

基于仿生扩散生长驱动有加筋板壳抗屈曲拓扑设计

姜学涛 杨勇* 朱季红 冯昊 潘顺洋

苏州科技大学机械工程学院, 苏州, 215009

摘要:针对现有加筋板仿生设计存在因基结构建模方式所引起的优化空间不足的问题,根据植物筋脉生长特征,提出一种扩散式生长方案来模拟植物筋脉的形成过程,寻求加筋的合理布局,使得结构具备高效的屈曲承载能力。采用一种改进的优化建模框架,使用S9R5单元以及B32/B31梁单元模拟叶片和筋脉,并使用节点预存储、保留更新的方案,通过提高生长节点更新范围的方式扩展自适应加筋的灵活性。以矩形薄板为例,通过对不同参数下简支板在四边简支(SSSS)以及双侧简支(SFSF)条件下不同受载模式的屈曲案例进行对比,验证了算法的有效性。结果表明,扩散式生长加筋方案所得到的加筋布局比现有生长方式更为有效,布局清晰。

关键词:加筋薄壳;扩散式生长;结构拓扑;线性屈曲分析;基结构法

中图分类号: TB472; TP31

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.02.020

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Buckling Topological Design of Reinforced Plate/Shell Based on Bionic Diffusion Growth-driven Method

JIANG Xuetao YANG Yong* ZHU Jihong FENG Hao PAN Shunyang

School of Mechanical Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu, 215009

Abstract: To overcome the limitations of insufficient design spaces in existing Bio-inspired reinforced-plate design (BRD) methods resulting from the modeling strategy of the ground structure method (GSM), a diffusion-based growth scheme inspired by the vein growth patterns of plants was proposed. The scheme simulated the formation processes of plant venation to identify efficient stiffener layouts that enhanced the buckling load-bearing capacity of the structure. An improved optimization modeling framework was adopted, using S9R5 Shell elements and B32/B31 beam elements to simulate the plate (leaf) and stiffeners (veins) respectively. A scheme of node pre-storage and reserve/updating employed to expand the flexibility of stiffeners by increasing the updating-range of active nodes. Rectangular thin plates were investigated as representative examples, buckling analyses under various parameters, boundary conditions (SSSS and SFSF), and loading cases were conducted to validate the effectiveness of the proposed method. The numerical results demonstrate that the diffusion-based growth scheme yields more efficient and clearer stiffener layouts compared to existing growth strategies.

Key words: reinforced shell; diffusion-driven growth; structure topology; linear buckling analysis; ground structure method

0 引言

薄壁板壳因能在结构轻量化的前提下保留结构的完整性、有利于结构功能的实现而广泛应用于航空航天、船舶和汽车工程领域^[1],如飞机机翼、船体结构和太阳能电池板^[2]。随着新型材料制造技术及工艺的发展,高强度材料的不断涌现与应用,薄壳结构的极限承载能力不断提高。在以承

受压力荷载为主的结构中,薄壁板壳由于侧向刚度小和初始缺陷等原因,结构强度已不再是主要问题,而结构稳定性问题反而更加突出^[3]。在轴压或剪切荷载作用下,屈曲是这些结构的主要破坏形式之一。为获得更好的抗屈曲性能,寻求薄壁板壳结构加强筋的优化布置具有重要意义^[4]。

与常规结构相比,薄壳结构模型规模、变量数目及非线性程度均大幅提高,导致其结构设计同时面临模型、分析与优化三重复杂度的挑战^[5],以密度法为主的常规优化手段并非合理选择。尽管网格加筋^[5-6]、变刚度加筋^[7]、单胞理论^[5]以及基于代理模型的新型加筋方法和考虑缺陷的薄壳后屈曲可

收稿日期:2025-09-09

基金项目:国家自然科学基金(51805346);江苏省重点实验室开放基金(JSKL2324K07);江苏省研究生科研与实践创新计划(KYCX22_3260)

靠性优化设计^[8]等方法扩充了可优化空间,为薄壳优化分析注入新的思想,但分析理论的复杂性和高昂的计算成本依旧制约着此类优化研究的深入。

生物有机体具有独特的机制和精致的结构^[9],自然系统及其分层组织不仅优化和强化了植物体的耐久性,而且具有适应外部环境、进行自我修复和执行许多高度复杂功能的能力^[5]。这种不断适应环境的进化能力在结构优化领域亦有应用,如渐进结构优化法(evolutionary structural optimization, ESO)及双向渐进结构优化法^[10-11](bi-evolutionary structural optimization, BESO)。这也为利用其生长机制开展类似结构的加筋板仿生设计(bio-inspired reinforced-plate design, BRD)提供了新思路^[12-13]。

同时,一些学者认为植物脉络的形成依据营养供给关系的Murray准则^[14-15],认为加筋结构也应遵循类似规律。Murray准则为生理学相关和仿生设计甚至大数据网络结构构架等诸多方面都提供了基础,如人工血管制造、网络结构并行优化以及蒸发/冷却等换热系统管道的构建^[16]。此外,近年来人们越来越关注力学的相互作用,受植物叶片脉络图案的力学特性启发,BOHN等^[17]提出矢量平衡准则(vector balance criterion, VBC)。植物器官的生长不仅涉及机械应力的反馈(生长诱导机制),还涉及力学在多尺度上对叶脉的形成作用。不同尺度上叶脉组织形成的影响机制众说纷纭^[18],如亚细胞骨架分子的形成到单细胞器官的演变引发众多学者的关注。虽然相应的应力感应机制和细胞反应受到了很多关注,但指导脉络形态发生的机械原理尚未得到有效理解,这在一定程度上给BRD设计带来了困难。

MATTHECK等^[19-20]考虑植物生长的力学机理,通过在基结构法(ground structure method, GSM)中融入力学拓扑理论,开展BRD设计,率先提出板壳加筋自适应理念。在其工作中,形状优化被视为在标准有限元模块中嵌入膨胀效应的基础上进行的载荷自适应增长过程。目前基于BRD原理的生长加筋算法在刚度、传热、抗振等领域多有应用,按其仿生机理主要可分为两类:模仿叶脉走向的脉序生长法(venation growth algorithm, VGA)和受植物根系生长模式启发的自适应生长法(adaptive growth method, AGM)。生长式加筋BRD方法主要流程如下:从给定的种子点出发,在其附近单元中选择对目标函数贡献最多的未生长单元进行生长。它以末端分枝生长、退

化或分级进化的更新模式为主要特点,借鉴ESO/BESO的部分概念,使用滤波器过滤目标灵敏度更新迭代加筋尺寸,取得了一定效果。

脉序生长法(venation growth algorithm, VGA)由LI等^[21-23]提出。李永欣^[24]以板梁离散的通用基结构建模方式作为加筋薄板的结构力学模型,建立等级脉序生长模式,开发出以矢量平衡准则为修正原则的脉序生长算法^[25-26]。VGA主次脉生长原则分别为主脉承担主要载荷,次脉抵抗局部剪应力。同理,相关文献均采用了类似的力学假设,例如戴大力等^[27]利用脉序生长法进行了轻质板壳结构的声功率加筋布局优化设计,这种采用脉序生长原理的BRD设计巧妙地在板壳上再现了叶脉发育过程。

此外,丁晓红等^[28-29]通过基于植物根系等分枝系统自适应脉络生长过程对加筋布局进行优化,将植物根系与加筋结构之间联系起来,提出加筋板结构的自适应仿生优化法(AGM)。此类BRD设计通过模拟自然界分支系统生长模式,以板壳结构中应变能最小或基频最大为目标进行加筋优化布置设计,兼顾形状优化和尺寸优化。季金等^[30-31]引入优化准则法,通过迭代步长因子法优化KKT条件构造迭代解析公式。据此,DONG等^[4]提出一种生成式曲筋优化方法,根据加强筋分枝延伸的效果自适应选择分枝的最佳生长方向,并通过控制体积增长速度实现结构体积控制。

受有限元法的限制,采用GSM法构建模型的BRD设计通常不具备连续体拓扑优化(continuum topology optimization, CTO)的灵活性,节点间布筋方式限制了可优化空间,这成为BRD方法进一步发展的最大阻碍。提高生长灵活性,扩充BRD方法优化空间成为一种迫切需求。一方面,LI等^[32-34]通过引入一种增强刚度转换机制(enhanced stiffness transformation approach, ESTA)提高建模灵活性,提出一种改进的自适应形态发生算法^[33](adaptive morphogenesis algorithm, AMA),并用于抗振优化^[34-36]。该方法利用刚度扩散^[37](stiffness spreading method, SSM)原理,通过生长节点局部区域搜索,实现筋板间的刚度耦合,使得脉序能够在优化过程中沿着任意最优的方向进行生长^[38]。进一步地,针对结构动态特性,利用刚度和质量变换方法(stiffness and mass transformation approach, SMTA)的特殊插值方案^[36],一定程度上规避了共节点的弊端,优化了加筋板/壳结构的动态柔度。另一方面,学者们通过

刚度及尺寸插值在算法层面增加了加筋优化的鲁棒性。例如,LIU等^[39]开发的H-DGTP模型采用插值方案,利用Heaviside插值函数拟合加筋尺寸;HU等^[40]和SHEN等^[41]通过结合SIMP概念,采用“软-硬-滤波器过滤”的组合方式^[42],使得AGM具备类似于CTO的大求解空间特性。据此,张德慧等^[43]采用一种多项式材料插值方案,通过引入遗传信息避免了自振加筋局部模态问题。

可以看出,采用GSM构建模型时BRD方法具备薄壳理论分析少、模型构建简单、加筋高效清晰等优势^[4],但加筋布置失去了极大的自由度,其壳-筋单元间依靠节点-节点之间的“硬连接”,不具备以SSM法为主、使用刚度耦合方案的灵活性建模优势。较低的加筋灵活性及可优化求解空间的不足,同时给BRD方法在屈曲稳定问题上的应用造成阻碍。对此,引入高精度薄壳理论分析^[2]或采用CTO方法扩充问题求解自由度的方式成为普遍选择,但此类方法局限于常规优化手段,缺少对生长式BRD加筋方式有效的理解与探索。

本文依据BRD原理提出一种扩散式生长方案,通过模拟叶片维管束的形成过程,使得结构具备高效的抗屈曲承载能力。采用一种改进的建模方案,并使用节点预存储、保留更新的方案,通过提高生长节点更新范围的方式扩展自适应加筋的灵活性。对于末端分枝生长、退化更新模式造成初始生长节点选择困难的弊端,生长节点预存储策略提高了活动生长点布置灵活性,扩充BRD求解空间。以矩形薄板为例,针对结构线性屈曲稳定性问题进行优化,进而对不同参数下简支板在SSSS及SFSF下不同受载模式的屈曲案例进行对比验证。基于扩散式生长方案,以第一阶线性屈曲模态为研究对象,给出合适的初始生长节点布置方案以及参数设置。然后对比AGM加筋方

