

全向运动仿生腿运动学及动力学建模与实验

徐毓泽 卢钟岳* 朱一鸣 罗自荣

国防科技大学智能科学学院,长沙,410073

摘要:介绍了一种新型 3 自由度串并混联型腿部机构——全向运动仿生腿,并对该腿部机构进行数学建模。基于全向运动仿生腿的特殊构型和运动形式,提出了一种多方法联合的运动学建模方法,根据不同部分的特点分别应用旋量法和几何法进行单独运动学建模,再结合影响系数法得到整机运动学模型。所提方法可以降低从整体的角度进行建模的难度。采用拉格朗日法建立了全向运动仿生腿的动力学模型。通过仿真及样机实验验证了全向运动仿生腿理论模型的正确性。

关键词:全向运动仿生腿;串并混联腿;多方法联合建模方法;运动学模型;动力学模型

中图分类号: TP24

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.04.018

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Kinematics and Dynamics Modeling and Experiments of OmnilLegs

XU Yuze LU Zhongyue* ZHU Yiming LUO Zirong

College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology,
Changsha, 410073

Abstract: A 3-DOF serial-parallel leg mechanism was introduced and mathematically modelled. Based on the special configuration and motion form of the OmnilLeg, a multi-method combined kinematics modeling method was proposed by applying the rotational and geometrical methods for individual kinematics modeling according to the characteristics of different parts and then combining them with the influence coefficient method to obtain the kinematics model of the whole machine. The proposed method reduces the modeling difficulties. The dynamic models of the OmnilLeg were established by Lagrangian method. The correctness of the theoretical models of the OmnilLeg was verified by simulation and prototype experiments.

Key words: bionic leg capable of omnidirectional legged locomotion (OmnilLeg); serial-parallel leg mechanism; multi-method combined modeling method; kinematics model; dynamics model

0 引言

腿部机构作为足式机器人核心部件,直接决定了足式机器人的运动能力。串并混联型腿部机构兼具串联和并联机构优势,串联部分使机构具备灵活性好等优点,并联部分则可以保障机构具有一定的刚性和承载能力^[1]。

研究人员对串并混联腿机构进行了大量研究。NIU 等^[2]提出了一种由 2-UPS+U 并联机构与 1R 副组成的 3 自由度串并混联腿,提高了腿部的刚度。谢兵^[3]提出了一种适用于轮足机器人的由 2 自由度 RUHU+RUPR+UPR+RUR 并联机构和 1R 副组成的串并混联腿。GAO 等^[4]提出了一种(3-RRR)+1R 串并混联腿,降低了远端转动惯量。FELLER^[5]提出了 4 自由度串并混联腿,腿部具备更高的集成度。王春臻等^[6]提出了 1R+(2-UPU+2-RPR)串并混联腿,在少驱动的情况下实现了“3+3”式行走。顾昌利等^[7]提出了 2-PSS-PaU 串并混联腿,有效实现了驱动

的集中。董晋安^[8]提出了(5-UPU)+R 串并混联腿,具备更好的转向性能。此外还有很多具备各种不同优势的串并混联腿^[9-10]。

串并混联型腿部机构构型的多样性也使腿部机构更易实现多种功能集成。文献[11]提出了一款新型 3 自由度串并混联型腿部机构——全向运动仿生腿(bionic leg capable of omnidirectional legged locomotion, OmnilLeg),它具有驱动固定集中、足端无伴随转动及全向运动三项特性。全向运动仿生腿的大腿为双驱耦合机构且内嵌小腿动力传递机构,小腿为单驱闭环机构,理论建模较为困难。现有运动学建模方法有很多,包括 D-H 参数法、矢量法、几何法、影响系数法和旋量法等^[12-14]。不同的建模方法有着不同的优劣势,使用单一的方法直接进行建模的难度较大,因此,如何联合多种方法快速而精准地建立机构数学模型是新型腿部机构开发过程中的一个难点。

多方法联合建模的研究较少,ZHONG 等^[15]联合旋量法和 D-H 法解决了肘关节偏移时机构旋转角度的计算问题。叶平等^[16]结合旋量法和

矢量法建立了三支链机器人的运动学模型,规避了 D-H 法过于复杂的建模过程。刘天华^[17]结合 D-H 法和矢量法建立了三支链混联机构的位置逆解方程,方便了误差标定。上述方法均针对性地解决了单一方法建模时的一些问题,但全向运动仿生腿的结构形式复杂且运动耦合性强,无法直接套用上述方法和思路来建立数学模型。

根据全向运动仿生腿具备的特殊构型和运动形式,本文提出基于机构不同部分的特点分别应用旋量法和几何法进行单独运动学建模,再结合影响系数法得到整机运动学模型的多方法联合的建模方法。

1 全向运动仿生腿机构简述

人类因特殊的腿部关节结构和运动形式而具备了强大的运动能力,图 1 所示为人类腿部结构及人体行走步态。由图 1a 可以看出,人腿共有 7 个活动范围较大的关节,且主要运动平面始终垂直于 X_1 轴。结合图 1a 和图 1b,当腿绕 Z_0 轴转动时,腿的主要运动平面会改变,使腿在多个方向上具备相同的运动状态和能力,实现全向运动,且髌部的 X_0 轴和 Y_0 轴是固定不变的。根据图 1c,为使人体运动稳定,处于支撑期的腿各关节协调运动使足的姿态不变化,令足与地面和髌部之间的相对姿态保持不变。笔者从人腿的运动形式中获得灵感,开发了一款新的串并联混联型腿部机构——全向运动仿生腿^[11]。该腿部机构在仅具有 3 个自由度的情况下实现了人腿具有的全向运动及足端姿态不变化的特性,且模拟人大腿的运动形式使驱动可以集中固定在髌部。

度 3-RRR 空间闭环机构 $C_1D_1E_1C_2D_2E_2C_3D_3E_3$ (小腿, P_{3R} 机构) 串联组成。大腿绕固定轴 X_0 和固定轴 Y_0 进行复合转动时,可等效实现类似人腿绕 Z_0 轴转动的功能,在实现全向运动的同时可以使腿部驱动固定集中在髌部,且膝关节板在空间内姿态是不变的;腿部机构小腿为空间闭环机构,实现腿部在垂直方向上的伸缩运动,大腿和小腿组合实现足端姿态不变化。本文将文献^[11]所提出的腿部机构的小腿部分改进为呈环形阵列的 3-RRR 空间闭环机构,使小腿在空间内运动时具有更好的各向对称性。

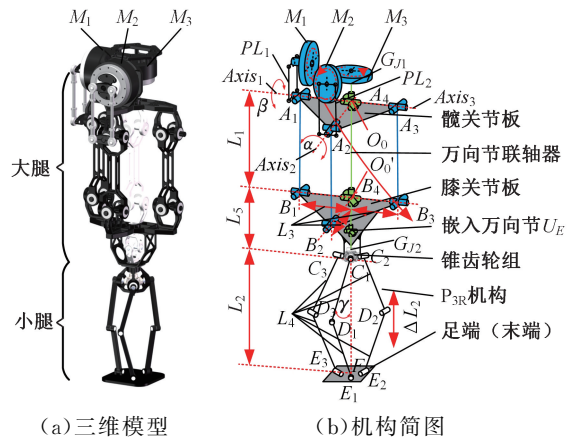


图 2 全向运动仿生腿三维模型
Fig.2 The 3D-model of the OmniLeg

为直观展示全向运动仿生腿的运动特点和优势,分别给出了它在 (M_1, M_3) 和 (M_1, M_2, M_3) 两组电机组合驱动下的运动案例,如图 3 所示。可以看出全向运动仿生腿具备以下特点和优势: ①足端运动区域呈现出完全的对称; ②电机固定安装在髌关节板上,降低了转动惯量,电机和控制单元等集中安置,易于防护; ③腿部运动时足端无伴随转动,降低了运动复杂度; ④大腿实现了承载与传动的功能集成; ⑤抬腿动作既可以通过大腿与小腿的组合运动实现,也可以单独通过小腿的运动实现。

