

信赖域与增广拉格朗日算法融合的光电吊舱 静平衡配平优化

杨光* 王艺东

长春理工大学电子信息工程学院, 长春, 130022

摘要:为解决因光电吊舱的质心偏移导致的不平衡力矩问题,提出了一种融合信赖域框架的偏心参数估计方法和增广拉格朗日法的配平优化算法。通过构建质心偏移的数学模型,利用信赖域偏心参数估计方法实现高精度偏心参数估计。将配平优化问题建模为最小化不平衡力矩和配重质量的多目标优化任务,利用 ϵ 约束将多目标问题转化为单目标优化问题;在每一次更新 ϵ 值后,利用增广拉格朗日法,得到Pareto解集;使用加权和方法确定最终解。经4 kg和10.5 kg光电吊舱各50组的实验,偏心距和偏心角误差分别达 10^{-6} 量级和 0.1° 量级;配平后不平衡力矩合格率分别为96%和100%。结果表明,所提算法能够快速准确地找到最优配平方案,为光电吊舱静平衡配平提供了可靠的理论与实验依据。

关键词:光电吊舱;静平衡配平;不平衡力矩;信赖域;增广拉格朗日法

中图分类号:S24;TP751

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.03.025

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Optimization of Static Equilibrium Leveling Algorithm for Optoelectronic Pods Based on Trust Domain and Augmented Lagrangian Method

YANG Guang* WANG Yidong

School of Electronic Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, 130022

Abstract: To address the imbalance torque caused by the center-of-mass offset in electro-optical pods, a balancing optimization method was developed. This method integrated an eccentricity parameter estimation approach based on the trust region framework with an augmented Lagrangian optimization algorithm. A mathematical model of the mass offset was first established, and high-precision eccentricity parameters were estimated using trust-region-based method. The balancing problem was then formulated as a multi-objective optimization task aimed at minimizing both the imbalance torque and the total counterweight mass. The ϵ -constraint method was employed to convert the multi-objective problem into a single-objective one. Following each ϵ updated, the augmented Lagrangian method was applied to obtain a Pareto solution sets, from which the final solution was determined using a weighted-sum strategy. Experimental validation was conducted on two electro-optical pods weighing 4 kg and 10.5 kg, respectively, with 50 trials each. The estimation errors of eccentricity distance and angle reach the order of 10^{-6} and 0.1° , respectively. Post-balancing, the qualified rates of residual imbalance torque were 96% and 100%. These results confirm that the proposed method may efficiently and accurately determine optimal balancing configurations, offering a reliable theoretical and experimental foundation for the static balancing of electro-optical pods.

Key words: electro-optical pods; static equilibrium leveling; unbalanced moment; trust domain; augmented Lagrangian method

0 引言

光电吊舱作为一种高精度的稳定载体,广泛应用于航空航天、军事侦察和遥感测绘等动态观

测与测量任务中,其性能直接决定了探测任务的精确性和可靠性。由于制造过程中的几何偏差、部件质量分布不均匀及装配误差等问题,导致光电吊舱的质心偏离设计的中心位置,在工作时产生不平衡力矩。这种不平衡不仅会降低吊舱的动态稳定性,还可能导致振动、噪声的增加,甚至对设备的寿命和安全性构成威胁。因此,设计高效

收稿日期:2025-02-20

基金项目:吉林省科技发展计划(YDZJ202404009QYCZ);长春市科技发展计划(23ZCB05)

的静平衡配平方法对于提高光电吊舱精度与使用寿命具有重要意义。

在静平衡配平中,确定初始质心位置是配平的关键问题,目前确定质心的方法主要有悬吊法^[1]、不平衡力矩法^[2-4]、多点支撑法^[5-7]、转动惯量法^[8]。悬吊法并未使用具体的测量值来计算质心,因此测得的是标记位置而非实际的质心坐标。此外,由于测量设备的机械结构通常较为粗糙,导致该方法测得的质心精度较低。该方法通常用于农业和工业领域中大中型粗放化产品的质心估计。李玉龙等^[9]基于三点支撑法设计了一套质心测量系统,并对系统的测量误差进行了分析,该系统适用于螺旋桨等大型机械质心偏移量较大的物体,对于质心偏移量较小的物体,无法准确找出质心位置。张鹰华等^[10]基于力矩平衡原理设计了一套四点支撑倾斜测量系统,主要用于导弹弹体质心测量。李楠等^[11]提出基于质量反应法的高精度二维质心测量装置,该装置利用杠杆平衡原理获得样件坐标位置,与传统的方法相比,减少了不确定性和对高精度力矩传感器的依赖,但该装置结构较为复杂,同时对待测体的质量范围要求较高,对中小质量物体不适用。

对于质心测量后的配平工作,传统方法是根据工人的经验进行手动多次配平,这极大地降低了配平效率,针对这一问题,张生全等^[12]在空间两点采用力矩平衡原理计算出配重负载质量和质心应在位置的耦合关系,从而将静力学问题转化成相对容易处理的数学问题,提高了配平效率,但该方法主要针对弹载红外相机,同时在配平过程中需要多次对工装进行角度变换。YAMAMOTO等^[13]设计了一套基于现场可编程门阵列(FPGA)的智能实验装置并通过振动和快速傅里叶变换(FFT)分析,在对感应电机不平衡和故障识别方面具有高效性,但该系统的配平限于不限位置的配平。郭璠等^[14]提出基于离散变量优化的航天器质量特性配平方法,该方法通过序列二次规划和分支定界算法,能够快速找到给定位置的配平质量,大大缩短了配平时间,但该方法仅针对大型航天器的三维质心配平。陈立芳等^[15]设计了一套旋转机械不平衡振动自愈调控装置,该装置利用不平衡信号的特点进行自动配平,减少了人工的参与,但该装置利用调节两块配平块放置的角度确定配平的范围,只有不平衡力矩满足该范围才可进行配平,同时该装置无法针对固定配平位置进行配平。

针对以上静平衡系统中质心确定与配平问题,本文在支撑法的基础上,通过测量光电吊舱旋转的离心力^[16],提出了一种融合信赖域和增广拉格朗日法的数值优化方法进行质心确定与配平。通过建立不平衡力矩的目标函数逐步优化孔洞的配平质量,从而最小化不平衡力矩,实现系统的静态平衡。该方法有效结合了力矩平衡原理与数值优化,确保系统达到最佳质心位置和稳定状态。

1 理论基础与数学模型的建立

1.1 理论基础

静平衡的核心目标是消除旋转体因质量分布不均而偏心产生离心力。在低速(通常小于200 r/min)场景下,径向离心力是振动与稳定性的主要扰动源,并非动态力偶,对光电吊舱进行径向配平能够确保其旋转过程中的稳定性与指向精度。轴向所产生的静力矩主要作用于旋转轴承,可被轴承(如交叉滚子轴承)的刚性设计抵消,目前吊舱框架的设计也极大地减少了轴向不平衡力对振动的贡献。