案以及拓扑优化结果,验证算法的有效性。

1 基于仿生生长机理的薄壳稳定性问题

1.1 生长机理

事实上,叶脉并非简单地从主脉延伸出来,而是会不断分支,形成复杂的网络结构,这种生长模式多见于双子叶植物中网状脉序。而筋脉的形成过程受遗传信息以及环境变化的共同作用,不同阶段作用不一。植物本身遗传信息对筋脉形状以及位置起决定性作用,基因的显式表达引导植物体维管束系统的形成,包括导管和筛管,它们在叶片中构成了复杂的网络,负责水分和养分的输送。环境因素促使局部生物力学机理和生化反应产生差异,改变筋脉系统基因显式表达的强弱,使得叶脉或根系的形成过程更加高效。

筋脉形成的基本过程如图1所示。维管束系统中生长素梯度的高低促使叶原基的分裂^[18],在遗传程序的作用下,新生的细胞在特定位置(未来叶脉处)开始分化,叶肉组织中分生组织自然延伸、分枝、连接,最终形成特定形态的脉络结构(图1a、图1b)。外在生长环境的变化改变叶片局部生长素浓度,促进新生芽点的产生以及局部筋脉的生长,并加强局部机械支撑,维持叶片的平整和伸展姿态(图1c),最终形成叶脉结构。这个过程中,筋脉的大体形态由遗传信息决定,以适应其分布的生长环境,如网状脉支撑双子叶植物的复杂叶片结构,用于力学支撑;而平行脉主要见于单子叶植物,用于保证营养物质的线性运输能力。显性基因外表达强弱不一,如筋脉①~④可被视为强表达过程,而筋脉⑦⑧受环境限制,属于未表达(图1d、图1e)。伴随生长进程的推进,筋脉尺寸 d 增大,叶片局部平衡状态被打破,极性生长素在芽点表皮形成层附近形成层聚集区,生长素梯度上升,细胞分化后形成分枝(图1e)。

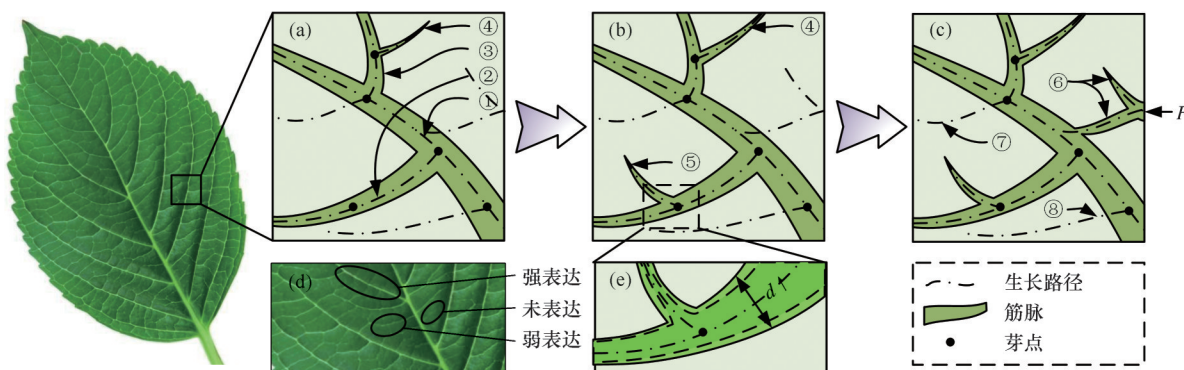


图1 分枝生长过程

Fig.1 Process of branch

1.2 仿生优化模型

加筋薄壳优化通常以壳厚、加筋厚度、加筋高度、加筋角度和加筋个数作为设计变量,得到最优的网格加筋壳。然而,传统的GSM加筋建模模式极大地限制了加强筋优化的设计空间,难以充分挖掘网格加筋壳的承载能力。

本文采用一种改进的基结构建模方式,通过直接在基壳上设置加筋单元,高效建立有限元模型。在此基础上,加筋薄壳可以被简化分解为薄壳-离散加筋单元的组合形式,通过控制加筋单元的有无获得其最优分布模式。一般数学表达式为

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{Z} &= (x_1, x_2, \dots, x_n)^T & (1) \\ \min \phi(x) & & (2) \\ \text{s.t. } & \begin{cases} V \leq \bar{V} \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} & (3) \end{aligned}$$

式中: \mathbf{Z} 为加筋单元 x_i 组成的0-1规划可行集; n 为 \mathbf{Z} 的维度; $\phi(x)$ 为优化的目标函数; V 为当前迭代中结构的总体积; \bar{V} 为设置的结构总体积上限。

1.3 问题描述

薄壳结构受载过程中,当系统矩阵趋于奇异时结构将发生屈曲。根据能量变分,线性屈曲问题的平衡方程可以转化为广义特征值问题^[44]:

$$(\mathbf{K} + \lambda_j \mathbf{K}_G) \varphi_j^i = 0 \quad (4)$$

式中: \mathbf{K} 、 \mathbf{K}_G 分别为线性刚度矩阵和采用初应力法计算的结构几何刚度矩阵; λ_j 、 φ_j^i 分别为第 j 阶屈曲载荷因子以及相应的屈曲模式; i 为结构自由度。

以第一阶模式为研究对象,通过求解上述平

衡方程,临界屈曲载荷因子(BLFs)以Rayleigh商的形式表示为

$$\lambda_1 = - \frac{\varphi_1^T \mathbf{K} \varphi_1}{\varphi_1^T \mathbf{K}_G \varphi_1} \quad (5)$$

2 扩散式迭代加筋算法

2.1 模型的构建

图2所示为经过改进后的共节点基结构法建模方式。通过将基壳有限元离散为板、壳单元,以节点间建立梁单元代替筋脉的方式缩短优化流程。本文以薄壳稳定性为主要目标,采用9节点壳单元替代4节点单元,同时使用3节点和2节点Timoshenko梁单元,主要目的是平衡梁单元尺寸和壳单元尺寸差距,同时兼顾计算精度。图2b中,于Q9单元边界点布置3节点梁单元,单元中间节点与角点间通过2节点梁单元连接,避免梁单元相互干涉。该方案一定程度上增大了壳单元相对尺寸,也将壳单元中心节点纳入生长节点可行集,降低共节点建模技术带来的生长节点限制。

简化起见,采用等宽、矩形截面Timoshenko梁模拟离散加筋单元,以共节点的方式放置于壳表面,见图2a。其中,9节点5自由度Mindlin壳单元S9R5采用标准等厚度定义,其中面位于截面几何中心。2/3节点三维Timoshenko梁单元采用轴线偏心设置,存在附加转矩,其梁截面偏心距(n_1 方向)为 $e = (h_b + h_s)/2$, h_s 和 h_b 分别为壳厚和梁高,且梁截面 n_2 方向无偏移。

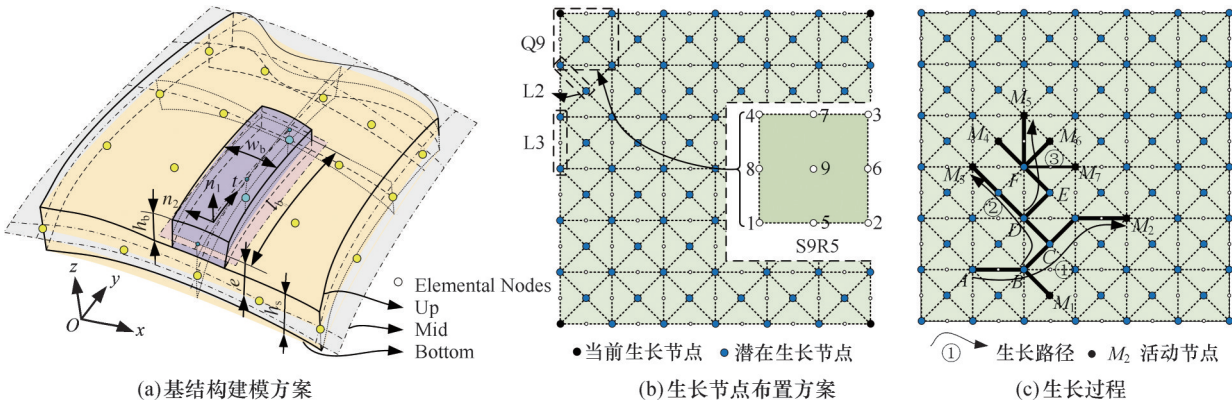


图2 基结构建模方案

Fig.2 Modeling scheme of ground structure

忽略单元离散时薄壳曲率以及梁-梁、梁-壳间几何干涉造成的误差,结构总体积可累加为

$$V = V^0 + \sum_{i=1}^n v^i = V^0 + \sum_{i=1}^n \omega_b^i h_b^i l_b^i$$

式中: V^0 为壳的初始体积; ω_b^i 、 h_b^i 、 l_b^i 分别为梁单元的宽度、高度、长度。

则结构体积约束可以表述为

$$V \leq \alpha V^0 \quad (6)$$

式中: V^0 为薄壳初始体积; α 为体积约束因子。

则原问题式(1)~式(3)可以重新表述为

$$\text{find } \mathbf{Z} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (7)$$

$$\max \phi(x) = - \varphi_1^T \mathbf{K} \varphi_1 / (\varphi_1^T \mathbf{K}_G \varphi_1) \quad (8)$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} g(x) = V(x) - \alpha V^0 \leq 0 \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (9)$$

2.2 生长更新策略

扩散式自适应生长算法在VGA和AGM的基础上优化生长节点更新策略,主要由分枝生长和生长节点保留更新两阶段组成。图3中Algorithm I描述了算法主要迭代过程。

Algorithm I : 扩散式加筋迭代策略					
Input:	V^0	初始体积	α	体积约束因子	k_0 生长步
	M^0	初始生长节点	ϵ^*	初始收敛容差	n_c 收敛步
	A_b	加筋单元截面尺寸	κ	阈值截断因子	
Output:	R^k	加筋单元集	M^k	活动生长点集	