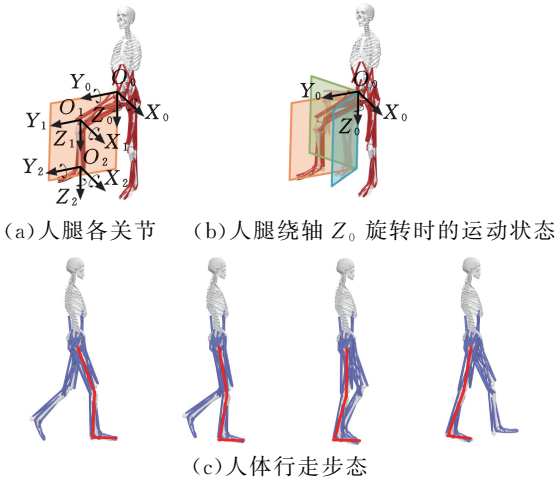


图 1 人类腿部结构及人体行走步态
Fig.1 The human leg mechanism and the human walking gait

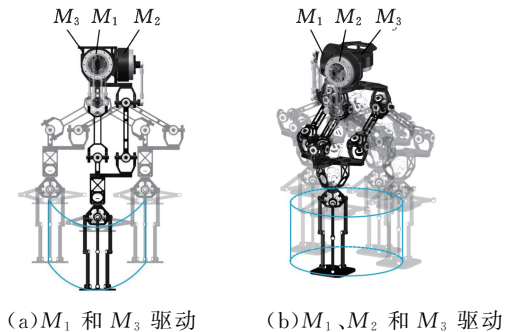
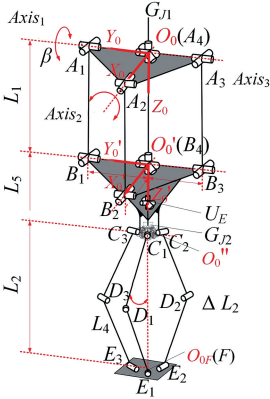


图 3 全向运动仿生腿的运动案例
Fig.3 The motion cases of the OmniLeg

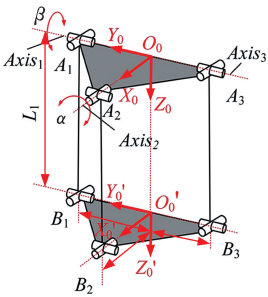
如图 2 所示,全向运动仿生腿由 2 自由度空间双平行并联机构 $A_1B_1A_2B_2A_3B_3$ (大腿) 和 1 自由

2 运动学建模

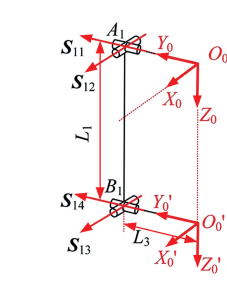
全向运动仿生腿大腿与小腿的运动是相对独立的。据此,本文提出对大腿和小腿单独进行运动学建模再结合影响系数法建立整腿运动学模型的多方法联合建模法,降低对整体直接进行建模的难度。删除驱动后全向运动仿生腿腿部机构的运动简图和各机构的单独运动简图见图 4。



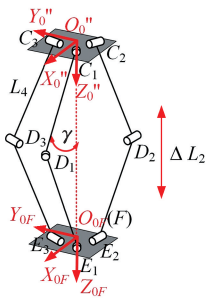
(a) 整腿无驱动运动简图



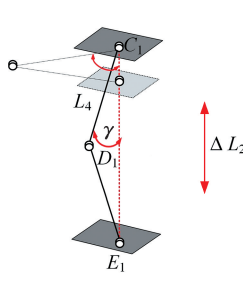
(b) 大腿运动简图



(c) $O_0A_1B_1O_0'$ 支链简图



(d) 小腿运动简图



(e) $C_1D_1E_1$ 支链简图

图 4 OmniLeg 运动简图

Fig.4 The mechanism diagram of OmniLeg

各部分参数名称及符号见表 1。设定初始状态下,整腿与地面垂直且小腿处于完全伸直状态, α 、 β 及 γ 均为 0。分别在髌关节板、膝关节板和足端建立笛卡儿坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 、 $O'_0X'_0Y'_0Z'_0$ 、 $O''_0X''_0Y''_0Z''_0$ 与 $O_{0F}X_{0F}Y_{0F}Z_{0F}$ 。轴 X_0 与轴 $Axis_2$ 共线,轴 Y_0 与轴 $Axis_1$ 共线,轴 Z_0 通过右手法则得到。其余坐标系的建立原则与 $O_0X_0Y_0Z_0$ 相同。初始状态下点 O_0 、点 O'_0 和点 O_{0F} 共线。

表 1 全向运动仿生腿各尺寸参数名称及符号

Tab.1 The name and symbol of the dimension parameters of the OmniLeg

参数名称	量符号
U 副	$A_i (i = 1, 2, 3), B_i (i = 1, 2, 3)$
$A_i, B_i (i = 1, 2, 3)$ 杆长	L_1
U 副 A_i, B_i 至 O_0 的距离	L_3
膝关节高度	L_5
A_2 绕轴 X_0 的转角	α
$C_i, D_i (i = 1, 2, 3)$ 转角	γ
R 副	$C_i (i = 1, 2), D_i (i = 1, 2), E_i (i = 1, 2)$
小腿长度	L_2
$C_i, D_i (i = 1, 2, 3)$ 及 $D_i, E_i (i = 1, 2, 3)$ 杆长	L_4
小腿长度改变量	ΔL_2
A_1 绕轴 X_0 的转角	β
U 副 $A_i (i = 1, 2, 3)$ 与髌关节板始终平行的转动轴	$Axis_i (i = 1, 2, 3)$

初始状态下大腿机构的运动简图见图 4b,该部分较为复杂,适宜使用旋量法进行建模。

首先,分析支链 $O_0A_1B_1O'_0$,将其转动角依次设定为 $\theta_{1i} (i = 1, 2, 3)$,则各关节轴的单位矢量为

$$\begin{cases} \omega_{11} = \omega_{14} = [0 \ 1 \ 0]^T \\ \omega_{12} = \omega_{13} = [1 \ 0 \ 0]^T \end{cases} \quad (1)$$

在各关节轴上取一点:

$$\begin{cases} q_{11} = q_{12} = [0 \ L_3 \ 0]^T \\ q_{13} = q_{14} = [0 \ L_3 \ L_1]^T \end{cases} \quad (2)$$

进一步得到各关节运动旋量 $S = [\omega \ v]^T$, $v = q \times \omega$ 。当机构处于初始状态时,在支链 $O_0A_1B_1O'_0$ 中,运动坐标系 $O'_0X'_0Y'_0Z'_0$ 相对于固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 的位姿为

$$\begin{cases} M = \begin{bmatrix} I_3 & {}^0_0P_{O'_0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ P_{O'_0i} = [0 \ 0 \ L_1]^T \end{cases} \quad (3)$$

式中: ${}^0_0P_{O'_0}$ 为点 O'_0 在固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 中的位置矢量; I_3 为三阶单位矩阵; $P_{O'_0i}$ 为初始状态下点 O'_0 在固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 中的位置矢量。

支链 $O_0A_1B_1O'_0$ 的正运动学方程 0_0T_1 (包括姿态与位置) 可以通过指数积公式得到:

$${}^0_0T_1 = \left(\prod_{i=1}^4 e^{\hat{s}_i \theta_{1i}} \right) \cdot M = \begin{bmatrix} {}^0_0R_1 & {}^0_0P_{O'_0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$${}^0_0R_1 = \begin{bmatrix} {}^0_0R_{111} & {}^0_0R_{112} & {}^0_0R_{113} \\ {}^0_0R_{121} & {}^0_0R_{122} & {}^0_0R_{123} \\ {}^0_0R_{131} & {}^0_0R_{132} & {}^0_0R_{133} \end{bmatrix} \quad {}^0_0P_{O'_0} = \begin{bmatrix} {}^0_0P_{O'_0x} \\ {}^0_0P_{O'_0y} \\ {}^0_0P_{O'_0z} \end{bmatrix}$$

$$e^{\hat{s} \theta} = \begin{bmatrix} e^{\hat{\theta}} & (I - e^{\hat{\theta}})(\omega \times v) + \omega \omega^T v \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中, 0_0R_1 为运动坐标系 $O'_0X'_0Y'_0Z'_0$ 相对于固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 的旋转矩阵; $e^{\hat{\theta}}$ 可利用罗德里格斯公式(Rodrigue's formula) 计算:

$$e^{\hat{\omega}\theta} = \mathbf{I}_3 + \hat{\omega} \sin \theta + \hat{\omega}^2 (1 - \cos \theta)$$

