过程中,动平台只发生了 Z 轴的移动,验证了 3T 模式状态切换方案的可行性。

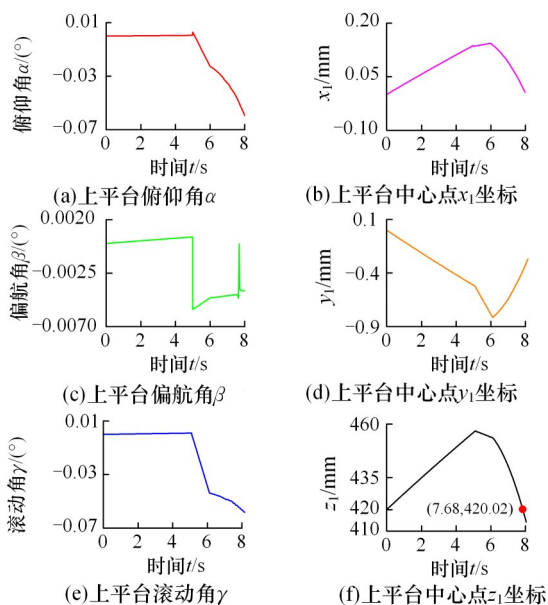


图 25 3R 模式状态切换仿真

Fig.25 Simulation of 3R mode state switching

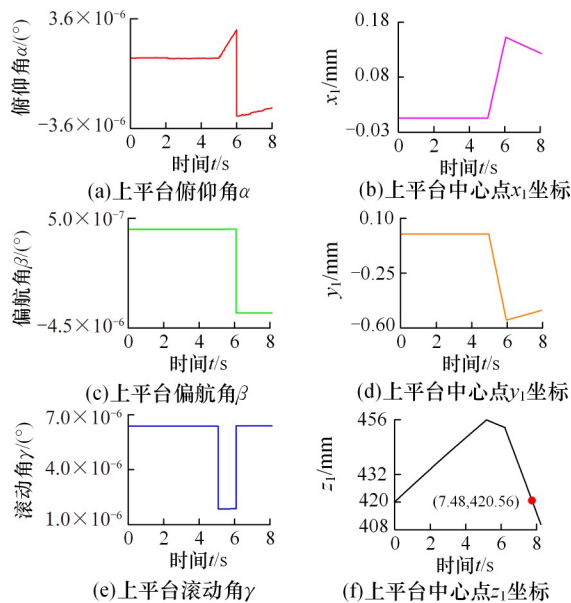


图 28 3T 模式状态切换仿真

Fig.28 Simulation of 3T mode state switching

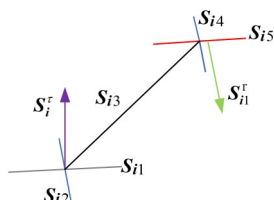


图 26 锁定 S_{11} 后平行支链的约束

Fig 26 Constraints on the parallel limb after locked S_{11}

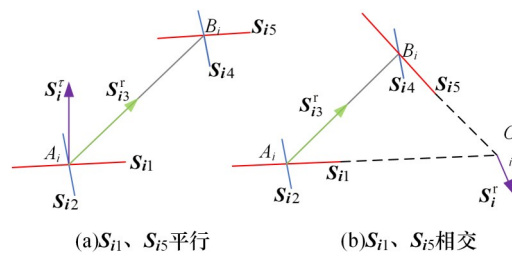


图 29 锁定 S_{13} 后支链的约束

Fig.29 Constraints on the limb after locked S_{13}

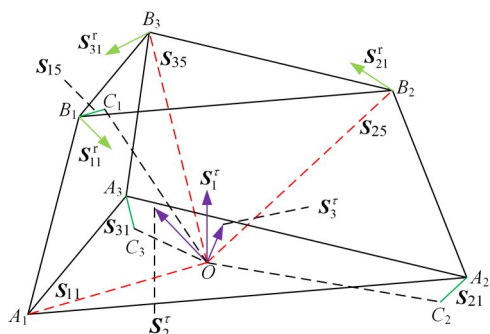


图 27 锁定 S_{11} 后 3T 模式

Fig.27 The 3T mode after locked S_{11}

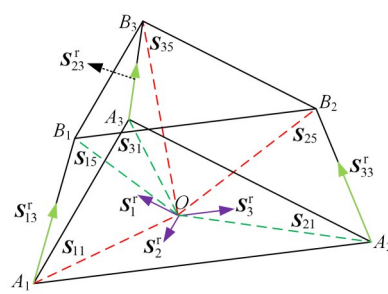


图 30 锁定 S_{13} 后 3R 模式

Fig.30 The 3R mode after locked S_{13}

6.3 3R 模式和 3T 模式切换

3R 模式和 3T 模式的初始位置相同,通过滑动滑块来改变机构模式时,只有运动副 S_{15} 、 S_{21} 、 S_{31} 发生运动。如图 29 所示,当锁定运动副 S_{13} 时,根据推论 1,无论 s_{11} 、 s_{15} 轴线是否平行,支链都会增加一个过 A_i 点沿 $A_i B_i$ 的力约束 S_{13}^r 。