1. Procedure AGM	
2. $M \leftarrow M_0, V \leftarrow V^0, \psi \leftarrow \lambda_1^0, \epsilon \leftarrow 1$	//初始化
3. while $\epsilon \geq \epsilon^*$ and $V \leq \alpha V^0, k \leq k_0$ do	//目标以及体积约束
4. if $M^k = \emptyset$ then break	//无活动生长节点
5. end if	
6. if $R^{M_i} = 0$ then $M_i \leftarrow 0$, break	//失去生长能力
7. else if $R^{M_i} > 1$ then //分枝过程	
$R^k \leftarrow R^k + R_{M_i}, M^i \leftarrow M_{R_i}^i$	
8. else //生长延伸过程	
$R^k \leftarrow R^k + R_{M_i}, M^i \leftarrow M_{R_i}^i$	
9. end if	
# 节点更新策略	
Procedure Sub-AGM ^k	//Algorithm II
$M_k \leftarrow M_R + \tilde{M}_R^k, R \leftarrow R^k$	
10. end Procedure	
# FEM Buckling Process	
11. $\psi^k \leftarrow \lambda_1^k, V \leftarrow V^k$	
12. $\epsilon^k \leftarrow \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \left\ \frac{\psi^k - \psi^{k-i}}{\psi^k} \right\ $	//计算容差 ϵ^k (式(10))
13. $k \leftarrow k + 1$	
14. end while	
15. end Procedure	

图3 Algorithm I

Fig.3 Algorithm I

1)分枝以及收敛条件。与AGM类BRD算法不同,扩散式加筋生长节点可分布于结构生长点可行集任意位置。图2c中,当前迭代步存在 $M^k = \{M_1, M_1, \dots, M_7\}$ 等7个生长点,计算与之相连的活动加筋单元可行集 R^k 中的结构贡献,使用生长截断阈值 $\kappa (0 \leq \kappa \leq 1)$,控制扩散生长速度,主要目的是扩充加筋单元生长灵活性。此过程涉及节点更新策略,详细过程见图4。

算法使用的收敛条件为

$$\frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \left\| \frac{\psi^k - \psi^{k-i}}{\psi^k} \right\| \leq \epsilon \quad (10)$$

式中: n_c 为选定的收敛步数,一般取3~5; ψ^k 为目标函数当前值; ϵ 为收敛误差,一般取0.001。

2)生长节点更新策略。图4所示为扩散式生长加筋示意图以及迭代策略。生长点迭代主要在3种更新策略:递进生长更新迭代、活动节点退

化去除以及加筋节点保留存储,分别称为Mode-1、Mode-2和Mode-3模式(图4a~图4d)。其中, M_i 为结构上第 i 个活动生长节点, R 为生长单元集; R^{M_i}, R^{M_i} 分别表示生长步 k 下活动节点 M_i 周围与之相连的潜在生长单元集以及 $k+1$ 步后实际扩散生长出的加筋单元集,显然 $R^{M_i} \subseteq R^{M_i}$ 。

上述活动节点更新、保留存储行为(Algorithm II)受当前迭代步 k 中活动加筋单元集 R^k 的结构贡献影响。与采用全局优化方法的策略不同,扩散式生长方案深层次模拟植物筋脉形成-生长过程,采用活动加筋单元集 R^k 的当前局部贡献,以离散差分灵敏度的形式表示为

$$S_{R^k}^j = \frac{f^k(x) - f^{k-1}(x)}{f^{k-1}(x)} = \frac{\psi^k(x^j) - \psi^{k-1}(x)}{\psi^{k-1}(x)}, k \geq 1 \quad (11)$$

壳体屈曲优化涉及系统线性以及非线性部分,难以通过商用FEM进行后处理,进一步加剧解析灵敏度计算难度。在此类问题上, YE等^[45]对屈曲载荷因子进行Taylor展开,而文献[4]在计算时省略加筋单元的初应力刚度解析灵敏度贡献,此类差分计算方案均对灵敏度进行一定估计,在简单模型计算上具备一定优势。

此处则通过使用引入的阈值截断因子 $\kappa (0 \leq \kappa \leq 1)$ 截取高结构贡献的加筋单元集 \tilde{R}^k ,进而扩散生长并更新活动生长节点 M^k :

$$\left. \begin{aligned} j_c &= \text{ceil}(\kappa \cdot m) \\ S_{R^k}^j &= S_{R^k}^{j_c} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, $j = 1, 2, \dots, m, \text{ceil}(\cdot)$ 为向上取整函数,意在过滤并去除较低灵敏度单元。 κ 主要影响生长速率,对于一般对称结构,取25%以内为宜。根据结构上选取的初始生长节点的分布情况,在使BRD生长算法具备足够的加筋自由度下,适度削减 κ 值,往往能够增大迭代计算效率。

算法所涉及的节点更新方案只有在当前节点 M_i 的周围存在的潜在生长单元 $R^{M_i} \neq 0$,方能进行扩散生长更新,下面结合图4进行详细说明。

图4a所示为第 k 步的生长过程,其加筋生长模式主要由3支生长路径组成(即①~③),其激活的当前生长节点为 $M^k = \{M_1, M_2, \dots, M_6\}$ 。分别以Q9单元角点 M_2 和附加节点 M_6 作为生长点为例,节点 M_2 和 M_6 将分别产生7根和3根潜在生长单元,即 $R^{M_2} = 7, R^{M_6} = 3$ 。在阈值截断因子 κ 的作用下,节点 M_2 和 M_6 分别生长3根和1根生长单元,即路径④,见图4b,此时更新生长节点,即有节点 M_2 和 M_6 更新过程: $M_2 \rightarrow \{M_{2-1}, M_{2-2}, M_{2-3}\}, M_6 \rightarrow \{M_{6-1}\}$,并且当前激活生长节点(Case 1)为 $M^{k+1} = \{M_1, M_3, \dots, M_5, M_{2-1}, M_{2-2}, M_{2-3}, M_{6-1}\}$,此为Mode-1模式,即扩散式

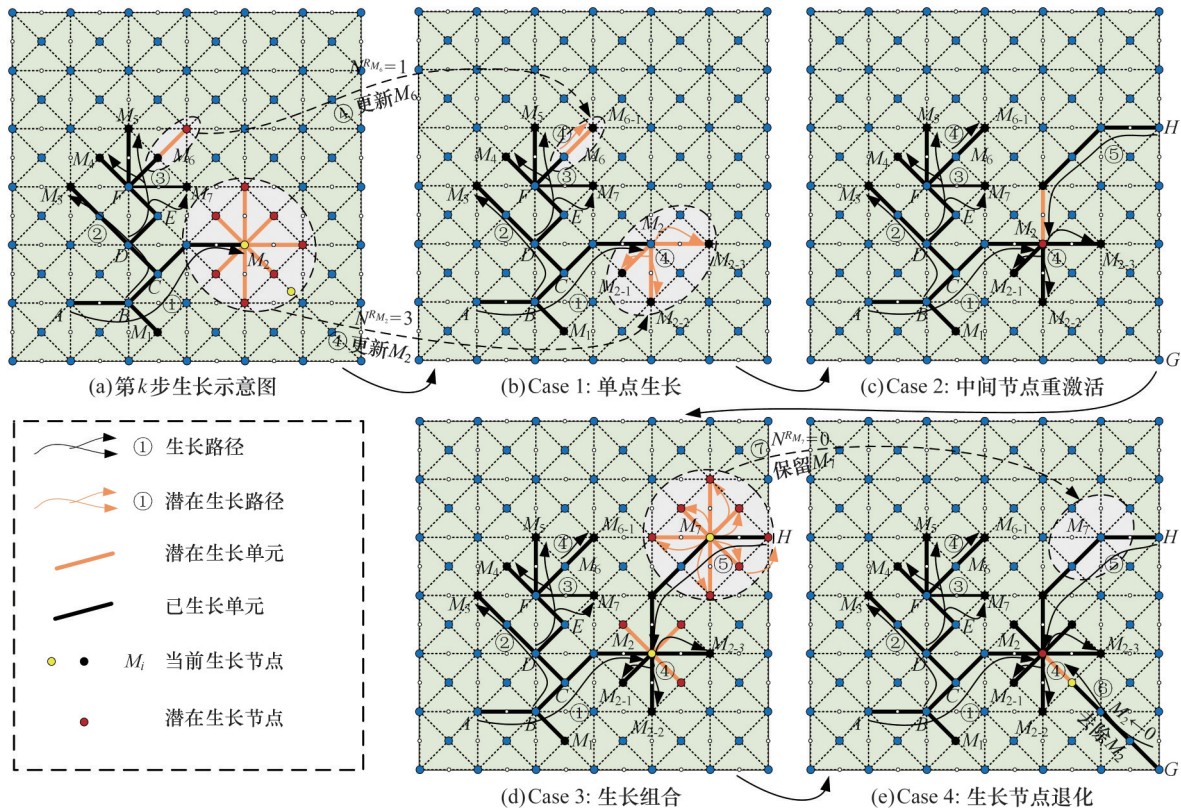


图4 扩散式生长加筋示意图

Fig.4 Schematic diagram of diffusion growth-driven reinforcement

生长。

同理,图4d~图4e中路径⑦展示的生长模式为节点保留存储(Mode-3模式)。不同于路径④,路径⑦未生长加筋单元,即 $R^{M_7} = 0$,而生长节点 M_7 依旧保留存储, $M_7 \in M$ 。图4c、图4d中路径⑤和图4e中路径⑥分别展示的是活动生长点重新激活和生长节点退化行为。其中,在生长路径①~④(图4c)的基础上,生长路径⑤自边点 H 延伸至节点 M_2 ,此时节点 M_2 潜在生长单元 $R^{M_2} = 3$,将重新激活生长节点 M_2 ,进而重复路径④的扩散过程;相反,若自节点 G 起始的路径⑥生长至 M_2 时,潜在生长单元 $R^{M_2} = 0$,此时 M_2 失去生长能力,该生长节点将被去除($M_2 \leftarrow \emptyset$),此为 Mode-2 模式,即节点退化模式。此三种模式可交替或同时进行,与之对应的是加筋单元集 R 的更新,具体过程见 Algorithm I、Algorithm II(图3、图5)。需要注意的是,若结构无活动生长点,即 $M^k = \emptyset$,此时算法失去生长迭代能力,直接结束。

2.3 设计流程

仿生扩散生长优化设计流程图见图6。步骤如下:

1)结构初始化。构建初始薄壳结构,设置初始生长节点 M_0 ,即有 $M \leftarrow M_0$ 。同时设置初始结构参数以及优化控制参数($\kappa, \epsilon^*, n_c, h_s, e,$

w_b, h_b, l_b, k_0)。

2)生长点更新策略。 $M^k \leftarrow M_R$,有活动加筋单元集 R^k ,若该点存在多个潜在加筋单元,即 $R_{M_i} > 1$,此时该点将产生分枝行为;否则,即 $R^{M_i} = 0$,此时该生长节点 M_i 位于加筋末端,则有生长行为,新生长加筋单元,更新活动加筋单元集 \tilde{R}^k ,生成FEM计算文件。