考虑到自身轴承与框架等设计,光电吊舱在出厂时预留的配平孔仅支持径向静平衡,这表明光电吊舱径向的不平衡力矩是静平衡检测中亟待解决的问题,因此对光电吊舱进行径向不平衡检测即可满足工程使用需求。

1.2 模型建立

由于仅考虑径向静不平衡,光电吊舱可近似看作圆盘,如图1所示,静平衡设备简化图由负载、支架以及压力传感器组成。

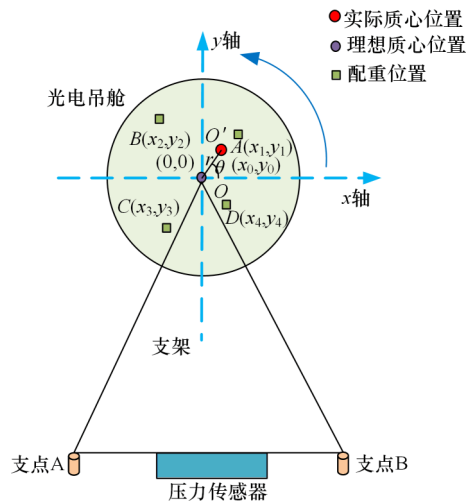


图1 理论模型简化图

Fig.1 Simplified diagram of theoretical model

光电吊舱绕支架的旋转点O进行旋转运动,支架压在压力传感器上,支点A和支点B辅助固

定,图中点O为质心的理想位置,坐标为(0,0),点O'为实际质心位置,坐标为(x₀,y₀),实际质心与理想质心距离为r,实际质心与x轴夹角为θ,图中A,B,C,D点为给定的配平位置,不可更改,坐标分别为(x₁,y₁),(x₂,y₂),(x₃,y₃),(x₄,y₄)。光电吊舱绕O点进行逆时针匀速运动,记录压力传感器信号。

通过该模型,利用压力传感器采集垂直方向力的变化情况,通过计算精确地分析吊舱在运动中的受力特性和动态稳定性。

2 信赖域下偏心参数估计算法

确定的质心位置是配平过程中的关键步骤之一,其位置直接影响系统的不平衡力矩的大小和方向。根据文中建立的数学模型,启动系统测量之后,首先采集系统初始位置时传感器的受力数据,然后每旋转90°记录一次传感器的数据,通过4次测量数据与吊舱重力的关系,可以确定质心所在的初始位置。在此基础上,提出信赖域下偏心参数估计的算法,进一步精确计算质心的具体位置,算法流程如图2所示。

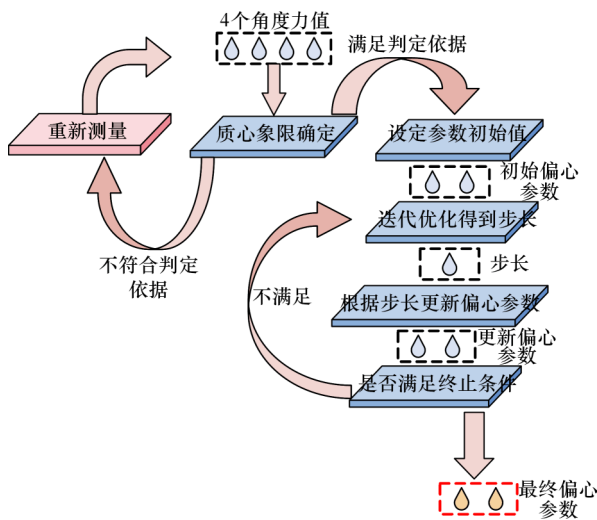


图2 偏心参数估计算法流程图

Fig.2 Flow chart of eccentricity parameter estimation algorithm

光电吊舱质量为m,重力加速度为g,旋转角速度为ω。吊舱的质心相对于几何中心存在一个偏心量,偏心半径R,偏心角度为φ,则质心坐标x_c,y_c如下:

$$\begin{cases} x_c = R\cos\phi \\ y_c = R\sin\phi \end{cases} \quad (1)$$

若吊舱在重力场中以角速度ω匀速旋转,则吊舱受到离心力大小为

$$F_c = m\omega^2 R \quad (2)$$

该力作用方向沿半径方向向外。

当吊舱绕轴旋转时,其承载平台上的压力传感器将记录到不同的垂直方向合力变化所产生的信号,根据静力学和平衡分析可得每个角度处的理论压力:

$$p_i = mg - m\omega^2 R\sin(\theta_i + \phi) \quad (3)$$

当i为1,2,3,4时,θ_i为0°,90°,180°,270°。

当存在偏心时,吊舱的离心力分量在垂直方向上会随着角度变化而改变,从而引起传感器压力值的周期性变化。

在测量中,先测得4个角度下的压力实测值p_{mea,i}。为了求出R和φ,定义目标函数为各角度实测值与理论值之差的平方和:

$$f(R, \phi) = \sum_{i=1}^4 [p_{mea,i} - p_i(R, \phi)]^2 \quad (4)$$

通过最小化上述目标函数,即可得到最优偏心距离R和偏心角度φ的估计值。

首先根据实测压力数据初步判断偏心角所处的象限,然后对比各角度下压力值与重力的大小关系,可以在一定程度上确定偏心的象限,其关系如表1所示。

表1 质心象限确定表

Tab.1 Centroid quadrant determination table

实测值与mg的关系	质心象限
p _{mea,1} < mg, p _{mea,2} < mg, p _{mea,3} > mg, p _{mea,4} > mg	第一象限
p _{mea,1} < mg, p _{mea,2} > mg, p _{mea,3} > mg, p _{mea,4} < mg	第二象限
p _{mea,1} > mg, p _{mea,2} > mg, p _{mea,3} < mg, p _{mea,4} < mg	第三象限
p _{mea,1} > mg, p _{mea,2} < mg, p _{mea,3} < mg, p _{mea,4} > mg	第四象限

对于偏心角象限的确定,可以优化初始值以提高收敛速度与精度。偏心角初始值可由象限估计:

$$\phi_0 = \begin{cases} \pi/4 & \text{第一象限} \\ 3\pi/4 & \text{第二象限} \\ -3\pi/4 & \text{第三象限} \\ -\pi/4 & \text{第四象限} \end{cases}$$

由于光电吊舱在出厂前需要经过严格的检验,进行静平衡检测的吊舱的偏心距量级在0.001 cm,初始偏心距估计值可选取R₀ = 0.001,由此迭代初始点即为(R₀, φ₀)。