当腿部机构处于初始状态时,3 条支链 $O_0A_iB_iO'_0$ ($i = 1, 2, 3$) 呈绕轴 Z_0 的环形排列。此处引入矩阵 ${}^k\mathbf{R}$, 表示支链 $O_0A_iB_iO'_0$ ($i = 1, 2, 3$) 相对于支链 $O_0A_1B_1O'_0$ 绕轴 Z_0 旋转了 δ 角度, 表示为

$${}^k\mathbf{R} = \text{rot}(Z_0, \delta) = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\delta = \frac{\pi}{2} (k - 1) \quad k = 1, 2, 3$$

联立式(1)、式(2) 及式(5) 可得第 k 个支链各转动关节轴的单位矢量及在轴上取得的点:

$$\omega_{ki} = {}^k\mathbf{R}\omega_{1i} \quad (6)$$

$$q_{ki} = {}^k\mathbf{R}q_{1i} \quad (7)$$

$$i = 1, 2, 3, 4 \quad k = 1, 2, 3$$

据此, 可以建立支链 $O_0A_2B_2O'_0$ 及支链 $O_0A_3B_3O'_0$ 的正运动学方程 ${}^{0_0}\mathbf{T}_2$ 、 ${}^{0_0}\mathbf{T}_3$ 。因为三条支链足端共点, 因此有

$${}^{0_0}\mathbf{T}_1 = {}^{0_0}\mathbf{T}_2 = {}^{0_0}\mathbf{T}_3 \quad (8)$$

整理后得点 O'_0 在 $O_0X_0Y_0Z_0$ 中的位置与驱动角 β (θ_{11}) 和 α (θ_{21}) 之间的关系:

$$\left. \begin{aligned} {}^{0_0}P_{O'_0x} &= L_1 \cos(\arctan(\tan \alpha \cos \beta)) \\ {}^{0_0}P_{O'_0y} &= -L_1 \sin(\arctan(\tan \alpha \cos \beta)) \\ {}^{0_0}P_{O'_0z} &= L_1 \cos \beta \cos(\arctan(\tan \alpha \cos \beta)) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

图 4d 为小腿运动简图, 其三个支链 $C_iD_iE_i$ ($i = 1, 2$) 的运动状态完全相同。图 4e 展示了支链 $C_1D_1E_1$ 的运动, 它与曲柄滑块机构的运动等效, 根据几何关系可以得到支链末端在坐标系 $O''_0X''_0Y''_0Z''_0$ 内的运动公式:

$$\Delta L_2 = 2L_4 - 2L_4 \cos \gamma \quad (10)$$

综合大腿和小腿位置正解模型, 最终得到腿部机构足端在固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 中的位置 ${}^{0_0}\mathbf{P}_F$ 与驱动角 β (θ_{11}) 和 α (θ_{21}) 之间的关系:

$$\left. \begin{aligned} {}^{0_0}P_{F_x} &= \frac{L_1 \sin \beta}{\sqrt{1 + \cos^2 \beta \tan^2 \alpha}} \\ {}^{0_0}P_{F_y} &= -\frac{L_1 \cos \beta \tan \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \beta \tan^2 \alpha}} \\ {}^{0_0}P_{F_z} &= \frac{L_1 \cos \beta}{\sqrt{1 + \cos^2 \beta \tan^2 \alpha}} + 2L_4 \cos \gamma + L_5 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

同时也可以得到 U 副 A_1 与 A_2 中的非驱动 R 副的转角与驱动角 β (θ_{11}) 和 α (θ_{21}) 之间的关系:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{12} &= \arctan(\tan \alpha \cos \beta) \\ \theta_{22} &= \arctan(\tan \beta \cos \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

位置逆解模型由几何法推导。如图 5 所示, 过点 O_0 作垂直于足端面 $E_1E_2E_3$ 的垂线 O_0O_{0E} , O_0O_{0E} 与面 $B_1B_2B_3$ 交于点 O_{0B} 。根据三角形正切与余弦定理即可推得位置逆解模型:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \arctan({}^{0_0}P_{F_y} / \sqrt{L_1^2 - ({}^{0_0}P_{F_x}^2 + {}^{0_0}P_{F_y}^2)}) \\ \beta &= \arctan({}^{0_0}P_{F_x} / \sqrt{L_1^2 - ({}^{0_0}P_{F_x}^2 + {}^{0_0}P_{F_y}^2)}) \\ \gamma &= \arccos({}^{0_0}P_{F_z} - L_5 - \sqrt{L_1^2 - ({}^{0_0}P_{F_x}^2 + {}^{0_0}P_{F_y}^2)} / (2L_4)) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

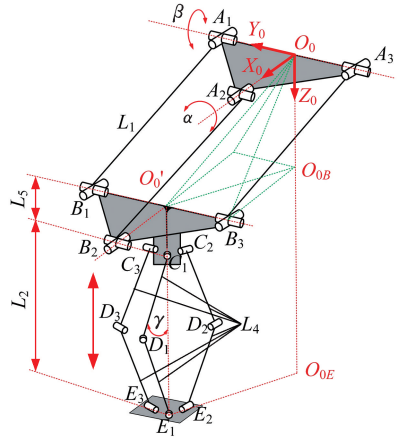


图 5 几何法位置逆解示意图

Fig.5 Inverse position solution using geometric method

根据影响系数法, 分别求式(11) 中 ${}^{0_0}P_{F_x}$ 、 ${}^{0_0}P_{F_y}$ 和 ${}^{0_0}P_{F_z}$ 关于 α 、 β 和 γ 的偏导数, 得到速度映射关系模型:

$${}^{0_0}\mathbf{v}_F = \mathbf{J}_{vF} \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_x}}{\partial \alpha} & \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_x}}{\partial \beta} & \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_x}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_y}}{\partial \alpha} & \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_y}}{\partial \beta} & \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_y}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_z}}{\partial \alpha} & \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_z}}{\partial \beta} & \frac{\partial {}^{0_0}P_{F_z}}{\partial \gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: \mathbf{J}_{vF} 为腿部机构各驱动关节到足端速度之间的关系矩阵, 即一阶影响系数矩阵。

足端在坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 下的姿态不发生变化, 故其角速度、角加速度均为 0。根据影响系数法, 足端的线加速度表达式通过对式(14) 求时间的导数得到。至此, 完成整腿运动学建模。

3 动力学建模

首先推导腿部各部分的运动学模型, 为动力学建模奠定基础。全向运动仿生腿大腿由三条支链 $O_0A_iB_iO'_0$ ($i = 1, 2, 3$) 组成。以支链 $O_0A_1B_1O'_0$ 为例介绍建模方法, 其运动简图见图 6。

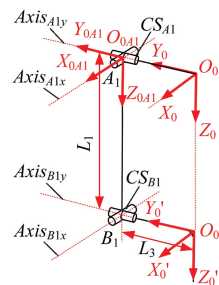


图 6 支链 $O_0A_1B_1O'_0$ 运动简图

Fig.6 The mechanism diagram of the branch

$O_0A_1B_1O'_0$

建立各杆件在固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 下的运动学模型。十字轴 CS_{A_1} 的角速度矢量为

$${}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{CS_{A_1}} = [0 \ \dot{\theta}_{11} \ 0]^T = [0 \ \dot{\beta} \ 0]^T \quad (15)$$

十字轴质心的线速度为 0。十字轴 CS_{B_1} 仅绕轴 Y'_0 转动,故其角速度矢量为

$${}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{CS_{B_1}} = [0 \ \dot{\theta}_{14} \ 0]^T = [0 \ -\dot{\beta} \ 0]^T \quad (16)$$