3)计算 \tilde{R}^k ,更新生长点 $\tilde{M}^k(m^k)$,此时存在 $M \leftarrow M^k - \tilde{M}^{k-1}$,遍历 $\tilde{R}_j^k(j = 1, 2, \dots, m)$,计算目标函数 ϕ_j^k 及其差分灵敏度结构的贡献 $S_{R_i}^j$,决定当前迭代步下生长单元。进一步,更新结构生长单元以及活动节点,据此生成INP计算文件。

4)若目标函数同时满足式(6)、式(10)或达到设定阈值,结束迭代进程,否则重复步骤1)~步骤4),直至达到结构体积上限。

需特别指出的是,为提高计算效率,此处使用MATLAB直接输出FEM计算文件,通过并行计算的方式进行迭代循环。

3 结构屈曲优化案例分析

3.1 四边简支方形板受压屈曲算例

首先,图7给出经典算例,并以四边简支板受压屈曲为研究案例。结构的壳、梁单元材料均采用同种合金铝,牌号为Al-1050,其弹性模量 $E =$

Algorithm II: 扩散式加筋活动节点更新策略

Input	M^k	第 k 步保留生长节点集
	R^k	第 k 步保留生长单元集
	κ	阈值截断因子
Output	\tilde{M}_R^k	新增活动生长节点集
	R_*^k	新增生长单元集

```

1. Procedure Sub - AGMk
   //初始化
2.  $\tilde{M}^k \leftarrow 0, \psi^0 \leftarrow \lambda_1^0, \epsilon \leftarrow 1, j \leftarrow 1$ 
3.  $R \leftarrow R^k + \tilde{R}^k, S_k^c \leftarrow 0, Inps \leftarrow \{ \}$ 
4. while  $j \leq m$  do // 遍历活动加筋单元集
5.   if  $R_{M_i} = 0$  then // 判定活动单元集
6.     # 结构未布置加筋单元, 跳过
7.     break
8.   end if
9.    $Inps \leftarrow Inps + Inp^j$  // 生成计算文件
10.   $j \leftarrow j + 1$ 
11. end while
12. # 遍历 ODB 文件, 计算活动加筋单元
13. # 结构贡献
14.  $\{ \tilde{\psi}_k \} \leftarrow \{ \tilde{\psi}_k \} + \tilde{\psi}_k, j = 1, 2, \dots, m$  // FEM 计算
15. // 计算差分灵敏度 (式(11))
16.  $\{ S_{R_i^c} \} \leftarrow \frac{\psi^k(x^j) - \psi^{k-1}(x)}{\psi^{k-1}(x)}$  // 式(11)
17.  $S_{R_i^c} \leftarrow sort(S_{R_i^c})$  // 更新截断阈值 (式(12))
18.  $j_\kappa \leftarrow ceil(\kappa \cdot m), S_k^* \leftarrow S_{R_i^c}^{j_\kappa}, j = 1, 2, \dots, m$ 
19. while  $j \leq m$  do
20.   // 遍历当前局部灵敏度
21.   if  $S_k^j \geq S_k^*$  then
22.      $R_*^k \leftarrow R_*^k + R_*^j, \tilde{M}^k \leftarrow \tilde{M}^k + M_*^j$ 
23.   end if
24.    $j \leftarrow j + 1$ 
25. end while
26. end Procedure
    
```

图5 活动节点更新策略

Fig.5 Updation strategy of active nodes

69 GPa 及泊松比 $\nu=0.33$ 。用于线性屈曲分析的薄壳结构为四边受向心压力载荷 $q=1 \text{ N/mm}$ 作用的平板结构,其基本结构尺寸为 $a=b=1000 \text{ mm}$,基壳厚度 $h_s=5 \text{ mm}$,如图 7a 所示;采用的梁单元截面尺寸为 $h_b=3 \text{ mm}, w_b=4 \text{ mm}$ 。模型采用四边简支(SSSS)边界条件,即四边限制 W 方向自由度,并且角点①和②分别限制 U, V 和 V 方向自由度,以限制刚体位移,其余方向自由度均自由。优化迭代过程中使用 ABAQUS 计算线性屈曲模态,并采用 20×20 二阶单元 S9R5 和 B32/B31 单元计算壳单元和梁单元,均以 Lanczos 算法求解临界屈曲载荷因子 (buckling load factors, BLFs)。

生长式加筋算法往往对初始生长节点的位置选择较为敏感,合理的节点数量及位置影响迭代效率。以 Case 1 为例,图 8、图 9 所示分别为初始生长节点放置于四周边界不同位置时的迭代历程。本例中设置结构加筋体积上限为 $\Delta \bar{V} =$

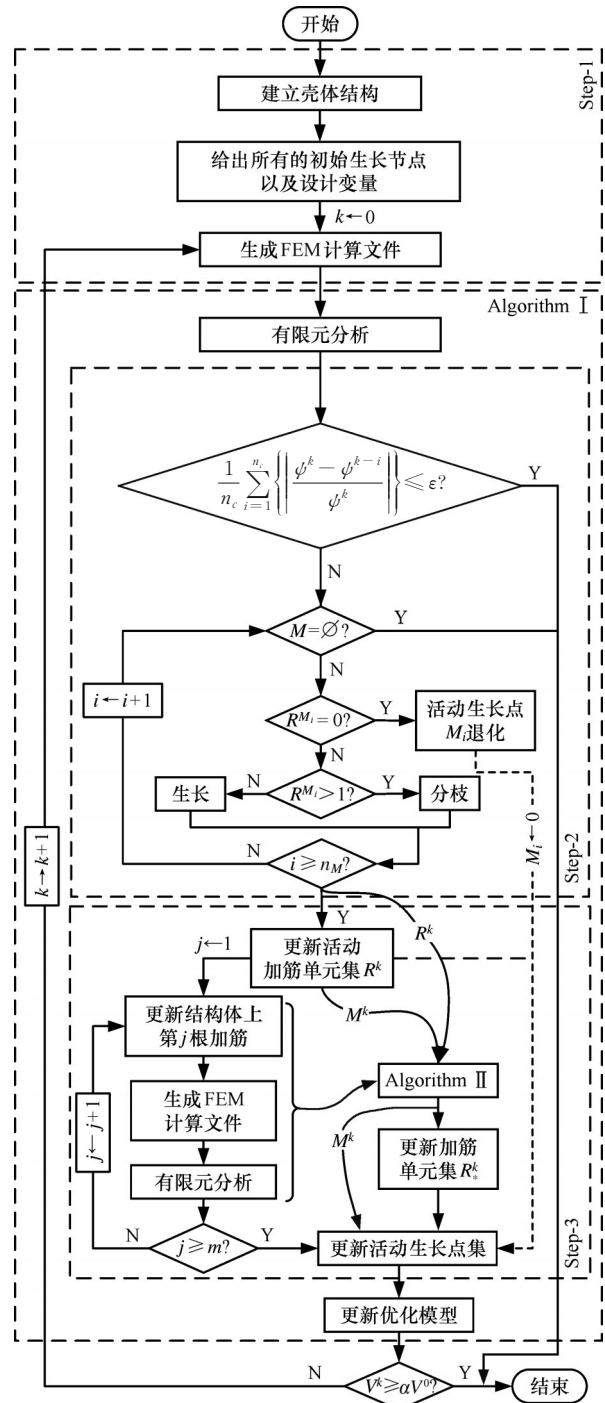


图6 设计流程图

Fig.6 Design flowchart

2.5%, 即 $\alpha = V^k/V^0 = 102.5\%$, 并且取 $n_c=3$ 。考虑到结构及载荷对称性,本例灵敏度阈值截断因子 κ 取 25%。目标函数增长率 λ^k/λ^0 见表 1。

图 8、图 9 所示分别为将四角点和四边中点设置为初始生长节点的生长历程,可以看出,对于 SSSS 四边受压载荷,加筋模式大体上均呈类“回”字形对称构型,加筋自初始点起始,向结构高敏感度区域扩散,最终在方形薄板内部形成八边形,并在内部八边形边界上反复叠加,以增强结构的抗屈曲能力。图 8、图 9 表明,尽管初始节点不

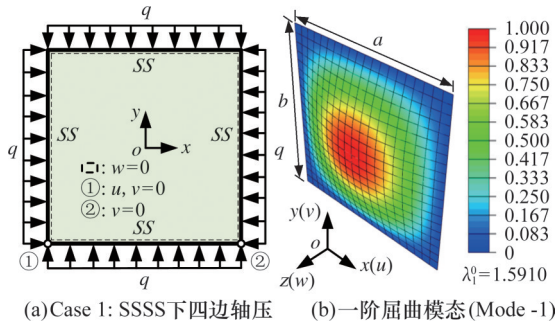


图7 SSSS边界下方形简支板算例
Fig.7 Design model of square simply supported plate(SSSS)

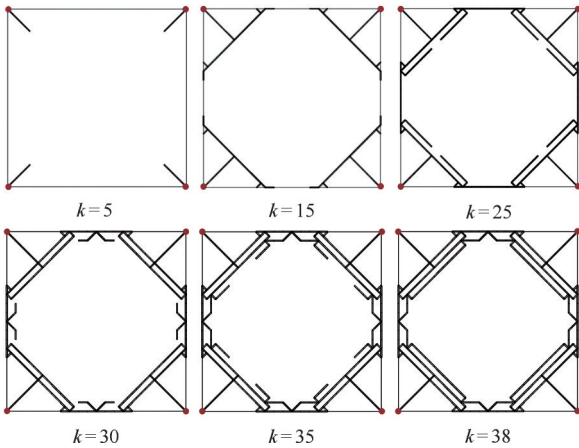


图8 Case 1(a): 四角点初始生长 ($\Delta\bar{V} = 2.5\%$)

Fig.8 Case 1(a): grow from 4 corners ($\Delta\bar{V} = 2.5\%$)

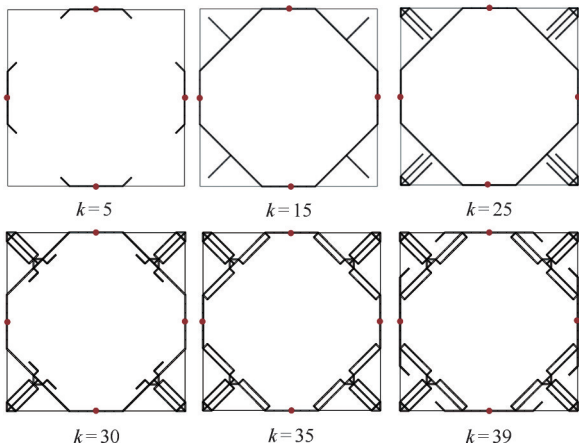


图9 Case 1(b): 四边中点初始生长 ($\Delta\bar{V} = 2.5\%$)

