

不等前角变螺旋圆弧立铣刀瞬时铣削力建模与系数标定方法

齐书韬 李佳奇 郑书材 徐金亭 孙玉文*

大连理工大学机械工程学院,大连,116024

摘要:不等前角变螺旋立铣刀可有效抑制加工颤振,提高加工表面质量,并可有效降低刀具崩刃风险,然而,因各齿刀刃几何参数各异,现有模型已难以实现其切削力的准确预测,为此,提出了不等前角变螺旋圆弧立铣刀的切削力精确建模与系数标定新方法。给出了变螺旋圆弧立铣刀切削刃的几何及位置关系表达式,建立了考虑刀具跳动和各齿刃形变化的瞬时未变形切屑厚度计算模型和微元切削力预测模型;提出了切削力系数与跳动参数并行标定的非线性优化方法,并基于线性最小二乘法及斜角切削理论给出了模型参数初值的高效求解算法。实验结果表明,切削力预测的幅值与波形与实测结果具有很好的一致性,预测误差在15%以内,验证了所提方法的有效性。

关键词:不等前角;变螺旋铣刀;侧铣;铣削力;切削力系数辨识

中图分类号:TH161

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.04.004

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Instantaneous Milling Force Modeling and Coefficient Calibration Method of Variable Helical Circular-arc End Mills with Unequal Rake Angle

QI Shutao LI Jiaqi ZHENG Shucui XU Jinting SUN Yuwen*

School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning, 116024

Abstract: Variable helical end mills with unequal rake angle might effectively suppress milling chatters, which significantly improved the machined surface quality and simultaneously reduced the risk of tool breakages, however, due to the unequal geometric parameters of each cutting edge, the existing models had difficulty to accurately predict the cutting forces, hence, a new instantaneous milling force modeling and coefficient calibration method were proposed. Firstly, the geometry and position relational expression of the cutting edges for variable helical circular-arc end mills were given, then considering the tool runout and variation of geometrical parameters of cutting edges, an instantaneous uncut chip thickness calculation and element cutting force prediction model was established; Subsequently, a nonlinear optimization method to simultaneously calibrate the cutting force coefficients and tool runout parameters was proposed, and an efficient algorithm for solving the model parameter initial values was also given based on linear least squares and oblique cutting theory. The experimental results show that the amplitude and waveform of predicted cutting forces are consistent with the measured ones with errors of less than 15%, verifying the effectiveness of the proposed model.

Key words: unequal rake angle; variable helix end mill; flank milling; milling force; cutting force coefficient identification

0 引言

变螺旋铣刀因其优异的抑振性能而在航空航天等领域结构件的加工中得到广泛应用^[1]。然而,因变螺旋铣刀各齿螺旋角不同,导致各刀刃强度也不相同,从而显著增加了崩刃风险。对各刀齿采用不等前角设计可有效解决上述问题^[2],但与常规铣刀相比,不等前角变螺旋铣刀各刀齿的前角和螺旋角均不相同,理论上各齿切削力系数也存在较大差异,因此,为了实现对该类刀具切削力的准

确预测,需针对上述问题开展相关的建模分析。

当前,对切削力的建模主要包括经验模型^[3]、有限元仿真模型^[4]、基于切削机理的解析模型^[5]、机械力学模型^[6-7]等,其中机械力学模型由于可实现对瞬时切削力的准确预测而在铣削加工中广泛应用。以机械力学模型为基础,目前针对变螺旋铣刀切削力系数的标定主要有两种处理方式。一是对于等法向前角的刀具,通常忽略螺旋角差异引起的影响,假定各齿切削力系数是一致的。如NIU等^[8]假定各齿切削力系数相同,以此建模并通过非线性优化实现切削力系数与跳动参数的并

行标定,实验结果也证实了其假设的可行性。目前该假设在等前角变螺旋铣刀的动力学建模中广泛应用^[9-10]。二是基于正交斜变换计算各个刀齿的切削力系数,该方法的关键在于获取与工件-刀具相关的材料剪切屈服强度、剪切角、摩擦角等参数。如 CHEN 等^[11]基于斜角切削理论,引入材料 J-C 本构来计算上述参数,该方法无需开展加工实验,但需提前明确材料的本构参数,同时由于模型存在较多假设,辨识精度较难保证。施壮等^[12]提出了一种基于线性回归与正交斜变换相结合的切削力系数标定方法,通过线性回归获得常规铣刀的平均切削力系数,并将其作为输入反求上述参数,然后进一步地将各齿的几何参数代入计算切削力系数。该方法可以实现对变螺旋铣刀各个刀齿切削力系数的辨识,但需要采用与变螺旋铣刀材质一致的常规铣刀开展铣削加工实验,且无法实现对刀具跳动参数的标定。

对于不等前角变螺旋圆弧立铣刀,因其各齿螺旋角和前角均不相同,采用各齿切削力系数一致的假设极有可能带来大的预测误差,同时其侧铣加工过程中圆弧刃与侧刃均参与切削,而由于结构差异,其圆弧刃与侧刃切削力系数不相同^[13],此外,刀具制造误差或装夹偏差带来的刀具跳动也不可忽略^[14],因此,在此情况下,现有的切削力建模与系数标定方法已不能实现其瞬时切削力的准确预测。基于此,本文提出了不等前角变螺旋圆弧立铣刀瞬时切削力的准确建模及切削力系数标定方法。