十字轴 CS_{B_1} 质心相对于膝关节板的线速度为 0。大腿杆 A_1B_1 质心与几何中心重合。大腿杆 A_1B_1 绕轴 $Axis_{A_{1y}}$ 与 $Axis_{A_{1x}}$ 转动,其角速度为 U 副 A_1 的两个转角的角速度 $\dot{\theta}_{11}$ 和 $\dot{\theta}_{12}$ 的矢量和。根据角速度传递关系(叠加原理),可知大腿杆 A_1B_1 在坐标系 $O_{0A_1}X_{0A_1}Y_{0A_1}Z_{0A_1}$ 内的角速度矢量为

$$\begin{aligned} {}^{0_{0A_1}}\boldsymbol{\omega}_{A_1B_1} &= \boldsymbol{\omega}_{\theta_{11}} + \boldsymbol{\omega}_{\theta_{12}} = \mathbf{r}_{\theta_{11}}\dot{\theta}_{11} + \mathbf{r}_{\theta_{12}}\dot{\theta}_{12} \quad (17) \\ \left. \begin{aligned} \mathbf{r}_{\theta_{11}} &= \text{rot}(Axis_{A_{1y}}, \theta_{11})[0 \ 1 \ 0]^T \\ \mathbf{r}_{\theta_{12}} &= \text{rot}(Axis_{A_{1y}}, \theta_{11})\text{rot}(Axis_{A_{1x}}, \theta_{12})[1 \ 0 \ 0]^T \end{aligned} \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{r}_{\theta_{11}}$ 、 $\mathbf{r}_{\theta_{12}}$ 分别为杆 A_1B_1 绕轴 $Axis_{A_{1y}}$ 和 $Axis_{A_{1x}}$ 旋转的关节转角的方向矢量; $\text{rot}(Axis_{A_{1y}}, \theta_{11})$ 、 $\text{rot}(Axis_{A_{1x}}, \theta_{12})$ 分别表示杆 A_1B_1 绕轴 $Axis_{A_{1y}}$ 和 $Axis_{A_{1x}}$ 的旋转变换矩阵。

对式(12)中 θ_{12} 求全微分,可得 $\dot{\theta}_{11}$ 、 $\dot{\theta}_{12}$ 分别与全向运动仿生腿三个电机的角速度 $\dot{\alpha}$ 、 $\dot{\beta}$ 、 $\dot{\gamma}$ 的关系。已知初始状态下杆件 A_1B_1 质心在坐标系 $O_{0A_1}X_{0A_1}Y_{0A_1}Z_{0A_1}$ 中的位置矢量为 $\mathbf{P}_{A_1B_1c}$, 则杆件做旋转运动后其质心的位置矢量为

$$\left. \begin{aligned} {}^{0_{0A_1}}\mathbf{P}_{A_1B_1c} &= {}^{0_{0B_1}}\mathbf{R}\mathbf{P}_{A_1B_1c} \\ {}^{0_{0B_1}}\mathbf{R} &= \text{rot}(Axis_{A_{1y}}, \theta_{11})\text{rot}(Axis_{A_{1x}}, \theta_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: ${}^{0_{0B_1}}\mathbf{R}$ 为杆件 A_1B_1 的旋转矩阵。

杆件 A_1B_1 质心处的线速度矢量为

$${}^{0_{0A_1}}\mathbf{v}_{A_1B_1c} = {}^{0_{0A_1}}\boldsymbol{\omega}_{A_1B_1} \times {}^{0_{0A_1}}\mathbf{P}_{A_1B_1c} \quad (20)$$

坐标系 $O_{0A_1}X_{0A_1}Y_{0A_1}Z_{0A_1}$ 与 $O_0X_0Y_0Z_0$ 的姿态始终相同,故杆件 A_1B_1 的角速度矢量、质心的位置矢量和质心的线速度矢量分别为

$${}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{A_1B_1} = {}^{0_{0A_1}}\boldsymbol{\omega}_{A_1B_1} \quad (21)$$

$${}^{0_0}\mathbf{P}_{A_1B_1c} = {}^{0_{0A_1}}\mathbf{P}_{A_1B_1c} + [0 \ L_3 \ 0]^T \quad (22)$$

$${}^{0_0}\mathbf{v}_{A_1B_1c} = {}^{0_{0A_1}}\mathbf{v}_{A_1B_1c} \quad (23)$$

已知杆件 A_1B_1 质心的线速度矢量,对其求时间的导数即可得到质心的线加速度。大腿其余两支链建模方法与上述类似,不再赘述。

如图 7 所示,小腿传动机构由万向节联轴器 $G_{J1}A_4B_4U_EG_{J2}$ 和锥齿轮组(传动比为 1:1) 构成。

杆 $G_{J1}A_4$ 内嵌在髌关节板内,且转动轴始终与 Z_0 同轴,故其角速度矢量及线速度矢量为

$${}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{G_{J1}A_4} = [0 \ 0 \ \dot{\gamma}]^T \quad (24)$$

$${}^{0_0}\mathbf{v}_{G_{J1}A_4} = 0 \quad (25)$$

根据几何传递关系,杆 $G_{J1}A_4$ 、杆 B_4U_E 、

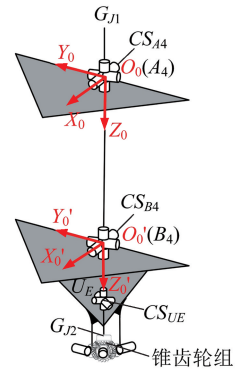


图 7 小腿传动机构运动简图

Fig.7 The mechanism diagram of the transmission mechanism of the lower leg

U_EG_{J2} 、十字轴 CS_{UE} 和四个锥齿轮角速度相同。后四者的质心始终位于自旋转轴上,故相对膝关节板的线速度为 0。

杆 A_4B_4 的自旋转轴与万向节联轴器主动杆 $G_{J1}A_4$ 的轴线存在一个变化的角度,不等速特性复杂,不易解耦。考虑到杆 A_4B_4 、十字轴 CS_{A_4} 及十字轴 CS_{B_4} 的质量在整腿的质量中占比较小,忽略不等速特性及耦合运动后,对构建整腿动力学模型的影响较小,因此,本文忽略上述运动耦合,视万向节联轴器 $A_4B_4U_E$ 由电机 M_3 带来的自旋运动与由电机 M_1 和电机 M_2 带来的运动相互独立,以降低动力学建模难度。

设初始状态下,万向节 A_4 、 B_4 与 U 副 A_1 、 B_1 方向相同。忽略耦合运动后,十字轴 CS_{A_4} 、 CS_{B_4} 绕各轴旋转的关节转角的方向矢量始终不变。参考支链 $O_0A_1B_1O'_0$ 相关分析,可得十字轴 CS_{A_4} 、 CS_{B_4} 的角速度矢量及线速度矢量:

$${}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{CS_{A_4}} = {}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{CS_{A_1}} + [0 \ 0 \ \dot{\gamma}]^T = [0 \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T \quad (26)$$

$${}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{CS_{B_4}} = {}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{CS_{B_1}} + [0 \ 0 \ \dot{\gamma}]^T = [0 \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T \quad (27)$$

$${}^{0_0}\mathbf{v}_{CS_{A_4}} = {}^{0_0}\mathbf{v}_{CS_{A_1}} = 0 \quad (28)$$

CS_{B_4} 的线速度和膝关节板一致,后文一并分析。当杆 A_4B_4 由电机 M_1 和 M_2 所带来的运动与电机 M_3 所带来的运动相互独立时,其角速度为

$$\begin{aligned} {}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{A_4B_4} &= {}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{A_1B_1} + \boldsymbol{\omega}_\gamma = {}^{0_0}\boldsymbol{\omega}_{A_1B_1} + \mathbf{r}_\gamma\dot{\gamma} \quad (29) \\ \mathbf{r}_\gamma &= [0 \ 0 \ 1]^T \end{aligned}$$

忽略电机 M_3 带来的运动后,杆 A_4B_4 的质心与杆 A_1B_1 的质心的线速度矢量相同:

$${}^{0_0}\mathbf{v}_{A_4B_4} = {}^{0_0}\mathbf{v}_{A_1B_1} \quad (30)$$

已知初始状态下杆 A_4B_4 质心在坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 下的位置矢量 $\mathbf{P}_{A_4B_4c}$, 则运动后,杆 A_4B_4 质心的位置矢量为

$${}^{0_0}\mathbf{P}_{A_4B_4c} = {}^{0_{0B_4}}\mathbf{R}\mathbf{P}_{A_4B_4c} = {}^{0_{0B_1}}\mathbf{R}\mathbf{P}_{A_4B_4c} \quad (31)$$