Fig.9 Case 1(b): grow from the midpoints of the 4 sides of the square plate ($\Delta\bar{V} = 2.5\%$)

一, 在生长过程中, 扩散式加筋模式依旧具备不同生长节点间通过加筋连接来抵抗载荷的能力。

为进一步验证种子选择的影响, 可以选择在一阶屈曲模态中高位移区域 (图 7b) 设置初始生长节点, 其迭代历程如图 10 所示。该算例在薄板中间位置 $[l_a, l_b] = [\pm a/5, \pm b/5]$ 处设置 4 个初始节点, 其加筋历程显示, 扩散式算法在中部区域形成一对称十字形结构后呈现出图 9 中 Case 1

(b) 的生长过程及特点, 即向角点延伸至约 $\pm[a/4, b/4]$ 处后形成类八边形构型。与图 8、图 9 不同, Case 1(c) 在角点附近未形成连接结构, 此时在中部十字形加筋结构的影响下, 四角点结构贡献较低, 角点附近筋脉生长概率大大降低, 此时迭代过程更加高效快捷。

表1 SSSS下方形简支板算例数值结果
($\kappa = 25\%, \Delta\bar{V} = 2.5\%$)

Tab.1 Numerical results of square plate simply supported on 4 edges (SSSS, $\kappa = 25\%, \Delta\bar{V} = 2.5\%$)

Items	k	体积 ($\Delta V^k(\%)$)	屈曲载荷因子 ($\lambda_1^k, \Delta\lambda_1^k(\%)$)	
初始	0	0.00	1.5910	0.00
Case 1(a)	38	+2.54	2.5788	+62.09
Case 1(b)	39	+2.54	2.4583	+54.51
Case 1(c)	35	+2.51	2.5506	+60.31
Case 1(d)	40	+2.49	2.7857	+75.09

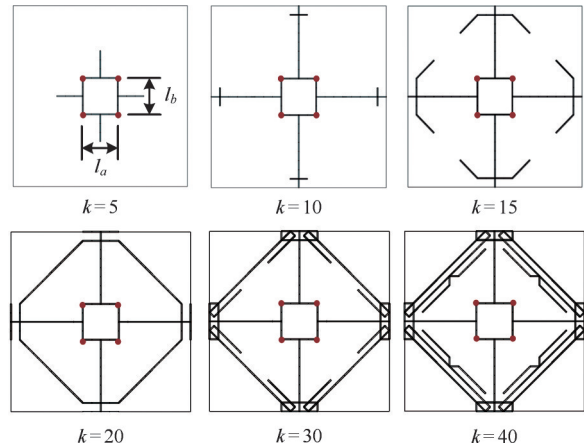


图10 Case 1(c) 中部4节点初始生长 ($\Delta\bar{V} = 2.5\%$)

Fig.10 Case 1(c): grow from the central region of the square plate ($\Delta\bar{V} = 2.5\%$)

图 11 所示为更为复杂的初始生长节点设置, 其节点同时布置于角点和四边中点以及结构几何中心位置。结果显示, 加筋生长呈现“层次性、梯队式”生长, 即在生长初始阶段, 只有中心位置呈对称式扩散生长, 其余活动节点呈现“休眠”状态。在结构内部受力状况发生改变后, 四个角点位置的的生长节点开始“苏醒”, 最终由四边中点的节点完成最后的整合。此生长过程分别对应 2.2 节中的 Mode-1~Mode-3 模式。图 11 显示: 相较于 Case 1 其他初始加筋节点布置方案 (图 12a~图 12c), Case 1(d) 加筋结果明显更加清晰, 加筋分布更加均匀。

为评判加筋效率, 另设置有加筋效能比 E^R , 用于计算不同迭代步之间加筋结构单位体积性能的贡献率, 其计算方法为

$$E_{k_1 \sim k_2}^R = (\Delta\lambda)_{k_1 \sim k_2} / (\Delta V)_{k_1 \sim k_2} \quad k_1 > k_2 > 0 \quad (13)$$

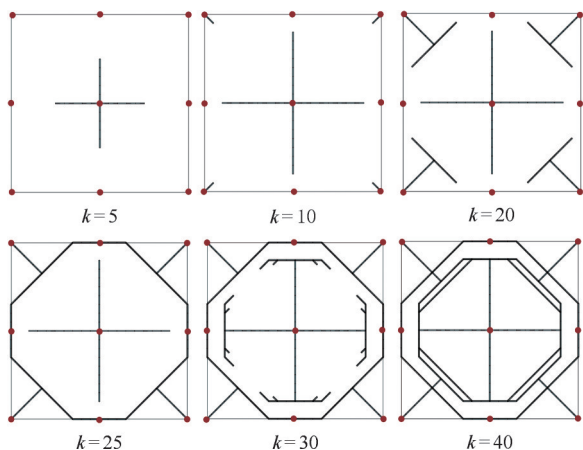


图 11 Case 1(d) 9节点初始生长 ($\Delta\bar{V}=2.5\%$)

Fig.11 Case 1(d) grow from 9 nodes distributed in the square plate ($\Delta\bar{V}=2.5\%$)

图 12、表 1 分别为 Case 1 (图 7a) 四种不同初始生长节点布置案例的迭代历程和加筋数值结果。可以看出,给定加筋体积 2.5% 时,方形平面薄板案例(Case 1(a~d))一阶载荷因子 λ_1 分别增加 54.51%~75.09% 不等。采用 Case 1(d) 算例的初始节点布置方案结果最优,相较于 Case 1(a~c), λ_1 分别提高 20.94%、37.75%、24.51% 不等。迭代历程(图 12)显示,扩散式加筋生长过程中,加筋效能比 E^R 呈波动态势,并且在迭代达到收敛时,相邻迭代步间 $E_{\Delta k=1}^R$ 下降至较低水平。显然,在中间高位移处,初始节点的增加布置方案显示出较高的优越性,由 $E_{\Delta k=1}^R$ 的拟合曲线 $\hat{E}_{\Delta k=1}^R$ 可以看出,该区域往往 E^R 值较高,对 BRD 加筋算法生长自由度的扩充提高效果明显。

对比结果表明,对于线性屈曲问题,屈曲模式中高位移处的节点敏感度明显大于其他位置,其次为自由度限制相对较少的区域,如四边中点等。因此,给出扩散式算法的初始生长节点选择建议:在边界布置生长点的基础上,于几何中心等大位移区域设置初始生长点是较为经济合理的选择。经过后续算例的对比验证表明,对于大尺寸复杂结构, κ 取 $(1\sim 2)/N_{\text{Seeds}}$ 时较为合理, N_{Seeds} 为初始节点数量。与此同时,随着初始节点布置数量的提高,应当适当减小阈值截断因子 κ 。

3.2 简支矩形板受压屈曲算例

进一步地,为验证扩散式生长方案的加筋生长特点,给出简支矩形薄板受压屈曲算例(Case 2~3)。所采用的材料属性与 3.1 节 Case 1 保持一致,均为 1050 铝。图 13 为该矩形薄板算例在不同加载条件下的载荷施加方式以及边界控制条件示意图,两者壳体结构尺寸及厚度均为 $a=1200$ mm, $b=900$ mm, $h_s=3$ mm,边界载荷均为 $q=$

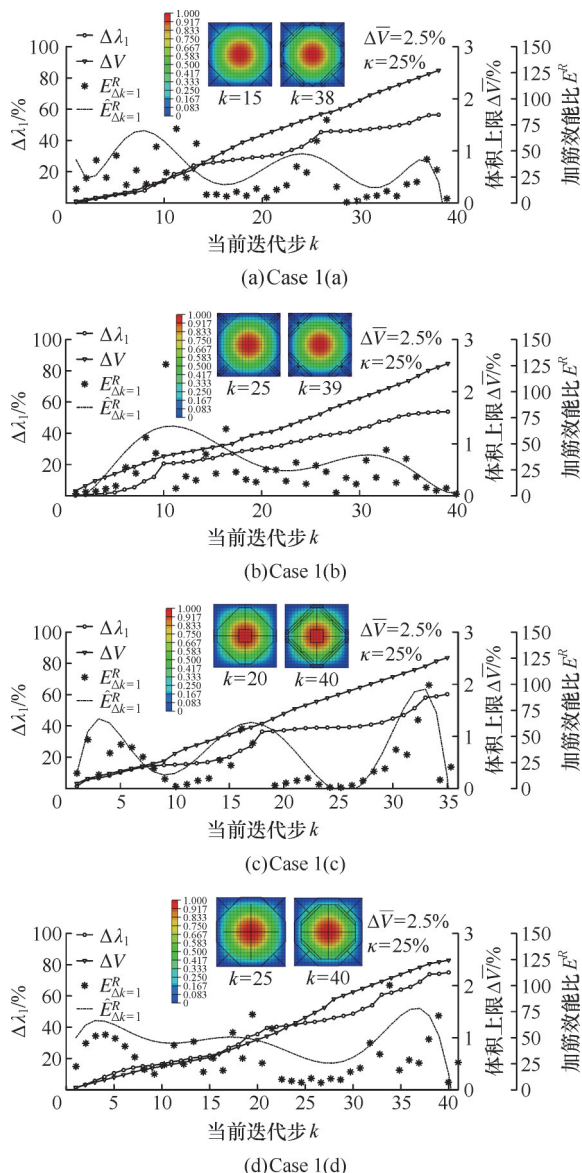


图 12 方形简支板一阶屈曲模式迭代历程 (SSSS, $\Delta\bar{V}=2.5\%$)

Fig.12 Iterative process of the first buckling mode of square plate under SSSS BC condition (SSSS, $\Delta\bar{V}=2.5\%$)

1 N/mm。

本小节算例均采用 24×18 的 Q9 壳单元,结构加筋体积上限均设置为 $\Delta\bar{V}=5\%$ (即 $\alpha=105\%$),收敛步取 $n_c=3$ 。其中,图 13a 采用 Case 1 相同的四边简支边界条件(SSSS)以及四边轴向压缩载荷,图 13b 采用四边简支(SSSS)以及单侧轴压载荷,其结构左侧控制 U 、 V 、 W 方向自由度,其余三边约束面外位移,即控制 W 方向的自由度,并在结构右侧边界施加均布载荷 q 。