目标函数所对应的二次模型为

$$\begin{cases} m_k(s) = f(x_k) + \nabla f(x_k)^T s + \frac{1}{2} s^T B_k s \\ s = x - x_k \end{cases} \quad (5)$$

$$B_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial R^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial R \partial \phi} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial \phi \partial R} & \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: x_k 为当前迭代点, $x_k = (R_k, \phi_k)^T$; $\nabla f(x_k)$ 为目标函数在当前点的梯度; B_k 为目标函数在当前点的 Hessian 矩阵。则优化子问题形式变为, 在当前迭代点 x_k 附近求解信赖域子问题^[17-20]:

$$\begin{cases} \min_s m_k(s) \\ \text{s.t. } \|s\| \leq \Delta_k \end{cases} \quad (7)$$

式中: s 为步长; Δ_k 为当前信赖域半径。

在每次迭代中, 基于信赖域内的二次近似模型计算步长 s_k , 并通过下式更新偏心参数:

$$\begin{cases} R_{k+1} = R_k + s_k^{(R)} \\ \phi_{k+1} = \phi_k + s_k^{(\phi)} \end{cases} \quad (8)$$

利用下式计算信赖度量 ρ_k , 动态调整信赖域半径 Δ_k :

$$\rho_k = \frac{f(x_k) - f(x_k + s_k)}{m_k(0) - m_k(s_k)} \quad (9)$$

如果模型与目标函数一致性较高 ($\rho_k \geq 0.75$), 则依据下式扩大信赖域, 允许更大步长, 使得算法能够更大胆地探索远离当前点的解区域:

$$\Delta_{k+1} = \min(\Delta_{\max}, 2\Delta_k) \quad (10)$$

如果一致性较差 ($\rho_k < 0.25$), 说明当前的二次模型对真实目标函数的近似不够好, 需要依据下式缩小信赖域半径以限制下一次迭代的搜索范围:

$$\Delta_{k+1} = 0.5\Delta_k \quad (11)$$

如果 $0.25 \leq \rho_k < 0.75$, 说明模型对目标函数的预测在一定程度上准确, 但仍存在一定误差, 此时保持信赖域半径不变, 即 $\Delta_{k+1} = \Delta_k$ 。

通过这样动态调整信赖域半径, 算法能够在全局探索和局部收敛之间找到平衡。

经过多次迭代, 当目标函数的梯度范数 $\|\nabla f(x_{k+1})\|$ 小于设定的容差阈值、信赖域半径 Δ_{k+1} 小于设定的最小半径、满足最大迭代条件这三点之中任意一点满足时, 算法终止, 输出偏心参数 R 和 ϕ 。

3 增广拉格朗日法的配平算法

通过信赖域下偏心参数估计得到吊舱实际的偏心参数, 可以通过式(1)计算得到质心的二维坐标 (x_c, y_c) , 进而可以对光电吊舱进行配平, 使质心的位置无限接近几何中心, 并且不平衡力矩小于 $5 \text{ g} \cdot \text{cm}$, 同时保证配重的质量之和尽可能地小, 满足实际要求。

对于已知质心与质量的光电吊舱, 其不平衡力矩为

$$U_0 = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: U_x, U_y 分别为不平衡力矩在 x 轴和 y 轴的分量。

对于光电吊舱, 配平时无法进行去重操作, 只能在其表面设置的配平孔中放置配平块, 记配平孔的坐标为

$$T_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

式中: n 为配平孔数量。

为减少不平衡力矩, 需分别在配平孔中放置质量为 $m_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的质量块, 每个配重块所产生的力矩为

$$U_i = m_i T_i \quad (14)$$

加入配重块后, 整个吊舱的总不平衡力矩为

$$U_{\text{total}} = U_0 + \sum_{i=1}^n U_i \quad (15)$$

配平的目的为最小化总不平衡力矩, 故定义目标函数:

$$f(m) = \|U_0 + \sum_{i=1}^n U_i\|^2 \quad (16)$$

其中, $\|\cdot\|^2$ 为欧几里得范数的平方, 即最小化 $f(m)$, 同时满足配重块质量尽可能的小并且非负, 则该优化问题可以形式化表达为

$$\begin{cases} \min_m (f(m), \sum_{i=1}^n m_i) \\ \text{s.t. } -m_i \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

由于两个目标函数存在冲突, 即配重越大越易配平, 但质量越大, 因此该问题本质上属于不可约的多目标优化问题。为找到一个最优解, 采用 ϵ -约束法将双目标问题转化为一组参数化的单目标约束优化问题:

$$\begin{cases} \min_{m_i} f_1(m_i) = \|U_0 + \sum_{i=1}^n U_i\|^2 \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^n m_i \leq \epsilon, m_i \geq 0 \end{cases} \quad (18)$$

其中, ϵ 为预设的配重总质量上限, 通过在不同 ϵ 值下重复求解该单目标问题, 可得到一系列近似最优解, 构成最终的 Pareto 前沿解集。

随后利用增广拉格朗日法将有约束问题转化为无约束问题^[21-24], 通过构造下式所示的增广拉格朗日函数实现对等式和不等式的联合处理:

$$\begin{aligned} L(m, \lambda, \eta) = & f_1(m) + \sum_{i=1}^n \lambda_i g_i(m) + \frac{\mu}{2} \|g(m)\|^2 + \\ & \eta \max(0, \sum_{i=1}^n m_i - \epsilon) + \frac{\rho}{2} [\max(0, \sum_{i=1}^n m_i - \epsilon)]^2 \end{aligned} \quad (19)$$

式中: λ_i, η 为拉格朗日乘子, 用于调整约束的权重; $g_i(m) = -m_i$ 为单变量非负约束; $g(m) = \max(-m, 0) =$

$(g_1(m), g_2(m), \dots, g_n(m))^T$ 为所有变量的约束情况向量化, 用于整体惩罚项计算, 统一管理约束; μ, ρ 为惩罚参数, 用于控制约束违反的惩罚强度, 且满足 $\mu > 0, \rho > 0$ 。