其中, ${}^{0_{0B_4}}\mathbf{R}$ 为杆 A_4B_4 的旋转矩阵,忽略电机 M_3 带来的运动后 ${}^{0_{0A_4}}\mathbf{R} = {}^{0_{0B_1}}\mathbf{R}$ 。

已知膝关节板在坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 下始终作平移运动,故角速度为 0,且内部各点的线速度均相等,因此膝关节板质心的线速度与点 O'_0 的线速度一致。

对点 O'_0 位置模型(式(9))求偏导得点 O'_0 的线速度矢量为

$${}^0\mathbf{v}_{O'_0} = \mathbf{J}_{vO'_0} \cdot [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T \quad (32)$$

式中: $\mathbf{J}_{vO'_0}$ 为点 O'_0 的速度雅可比矩阵。

膝关节板及内嵌零件所组成的装配体(简称“膝关节板部件总成”)的质心在坐标系 $O'_0X'_0Y'_0Z'_0$ 中的坐标为 ${}^{O'_0}\mathbf{P}_{A_{bc}}$ 。根据几何关系,膝关节板部件总成的质心位置矢量可表示为

$${}^{O'_0}\mathbf{P}_{A_{bc}} = {}^{O'_0}\mathbf{P}_{A_{bc}} + {}^{O'_0}\mathbf{P}_{O'_0} \quad (33)$$

全向运动仿生腿小腿由三条支链组成($C_iD_iE_i(i=1,2,3)$)。以支链 $C_1D_1E_1$ 为例介绍建模方法。如图 8 所示,在点 C_1 处建立固定坐标系 $O_{C_1}X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$, Z_{C_1} 与 Z'_0 同向, X_{C_1} 与 R 副 C_1 同轴并垂直于支链 $C_1D_1E_1$ 的运动平面向外, Y_{C_1} 方向根据右手法则得到。在点 D_1 处建立运动坐标系 $O_{D_1}X_{D_1}Y_{D_1}Z_{D_1}$, Z_{D_1} 沿杆 C_1D_1 方向向下, X_{D_1} 与 X_{C_1} 同向, Y_{D_1} 由右手法则决定。同理,建立运动坐标系 $O_{E_1}X_{E_1}Y_{E_1}Z_{E_1}$ 。

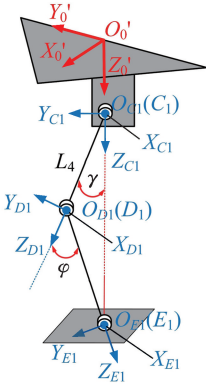


图 8 支链 $C_1D_1E_1$ 运动简图

Fig.8 The mechanism diagram of the branch $C_1D_1E_1$

首先,建立各杆件在固定坐标系 $O_{C_1}X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$ 下的运动学模型。杆 C_1D_1 的角速度矢量为

$${}^{O_{C_1}}\boldsymbol{\omega}_{C_1D_1} = \boldsymbol{\omega}_\gamma = \mathbf{r}_\gamma \dot{\gamma} \quad (34)$$

已知杆 C_1D_1 的质心初始位置矢量为 $\mathbf{P}_{C_1D_1ic}$,则运动后其质心的位置矢量为

$${}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{C_1D_1c} = {}^{O_{C_1}}\mathbf{R}\mathbf{P}_{C_1D_1ic} \quad (35)$$

式中: ${}^{O_{C_1}}\mathbf{R}$ 为坐标系 $O_{D_1}X_{D_1}Y_{D_1}Z_{D_1}$ 相对坐标系 $O_{C_1}X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$ 的旋转矩阵。

进一步,得杆 C_1D_1 线速度矢量为

$${}^{O_{C_1}}\mathbf{v}_{C_1D_1c} = {}^{O_{C_1}}\boldsymbol{\omega}_{C_1D_1} \times {}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{C_1D_1c} \quad (36)$$

杆 D_1E_1 的角速度矢量为

$${}^{O_{C_1}}\boldsymbol{\omega}_{D_1E_1} = \boldsymbol{\omega}_\gamma + \boldsymbol{\omega}_\varphi = \mathbf{r}_\gamma \dot{\gamma} + \mathbf{r}_\varphi \dot{\varphi} \quad (37)$$

式中: \mathbf{r}_φ 为杆 D_1E_1 在坐标系 $O_{D_1}X_{D_1}Y_{D_1}Z_{D_1}$ 内的转角方向向量。

令 $\mathbf{P}_{D_1E_1ic}$ 为杆 D_1E_1 的质心在坐标系 $O_{D_1}X_{D_1}Y_{D_1}Z_{D_1}$ 中的初始坐标, $\mathbf{P}_{O_{D_1}ic}$ 为点 O_{D_1} 在坐标系 $O_{C_1}X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$ 下的初始位置矢量,均为已知量。运动后,杆 D_1E_1 质心位置坐标为

$${}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{D_1E_1c} = {}^{O_{C_1}}\mathbf{R}\mathbf{P}_{O_{D_1}ic} + {}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{D_1E_1ic} \quad (38)$$

$${}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{D_1E_1c} = {}^{O_{C_1}}\mathbf{R}{}^{O_{D_1}}\mathbf{R}\mathbf{P}_{D_1E_1ic} \quad (39)$$

式中: ${}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{D_1E_1c}$ 为杆 D_1E_1 的质心在坐标系 $O_{D_1}X_{D_1}Y_{D_1}Z_{D_1}$ 中的位置矢量于坐标系 $O_{C_1}X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$ 中的表述; ${}^{O_{D_1}}\mathbf{R}$ 为坐标系 $O_{E_1}X_{E_1}Y_{E_1}Z_{E_1}$ 相对坐标系 $O_{C_1}X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$ 的旋转矩阵。

进一步,得到杆 D_1E_1 质心的线速度矢量:

$${}^{O_{C_1}}\mathbf{v}_{D_1E_1c} = [\mathbf{r}_\gamma \times {}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{D_1E_1c} \quad \mathbf{r}_\varphi \times {}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{D_1E_1c}] \cdot [\dot{\gamma} \quad \dot{\varphi}]^T \quad (40)$$

综合上述,根据传递关系,可知杆 C_1D_1 在固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 下的角速度矢量、质心的位置矢量和质心的线速度矢量分别为

$${}^0\boldsymbol{\omega}_{C_1D_1} = {}^0_{O_{C_1}}\mathbf{R}{}^{O_{C_1}}\boldsymbol{\omega}_{C_1D_1} \quad (41)$$

$${}^0\mathbf{P}_{C_1D_1c} = {}^0\mathbf{P}_{O'_0} + {}^0\mathbf{P}_{O_{C_1}} + {}^0_{O_{C_1}}\mathbf{R}{}^{O_{C_1}}\mathbf{P}_{C_1D_1c} \quad (42)$$

$${}^0\mathbf{v}_{C_1D_1c} = {}^0\mathbf{v}_{O'_0} + {}^0_{O_{C_1}}\mathbf{R}{}^{O_{C_1}}\mathbf{v}_{C_1D_1c} \quad (43)$$

式中: ${}^0\mathbf{P}_{O_{C_1}}$ 为点 O_{C_1} 在坐标系 $O'_0X'_0Y'_0Z'_0$ 中的位置坐标,是一个固定不变的已知坐标; ${}^0_{O_{C_1}}\mathbf{R}$ 为坐标系 $O_{C_1}X_{C_1}Y_{C_1}Z_{C_1}$ 相对坐标系 $O'_0X'_0Y'_0Z'_0$ 的旋转矩阵,为常数矩阵。

杆 D_1E_1 同理。在进行动力学建模之前,对腿部机构进行简化并对一部分条件进行假设:
① 设定机构各部分为密度均匀的绝对刚体;
② 忽略传动机构 $PL_i(i=1,2)$ 对机构动力学的影响。

建立各杆件动能 K_* 和势能 P_* :

$$\left. \begin{aligned} K_* &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_*^T \mathbf{I}_* \boldsymbol{\omega}_* + \frac{1}{2} m_* \mathbf{v}_*^T \mathbf{v}_* \\ P_* &= m_* g \mathbf{P}_* \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