根据 3.1 节给出的初始生长节点选择建议,两者均选择不同的初始生长节点设置,分别取 25% 以及 15% 为阈值截断因子。其中,Case 2 以

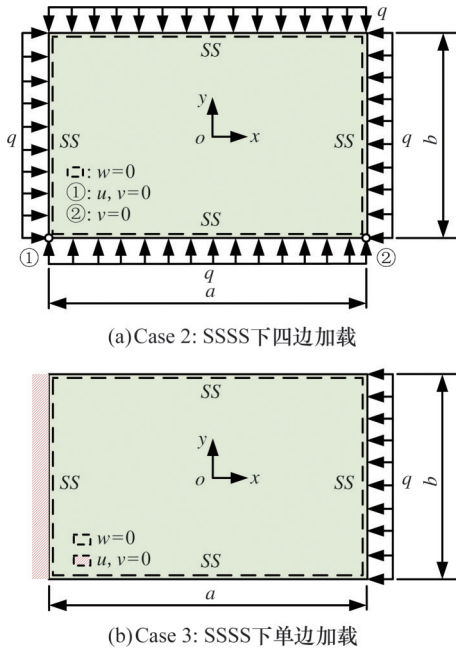


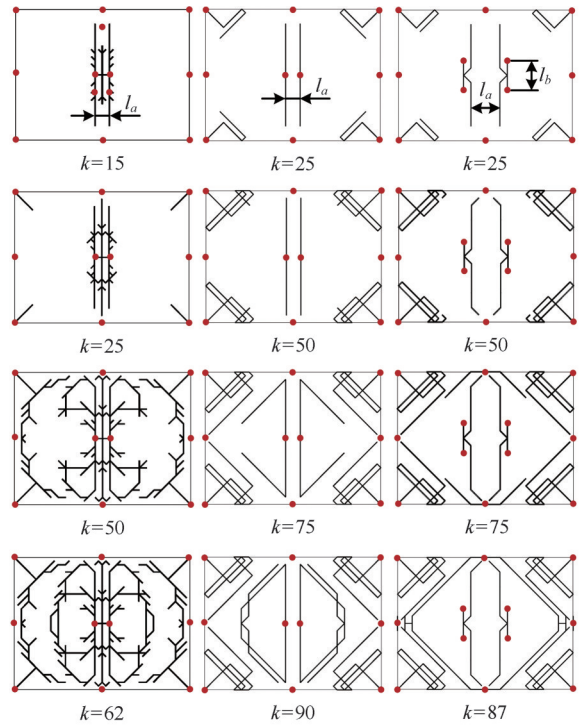
图 13 简支矩形薄板受压屈曲算例

Fig.13 Design model of rectangle plate with simply supported BC condition (SSSS)

四边中点和 4 角点以及 $[x_i, y_i] = [\pm a/24, 0]$ 或 $[x_i, y_i] = [\pm a/8, \pm a/9]$ 处为初始加筋节点, 其加筋历程主要阶段如图 14 所示。图 15 所示为 Case 3 的相关加筋模式, 其中部节点选择位置为 $[x_i, y_i] = [\pm a/24, 0]$ 或 $[x_i, y_i] = [\pm a/12, \pm a/9]$ 。

表 2 和图 16 所示分别为 Case 2~3 数值结果和迭代曲线及一阶屈曲模态分布。可以看出, 对于不同的初始生长节点布置以及不同的阈值截断因子 κ , 最终的加筋分布模式均呈现出类似的模式。对于 Case 2, 其在四边压缩下的构型与 Case 1 类似, 均呈现出类“回”字形对称结构, 并在结构中部形成八边形结构。与 Case 1 不同的是, Case 2 四边中点始终未生长。由于采取边界条件及载荷条件不同, Case 3 的加筋分布结果 (图 15) 与 Case 2 (图 14) 区别较大, 加筋结构呈横向及竖向分布, 它在结构上下两端以及中部均形成扩散式加筋结构, 用以承载结构主要屈曲载荷。由图 16d、图 16f 可以看出, 对于单边压缩的薄板屈曲算例 (Case 3), 结构加筋模态发生较大改变。随着加筋迭代进程的深入, 薄壳结构屈曲模态半波长逐步减小。高位移区域逐步由结构载荷边 (右侧) 左移, 并且范围减小。这说明结构屈曲模式由低阶向高阶转变, 显著缓解大跨度整体屈曲现象。

就影响因素而言, 截断因子 κ 的大小对最终加筋分布模式的影响高于初始生长节点设置。图 14~15 表明, 较大的 κ 值往往容易形成细小的加筋; κ 越小, 加筋结果越易形成平行加筋。

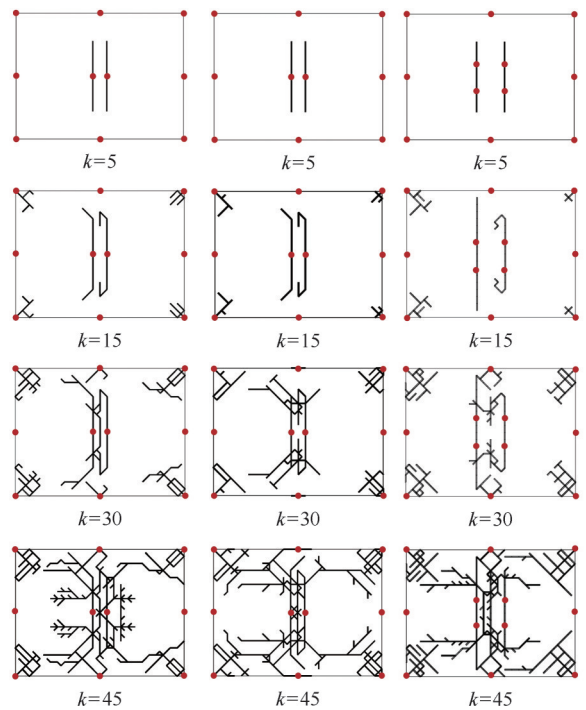


(a) $\kappa=25\%$, $N_{Seeds}=10$ (b) $\kappa=15\%$, $N_{Seeds}=10$ (c) $\kappa=15\%$, $N_{Seeds}=12$

图 14 SSSS 下矩形简支板四边轴压加筋算例

($a : b = 4 : 3, \Delta \bar{V} = 5\%$)

Fig.14 Design result of rectangle plate with simply supported on 4 edges under four-sided axial pressure ($a : b = 4 : 3$ with SSSS BC condition, $\Delta \bar{V} = 5\%$)



(a) $\kappa=25\%$, $N_{Seeds}=10$ (b) $\kappa=15\%$, $N_{Seeds}=10$ (c) $\kappa=15\%$, $N_{Seeds}=12$

图 15 矩形简支板单轴压缩加筋算例

($a : b = 4 : 3, SSSS, \Delta \bar{V} = 5\%$)

Fig.15 Design result of rectangle plate with simply supported on 4 edges under unilateral axial pressure ($a : b = 4 : 3$ with SSSS BC condition, $\Delta \bar{V} = 5\%$)

表2 矩形简支板算例数值结果($a : b = 4 : 3, \Delta\bar{V} = 5\%$)

Tab. 2 Numerical results of rectangle plate with simply supported on 4 edges($a : b = 4 : 3, \Delta\bar{V} = 5\%$)

	k	Case 2				k	Case 3		
		体积($\Delta V^k(\%)$)	屈曲因子($\lambda_1^k, \Delta\lambda_1^k(\%)$)				体积($\Delta V^k(\%)$)	屈曲因子($\lambda_1^k, \Delta\lambda_1^k(\%)$)	
初始	0	0.00	3.3160	0.00	初始	0	0.00	9.0370	0.00
图 17b	/	+5.22	3.8876	+17.24	图 17c	/	+5.22	10.5650	+16.91
图 14a $\kappa = 25\%$ $N_{Seeds} = 10$	15	+0.91	3.8123	+14.97	图 15a $\kappa = 25\%$ $N_{Seeds} = 10$	5	+0.37	9.70220	+7.36
	25	+1.53	4.0328	+21.60		15	+1.10	10.3470	+14.50
	50	+4.43	4.5845	+38.25		35	+3.21	11.8090	+30.67
	62	+5.17	4.9271	+48.59		47	+5.13	13.2090	+46.17
图 14b $\kappa = 15\%$ $N_{Seeds} = 10$	25	+1.46	4.0062	+20.81	图 15b $\kappa = 15\%$ $N_{Seeds} = 10$	5	+0.37	9.7022	+7.36
	50	+2.84	4.4178	+33.23		15	+0.97	10.2790	+13.74
	75	+4.15	4.8734	+46.97		35	+3.77	11.9580	+33.32
图 14c $\kappa = 15\%$ $N_{Seeds} = 12$	25	+1.54	4.0067	+20.83	图 15c $\kappa = 15\%$ $N_{Seeds} = 12$	5	+0.37	9.7010	+7.35
	50	+2.94	4.4512	+34.23		15	+1.14	10.3630	+14.67
	75	+4.29	4.8240	+45.48		35	+3.67	12.2990	+36.10
	87	+5.02	5.0161	+51.27		45	+5.09	13.3050	+47.23