算法流程如图3所示。

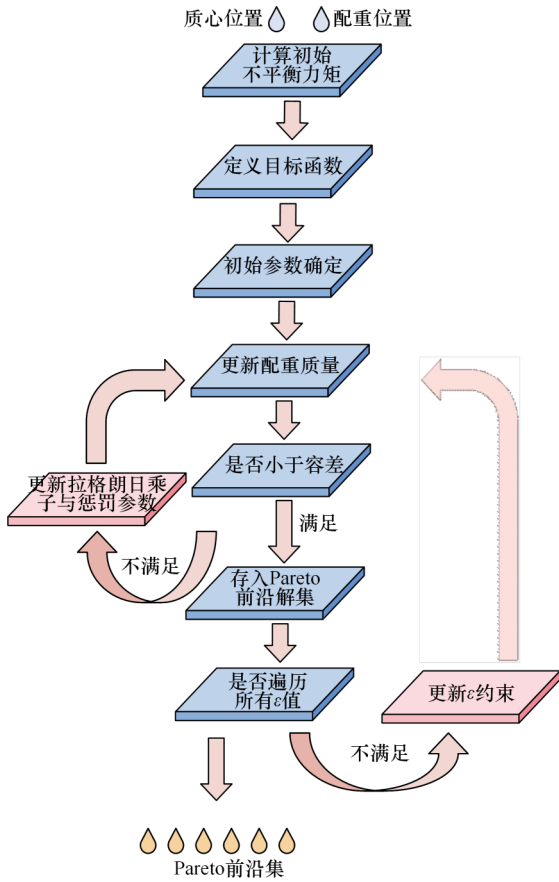


图3 配平算法流程图

Fig.3 Flow chart of balance algorithm

对 $L(m, \lambda, \eta)$ 求偏导数, 得到梯度分量:

$$\frac{\partial L}{\partial m_i} = 2(x_i U_{total,x} + y_i U_{total,y}) + \lambda_i + \mu g_i(m) \frac{\partial g_i(m)}{\partial m_i} + [\eta + \rho \max(0, \sum_{i=1}^n m_i - \epsilon)] \quad (20)$$

式中: $U_{total,x}$ 为总力矩 x 轴分量; $U_{total,y}$ 为总力矩 y 轴分量。

为实现最小化 $L(m, \lambda)$, 对 m_i 进行梯度下降更新^[25]:

$$m_i^{(k+1)} = m_i^{(k)} - \zeta \nabla L(m, \lambda) \quad (21)$$

式中: ζ 为学习率, 控制每次更新的步长。

拉格朗日乘子的更新规则^[26]如下所示:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i^{(k+1)} &= \lambda_i^{(k)} + \mu g_i(m^{(k)}) \\ \eta^{(k+1)} &= \eta^{(k)} + \rho \max(0, \sum_{i=1}^n m_i^{(k)} - \epsilon) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

当迭代过程满足 $f(m) < \xi$ 时, 容差 ξ 为预设值, 则迭代终止, 此时得到的 m_i 的值即为当前 ϵ 值下配平块质量。

为提高 ϵ 扫描过程的效率和解的连续性, 引

入“热启动策略”, 即前一组质量解用作下一组 ϵ 的初始解。变化 ϵ 的值, 最终得到 Pareto 前沿集:

$$P = \{(\|U_{total}^{(j)}\|, \sum_i m_i^{(j)}, m_1, m_2, \dots, m_n) | j = 1, 2, \dots, K\} \quad (23)$$

为从 Pareto 前沿集中选取最优解, 定义加权指标:

$$\left. \begin{aligned} f_{total} &= \omega_1 \|U_{total}^{(j)}\| + \omega_2 \sum_{i=1}^n m_i^{(j)} \\ \omega_1 + \omega_2 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

对于加权法, 可以根据所关注的侧重点, 调节 ω_1 和 ω_2 的值, 进而得出所需解, 此解对应的 4 个质量即为配平质量。

4 实验及分析

4.1 偏心估计算法实验

本文采用已知质心位置并且质量为 4 kg 的光电吊舱进行算法验证。对重量为 4 kg 的吊舱进行质心估计, 运用信赖域算法, 得到目标函数收敛曲线见图4, 偏心参数变化曲线见图5。

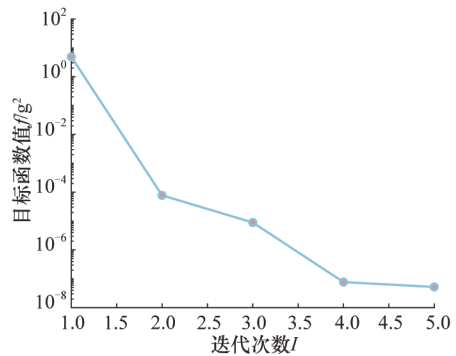


图4 偏心目标函数收敛曲线

Fig.4 Convergence curve of eccentricity objective function

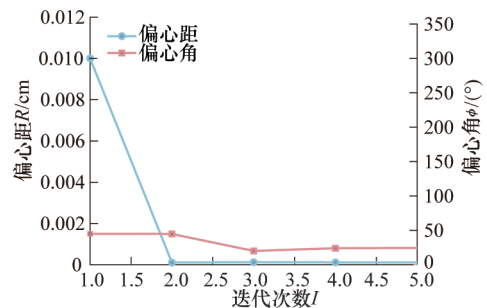


图5 偏心参数变化曲线

Fig.5 Eccentricity parameter changing curves

目标函数值随着迭代次数的增加呈现显著下降趋势, 尤其在初始阶段下降幅度较大, 表明算法在早期具有快速收敛特性; 然后, 目标函数值逐渐趋近于 10^{-8} 量级, 表明偏心估计算法在收敛阶段的稳定性和有效性。纵轴采用对数坐标, 可以更

清晰地显示出目标函数值跨越多个数量级的变化,突出优化过程的高效性。

在迭代初始阶段,偏心距 R 较大,随着迭代次数增加,偏心距 R 快速减小并在第2次迭代后趋于稳定,最终接近0。这表明算法逐步找到了系统的准确质心位置,同时,偏心角 ϕ 的变化幅度较小,最终也趋于稳定。

梯度变化图见图6。在迭代初始阶段,颜色分布集中在图的左下角,显示出较高的梯度值(绿色和紫色区域),随着迭代次数增加,梯度值迅速减小(颜色逐渐变为粉色),表明目标函数对参数的偏导数趋于稳定,算法对质心参数 R 和 ϕ 的搜索已经趋于收敛。这种梯度零化趋势表明算法能够快速有效地找到目标函数的最小值,从而确定质心的位置。

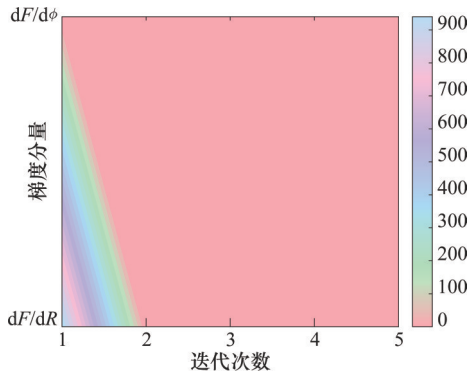


图6 梯度变化图

Fig.6 Gradient variation diagram

图7为偏心距散点图,图中显示实际偏心距 r 与预测偏心距 R 之间具有较强的线性关系,数据分布接近直线,表明模型对偏心距的预测具有较高精度。

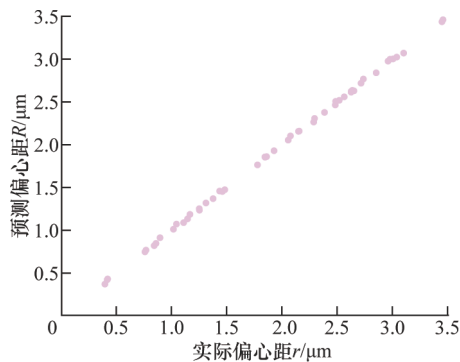


图7 偏心距分布散点图

Fig.7 Eccentricity distribution scatter plot

图8为偏心距误差分布图,进一步显示了实际值与预测值之差 δ_R 分布情况,大部分偏心距误差集中在接近零的范围内,最大误差在 10^{-6} 量级,表明模型对偏心距的预测误差较小且具有集中性。