1 不等前角变螺旋立铣刀瞬时切削力模型

1.1 变螺旋圆弧立铣刀几何描述

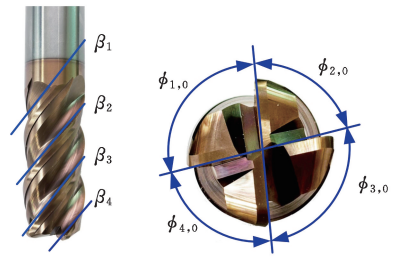
变螺旋圆弧立铣刀的典型结构如图 1 所示,其同一切削刃上的螺旋角保持一致,但各切削刃采用的螺旋角不同。与常规平底立铣刀相比,主要表现出两大差异。

一是其切削刃由两部分组成,分别位于圆弧面和圆柱面上,并在圆弧部分的顶点处相交,如图 1b 所示。其中,圆弧部分的切削刃可视作由等直径平头铣刀的螺旋切削刃投影到圆弧部分的圆弧面上得到。一般情况下圆弧部分为等导程刃形曲线,圆柱部分为等螺旋角刃形曲线^[15-16],因此其第 j 个刀齿轴向高度 z 处的螺旋滞后角满足

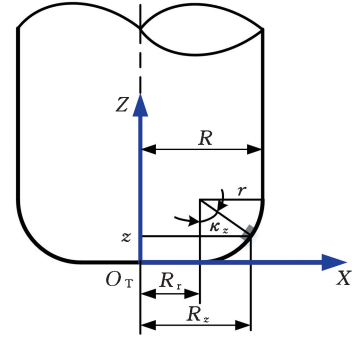
$$\theta_j(z) = z \tan \beta_j / R \quad (1)$$

式中: β_j 为第 j 个刀齿的螺旋角; R 为刀具半径。

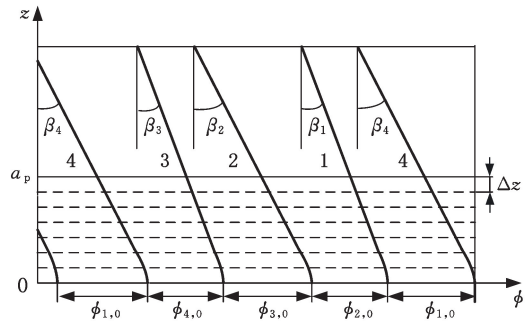
定义刀具圆弧半径为 r ,则轴向高度 z 处切削刃的有效切削半径 R_z 和轴向浸入角 κ_z 可表示为



(a) 典型变螺旋圆弧立铣刀



(b) 圆弧立铣刀的几何构型



(c) 变螺旋圆弧立铣刀的齿距分布

图 1 典型变螺旋圆弧立铣刀的几何结构

Fig.1 Geometry of a typical variable helical bull-nose end mills

$$R_z(z) = \begin{cases} R_r + \sqrt{r^2 - (r-z)^2} & z \leq r \\ R & z > r \end{cases} \quad (2)$$

$$\kappa_z(z) = \begin{cases} \arccos(\frac{r-z}{r}) & z \leq r \\ \frac{\pi}{2} & z > r \end{cases} \quad (3)$$

式中: R_r 为底部半径,满足 $R_r = R - r$ 。

二是其各齿齿间角不同,且沿刀具轴向发生变化。如图 1c 所示,将切削刃沿轴向离散为一系列切削微元,定义 (j, l) 表示第 j 个齿的第 l 个微元切削刃, z_l 为微元切削刃的轴向高度, $\phi_{j,l}$ 为第 l 个微元切削刃处第 j 个刀齿与 $j-1$ 个刀齿间的齿间角,则任意微元切削刃的齿间角及对应的单齿进给量分别表示为

$$\phi_{j,l} = \begin{cases} \phi_{j,0} + \frac{z_l (\tan \beta_j - \tan \beta_{j-1})}{R} & j = 2, 3, \dots, N_t \\ \phi_{1,0} + \frac{z_l (\tan \beta_1 - \tan \beta_{N_t})}{R} & j = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$f_{j,l} = \frac{\phi_{j,l}}{2\pi N_t \Omega} f \quad (5)$$

$$z_l = l \Delta z$$

式中： N_t 为刀具齿数； $\phi_{j,l}$ 为第 j 个刀齿刀具自由端的齿间角； Δz 为相邻两个轴向层微元间的距离，满足 $\Delta z = a_p / N$ ， N 为总的离散微元数， a_p 为轴向切深； f 为进给速度； Ω 为主轴转速。

如图 2 所示，定义刀具坐标系为 oxy ，以 y 轴正方向为基准，沿刀具旋转方向计算微元切削刃的径向位置角，则任意 t_i (i 为正整数) 时刻微元切削刃 (j, l) 的位置角 $\varphi_{j,l}(t_i)$ 可以表示为

$$\varphi_{j,l}(t_i) = \frac{2\pi\Omega}{60} t_i - \frac{z_l \tan \beta_j}{R} - \Psi_{j,0} \quad (6)$$