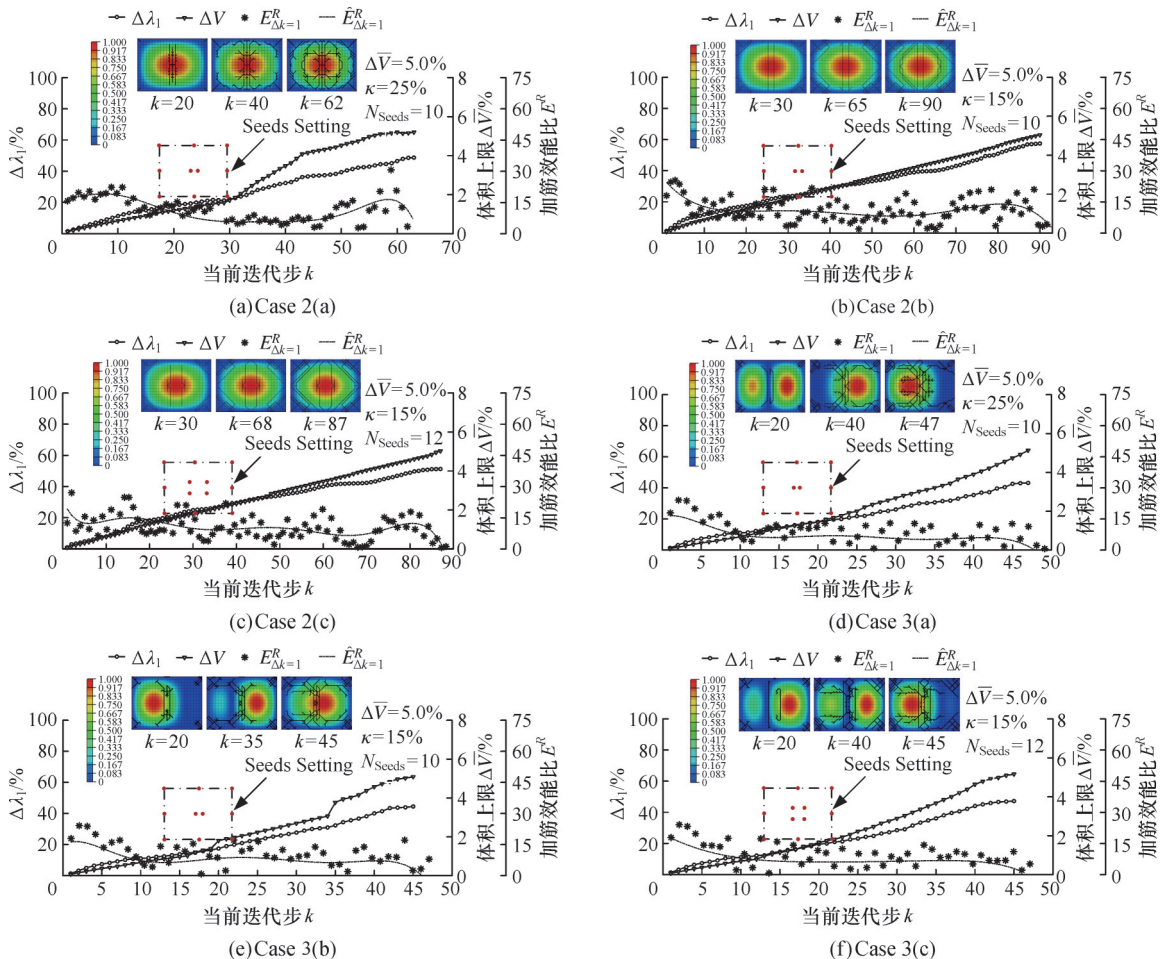


图 16 矩形简支板一阶屈曲模态迭代历程($a : b = 4 : 3, \Delta\bar{V} = 5\%$)

Fig.16 Iterative process of the first buckling mode of rectangle plate with simply supported on 4 edges

($a : b = 4 : 3, \Delta\bar{V} = 5\%$)

图 17 所示为 $\Delta\bar{V} = 5\%$ 时正置正交网格加筋算例结果,对于 Case 2~3 的相同加载条件,一阶屈曲载荷因子 BLF 较初始值分别提高 17.24% 和 16.91%。而通过采用扩散式加筋算法的算例优化

效果明显:对比常规网格加筋(图 17),图 14a~图 14c 和图 15a~图 15c 所示算例的相关结果分别增加 26.74%、42.02%、29.03% 和 25.03%、23.56%、25.93% 不等。

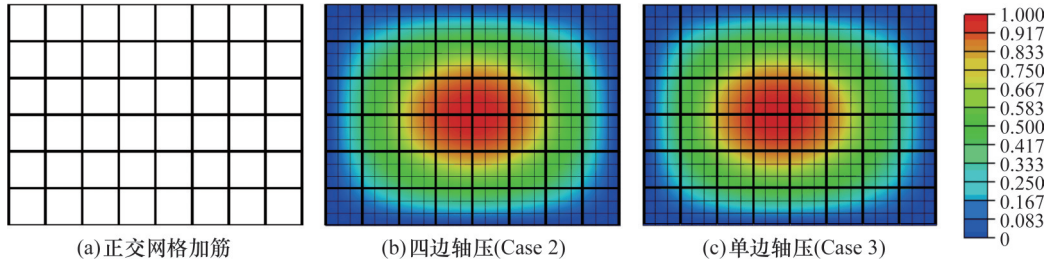


图 17 正置正交网格加筋算例($a : b = 4 : 3, \Delta \bar{V} = 5\%$)

Fig.17 Case of orthogonal grid stiffened rectangle plate($a : b = 4 : 3, \Delta \bar{V} = 5\%$)

3.3 双侧简支单边轴压矩形板算例

给出文献[4]的相同算例,图 18 所示为双侧简支单侧轴压矩形板算例(Case 4, SFSF),其左侧边界约束 U, V, W 方向自由度,右侧简支边界控制面外位移,并且施加单边轴向压缩载荷 $q = 1 \text{ N/mm}$ 。该算例结构长宽比为 $a : b = 2 : 1$,并且被划分为 $36 \times 18 \text{ Q9}$ 壳单元。同理,在结构边界以及大位移位置设置初始生长节点,即四角点以及四边中点,见图 19a。本例中优化参数设置为 $\Delta \bar{V} = 3.5\%$, $n_c = 3$,灵敏度阈值截断因子取 $\kappa = 15\%$,加筋单元结构参数为 $h_b = 3 \text{ mm}$, $\tau_{w_b} = 4 \text{ mm}$,壳体厚度为 $h_s = 3 \text{ mm}$ 。

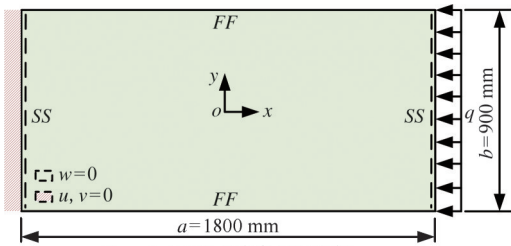
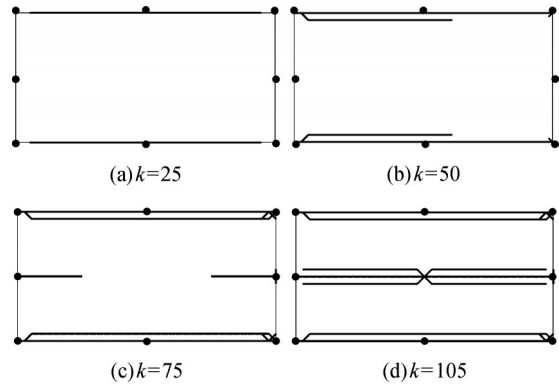


图 18 双侧简支单边轴压矩形板算例

Fig.18 Example of a rectangular plate with bilateral simply supported(SFSF) and unilateral axial compression

图 19 所示为加强筋在板上的生长过程,分别给出第 25、50、75、105 个迭代步的加筋模式。可以看出,加筋由左右两端的节点向心生长,最终连接载荷点和约束边。值得注意的是,本例中矩形薄板上下边界中点处的节点并未生长,可以认为这种“节点保留”模式具备 AGM 方法的“退化”操作的类似功能。表 3 和图 20 所示分别为相应的数值结果和迭代曲线。达到所设加筋体积上限,即薄壳加筋结构总体积增加约 3.5% 时,一阶载荷因子增至 0.8114。

纵观迭代历程,采用本文的扩散式加筋方案,加筋效能比 E^R 呈现上下波动态势,主要分为 3 个阶段(阶段 I ~ III)。可以看出,在生长的不同阶段,加筋效能不一。每阶段的生长过程内,在结构



扩散式加筋算法加筋历程($\kappa = 15\%$)

图 19 SFSF 单轴压缩加筋算例设计结果($a : b = 2 : 1$)

Fig.19 Design result of rectangle plate with simply supported on one edge under unilateral axial pressure ($a : b = 2 : 1$ with SFSF BC condition)

表 3 $a : b = 2 : 1$ 时单边轴压矩形板算例结果

Tab.3 Result of rectangle plate with simply supported on one edge under unilateral axial pressure ($a : b = 2 : 1$ with SFSF BC condition)

	k	体积($V^k(\%)$)	屈曲因子($\lambda_1^k, \Delta \lambda_1^k(\%)$)	
初值	0	0.00	0.4848	0.00
图 19 Case 4 $\kappa = 15\%$ $N_{\text{Seeds}} = 8$	25	+0.79	0.5854	+20.76
	50	+1.44	0.6491	+33.88
	75	+2.09	0.6889	+42.10
	100	+3.12	0.8069	+66.44
	108	+3.51	0.8114	+67.36

上下两侧沿结构边界生长加筋结构时,一阶屈曲载荷因子 λ_1 快速增大,此时结构加筋效能比 E^R 明显高于其他时期。当加筋生长至左右两端时, E^R 值逐步减小,此时屈曲载荷逐步区域性局部收敛。可以看出,在两侧的边缘形成的水平加筋对该算例的结构力学性能的提高作用最大。由此可见,对于本节 SFSF 下的单轴压缩算例,在上下两侧边界处沿载荷方布置加筋为最优选择。

作为对比,图 20b、图 20c 所示为文献[4]中的相关优化加筋结果,图 20b 为采用自适应生长法(AGM)的加筋结果,图 20c 为采用 SIMP 方法进行拓扑优化的数值结果。结果显示,与本文方法类似,为抵御横向载荷,SIMP 方法在结构上下两

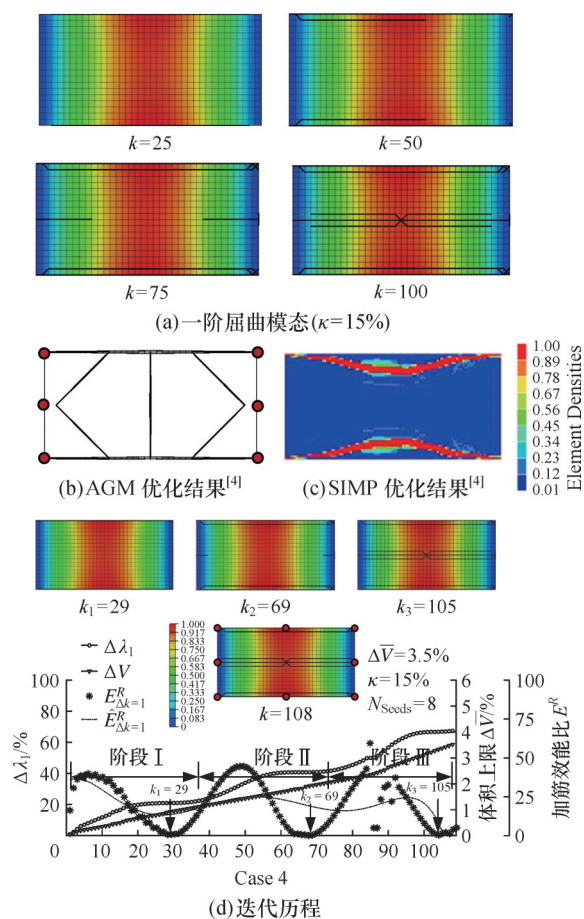


图 20 CFSF 下迭代历程

Fig.20 Iterative process with CFSF BC condition

侧边缘形成长条状高密度单元,并且加筋构型在中几何中心处(即大变形区域)向中心凹陷。AGM方法同样在两侧形成主要加强筋,并且加筋宽度自中心向左右两端对称性递减。与Case 4以及SIMP不同的是,除却结构上下两侧有加筋结构,AGM法所得结果^[4](图20b)出现斜向细筋,并在中心大位移处出现垂直加筋。表2所示为该算例在采用本文方法下的数值结果,案例在达到体积上限时, $\Delta \lambda_1^k = 67.36\%$ 。就本例而言,可以看出,与AGM相比,基于BRD的扩散式生长加筋方案所得的加筋模式更加接近SIMP拓扑优化的数值结果,并且具备迭代进程短、优化效率高的优势。