如图 30 所示,机构位于 3R 模式状态 I 初始位置时,锁定 S_{13} 后动平台会增加 3 个力约束,加上原有的 3 个力约束,会形成约束六系,使动平台固定。为保证机构的稳定性,需要顺序滑动滑块。在滑动滑块过程中,动平台的约束系会依次出现

6 个力约束、5 个力约束 1 个力偶约束、4 个力约束 2 个力偶约束、以及到达 3T 模式状态 I 初始位置时的 3 个力约束 3 个力偶约束,如图 31 所示。这些约束系都是约束六系,使机构只有滑块的运动而动平台始终保持固定状态。

如图 24e 所示,3R 模式状态 I 切换到 3T 模式状态 I 分为三个阶段,设置第一阶段为 0 到 2 s:锁定运动副 S_{13} 、 S_{23} 、 S_{33} 、可伸缩平台,设置滑块 S_{26} 的速度是 $22.5^\circ/\text{s}$,2 s 末完成运动副 S_{21} 的切换。第二阶段为 2 到 4 s:设置滑块 S_{36} 的速度是 $22.5^\circ/\text{s}$,4 s 末完成运动副 S_{31} 的切换。第三阶段

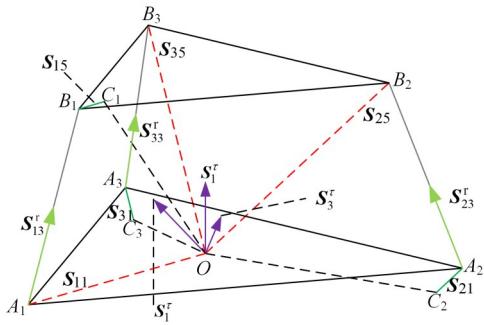


图 31 锁定 S_{13} 后 3T 模式

Fig.31 The 3T mode after locked S_{13}

为 4 到 6 s: 设置滑块 S_{16} 的速度是 $-22.5^\circ/\text{s}$, 6 s 末完成运动副 S_{15} 的切换, 机构切换到 3T 模式, 如图 24f 所示。

如图 32 所示, 在 3R 模式状态 I 切换到 3T 模式状态 I 的过程中, 上平台的转角及中心点的移动变化都很小, 可以忽略不计, 验证了 3R 模式切换到 3T 模式方案的可行性。

7 机构应用研究

变胞机构具有 3R 和 3T 两种模式, 位姿调整分为调位和调姿, 将变胞机构应用到位姿调整定位中。利用 3T 模式调整物体的位置, 利用 3R 模式调整物体的姿态, 机构的不同状态用于调整该模式下工作空间的大小。