其中， $\Psi_{j,0}$ 为第 j 个齿的自由端与第 1 个齿自由端之间的滞后角，满足

$$\Psi_{j,0} = \begin{cases} \sum_{j_0=2}^j \phi_{j_0,0} & j = 2, 3, \dots, N_t \\ 0 & j = 1 \end{cases} \quad (7)$$

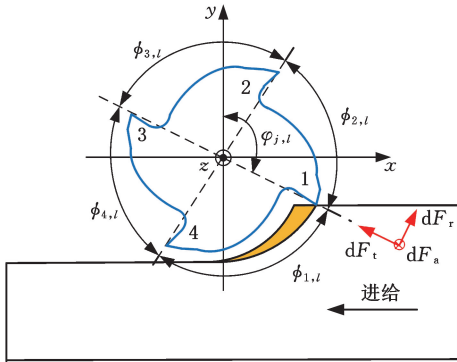


图 2 铣削加工示意图

Fig.2 Schematic diagram of the milling process

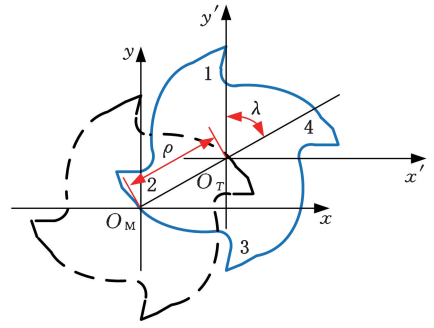
1.2 考虑跳动的瞬时未变形切屑厚度模型

在多齿铣削加工过程中，由于刀具本身的制造误差或者刀具装夹产生的位置偏差，刀具实际旋转中心会偏离其几何中心，导致微元切削刃的实际旋转半径发生改变，进而引起瞬时未变形切屑厚度的变化。

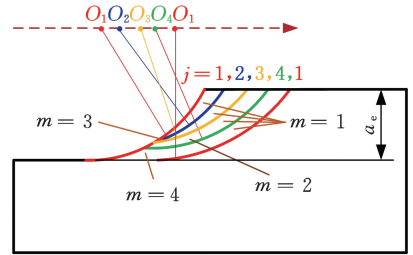
刀具跳动主要包括轴向倾斜和径向跳动两部分，采用刀具倾斜角度 τ 、刀具倾斜定位角 ψ ，偏移距离 ρ 和偏移定位角 λ 来进行表征。WAN 等^[14] 通过对比三种不同类型的刀具跳动模型发现，径向跳动模型相对简单且具有良好的预测精度。由于本文主要针对常规刀具悬深铣削加工过程，刀具轴向偏摆相对较小，因此仅考虑径向跳动的情形。如图 3 所示，径向跳动主要由 ρ 和 λ 两个参数进行表征，其中 ρ 为偏置轴 $O_T O'_T$ 与机床主轴中心轴 $O_M O'_M$ 之间的距离， λ 为偏置轴 $O_T O'_T$ 与刀具 1 之间的夹角，则各个微元切削刃的实际有效切削半径 $R_{j,l}$ 可以表示为

$$R_{j,l} = \sqrt{R_l^2 + \rho^2 - 2R_l \rho \cos(\pi - \lambda - \Psi_{j,0} - \frac{z_l \tan \beta_j}{R})} \quad (8)$$

式中： R_l 为沿轴向第 l 个微元切削刃处的理论有效切削半径，可代入式(2) 计算获得。



(a) 刀具径向跳动模型



(b) 考虑径向跳动的刀具切削轨迹

图 3 刀具径向跳动及其对瞬时未变形切屑厚度的影响

Fig.3 Tool radial runout model and its influence on instantaneous uncut chip thickness

如图 3b 所示，受刀具跳动的影响，当前微元切削刃并不总是切削与其相邻的前一个刀齿对应微元切削刃留下的表面，从而导致其瞬时未变形切屑厚度也发生变化。对于该情形，假定微元切削刃 (j, l) 的多重再生因子为 m ($m = 1, 2, \dots, N_t$)，即第 j 个刀齿轴向高度 z_l 处的微元切削刃在 t_i 时刻将切削 m 个刀齿之前对应微元切削刃留下的表面(如对于图中刀齿 1，当 m 为 2 时，其切削的区域为刀齿 3(绿色轨迹)与刀齿 1(右侧红色轨迹)所夹的区域)，则实际的静态瞬时未变形切屑厚度 $h_{j,l}(t_i, m)$ 可以表示为^[17]

$$h_{j,l}(t_i, m) = (R_{j,l} - R_{j_m,l} + f_{j,l}(m) \sin \varphi_{j,l}(t_i)) \sin \kappa_l \quad (9)$$

$$j_m = \begin{cases} j - m & j - m > 0 \\ j - m + N_t & j - m \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$f_{j,l}(m) = \begin{cases} \sum_{j_1=j_m+1}^j f_{j_1,l} & j > j_m \\ \sum_{j_2=j_m+1}^{N_t} f_{j_2,l} + \sum_{j_3=1}^j f_{j_3,l} & j \leq j_m \end{cases} \quad (11)$$