式中,下标 * 为杆件名称; \mathbf{I}_* 为杆件绕其质心转动惯量矩阵; $\boldsymbol{\omega}_*$ 为杆件角速度矢量; \mathbf{v}_* 为杆件质心线速度矢量; \mathbf{P}_* 为杆件质心位置矢量; m_* 为杆件质量; g 为重力加速度。

根据拉格朗日动力学建模法,对腿部机构总能量求导建立标准拉格朗日动力学公式:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} \right) - \frac{\partial L(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}} \quad (45)$$

进一步,改写为矩阵形式:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\eta})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{V}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \mathbf{G}(\boldsymbol{\eta})\partial L(\boldsymbol{\eta})/\partial \boldsymbol{\eta} \quad (46)$$

式中: $\mathbf{M}(\boldsymbol{\eta})$ 为惯量矩阵; $\mathbf{V}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})$ 为速度系数矩阵; $\mathbf{G}(\boldsymbol{\eta})$ 为外力矢量,此处仅为重力矩阵; $\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}$ 及 $\ddot{\boldsymbol{\eta}}$ 分别为各电机角度、角速度和角加速度。

根据虚功原理建立足端输出力 \mathbf{F} 与电机力矩 $\boldsymbol{\tau}$ 之间的关系:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{J}_{vF}^T)^{-1} \boldsymbol{\tau} \quad (47)$$

联立式(46)、式(47) 得动力学公式:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{J}_{vF}^T)^{-1}(\mathbf{M}(\boldsymbol{\eta})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{V}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \mathbf{G}(\boldsymbol{\eta})) \quad (48)$$

若足端有外力 \mathbf{F}_f , 则上式改写为

$$\mathbf{F}_{ff} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_f \quad (49)$$

据此可得到有外力情况下的动力学公式:

$$\boldsymbol{\tau}_{ff} = (\mathbf{J}_{vF})^T \mathbf{F}_{ff} \quad (50)$$

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= 0.1(0.06144t^5 - 0.384t^4 + 0.64t^3) & 0 \leq t \leq 2.5 \\ X(t) &= 0.1(0.06144(T-t)^5 - 0.384(T-t)^4 + 0.64(T-t)^3) & 2.5 \leq t \leq 5 \\ Y(t) &= 0.1(0.00192t^5 - 0.024t^4 + 0.08t^3) \\ Z(t) &= 0.05(-0.004096t^6 + 0.06144t^5 - 0.3072t^4 + 0.512t^3) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

4 仿真验证与样机实验

通过仿真及实验对运动学和动力学模型进行验证。腿部机构尺寸参数如表 2 所示。

表 2 全向运动仿生腿各尺寸参数

Tab.2 The dimension parameters of the OmniLeg

L_1	L_2	L_3	L_4
0.15 m	0.017 ~ 0.19 m	0.075 m	0.095 m
L_5	α	β	γ
0.160 m	$0^\circ \sim 65^\circ$	$0^\circ \sim 65^\circ$	$0^\circ \sim 85^\circ$

首先仿真验证运动学逆解模型, 令足端轨迹按如下轨迹运动:

仿真得到足端的位置、速度和加速度变化情况, 如图 9 所示。然后给定一组驱动函数:

$$\left. \begin{aligned} \alpha(t) &= \frac{\pi}{6} \sin(\pi t/3) \\ \beta(t) &= \frac{\pi}{6} \sin(\pi t/3) \\ \gamma(t) &= \frac{25\pi}{180} \sin(\pi t/3) \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

$0 \leq t \leq 6$

仿真得足端位置、速度和加速度变化情况, 如图 10 所示。

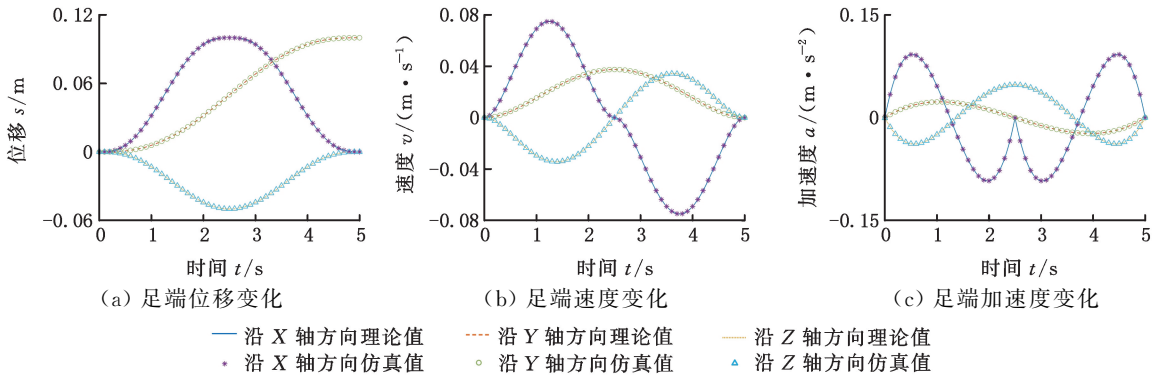


图 9 运动学逆解模型仿真验证

Fig.9 The simulation verification of inverse kinematics model

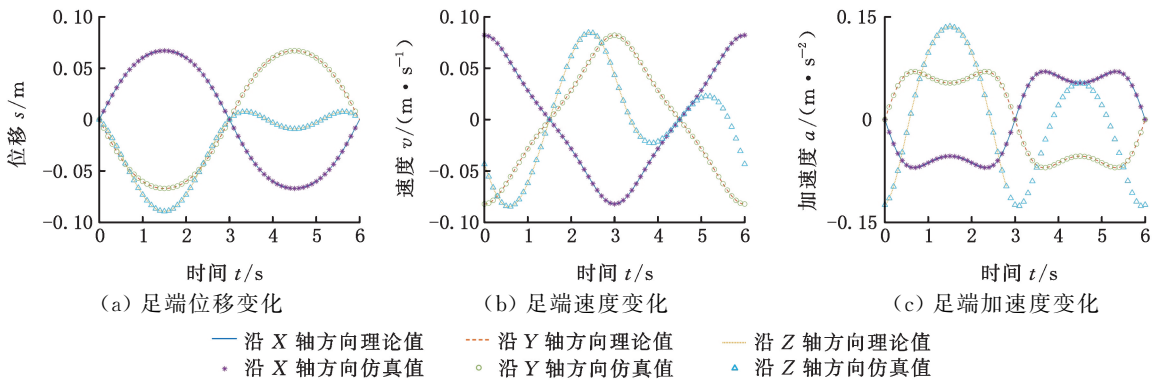


图 10 运动学正解模型仿真验证

Fig.10 The simulation verification of positive kinematics model

计算逆解仿真与理论的位置、速度和加速度的最大误差分别为 $42.5 \mu\text{m}$ 、 $74 \mu\text{m/s}$ 和 1.5 mm/s^2 , 误差百分比分别为 0.04% 、 0.09% 和 1.8% ; 正解仿真与理论的位置、速度和加速度的最大误差分别为 $45 \mu\text{m}$ 、 $63 \mu\text{m/s}$ 和 2.89 mm/s^2 , 误差百分比分别为 0.05% 、 0.08% 和 1.9% , 误差值均较小。上述证明所建立的运动学模型是正

确的。

接着通过仿真验证动力学模型, 设定驱动函数为式(52), 且 $0 \leq t \leq 2 \text{ s}$, 在 $0 \sim 1 \text{ s}$ 内向腿部机构足端施加一个外力 $\mathbf{F}_f = [0 \quad -20 \quad 20]^T (\text{N})$, 在 $1 \sim 2 \text{ s}$ 内无外力, 理论和仿真结果分别如图 11a 和图 11b 所示, 两者误差对比情况如图 11c 所示。计算得电机 M_1 、 M_2 和 M_3 的最大误差分别

约为 $2.1 \text{ mN} \cdot \text{m}$ 、 $1.5 \text{ mN} \cdot \text{m}$ 和 $5.2 \text{ mN} \cdot \text{m}$ ，误差百分比分别约为 0.1% 、 0.6% 和 0.2% 。误差是忽略不等速特性及传动机构 $PL_i (i=1,2)$ 运动造成