如图 33 所示, 变胞机构处于 3T 模式状态 I

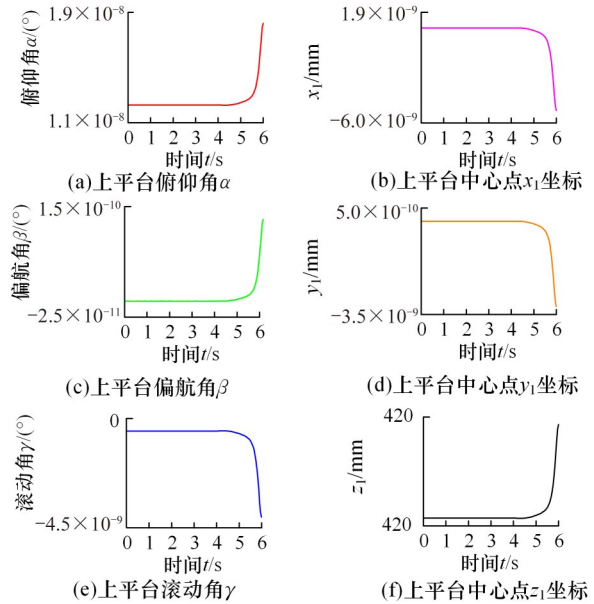


图 32 模式切换仿真

Fig.32 The Mode switching simulation

初始位置, 且 A 处有一物体, 通过 3T 模式调整物块的位置到坐标原点 O, 通过 3R 模式调整物块的姿态。具体步骤如下: ①将上平台固定; ②移动下平台, 将 3R 模式下的旋转中心点移动到 A 处, 下平台抓取物块(不同类型的物块可设计不同的夹爪, 由于本文的重点是变胞机构的设计, 故在图中没有体现夹爪); ③下平台返回 3T 模式初始位置; ④变胞机构切换到 3R 模式状态 I; ⑤下平台