其中， κ_l 为沿轴向第 l 个微元切削刃的轴向浸入角，可代入式(3) 进行计算；多重再生因子 m 以及对应的实际静态瞬时未变形切屑厚度 $h_{j,l}(t_i, m)$ 可以根据下式计算^[17]：

$$h_{j,l}(t_i, m) = \max(\min((R_{j,l} - R_{j_m,l} + f_{j,l}(m) \sin \varphi_{j,l}(t_i)) \sin \kappa_l), 0) \quad (12)$$

1.3 瞬时切削力计算模型

对于不等前角变螺旋圆弧立铣刀, 由于其各刀齿前角及螺旋角不同, 理论上各刀齿对应的切削力系数也不相同, 因此需在切削力模型中分别引入相应参数。然而, 参数增多也将导致模型过于复杂, 增加参数标定的难度。为此, 本文作出如下假设: ① 由于各个刀齿通常采用相同的刃口钝化方式, 因此假定各刀齿犁耕力系数是一致的; ② 由于主要针对侧铣加工过程, 因此圆弧刃部分沿轴向高度各处的剪切力系数也假定是一致的。由此, 在前述瞬时未变形切屑厚度建模的基础上, 基于线性机械切削力模型, 刀具切向、径向和轴向微元切削力可以表示为

$$\left. \begin{aligned} dF_{t,j,l}(t_i) = & \left\{ \begin{aligned} & g(\varphi_{j,l}(t_i))(K_{tc,C,j}h_{j,l}(t_i, m)db + K_{tc}dS_{j,l}) & z_l \leq r \\ & g(\varphi_{j,l}(t_i))(K_{tc,L,j}h_{j,l}(t_i, m)db + K_{tc}dS_{j,l}) & z_l > r \end{aligned} \right. \\ dF_{r,j,l}(t_i) = & \left\{ \begin{aligned} & g(\varphi_{j,l}(t_i))(K_{rc,C,j}h_{j,l}(t_i, m)db + K_{rc}dS_{j,l}) & z_l \leq r \\ & g(\varphi_{j,l}(t_i))(K_{rc,L,j}h_{j,l}(t_i, m)db + K_{rc}dS_{j,l}) & z_l > r \end{aligned} \right. \\ dF_{a,j,l}(t_i) = & \left\{ \begin{aligned} & g(\varphi_{j,l}(t_i))(K_{ac,C,j}h_{j,l}(t_i, m)db + K_{ac}dS_{j,l}) & z_l \leq r \\ & g(\varphi_{j,l}(t_i))(K_{ac,L,j}h_{j,l}(t_i, m)db + K_{ac}dS_{j,l}) & z_l > r \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$dS_{j,l} = \left\{ \begin{aligned} & \Delta z \sqrt{(R_z(z)\theta'_j(z_l))^2 + (R'_z(z_l))^2 + 1} & z_l \leq r \\ & \Delta z / \cos \beta_j & z_l > r \end{aligned} \right. \quad (14)$$

$$g(\varphi_{j,l}(t_i)) = \begin{cases} 1 & \varphi_{st,j,l} \leq \text{mod}(\varphi_{j,l}(t_i), 2\pi) \leq \varphi_{ex,j,l} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $K_{tc,C,j}$ 、 $K_{rc,C,j}$ 、 $K_{ac,C,j}$ 分别为第 j 个刀齿圆弧刃部分的切向、径向和轴向剪切力系数; $K_{tc,L,j}$ 、 $K_{rc,L,j}$ 、 $K_{ac,L,j}$ 分别为第 j 个刀齿侧刃部分的切向、径向和轴向剪切力系数; K_{tc} 、 K_{rc} 、 K_{ac} 分别为刀具的切向、径向和轴向犁耕力系数; db 为微元切削刃的宽度, $db = \Delta z / \sin \kappa_l$; $dS_{j,l}$ 为第 j 个刀齿上第 l 个微元切削刃的长度; $g(\varphi_{j,l}(t_i))$ 为单位阶跃函数, 用于判断当前时刻微元切削刃是否处于切削状态; $\varphi_{st,j,l}$ 、 $\varphi_{ex,j,l}$ 分别为切入角和切出角, 可根据文献[8]分别计算。

如图 2 所示, 通过坐标系转换, 可以得到在刀具坐标系 $oxyz$ 下的切削力分量:

$$\begin{bmatrix} dF_{x,j,l}(t_i) \\ dF_{y,j,l}(t_i) \\ dF_{z,j,l}(t_i) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{j,l}(t_i) \begin{bmatrix} dF_{t,j,l}(t_i) \\ dF_{r,j,l}(t_i) \\ dF_{a,j,l}(t_i) \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{T}_{j,l}(t_i)$ 为坐标转换矩阵, 表示为

$$\mathbf{T}_{j,l}(t_i) = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_{j,l}(t_i) & -\sin \kappa_l \sin \varphi_{j,l}(t_i) & -\cos \kappa_l \sin \varphi_{j,l}(t_i) \\ \sin \varphi_{j,l}(t_i) & -\sin \kappa_l \cos \varphi_{j,l}(t_i) & -\cos \kappa_l \cos \varphi_{j,l}(t_i) \\ 0 & \cos \kappa_l & -\sin \kappa_l \end{bmatrix} \quad (17)$$