的。理论与仿真力矩之间绝对误差较小，相对误差在 1% 以内，证明所作出假设对动力学建模影响较小。

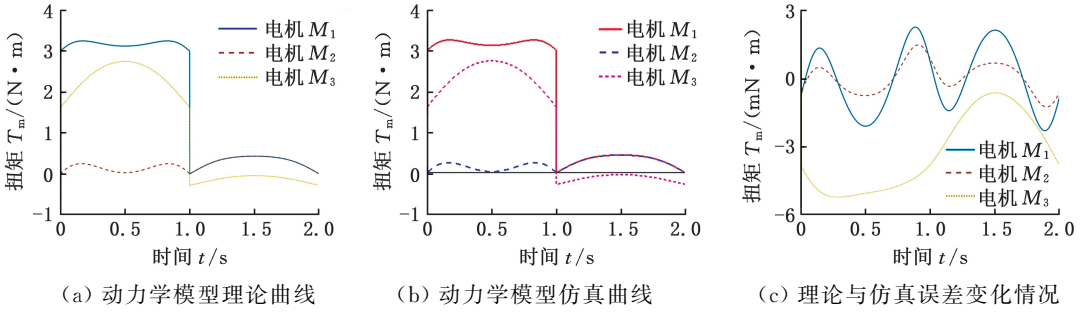


图 11 动力学模型仿真验证

Fig.11 The simulation verification of dynamic model

上述从仿真的角度证明了本文所建立的全向运动仿生腿动力学模型是可行的、正确的。下面通过实验验证所建立数学模型的正确性。如图 12 所示，开发了全向运动仿生腿的原型样机。本文使用 NOKOV 光学动作捕捉系统(图 13)监测腿部运动，以验证运动学模型。

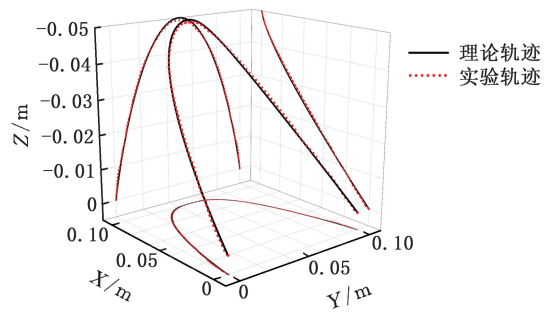


图 14 运动学逆解实验轨迹

Fig.14 Experimental trajectory of the inverse kinematics model

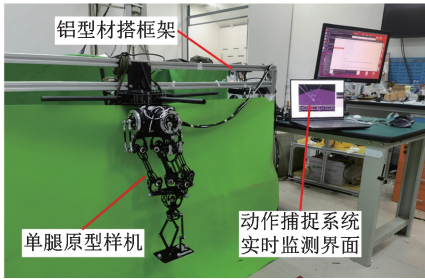


图 12 原型样机及单腿测试平台

Fig.12 The prototype and the single-leg test platform

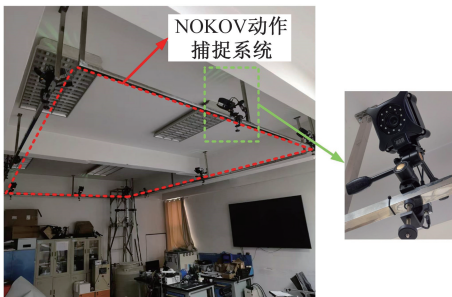


图 13 NOKOV 光学动作捕捉系统

Fig.13 NOKOV optical motion capture system

设定式(51)为足端位移曲线，实验轨迹如图 14 所示。图 15 所示为实验与理论对比结果，可以看出，位移与速度随时间的变化曲线与理论结果基本一致，加速度存在一定波动，但整体趋势与理论一致。计算 X、Y、Z 方向上最大位置误差分别为 1.4 mm 、 0.9 mm 和 1.0 mm ，误差百分比分别约为 1.4% 、 1.8% 和 2% ，误差主要由零部件加工误差及样机装配误差产生。

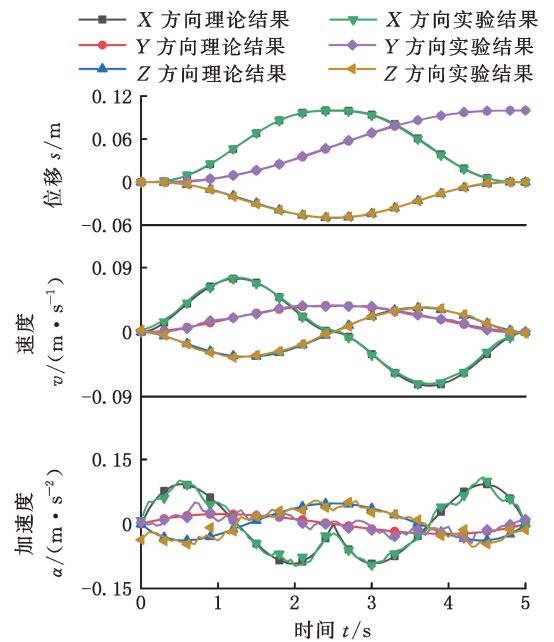


图 15 运动学逆解实验与理论结果对比

Fig.15 The comparison of experiment and theory of the inverse kinematics model

16 所示。图 17 所示为实验与理论对比结果，可知，位移与速度随时间变化曲线与理论基本一致，实验加速度存在一定波动，但趋势与理论一致。计算 X、Y、Z 方向上最大位置误差分别为 2.1

mm、1.9 mm 和 1.7 mm,误差百分比分别约为 3.0%、2.7% 和 1.9%,误差主要由电机转动函数在初始和结束时刻的速度不为零导致。

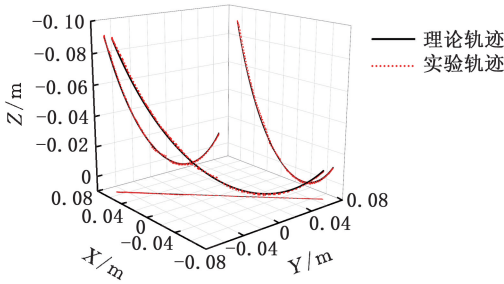


图 16 运动学正解实验轨迹

Fig.16 Experimental trajectory of the positive kinematics model

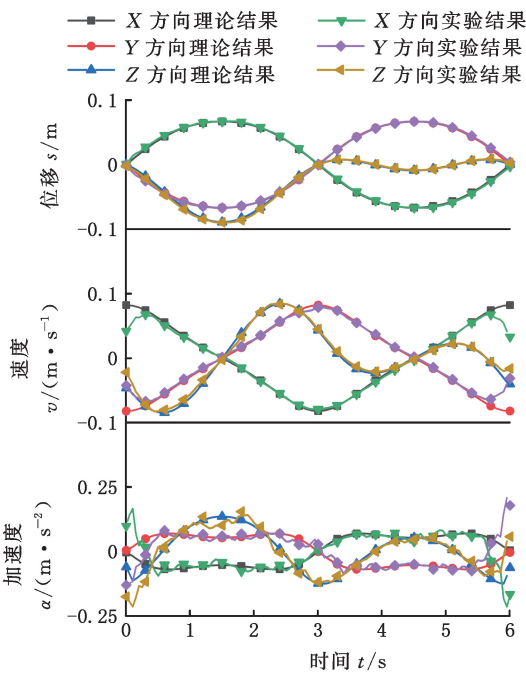


图 17 运动学正解实验与理论结果对比

Fig.17 The comparison of experiment and theory of the positive kinematics model

根据上述分析,实验与理论结果误差较小,证明所建立的运动学模型是正确的。

为验证动力学模型的正确性,搭建单腿运动平台,见图 18。

令单腿运动平台移动 6 个迈步周期(3 摆动+3 支撑),足端运动轨迹为

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= L_h \left(\frac{6t^5}{T^5} - \frac{15t^4}{T^4} + \frac{10t^3}{T^3} \right) \\ Y(t) &= L \left(\frac{6t^5}{T^5} - \frac{15t^4}{T^4} + \frac{10t^3}{T^3} \right) \\ Z(t) &= H \left(-\frac{64t^6}{T^6} + \frac{192t^5}{T^5} - \frac{192t^4}{T^4} + \frac{64t^3}{T^3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