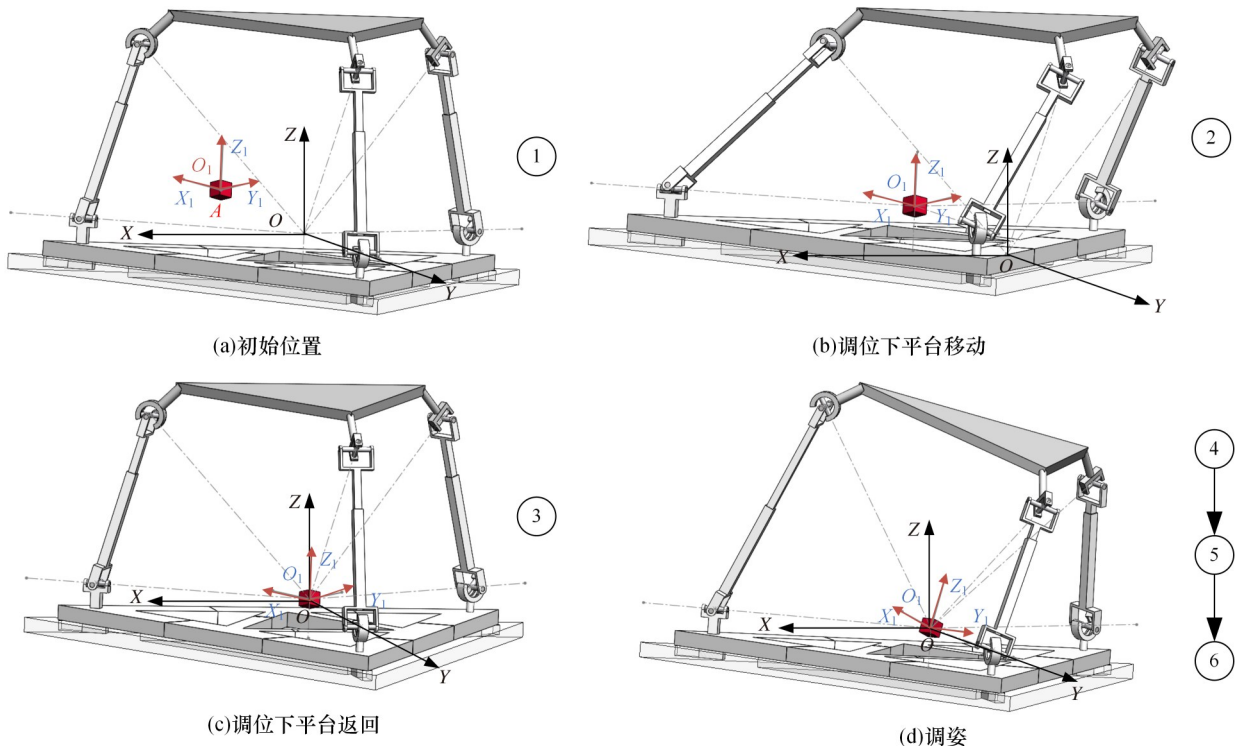


图 33 变胞机构的应用

Fig.33 Application of the metamorphic mechanisms

释放物块,上平台抓取物块;⑥固定下平台后,旋转上平台,与上平台固连的物块将随其同步转动,进而可将物块调整至目标姿态。

步骤①~③完成物块的调位,步骤④~⑥完成物块的调姿。

8 结论

1)本文使用设计的变轴线运动副(rU),将3UPU三转动并联机构和3UPU三移动并联机构结合到一起,形成能实现3R和3T两种运动模式的3(rU)PU变胞并联机构。将设计的可伸缩平台应用到变胞机构中调整下平台的大小,以增加变胞机构的灵活性。

2)用线几何法结合UPU支链的几何关系及运动副的特性,提出了支链的等效平面,等效平面简化了支链运动副轴线之间的几何关系。用等效平面代替3(rU)PU变胞并联机构的UPU支链,结合螺旋系理论分析运动中变胞机构的自由度,可以直观地看到支链约束与动平台约束的关系以及运动中机构自由度的变化。

3)通过仿真实验验证了变胞机构的自由度,分析了变轴线运动副和可伸缩平台对变胞机构自由度的影响。提出了变胞机构不同模式、状态的切换方案,并通过仿真实验验证了切换方案的可行性。

4)将变胞机构应用到位姿调整定位中,用3R模式调整物体的位置,3T模式调整物体的姿态,合理利用两种运动模式。这种设计有效地降低了需要调整的自由度,从而简化了控制系统的设计和操作。

参考文献:

- [1] 康熙,戴建生. 机构学中机构重构的理论难点与研究进展——变胞机构演变内涵、分岔机理、设计综合及其应用[J]. 中国机械工程, 2020, 31(1): 57-71.
KANG Xi, DAI Jiansheng. Theoretical Difficulties and Research Progresses of Mechanism Reconfiguration in Mechanisms—Evolution Connotation, Furcation Principle, Design Synthesis and Application of Metamorphic Mechanisms [J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(1): 57-71.
- [2] 张磊,王延杰,唐刚强,等. 基于变胞机构的移动机器人构型设计研究综述[J]. 信息与控制, 2022, 51(1): 12-22.
ZHANG Lei, WANG Yanjie, TANG Gangqiang, et al. Review of Configurational Design of Mobile Robot Based on Metamorphic Mechanism [J]. Information and Control, 2022, 51(1): 12-22.
- [3] 于靖军,刘凯,孔宪文. 多模式机构研究进展[J]. 机械工程学报, 2020, 56(19): 14-27.
YU Jingjun, LIU Kai, KONG Xianwen. State of the Art of Multi-mode Mechanisms [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19): 14-27.
- [4] LI Ju, WU Guanglei, SHEN Huiping, et al. Topology of Robotic Mechanisms: Framework and Mathematics Methods—in Conjunction with a Review of Four Original Theories [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 175: 104895.
- [5] 周杨,畅博彦,金国光,等. 面向变胞机构动力学建模的变拓扑构型数学描述方法[J]. 机械工程学报, 2022, 58(9): 49-61.
ZHOU Yang, CHANG Boyan, JIN Guoguang, et al. Mathematic Description Method of Variable Topology Configuration for Dynamic Modeling of Metamorphic Mechanism [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(9): 49-61.
- [6] 于红英,曾重元,郭震. 少自由度变胞并联机构综合设计方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50(1): 42-49.
YU Hongying, ZENG Zhongyuan, GUO Zhen. Type Synthesis Method of Lower-mobility Metamorphic Parallel Mechanism [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 50(1): 42-49.
- [7] 王汝贵,孙家兴,戴建生. 基于遗传基因理论的变胞机构变胞方程研究[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(1): 75-80.
WANG Rugui, SUN Jiaying, DAI Jiansheng. Research on Metamorphic Equation of Metamorphic Mechanism Based on Genetic Gene Theory [J]. Machine Design & Research, 2019, 35(1): 75-80.
- [8] GAN Dongming, DAI J S, DIAS J, et al. Reconfigurability and Unified Kinematics Modeling of a 3RTPS Metamorphic Parallel Mechanism with Perpendicular Constraint Screws [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(4): 121-128.
- [9] YE Wei, CHAI Xinxue, ZHANG Ketao. Kinematic Modeling and Optimization of a New Reconfigurable Parallel Mechanism [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 149: 103850.
- [10] 贾璞,李端玲,雷志强,等. 一种3(Ra)PS变胞并联机构构型与运动学分析[J]. 农业机械学报, 2022, 53(2): 443-450.
JIA Pu, LI Duanling, LEI Zhiqiang, et al. Configuration and Kinematics Analysis of a 3(Ra)PS Metamorphic Parallel Mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(2): 443-450.
- [11] 吴腾,张武翔,丁希仑. 一种新型并联变胞机构的设计与分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(7): 30-37.
WU Teng, ZHANG Wuxiang, DING Xilun. Design and Analysis of a Novel Parallel Metamorphic Mechanism [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(7): 30-37.
- [12] GAN Dongming, DIAS J, SENEVIRATNE L. Unified Kinematics and Optimal Design of a 3rRPS Metamorphic Parallel Mechanism with a Reconfigurable Revolute Joint [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 96: 239-254.
- [13] WANG Ruiqin, KANG Xi, DAI J S. A Novel Reconfigurable Spherical Joint Based on Linear Independence of Screws and Its Resultant Metamorphic Mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 164: 104351.
- [14] 贾璞,李端玲,李海源,等. 基于变胞铰链的并联机构结构设计及构型分析[J]. 机械工程学报, 2020, 56(19): 92-102.
JIA Pu, LI Duanling, LI Haiyuan, et al. Structural Design and Configuration Analysis of Parallel Mechanism with Metamorphic Joint [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19): 92-102.

- [15] WEI Jun, DAI Jiansheng. Reconfiguration-aimed and Manifold-operation Based Type Synthesis of Metamorphic Parallel Mechanisms with Motion between 1R2T and 2R1T [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 139: 66-80.
- [16] 畅博彦, 金国光, 戴建生. 基于变约束旋量原理的变胞机构构型综合[J]. 机械工程学报, 2014, 50(5): 17-25.
CHANG Boyan, JIN Guoguang, DAI Jiansheng. Type Synthesis of Metamorphic Mechanism Based on Variable Constraint Screw Theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(5): 17-25.
- [17] YE Wei, LI Qinchuan. Type Synthesis of Lower Mobility Parallel Mechanisms: a Review[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, 32(1): 13-23.
- [18] WEI Jun, YU Bin, LIU Chenglei, et al. Grassmann Line Geometry Based Configuration Synthesis of Equivalent UU Parallel Mechanisms with Two Virtual Center-of-motion [J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 181: 105208.
- [19] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑, 等. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.