进一步地, 将当前时刻铣刀所有参与切削的微元切削刃受到的切削力叠加, 即可得到该时刻的瞬时整体切削力, 如下式所示:

$$\left. \begin{aligned} F_x(t_i) &= \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{l=1}^N dF_{x,j,l}(t_i) \\ F_y(t_i) &= \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{l=1}^N dF_{y,j,l}(t_i) \\ F_z(t_i) &= \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{l=1}^N dF_{z,j,l}(t_i) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

2 铣削力系数与跳动参数的并行标定

根据前一节分析, 所建切削力模型中存在刀具跳动、各齿圆弧刃和侧刃剪切力系数以及犁耕力系数等多个参数, 因此, 本文采用非线性优化方法对切削力系数与跳动参数进行并行标定。

2.1 基于线性最小二乘法与正交斜变换的切削力系数初值估算

对于非线性优化问题, 参数初值和搜索区间的设定会直接影响优化的效率和精度。

根据线性机械力学模型^[6-7], 当同一时刻仅有一个刀齿切削且不考虑刀具跳动时, 切削力与切削力系数成线性关系。在此情况下, 基于线性最小二乘法可实现对切削力系数的快速求解^[14]。对于本文所建切削力模型, 由于同时考虑了刀具跳动以及各刀齿切削力系数的差异, 理论上线性最小二乘法已不适用于其切削力系数的标定, 然而由于切削力系数的初值主要是用于确定非线性优化的初始搜索区间, 同时线性最小二乘法求解效率高且具有一定的计算精度, 因此本文采用线性最小二乘法对模型参数的初值进行快速估算。具体地, 假定各个刀齿剪切力系数相同并忽略刀具跳动的影响, 然后截取稳定切削状态下一个切削周期的实测切削力数据作为输入, 通过线性最小二乘法分别估算圆弧刃和侧刃的切削力系数。

在此基础上,针对不同刀齿刃口参数的差异,进一步根据斜角切削理论估算不同刀齿间剪切力系数的比值,以此来保证优化结果中各参数间的关联关系。对于斜角切削,其切向、径向和轴向剪切力系数可以表示为如下形式^[18]:

$$\left. \begin{aligned} K_{tc} &= \frac{\tau_s}{\sin \varphi_n} \frac{\cos(\beta_a - \gamma_n) + \tan^2 \eta \sin \beta_a}{\sqrt{\cos^2(\varphi_n + \beta_a - \gamma_n) + \tan^2 \eta \sin^2 \beta_a}} \\ K_{rc} &= \frac{\tau_s}{\sin \varphi_n \cos \eta} \frac{\sin(\beta_a - \gamma_n)}{\sqrt{\cos^2(\varphi_n + \beta_a - \gamma_n) + \tan^2 \eta \sin^2 \beta_a}} \\ K_{ac} &= \frac{\tau_s}{\sin \varphi_n} \frac{\cos(\beta_a - \gamma_n) \tan \eta - \tan \eta \sin \beta_a}{\sqrt{\cos^2(\varphi_n + \beta_a - \gamma_n) + \tan^2 \eta \sin^2 \beta_a}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: τ_s 为材料剪切强度; η 为刃倾角(对于立铣刀即为螺旋角); γ_n 为刀具法向前角; β_a 为摩擦角,其值可以依据 $\tan \beta_a \approx K_{rc}/K_{tc}$ 进行估算,公式右侧的参数来自于线性最小二乘法获得的参数值; φ_n 为法向剪切角,其值满足 $\varphi_n = 0.25\pi - 0.5(\beta_a - \gamma_n)$ 。

根据式(19),以刀齿 1 为基准,则刀齿 j 与其剪切力系数的比值可以表示为

$$\left. \begin{aligned} a_{1,j} &= \frac{K_{tc}(\gamma_{n,j}, \eta_j, \beta_{a,j})}{K_{tc}(\gamma_{n,1}, \eta_1, \beta_{a,1})} \\ b_{1,j} &= \frac{K_{rc}(\gamma_{n,j}, \eta_j, \beta_{a,j})}{K_{rc}(\gamma_{n,1}, \eta_1, \beta_{a,1})} \\ c_{1,j} &= \frac{K_{ac}(\gamma_{n,j}, \eta_j, \beta_{a,j})}{K_{ac}(\gamma_{n,1}, \eta_1, \beta_{a,1})} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

综合上述分析,所建切削力模型的系数辨识问题可转化为犁耕力系数 K_{tc} 、 K_{rc} 、 K_{ac} ,刀齿 1 圆弧刃部分的剪切力系数 $K_{tc,C,1}$ 、 $K_{rc,C,1}$ 、 $K_{ac,C,1}$,侧刃部分剪切力系数 $K_{tc,L,1}$ 、 $K_{rc,L,1}$ 、 $K_{ac,L,1}$,以及其余各刀齿剪切力系数与刀齿 1 剪切力系数的比值 $a_{1,C,j}$ 、 $b_{1,C,j}$ 、 $c_{1,C,j}$ 、 $a_{1,L,j}$ 、 $b_{1,L,j}$ 、 $c_{1,L,j}$ 等参数的标定问题。