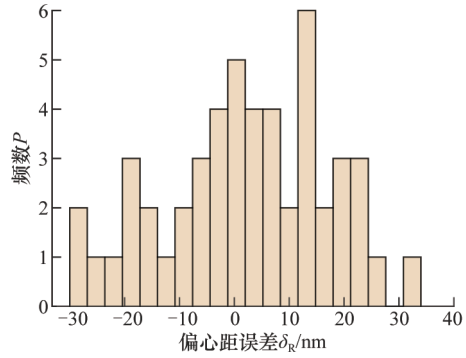


图8 偏心距误差分布图

Fig.8 Distribution diagram of eccentricity error

图9为偏心角散点图,表明预测偏心角 ϕ_p 与实际偏心角 ϕ_a 两者之间存在着良好的线性关系,数据点沿直线分布密集,显示出模型对偏心角的较好的预测性能。

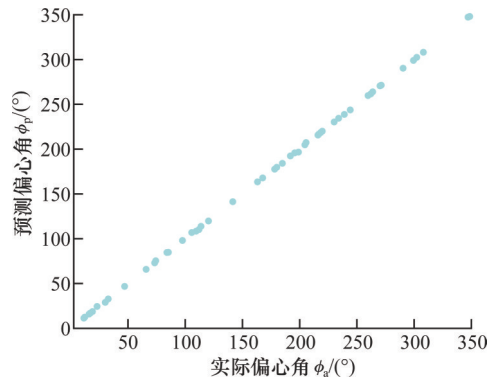


图9 偏心角分布散点图

Fig.9 Eccentric angle distribution scatter plot

图10为偏心角误差分布图,进一步表明了实际值与预测值之间的误差 δ_ϕ 分布,多数偏心角误差集中在零附近,且误差基本分布对称,表明模型在偏心角预测上的高精度和稳定性。

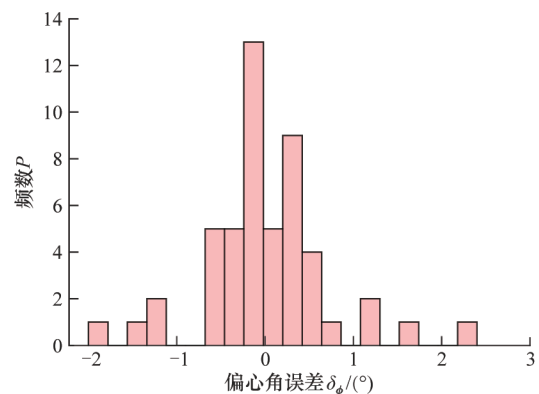


图10 偏心角误差分布图

Fig.10 Distribution diagram of eccentricity angle error

为了进一步评估模型对偏心参数的预测精度和拟合效果,本文选取均方误差(MSE)、均方根误差(RMSE)、平均绝对误差(MAE)以及决定系数(R^2)4个指标进行分析。MSE用于反映预测误

差的均值平方大小, RMSE表示误差的量级, 与原始数据的单位一致, MAE表明预测值与实际值的平均绝对偏差, R^2 衡量模型拟合优度, 反映预测值对实际值的解释能力。结果如表2所示。

表2 模型精度评估

Tab.2 Model accuracy evaluation

预测参数	RMSE	MSE	MAE	R^2
偏心距	1.5×10^{-6} cm	2.23×10^{-12} cm ²	1.22×10^{-6} cm	0.9856
偏心角	0.6779°	$0.4596(^{\circ})^2$	0.4638°	0.9966

表2展示了模型在偏心距和偏心角的预测上均表现出了较高的精度和良好的拟合能力。其中对偏心距的预测在 10^{-6} cm 量级, 对偏心角的预测在 0.1° 量级, 满足实际需求。总体而言, 模型的预测能力是可靠的, 适用于本研究中的后续配平任务。

4.2 光电吊舱配平算法实验

本文选取不同型号的质量为 4 kg 和 10.5 kg 的光电吊舱各 50 组作为实验对象, 两种型号的光电吊舱的质量与配平位置均不相同, 验证算法的可行性以及能否满足配平要求(即配平后的总力矩小于 $5 \text{ g} \cdot \text{cm}$)。

在 10.5 kg 吊舱实验中选取一组实验中的其中一个 ϵ 值验证算法可行性, 为了使不平衡力矩尽可能小, 减少算法误差对配平的影响, 将终止条件设置为 3, 且 ϵ 值设置为 10.5(即吊舱质量的千分之一), 绘制目标函数收敛曲线、梯度变化图、配重质量优化图。

图11为目标函数收敛曲线, 显示了目标函数值的收敛过程。其中主图反映了全局迭代过程, 插图放大了最后10次迭代的细节变化。从主图中可以看出, 目标函数值在早期大幅下降, 表明优化算法在初期阶段快速收敛; 随着迭代次数的增加, 目标函数变化趋于平缓, 表明算法在后期阶段逐渐逼近最优解, 并表现出良好的收敛稳定性。

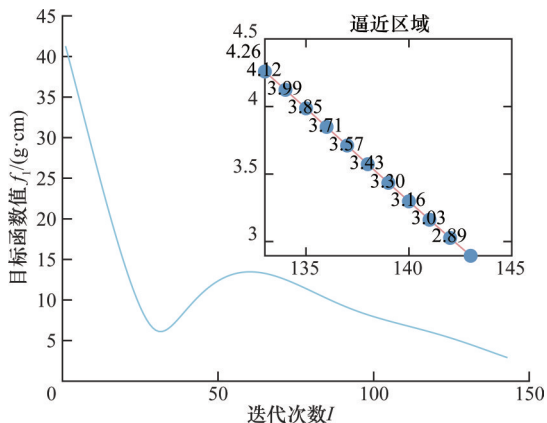


图11 配平目标函数收敛曲线

Fig.11 Balancing objective function convergence curve

细节图进一步验证了在最后几次迭代中, 目标函数值减小到容差值, 不平衡力矩接近消失。

图12为梯度变化图, 颜色条反映了梯度值随迭代次数的变化。从图12中可以看出, 梯度值在初始迭代中较大, 随着配平算法的进行, 梯度值不断减小, 最终趋于稳定。这表明优化算法在初始阶段调整的步长较大, 随着优化算法的执行, 调整的步长快速下降, 最后逐渐收敛至稳定状态。