(上接第360页)

- [15] MO Shuai, LI Yuhua, WANG Dongdong, et al. An Analytical Method for the Meshing Characteristics of Asymmetric Helical Gears with Tooth Modifications[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 185: 105321.
- [16] MO Shuai, LUO Bingrui, SONG Wenhao, et al. Geometry Design and Tooth Contact Analysis of Non-orthogonal Asymmetric Helical Face Gear Drives[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 173: 104831.
- [17] LUO Wei, QIAO Baijie, SHEN Zhixian, et al. Investigation on the Influence of Spalling Defects on the Dynamic Performance of Planetary Gear Sets with Sliding Friction [J]. Tribology International, 2021, 154: 106639.
- [18] LAI Junbin, LIU Yanfang, XU Xiangyang, et al. Dynamic Modeling and Analysis of Ravigneaux Planetary Gear Set with Unloaded Floating Ring Gear[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 170: 104696.
- [19] 董长斌, 李龙坤, 刘永平. 非圆齿轮行星轮系非线性动力学特性分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2024, 56(8): 94-102.
DONG Changbin, LI Longkun, LIU Yongping. Analysis of Nonlinear Dynamic Characteristics of Non-circular Planetary Gear Systems[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2024, 56(8): 94-102.
- [20] DONG Changbin, LI Longkun, LIU Yongping, et al. Translation Torsion Coupling Dynamic Modeling and Non-linearities Investigation of Non-circular Planetary Gear Systems [J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(21): 18931-

YU Jingjun, LIU Xinjun, DING Xilun, et al. Mathematical Basis of Robot Mechanism [M]. Beijing: China Machine Press, 2008.

(编辑 陈 勇)

作者简介:冯盛权,男,1999年生,硕士研究生。研究方向为机构理论与机器人装备。屈淑维*(通信作者),女,1978年生,副教授。研究方向为机构理论与机器人装备。E-mail:shuwei1222@nuc.edu.cn.

本文引用格式:

冯盛权,屈淑维,李瑞琴,等. 基于变轴线运动副3(rU)PU变胞并联机构设计[J]. 中国机械工程, 2026, 37(2): 361-373.
FENG Shengquan, QU Shuwei, LI Ruiqin, et al. Design of a 3 (rU) PU Metamorphic Parallel Mechanism Based on Variable Axis Kinematic Pairs[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(2): 361-373.

18948.

- [21] 夏链, 张义恒, 韩江. 基于时变啮合力的非圆齿轮传动动态磨损研究[J]. 机械传动, 2023, 47(6): 1-7.
XIA Lian, ZHANG Yiheng, HAN Jiang. Research on Dynamic Wear of Non-circular Gear Transmission Based on the Time-varying Meshing Force[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2023, 47(6): 1-7.
- [22] 喻永权, 林超, 胡亚楠. 不同重合度非圆齿轮设计及弯曲应力分析[J]. 机械工程学报, 2022, 58(19): 206-220.
YU Yongquan, LIN Chao, HU Yanan. Design and Bending Stress Analysis of Non-circular Gears with Different Contact Ratio [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(19): 206-220.

(编辑 陈 勇)

作者简介:莫 冲*(通信作者),男,1987年生,教授、博士研究生导师。研究方向为高端装备振动控制与故障动力学、关键核心基础零部件设计制造(高性能齿轮/轴承)。E-mail:moshuai2010@163.com.

本文引用格式:

莫帅,李亚鑫,吴生阳,等. 非圆行星齿轮传动系统非线性动力学特性[J]. 中国机械工程, 2026, 37(2): 353-360.
MO Shuai, LI Yaxin, WU Shengyang, et al. Nonlinear Dynamics Characteristics of Non-circular Planetary Gear Systems [J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(2): 353-360.