2.2 基于非线性优化的切削力系数与跳动参数并行标定方法

由前文切削力模型可知,若跳动参数和切削力系数为已知量,则任意时刻 $i\Delta t$ 的切削力可通过式(13)~式(18)计算,其中 Δt 为切削力采样周期。由理论切削力与其实测值的等量关系,可得到如下方程组:

$$\left. \begin{aligned} F_x(i\Delta t) &= F_x^M(i\Delta t) \\ F_y(i\Delta t) &= F_y^M(i\Delta t) \\ F_z(i\Delta t) &= F_z^M(i\Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

其中,等式左侧为理论计算的切削力,右侧为稳态切削下测量的切削力。假设一个采样周期采集到的切削力数据个数为 n_{sam} ,则满足式(21)的非线性方程组可转化为如下式所示的极值选优问题:

$$P: \min S = \sum_{i=1}^{n_{sam}} ((\Delta F_x(i\Delta t))^2 + (\Delta F_y(i\Delta t))^2 + (\Delta F_z(i\Delta t))^2) \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta F_x(i\Delta t) &= F_x(i\Delta t) - F_x^M(i\Delta t) \\ \Delta F_y(i\Delta t) &= F_y(i\Delta t) - F_y^M(i\Delta t) \\ \Delta F_z(i\Delta t) &= F_z(i\Delta t) - F_z^M(i\Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$i = 1, 2, \dots, n_{sam}$

本文采用遗传算法求解问题 P 。需要指出的是,尽管通过线性最小二乘法和正交斜变换估算了各个未知参数的初值,但在进行遗传算法求解时,为保证优化结果的可靠性,仍需要在估算的初值基础上设定各个参数的上下区间。如对于参数 K_{tc} ,其估算初值为 A ,则其参数的上下区间可以表示为 $[uA, vA]$ 。为了减小搜索范围,提高计算效率, u 和 v 可分别在区间 $0 < u < 1, v > 1$ 内依据线性最小二乘法拟合的切削力与实测切削力的对比结果中进行选择。在此基础上,可进一步根据优化结果进行修正,以保证参数的辨识精度。

3 实验验证

如图 4 所示,为了验证所提模型的有效性,采用五轴加工中心开展铣削加工实验,同时采用 Kistler9257B 测力仪采集切削力数据,设定采样频率为 10 kHz。实验工件为 100 mm×50 mm×80 mm 的 1Cr15Ni4Mo3N 不锈钢块,通过螺栓连接固定在测力仪上。刀具采用直径 20 mm、圆弧半径 3 mm 的四齿不等齿距不等螺旋涂层硬质合金立铣刀,其各齿刃刀几何参数如表 1 所示。根据合作航空制造企业提供的工艺数据,设计铣削实验参数如表 2 所示,其中第 1 组实验用于切削力系数的标定,第 2~6 组用于进一步验证所提模型和标定结果,所有实验均采用逆铣并采用乳化液进行冷却润滑。

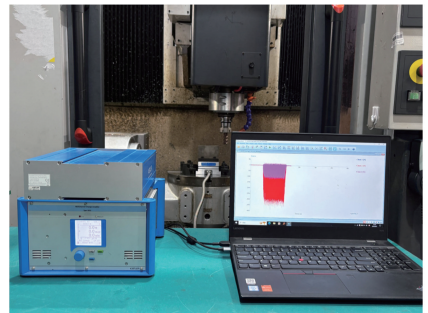


图 4 实验装置

Fig.4 Experimental setup

表 1 铣刀几何参数

Tab.1 Geometric parameters of the milling tool

参数	刀齿编号			
	1	2	3	4
端刃齿间角 $\phi/(^\circ)$	99	81	99	81
螺旋角 $\beta/(^\circ)$	43	45	43	45
径向前角 $\gamma_0/(^\circ)$	7.36	-3.93	7.36	-3.93
径向后角 $\alpha_0/(^\circ)$	8.62	8.62	8.62	8.62

表 2 铣削实验参数

Tab.2 The cutting parameters of milling experiments

序号	主轴转速 $\Omega / (r \cdot \min^{-1})$	进给速度 $f / (mm \cdot \min^{-1})$	径向切深 a_e / mm	轴向切深 a_p / mm
1	900	234	1.0	8
2	900	234	1.0	5
3	900	234	0.5	8
4	1000	160	1.5	5
5	1000	160	2.0	5
6	1000	240	1.0	6