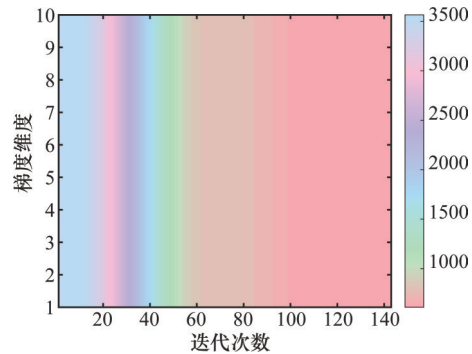


图12 梯度变化云图

Fig.12 Gradient variation heatmap

图13为配重质量优化图, 在优化初始阶段, 各孔洞的配重质量调整幅度较大, 表明算法在初始阶段通过快速调整实现对系统不平衡力矩的显著补偿。随着迭代次数的增加, 配重质量逐步趋于稳定, 表明算法在执行的过程中逐渐逼近最优配平方案。同时, 某些孔洞的配平质量变化更显著, 而另一些孔洞的配平质量变化较小甚至接近零, 表明在满足目标函数收敛条件的过程中, 算法会优先利用对系统平衡贡献更大的孔洞, 而对贡献较小的孔洞不施加过多调整, 这种结果符合实际配平要求。

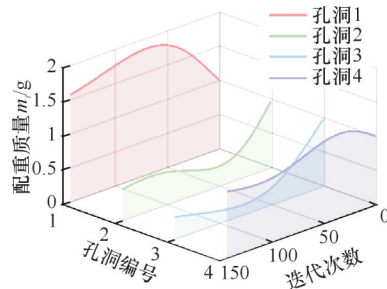


图13 配重质量优化图

Fig.13 Optimization diagram of counterweight quality

算法最终输出的 Pareto 前沿解集如图14所示。选取前沿集中不平衡力矩与总配重质量作为坐标系的横纵坐标, 设置 $\epsilon \in (0.0001m, 0.001m)$, 蓝色点表示经过30次计算后解空间中被算法找到有效解的个数。同时设置横纵坐标的权重分别为 0.7, 0.3, 得到的最优点即为工程需要的最终的不平衡力矩与配重总质量, 对应的各单孔配平质

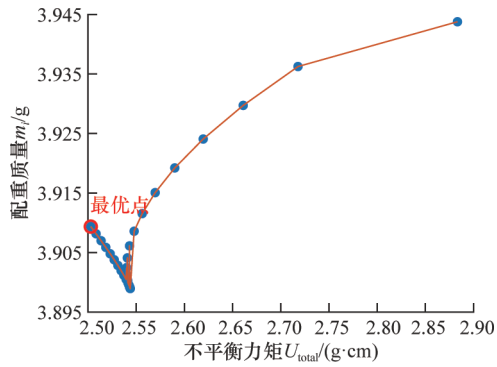


图14 Pareto前沿解集

Fig.14 Pareto front solution set

量即为最终的配平质量。

分别对50组4 kg和50组10.5 kg的光电吊舱在Pareto前沿解集中得到的最优解后数据进行分析,图15为配平后不平衡力矩概率密度图,图16为配平后不平衡力矩箱线图。

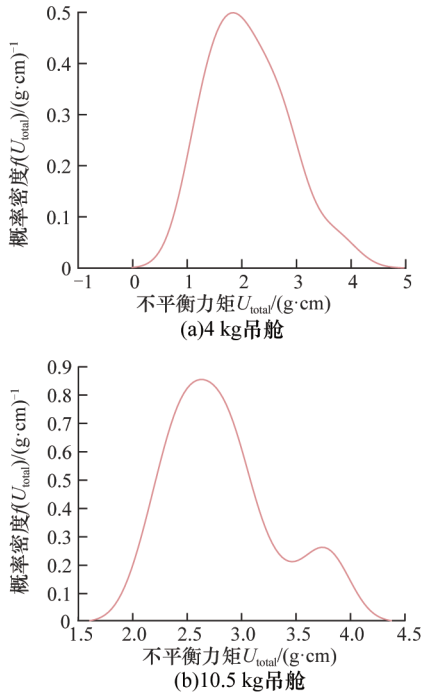


图15 配平后不平衡力矩概率密度图

Fig.15 Probability density plot of unbalanced torque

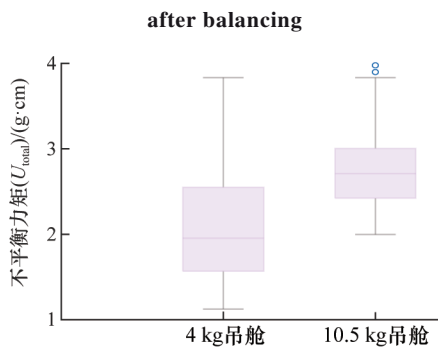


图16 配平后不平衡力矩箱线图

Fig.16 Box diagram of unbalanced torque after balancing

从图15a中可以看出,在4 kg光电吊舱配平时,密度曲线的峰值位于2 g·cm附近,表明大多数组别的算法优化结果集中于该值附近;同样如图15b所示,10.5 kg吊舱配平时,在2.5 g·cm左右出现峰值,在3.7 g·cm左右出现次峰值,说明不平衡力矩偏离了主区域,但无论是峰值还是次峰值均小于要求值。

从图16中4 kg光电吊舱配平箱线图中可以看出,数据集中度与概率密度图所示高度一致,中位数约为2.75,表明配平效果较为稳定;箱线图所表示的数据集之中,最低的正常值范围为下须。下须较长,表明部分数据接近0,配平效果较好。10.5 kg吊舱配平不平衡力矩同样满足要求,即使出现了两个异常值在3.8~4之间,但也均满足约束。

从上述分析中可以看出,利用 ϵ -约束将多目标任务变为单目标任务,随后使用增广拉格朗日法的配平算法十分有效,可以应用于光电吊舱配平中。但由于信赖域下偏心参数估计时会存在误差,对配平结果造成影响,故将配平质量用于实际偏心参数当中,观察在使用预测偏心参数得到配平质量的情况下,该配平质量能否让吊舱不平衡力矩满足小于5的需求。