4 结论

1) 针对AGM方法在优化过程中灵活性不足、优化空间小的问题,本文提出一种改进型生长节点更新方案。采用B32/B31梁单元和S9R5壳单元建模模拟叶片及叶脉,并采用“节点预存储-退化去除-保留更新”的混合方式更新活动节点。

2) 给出一种高效合理的初始节点选择建议,

即在结构边界以及高位移处设置初始种子,此方式有助于减少迭代过程中的无效加筋。进而,通过不同参数下的数值算例的对比研究,进一步验证了其有效性。

3) 通过典型矩形薄板结构,验证了扩散式加筋算法在屈曲优化中的有效性和高效性。通过不同算例对比常规网格加筋以及AGM法结果,一阶屈曲因子有较大提高;特别地,算法在达到接近收敛的结果时,加筋布局模式更为合理,所得结果与SIMP法十分接近。

4) 所给出的扩散式生长方案主要针对生长节点更新,并未引入加筋退化策略和变截面加筋方案,在一定程度上造成平行加筋以及加筋末端不清晰的现象。后续将围绕此方面作进一步优化。

参考文献:

- [1] LI Peng, SHEN Xiuli, DONG Shaojing, et al. Topology Optimization Methods and Its Applications in Aerospace: a Review[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2025, 68(5): 105.
- [2] REN Rui, MA Xiangyu, YUE Honghao, et al. Stiffness Enhancement Methods for Thin-walled Aircraft Structures: a Review [J]. Thin-Walled Structures, 2024, 201: 111995.
- [3] 王博, 郝鹏, 田阔. 工程薄壳稳定性—设计卷[M]. 北京: 科学出版社, 2023.
- [4] WANG Bo, HAO Peng, TIAN Kuo. Stability of Engineering Thin Shells, Volume II: Design [M]. Beijing: Science Press, 2023.
- [5] DONG Xiaohu, DING Xiaohong, LI Guojie, et al. Stiffener Layout Optimization of Plate and Shell Structures for Buckling Problem by Adaptive Growth Method[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020, 61(1): 301-318.
- [6] WANG Dan, ABDALLA M M, WANG Zhenpei, et al. Streamline Stiffener Path Optimization (SSPO) for Embedded Stiffener Layout Design of Non-uniform Curved Grid-stiffened Composite (NCGC) Structures [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 344: 1021-1050.
- [7] LIU Dachuan, HAO Peng, ZHANG Kunpeng, et al. On the Integrated Design of Curvilinearly Grid-stiffened Panel with Non-uniform Distribution and Variable Stiffener Profile [J]. Materials & Design, 2020, 190: 108556.
- [8] ZHOU Zitong, MA Xiangtao, ZHOU Yan, et al. Generative Design Method of Grid-stiffened Curved Shells [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2025, 68(2): 24.
- [9] GAO Zhonghao, LI Yan, FU Lili, et al. Topology Optimization of Stiffened Revolution Shell Structures Using Multi-regional Anisotropic MFSE Method [J]. Thin-Walled Structures, 2024, 201: 112030.
- [10] YU Haiyue, ZHANG Junqiu, ZHANG Shuaijun, et al. Bionic Structures and Materials Inspired by Plant Leaves: a Comprehensive Review for Innovative Problem-solving [J]. Progress in Materials Science, 2023, 139: 101181.
- [11] 谢亿民, 黄晓东, 左志豪, 等. 渐进结构优化法(ESO)和双向渐进结构优化法(BESO)的近期发展[J]. 力学进展,

- 2011, 41(4): 462-471.
- XIE Yimin, HUANG Xiaodong, ZUO Zhihao, et al. Recent Developments of Evolutionary Structural Optimization (ESO) and Bidirectional Evolutionary Structural Optimization (BESO) Methods[J]. *Advances in Mechanics*, 2011, 41(4): 462-471.
- [11] HUANG X, XIE Y M. Optimal Design of Periodic Structures Using Evolutionary Topology Optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2008, 36(6): 597-606.
- [12] BAKKER C, ZHANG Lidan, HIGGINSON K, et al. Simultaneous Optimization of Topology and Layout of Modular Stiffeners on Shells and Plates[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, 64(5): 3147-3161.
- [13] ZHENG Xianfeng, SHEN Guofang, WANG Chao, et al. Bio-inspired Murray Materials for Mass Transfer and Activity[J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 14921.
- [14] MURRAY C D. The Physiological Principle of Minimum Work; I. the Vascular System and the Cost of Blood Volume[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1926, 12(3): 207-214.
- [15] EMERSON D R, CIEŚLICKI K, GU Xiaojun, et al. Biomimetic Design of Microfluidic Manifolds Based on a Generalised Murray's Law[J]. *Lab on a Chip*, 2006, 6(3): 447-454.
- [16] AN Shun, SHI Boning, JIANG Modi, et al. Biological and Bioinspired Thermal Energy Regulation and Utilization [J]. *Chemical Reviews*, 2023, 123(11): 7081-7118.
- [17] BOHN S, ANDREOTTI B, DOUADY S, et al. Constitutive Property of the Local Organization of Leaf Venation Networks[J]. *Physical Review E*, 2002, 65(6): 061914.
- [18] GUO Kexin, HUANG Changjin, MIAO Yansong, et al. Leaf Morphogenesis: the Multifaceted Roles of Mechanics [J]. *Molecular Plant*, 2022, 15(7): 1098-1119.
- [19] MATTHECK C, BURKHARDT S. A New Method of Structural Shape Optimization Based on Biological Growth [J]. *International Journal of Fatigue*, 1990, 12(3): 185-190.
- [20] MATTHECK C. Teacher Tree: the Evolution of Notch Shape Optimization from Complex to Simple[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, 73(12): 1732-1742.
- [21] LI Yongxin, XUE Kai. Mechanics in Leaf Venation Morphogenesis and Their Biomimetic Inspiration to Construct a 2-dimensional Reinforcement Layout Model[J]. *Journal of Biomimetics, Biomaterials and Tissue Engineering*, 2011, 10: 81-93.
- [22] 薛开, 李永欣. 板壳结构加筋布局的仿生脉序生长算法 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2011, 32(9): 1262-1266.
- XUE Kai, LI Yongxin. A Bionic Venation Growth Algorithm for a Stiffener Layout in Plate/Shell Structure [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2011, 32(9): 1262-1266.
- [23] XUE Kai, LI Yongxin, WANG Weiyuan. Venation-like Rib Layout Design in Plate under Bending Loads[J]. *Journal of Biomimetics, Biomaterials and Tissue Engineering*, 2012, 13: 31-40.
- [24] 李永欣. 薄板结构加筋布局的脉序生长算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012.
- LI Yongxin. Venation Growth Algorithm for Stiffener Layout in Plate Structure [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2012.
- [25] LI Yongxin, WU Fenghe, CHENG Feixia, et al. Venation-like Layout Design of Plate's Stiffeners[J]. *Key Engineering Materials*, 2014, 621: 351-356.
- [26] WANG Weiyuan, LI Yuanyuan, SHU Haisheng. Sound Insulation Property of Bionic Thin-walled Stiffened Plate Based on Plants Venations Growth Mechanism[J]. *Journal of Biomimetics, Biomaterials and Biomedical Engineering*, 2014, 20: 35-44.
- [27] 戴大力, 肖新标, 陈辉, 等. 基于声功率灵敏度的仿生脉序优化方法研究[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(1): 138-147.
- DAI Dali, XIAO Xinbiao, CHEN Hui, et al. Study on the Optimization Method of Biomimetic Venation Based on Sound Power Sensitivity[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(1): 138-147.
- [28] DING Xiaohong, YAMAZAKI K. Adaptive Growth Technique of Stiffener Layout Pattern for Plate and Shell Structures to Achieve Minimum Compliance [J]. *Engineering Optimization*, 2005, 37(3): 259-276.
- [29] 丁晓红, 林建中, 山崎光悦. 利用植物根系形态形成机理的加筋薄壳结构拓扑优化设计[J]. *机械工程学报*, 2008, 44(4): 201-205.
- DING Xiaohong, LIN Jianzhong, YAMAZAKI Koestu. Topology Design Optimization of Stiffened Thin-wall Shell Structures Based on Growth Mechanism of Root System [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(4): 201-205.
- [30] 季金, 丁晓红, 熊敏. 基于最优准则法的板壳结构加筋自适应成长技术[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(11): 162-169.
- JI Jin, DING Xiaohong, XIONG Min. Adaptive Growth Technique of Stiffener Layout Design for Plate/Shell Structures Based on Optimality Criterion[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(11): 162-169.
- [31] JI Jin, DING Xiaohong, XIONG Min. Optimal Stiffener Layout of Plate/Shell Structures by Bionic Growth Method [J]. *Computers & Structures*, 2014, 135: 88-99.
- [32] LI Baotong, HONG Jun, LIU Zhifeng. Stiffness Design of Machine Tool Structures by a Biologically Inspired Topology Optimization Method[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2014, 84: 33-44.
- [33] LIU Honglei, LI Baotong, YANG Zihui, et al. Topology Optimization of Stiffened Plate/Shell Structures Based on Adaptive Morphogenesis Algorithm[J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 2017, 43: 375-384.
- [34] LI Baotong, GE Liuhua, HONG Jun. An Intelligent Computational Approach for Design Optimization of Stiffened Engineering Structures[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2017, 18(7): 1005-1012.
- [35] LI Baotong, XUAN Chengbin, TANG Wenhao, et al. Topology Optimization of Plate/Shell Structures with Respect to Eigenfrequencies Using a Biologically Inspired Algorithm [J]. *Engineering Optimization*, 2019, 51(11): 1829-1844.
- [36] LI Baotong, HUANG Congjia, XUAN Chengbin, et al. Dynamic Stiffness Design of Plate/Shell Structures Using Explicit Topology Optimization [J]. *Thin-Walled Structures*, 2019, 140: 542-564.
- [37] SUN Yu, ZHOU Yan, SHI Yunfeng, et al. Isogeometric-analysis-based Stiffness Spreading Method for Truss Layout Optimization [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 390: 114455.
- [38] SOUZA B F, ANFLOR C T M, JORGE A B. Application of Modified Adaptive Morphogenesis and Robust Optimization Algorithms for Thin Stiffened Plates [J]. *Engineering with Computers*, 2022, 38(4): 3391-3407.