基于本文所提优化方法拟合的切削力结果如图 5 所示。可以发现仿真曲线与实测曲线具有良好的 consistency, 尽管由于模型简化或实验误差带来一定的差异, 但切削力峰值误差均在 5% 以内。拟合的切削力系数以及刀具跳动参数如表 3 和表 4 所示。可以发现尽管在实验轴向切深内刀齿 2 与刀齿 4 对应的每齿进给量小于刀齿 1 和刀齿 3 的每齿进给量, 但由于采用负前角设计, 因此具有更大的剪切力系数, 导致其切削力峰值明显大于刀齿 1 和刀齿 3 的切削力峰值。上述结果表明: 对于不等前角变螺旋铣刀, 刀具几何参数差异带来的影响不可忽略, 已不能采用各齿切削力系数相同的假设开展相关的建模分析。

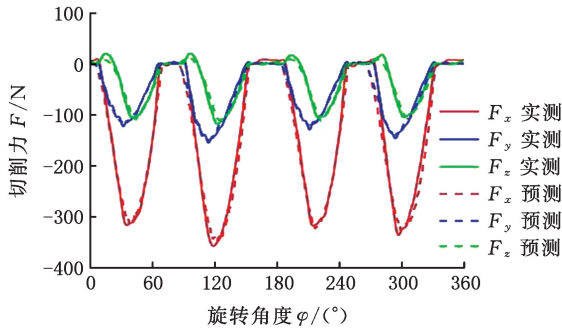


图 5 实测与预测切削力对比
(从左到右依次为刀齿 1-2-3-4)

Fig.5 Comparison of measured and predicted cutting force (shown in sequence of tooth 1-2-3-4)

表 3 剪切力系数辨识结果

Tab.3 Calibrated shearing force coefficients $N \cdot mm^{-2}$

刃区	刀齿	K_{te}	K_{re}	K_{ac}
圆弧刃	1,3 齿	3129.0	2463.1	281.3
	2,4 齿	3896.6	3946.7	271.7
侧刃	1,3 齿	2030.4	1153.9	780.7
	2,4 齿	2907.5	1857.9	966.3

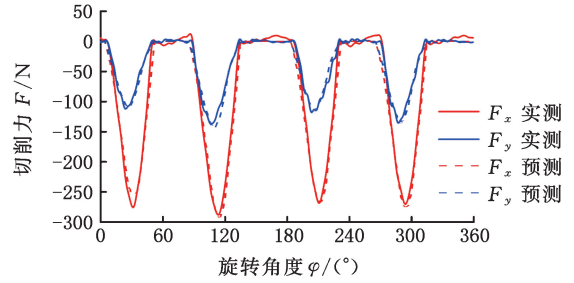
表 4 犁耕力系数及跳动参数辨识结果

Tab.4 Calibrated ploughing force coefficients and tool runout values

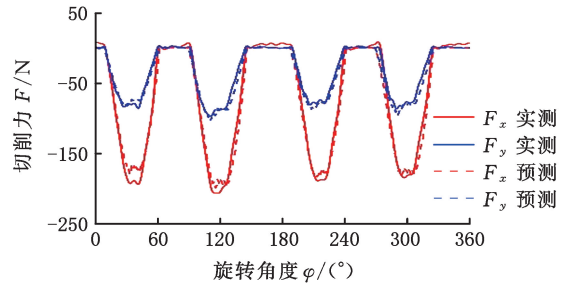
$K_{te} / (N \cdot mm^{-1})$	$K_{re} / (N \cdot mm^{-1})$	$K_{ac} / (N \cdot mm^{-1})$	$\rho / \mu m$	λ / rad
17.65	13.78	7.83	0.55	3.1356

为了进一步验证模型的有效性, 基于标定的系数分别对另外 5 组参数的切削力进行预测, 其

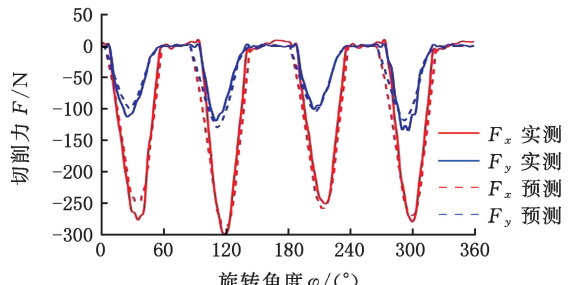
中考考虑到轴向切削力对侧铣加工影响较小, 主要对 x 向和 y 向的切削力进行对比, 结果见图 6。



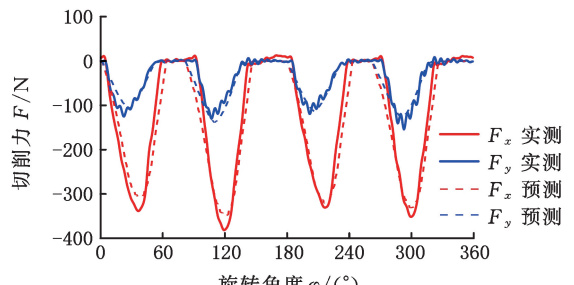
(a) 第 2 组参数



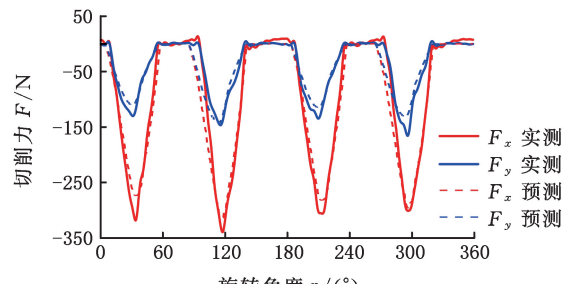
(b) 第 3 组参数



(c) 第 4 组参数



(d) 第 5 组参数



(e) 第 6 组参数

图 6 不同切削参数下实测与预测切削力对比

Fig.6 Comparison of measured and predicted cutting force under different cutting parameters