图17为实际不平衡力矩累积分布函数图。由图17a可以看出,利用预测偏心参数得到的配平质量用于实际偏心参数中,4 kg吊舱的合格率

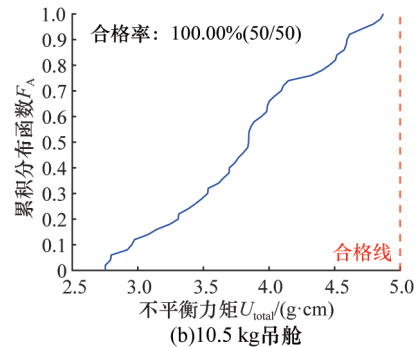
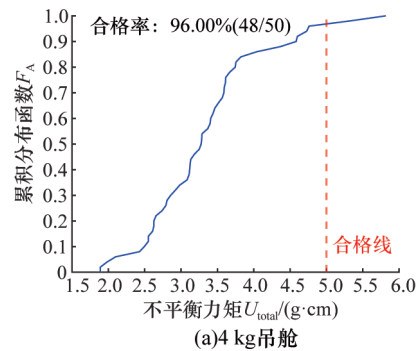


图17 实际不平衡力矩累积分布函数图

Fig.17 Cumulative distribution function diagram of actual unbalanced torque

高达96%，仅有2组数据不满足实际需求，不满足需求的吊舱可以重复利用上述算法进行配平；对于10.5 kg吊舱，配平合格率完全符合要求（图17b），进一步说明了本文算法的可行性，适用于多种型号吊舱的配平。

5 结论

本文针对光电吊舱静平衡配平问题，提出了一种融合信赖域与增广拉格朗日法的优化配平算法。通过信赖域偏心参数估计算法精确估算吊舱的偏心参数，为后续配平提供了可靠依据。在配平阶段，利用增广拉格朗日法进行配重质量的动态优化，使用 ϵ -约束法将多目标问题转为单目标问题，有效满足了不平衡力矩约束条件。

实验结果表明，文中提出的算法在多组吊舱的质心确定与配平实验中均表现出较高的精度和鲁棒性。4 kg吊舱的配平合格率达96%，而10.5 kg吊舱的配平合格率完全满足要求，进一步验证了算法的通用性和实际应用价值，为光电吊舱静平衡配平提供了可靠的科学依据。

参考文献：

- [1] 廖美颖,王小莉,李利平,等.基于悬吊法的汽车发动机惯性参数测试分析[J].客车技术与研究,2019,41(2):52-56.
LIAO Meiyang, WANG Xiaoli, LI Liping, et al. Analysis of Inertial Parameters Test for Vehicle Engine Based on Suspended Pendulum Method[J]. Bus & Coach Technology and Research, 2019, 41(2): 52-56.
- [2] 张述卿,毕树生,赵宏哲,等.交叉簧片柔性虎克铰在静平衡仪中的应用及性能测试[J].机械工程学报,2015,51(21):1-6.
ZHANG Shuqing, BI Shusheng, ZHAO Hongzhe, et al. Application and Performance Test of Cross Reed Flexible Hook Hinge in Static Balancing Apparatus[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(21): 1-6.
- [3] 王超,苏世杰,付灵懿,等.可调螺距螺旋桨单叶静平衡试验台研制[J].中国机械工程,2018,29(23):2828-2835.
WANG Chao, SU Shijie, FU Lingyi, et al. Development of Static Balance Test Rig for Single Blade of Adjustable Pitch Propeller[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(23): 2828-2835.
- [4] 陈斌,张洋,郭贤,等.基于误差迭代的旋转机构偏心测量[J].中国机械工程,2018,29(14):1682-1687.
CHEN Bin, ZHANG Yang, GUO Xian, et al. Eccentricity Measurement of Rotating Mechanism Based on Error Iteration[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(14): 1682-1687.
- [5] 李鹏,陈艳,白彦伟,等.航天产品质量质心测试精度评估分析[J].航天制造技术,2016(6):44-47.
LI Peng, CHEN Yan, BAI Yanwei, et al. Analysis of the Accuracy Assessment of Aerospace Product Quality Center-of-mass Test [J]. Aerospace Manufacturing Technology, 2016(6): 44-47.
- [6] 王帅.基于MPU6050的砂轮立式静平衡检测装置设计与分析[D].郑州:郑州大学,2016.
WANG Shuai. Design and Analysis of Vertical Static Balance Detection Device for Grinding Wheel Based on MPU6050[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2016.
- [7] 王德民,张龙易,许镇全,等.陆行车质心测量机设计与分析[J].长春理工大学学报(自然科学版),2021,44(3):76-82.
WANG Demin, ZHANG Longyi, XU Zhenquan, et al. Design and Analysis of a Mass Center Measuring Machine for Land Vehicle[J]. Journal of Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2021, 44(3): 76-82.
- [8] 田政,贺云,游进,等.基于MISQP的再入航天器质量特性配平设计[J].航天返回与遥感,2018,39(2):8-15.
TIAN Zheng, HE Yun, YOU Jin, et al. Reentry Spacecraft Mass Characteristic Leveling Design Based on MISQP [J]. Spaceflight Return and Remote Sensing, 2018, 39(2): 8-15.
- [9] 李玉龙,段智敏,丛培田.稳瞄仪质心与不平衡力矩测量系统的研究[J].新技术新工艺,2017(11):59-61.
LI Yulong, DUAN Zhimin, CONG Peitian. Research on the Measurement System of Center of Mass and Unbalance Moment of Steady Aimer[J]. New Technology and New Process, 2017(11): 59-61.
- [10] 张鹰华,樊新华,张雷雨,等.基于四点支撑法的导弹质量质心测量系统设计与误差分析[J].机械设计与研究,2016,32(3):96-99.
ZHANG Yinghua, FAN Xinhua, ZHANG Leiyu, et al. The Design and Error Analysis of a New Mass and Centroid Measurement System for Missiles Based on Four-point Support Approach [J]. Machine Design and Research, 2016, 32(3): 96-99.
- [11] 李楠,骆旭,王丽,等.高精度质心测量系统设计与分析[J].计测技术,2021,41(4):44-48.
LI Nan, LUO Xu, WANG Li, et al. Design and Analysis of High-precision Center-of-mass Measurement System [J]. Measurement Technology, 2021, 41(4): 44-48.
- [12] 张生全,赵劲松,何红星,等.弹载红外相机静态质量质心配平[J].红外技术,2022,44(6):622-627.
ZHANG Shengquan, ZHAO Jinsong, HE Hongxing, et al. Static Mass Center-of-mass Leveling for Ballistic Infrared Camera [J]. Infrared Technology, 2022, 44(6): 622-627.
- [13] YAMAMOTO G K, Da COSTA C, Da SILVA SOUSA J S. A Smart Experimental Setup for Vibration Measurement and Imbalance Fault Detection in Rotating Machinery [J]. Case Studies in Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 4: 8-18.
- [14] 郭璠,田娜,陈向东,等.基于离散变量优化的航天器质量特性配平方法[J].航天器工程,2015,24(4):51-57.
GUO Fan, TIAN Na, CHEN Xiangdong, et al. Approach to Mass Properties Balancing Based on Discrete Variables Optimization in Spacecraft Design[J]. Spacecraft Engineering, 2015, 24(4): 51-57.
- [15] 陈立芳,李兆举,王维民,等.旋转机械不平衡振动自愈调控原理与方法[J].机械工程学报,2021,57(22):416-424.
CHEN Lifang, LI Zhaoju, WANG Weimin, et al. Principles and Methods of Self-healing Regulation of Unbalanced Vibration in Rotating Machinery[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(22): 416-424.
- [16] 饶志坚.离心泵叶轮动态多维测试技术研究[D].沈阳:沈阳工业大学,2021.
RAO Zhijian. Research on Dynamic Multidimensional Force Testing Technology of Centrifugal Pump Impeller