运动参数如下: $L=0.1$ m, $H=0.05$ m(摆动期), $H=0$ (支撑期), $L_h=0$, $T=1$ s。利用电机自带的力矩传感器获取电机电力矩变化情况。

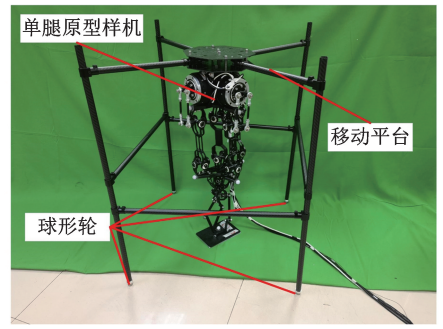


图 18 单腿运动平台

Fig.18 The single leg motion platform

图 19 所示为单腿运动平台在摆动期和支撑期时电机电力矩理论值对比结果,可以看出,在支撑期和摆动期的交换时段,理论与实验结果偏差较大,这是由于力矩传感器的监测滞后性及足端与地面交互时的振荡所导致的。在非交换时段,各电机的实际力矩变化曲线基本是沿理论曲线变化的,且电机 M_1 、 M_2 和 M_3 的扭矩最大误差分别为 0.1 N·m、 0.14 N·m 和 0.37 N·m,电机 M_2 和 M_3 的扭矩误差百分比分别约为 6.3% 和 8.7% (M_1 电机理论扭矩为 0,故不计算误差百分比),误差值较小(误差主要由机构各杆件之间存在摩擦所导致)。上述分析证明所建立的动力学模型是正确的。

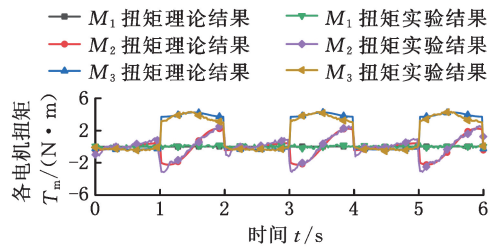


图 19 动力学验证实验与理论对比

Fig.19 The comparison of experiment and theory of the dynamic model

5 结论

1)介绍了一种新串并混联型腿部机构——全向运动仿生腿,它具有驱动固定集中、足端无伴随转动及全向运动能力三项特性。

2)提出多方法联合的建模方法,即基于不同部分的特点分别应用旋量法和几何法进行单独建模,再整合结果并结合影响系数法建立整腿运动学模型。相对于从整体角度基于单一方法进行建模,所提出的方法建模难度更小。基于拉格朗日法建立了动力学模型。

3)基于随机给定的驱动函数、足端轨迹及外力,仿真验证了所建立的全向运动仿生腿数学模型的正确性。开发原型样机,通过轨迹追踪实验,

验证了运动学模型的正确性,通过监测电机力矩变化情况,验证了动力学模型的正确性。

下一步将研制基于该腿部机构的双足机器人,并进行运动控制算法的开发工作。

参考文献:

- [1] ZHANG X, WANG H, RONG Y, et al. Dynamic Modeling of a Class of Parallel-serial Mechanisms by the Principle of Virtual Work[J]. *Meccanica*, 2023, 58(1):303-316.
- [2] NIU J, WANG H, JIANG Z, et al. Kinematic Analysis of a Serial-parallel Hybrid Mechanism and Its Application to a Wheel-legged Robot[J]. *IEEE Access*, 2020, 8:111931-111944.
- [3] 谢兵. 混联腿轮足复合救援机器人构型研究与仿真[D]. 天津:天津职业技术师范大学, 2021.
XIE Bing. Research and Simulation of Wheel-legged Compound Rescue Robot Configuration with Hybrid Legs[D]. Tianjin: Tianjin University of Technology and Education, 2021.
- [4] GAO J S, LI M X, LI Y Y, et al. Singularity Analysis and Dimensional Optimization on a Novel Serial-parallel Leg Mechanism[J]. *Procedia Engineering*, 2017, 174:45-52.
- [5] FELLER D. Kinematics of a Novel Serial-parallel, Compliant, Three-legged Robot[J]. *IEEE Access*, 2023, 11:100729-100754.
- [6] 王春臻,李瑞琴,柴超,等. 混联双平台错动式六足机器人步态分析及轨迹规划[J]. *机械传动*, 2023, 47(4):90-97.
WANG Chunzhen, LI Ruiqin CHAI Chao, et al. Gait Analysis and Trajectory Planning of a Hhybrid Dual-platform[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2023, 47(4):90-97.
- [7] 顾昌利,赵佳毅,饶晓波,等. 混联支路并联腿运动学分析与尺度综合[J]. *机械设计与制造*, 2024(3):94-99.
GU Changli, ZHAO Jiayi, RAO Xiaobo, et al. Kinematic Analysis and Dimensional Synthes of a Parallel Leg Mechanism with Hybrid Chains[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2024(3):94-99.
- [8] 董晋安. 一种新型轮腿机构的拓扑结构设计与分析[D]. 太原:太原科技大学, 2023.
DONG Jin'an. Topological Structure Design and Analysis of a Novel Wheel-legged Mechanism [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Science and Technology, 2023.
- [9] GIM K G, KIM J. Implementation of a Large-scale Biped Robot Using Serial-parallel Hybrid Leg Mechanism[C]// 19th International Conference on Ubiquitous Robots(UR). New York, 2022:115-121.
- [10] NAMAZIAN P, MASOULEH M T, ZAKERZA-

DEH M R. SPAR-Leg; Serial-Parallel Anthropomorphic Robotic Leg[C]// 11th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM). New York, 2023:876-883.

- [11] XU Y, LUO Z, BAI X, et al. Design and Experiments of a Human-leg-inspired Omnidirectional Robotic Leg[J]. *Journal of Bionic Engineering*, 2023, 20(6):2570-2589.
- [12] 樊基,陈志远,罗海瑄,等. 6-SPS 并联机构工作空间及静力学分析[J]. *机械设计*, 2023, 40(12):9-14.
FAN Ji, CHEN Zhiyuan, LUO Haixuan, et al. Workspace and Statics Analysis of 6-SPS Parallel Mechanism[J]. *Journal of Machine Design*, 2023, 40(12):9-14.
- [13] LIU J, YANG Z, DING H, et al. Design and Kinematical Performance Analysis of a Novel Reconfigurable Parallel Mechanism with Three Remote Center-of-motion Modes[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2024, 191:105513.
- [14] GALLARDO-ALVARADO J. Kinematics of a Three-legged 1R2T Decoupled Parallel Manipulator[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2023, 45(2):109.
- [15] ZHONG F, LIU G, LU Z, et al. Inverse Kinematics Analysis of Humanoid Robot Arm by Fusing Denavit-hartenberg and Screw Theory to Imitate Human Motion with Kinect[J]. *IEEE Access*, 2023, 11:67126-67139.
- [16] 叶平,孙汉旭,谭月胜,等. 旋量理论与矢量积法相结合求解雅可比矩阵[J]. *机械科学与技术*, 2005(3):353-356.
YE Pin, SUN Hanxu, TAN Yuesheng, et al. A Modified Method for Jacobian Matrix with Screw Theory and Vector Product[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2005(3):353-356.
- [17] 刘天华. 基于混联机构的空间可移动机器人性能分析与仿真研究[D]. 重庆:重庆大学, 2018.
LIU Tianhua. Performance Analysis and Simulation Research of Space Mobile Robot Based on Hybrid Mechanism[D]. Chongqing: Chongqing University, 2018.

(编辑 袁兴玲)

作者简介:徐毓泽,男,1992年生,博士。研究方向为智能无人系统平台与动力。E-mail: xuyuze_nudt@sina.com。卢钟岳*(通信作者),男,1988年生,副教授。研究方向为智能无人系统平台与动力。E-mail: luzhongyue@nudt.edu.cn。

本文引用格式:

徐毓泽,卢钟岳,朱一鸣,等. 全向运动仿生腿运动学及动力学建模与实验[J]. *中国机械工程*, 2025, 36(4):811-820.

XU Yuze, LU Zhongyue, ZHU Yiming, et al. Kinematics and Dynamics Modeling and Experiments of Omnil Legs[J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36(4):811-820.