可以发现预测切削力波形与实测结果具有良好的 consistency, 切削力峰值误差均在 15% 以内, 验证了所提模型及系数标定方法的可靠性。

4 结论

1) 本文针对不等前角变螺旋圆弧立铣刀侧铣加工过程, 综合考虑不同刀齿以及各刀齿圆弧刃与侧刃之间刃形参数的差异, 同时顾及刀具跳动等因素, 实现了对刀具瞬态切削力的准确建模。

2) 针对非线性优化过程难收敛, 优化结果不合理的问题, 提出了基于线性最小二乘法与正交斜变换相结合的模型参数初值高效求解算法, 有效保证了切削力系数的辨识精度。

3) 不同切削参数下的切削力预测与实测结果表明, 预测切削力波形与实验结果具有良好的 consistency, 切削力峰值误差均在 15% 以内, 验证了所提模型及系数标定方法的有效性。

参考文献:

- [1] SUN Yuwen, ZHENG Meng, JIANG Shanglei, et al. A State-of-the-art Review on Chatter Stability in Machining Thin-walled Parts[J]. *Machines*, 2023, 11(359):1-44.
- [2] 许晋, 刘敏, 方曙璋. 等实际前角不等螺旋角立铣刀: CN201110400397.X[P]. 2012-04-04.
XU Jin, LIU Min, FANG Shuzhang. Unequal Helix Angle End Mill with Equal Working Rake Angle: CN201110400397.X[P]. 2012-04-04.
- [3] 贾振元, 王福吉, 董海. 机械制造技术基础[M]. 2版. 北京: 科学出版社, 2019.
JIA Zhenyuan, WANG Fuji, DONG Hai. *Fundamental of Mechanical Manufacture*[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2019.
- [4] 田汝坤. 铣削钛合金薄壁件刀具结构设计研究[J]. 济南: 山东大学, 2012.
TIAN Rukun. *Tool Structures Design for Milling Titanium Thin-walled Parts*[D]. Jinan: Shandong University, 2012.
- [5] 周林. 曲面微细铣削让刀误差预测、补偿与精度评价[D]. 武汉: 华中科技大学, 2017.
ZHOU Lin. *Prediction, Compensation and Evaluation of Machined Error in Micro Milling of Freeform Surface*[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2017.
- [6] ALTINTAS Y. *Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design*[M]. New York: Cambridge University Press, 2012.
- [7] YAN Shuyang, SUN Yuwen. Enhancing Tool Dynamics and Stability in Internal Turning with an

Adjustable Clamping Device under Variable Cutting Conditions[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2024, 208:111007.

- [8] NIU Jinbo, DING Ye, ZHU Limin, et al. Mechanics and Multi-regenerative Stability of Variable Pitch and Variable Helix Milling Tools Considering Runout[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2017, 123:129-145.
- [9] 杨铭宇. 变螺旋立铣刀的几何特性与铣削稳定性研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2021.
YANG Mingyu. *Research on Geometric Characteristics and Milling Stability of Variable Helical End Milling Cutter*[D]. Shenyang: Northeastern University, 2021.
- [10] JIANG Shanglei, ZHAN Danian, LIU Yang, et al. Modeling of Variable-pitch/helix Milling System Considering Axially Varying Dynamics with Cutter Runout Offset and Tilt Effects[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 168:108674.
- [11] CHEN Ding, ZHANG Xiaojian, XIE Yakun, et al. A Unified Analytical Cutting Force Model for Variable Helix End Mills[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 92:3167-3185.
- [12] 施壮, 李长河, 刘德伟, 等. 不等螺旋角立铣刀瞬时铣削力模型与验证[J]. *机械工程学报*, 2024, 60(15):393-406.
SHI Zhuang, LI Changhe, LIU Dewei, et al. Instantaneous Milling Force Model and Verification of Unequal Helix Angle End Mill[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2024, 60(15):393-406.
- [13] WANG Liping, SI Hao, GUAN Liwen, et al. Comparison of Different Polynomial Functions for Predicting Cutting Coefficients in the Milling Process[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2018, 94:2961-2972.
- [14] WAN Min, ZHANG Weihong, DANG Jianwei, et al. New Procedures for Calibration of Instantaneous Cutting Force Coefficients and Cutter Runout Parameters in Peripheral Milling[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2009, 49:1144-1151.
- [15] 刘战强, 王启东, 汤爱民, 等. 圆弧铣刀瞬态切削力建模与数值仿真[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2012, 20(6):1022-1031.
LIU Zhanqiang, WANG Qidong, TANG Aimin, et al. Modeling and Numerical Simulation of Instantaneous Cutting Forces for Corner Radius End Mills[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2012, 20(6):1022-1031.