- [D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2021.
- [17] 徐明明. 求解无约束优化的几种非单调信赖域算法研究[D]. 成都:成都理工大学, 2021.
XU Mingming. Research on Several Non-monotonic Trust Domain Algorithms for Solving Unconstrained Optimization [D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2021.
- [18] 卢晓宁, 刘红卫, 杨善学, 等. 带一般约束无导数优化问题的改进信赖域算法[J]. 吉林大学学报(理学版), 2018, 56(2):273-280.
LU Xiaoning, LIU Hongwei, YANG Shanxue, et al. Improved Trust Domain Algorithm for Optimization Problems with General Constraints without Derivatives [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2018, 56(2): 273-280.
- [19] BELLAVIA S, KREJIĆ N, MORINI B, et al. A Stochastic First-order Trust-region Method with Inexact Restoration for Finite-sum Minimization[J]. Computational Optimization and Applications, 2023, 84(1): 53-84.
- [20] BLANCHET J, CARTIS C, MENICKELLY M, et al. Convergence Rate Analysis of a Stochastic Trust-region Method via Supermartingales [J]. INFORMS Journal on Optimization, 2019, 1(2): 92-119.
- [21] 刘亚南. 非凸正则矩阵回归的增广拉格朗日乘法[D]. 北京:北京交通大学, 2019.
LIU Yanan. Augmented Lagrange Multiplier Method for Nonconvex Regular Matrix Regression [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019.
- [22] 陈卓, 龙凯, 张承婉, 等. 多节点位移约束拓扑优化的增广拉格朗日法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2023, 35(3): 474-481.
CHEN Zhuo, LONG Kai, ZHANG Chengwan, et al. The Augmented Lagrangian Method for Topology Optimization Subject to Multiple Nodal Displacement Constraints [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2023, 35(3): 474-481.
- [23] 马玉敏, 蔡那菊. 求解带线性约束的凸优化的一类自适应不定线性化增广拉格朗日方法[J]. 计算数学, 2022, 44(2):272-288.
MA Yumin, CAI Xingju. A Class of Adaptive Indefinite Linearized Generalized Augmented Lagrangian Methods for Solving Convex Optimization with Linear Constraints [J]. Computational Mathematics, 2022, 44(2):272-288.
- [24] SUN Kaizhao, SUN X A. Dual Descent Augmented Lagrangian Method and Alternating Direction Method of Multipliers [J]. SIAM Journal on Optimization, 2024, 34(2): 1679-1707.
- [25] PAPANITRIOU D, VÜB C. An Augmented Lagrangian Method for Nonconvex Composite Optimization Problems with Nonlinear Constraints [J]. Optimization and Engineering, 2024, 25(4): 1921-1990.
- [26] LIU Xinwei, DAI Yuhong, HUANG Yakui, et al. A Novel Augmented Lagrangian Method of Multipliers for Optimization with General Inequality Constraints [J]. Mathematics of Computation, 2023, 92(341): 1301-1330.

(编辑 王昱玥)

作者简介: 杨光(通信作者), 男, 1975年生, 博士、副教授。研

究方向为嵌入式系统设计与应用、数字图像处理等。E-mail: guangyang1975@126.com。

本文引用格式:

杨光, 王艺东. 信赖域与增广拉格朗日算法融合的光电吊舱静平衡配平优化[J]. 中国机械工程, 2026, 37(3):752-761.

YANG Guang, WANG Yidong. Optimization of Static Equilibrium Leveling Algorithm for Optoelectronic Pods Based on Trust Domain and Augmented Lagrangian Method [J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(3):752-761.

(上接第 734 页)

- [25] LONG Yupeng, CAI Wei, YIN Hongxiang, et al. Mechanism of a High Performance and Energy Efficiency Parallel Ultrasonic Vibration-assisted Cutting [J]. Energy, 2025, 326:136244.
- [26] CAI Wei, LONG Yupeng, YIN Hongxiang, et al. Towards Understanding Wear Mechanisms of Parallel Ultrasonic Vibration-assisted Cutting for Titanium Alloy [J]. Wear, 2025, 574:206092.
- [27] 周京国, 张宇航, 隋天一, 等. 分离-接触特征对钛合金超声振动辅助铣削加工特性影响规律研究[J]. 机械工程学报, 2024, 60(9): 97-113.
ZHOU Jingguo, ZHANG Yuhang, SUI Tianyi, et al. Effect of Separation-contact on the Processing Characteristics of Ultrasonic Vibration-assisted Milling of Titanium Alloy [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(9): 97-113.
- [28] 郑华强, 徐英帅, 张杰, 等. 纵扭式超声振动车削不锈钢和钛合金研究[J]. 机床与液压, 2023, 51(1): 42-46.
ZHENG Huaqiang, XU Yingshuai, ZHANG Jie, et al. Research on Longitudinal Torsional Ultrasonic Vibration Assisted Turning of Stainless Steel and Titanium Alloy [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2023, 51(1):42-46.
- [29] YANG Zhichao, ZHU Lida, ZHANG Guixiang, et al. Review of Ultrasonic Vibration-assisted Machining in Advanced Materials [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2020, 156: 103594.

(编辑 王昱玥)

作者简介: 龙玉朋, 男, 2000年生, 硕士研究生。研究方向为高效精密制造。E-mail: llcc0824@163.com。蔡维(通信作者), 男, 1991年生, 副教授。研究方向为高效精密制造、绿色智能制造与3D打印。E-mail: weicai@swu.edu.cn。

本文引用格式:

龙玉朋, 蔡维, 李丽, 等. 并行超声振动切削对钛合金轴表面完整性的影响研究[J]. 中国机械工程, 2026, 37(3):726-734.

LONG Yupeng, CAI Wei, LI Li, et al. Study on Effects of Parallel Ultrasonic Vibration-assisted Cutting on Surface Integrity of Titanium Alloy Shafts [J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(3):726-734.