

# 一种适用于宽频激励的地铁构架载荷识别方法

吴养民 任尊松\* 杨广雪 金新灿 徐宁 杨超

北京交通大学机械与电子控制工程学院,北京,100044

**摘要:**工程结构动载荷识别采用传递矩阵求逆的方法将产生误差,采用载荷解耦标定方法对角化传递矩阵可避免传递矩阵求逆带来的误差。为此,基于应变测量原理研制了高精度测力构架且其测量误差低于5%,建立了地铁构架多源载荷解耦识别方法。针对地铁构架受轮轨激励影响导致载荷频带较宽而引起激励频率接近构架弹性模态频率发生谐振的问题,通过二阶有阻尼系统在频域上直接量化谐振频率附近载荷幅值放大效应;利用最小二乘复频域法进行工作模态分析识别阻尼比;采用半功率带宽法确定谐振范围并得到校准临界频率;量化了载荷幅值放大效应并得到了载荷优化因子;基于谐振区振动加速度响应在一定程度上反映了处理后载荷的有效性。在时域、频域、损伤等方面,载荷预测应力与实测应力接近,预测损伤与实际损伤比值总体介于1.0~1.6之间,满足构架疲劳评估要求。研究结果对掌握地铁构架真实载荷特征及探讨共振疲劳问题具有重要的工程意义。

**关键词:**地铁构架;载荷识别;阻尼比;谐振范围;疲劳评估

**中图分类号:**U270

**DOI:**10.3969/j.issn.1004-132X.2025.03.017

**开放科学(资源服务)标识码(OSID):**



## A Method of Metro Bogie Frame Load Identification for Broadband Excitations

WU Yangmin REN Zunsong\* YANG Guangxue JIN Xincan XU Ning YANG Chao

School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing, 100044

**Abstract:** The inversion of transfer matrix in dynamic load identification of engineering structures would produce errors. The load decoupling calibration method was used to diagonalize the transfer matrix to avoid errors caused by the inversion of transfer matrix. Thus, a high-precision force measurement frame with a measurement error of less than 5% was developed based on strain measurement principle, and a multi-source load decoupling identification method for metro bogie frames was established. Aiming at the problems that the frames were affected by wheel-rail excitation, resulting in a wide load band, causing resonance when the excitation frequency was close to elastic modal frequency of the frames, the load amplitude amplification effect near the resonance frequency was directly quantified in frequency domain through a second-order damping system, and the damping ratio was identified by least squares complex frequency domain method. The resonance range was determined by half-power bandwidth method and the calibration critical frequency was obtained. The load amplitude amplification effect was quantified and the load optimization factor was obtained. The effectiveness of the processed load was reflected to a certain extent based on vibration acceleration responses in resonance areas. In terms of time domain, frequency domain and damage, the load prediction stresses are close to the measured ones, and the ratio of predicted damage to actual damage is generally between 1.0 and 1.6, which meets the requirements of frame fatigue assessment. The results have important engineering significance for understanding the real load characteristics of metro bogie frames and exploring resonance fatigue problems.

**Key words:** metro bogie frame; load identification; damping ratio; resonance range; fatigue assessment

### 0 引言

载荷是进行结构动力学分析的前提,对结构疲劳设计、断裂分析和可靠性评估至关重要。例

如,火箭发射和星箭连接界面动态载荷<sup>[1-2]</sup>是地面验证试验和可靠性评估的重要依据;冰载荷<sup>[3]</sup>是极地船舶结构设计的关键基础;风浪载荷<sup>[4-5]</sup>是沿海桥梁和近岸海面风场设计的主要考虑因素;特种车辆服役载荷<sup>[6]</sup>是整车结构耐久性的评定条件;高速列车结构载荷<sup>[7-8]</sup>是进行疲劳可靠性研究

收稿日期:2024-07-11

基金项目:国家自然科学基金(U2368215,52205085);中央高校基本科研业务费专项资金(2022JBXT004)

的重要内容。载荷识别在动力学范畴内被视为第二类逆问题,是根据系统动态特性和实测动力响应反演结构所受动态激励。通过传感器直接获取载荷是最直接的方式,但由于传感器布置位置难以确定,且传感器本身带来的附加力学条件导致测量结果失真等原因使得载荷往往难以测量。此外,载荷识别矩阵的病态特性使得此类问题具有强烈的非适定性。因此,工程动载荷识别研究具有重要的应用价值<sup>[9-10]</sup>。

转向架构架承接并传递车体、轮对及自身悬挂部件的多源强耦合载荷,其疲劳可靠性直接关系到列车运行安全。近年来,一些学者开展了轨道车辆构架载荷识别方法研究。陈道云等<sup>[11-12]</sup>开展了高速列车转向架构架标准化载荷谱建立方法研究,并通过动应力测点响应识别载荷,降低了载荷识别过程中的传递误差。JI 等<sup>[13]</sup>基于虚拟轨道不平顺开展了高速列车构架载荷的普适性识别研究。张子璠等<sup>[14-16]</sup>以载荷间互谱密度参数表征载荷耦合作用,采用 NSGA-II 多目标优化算法校准载荷并提出准确反映载荷耦合作用下结构应力响应的试验台多通道加载方案。李俊杰等<sup>[17-18]</sup>开展了高速列车构架载荷相位重构方法研究,并基于疲劳极限建立了载荷扩展方法。

截至目前,转向架构架载荷识别研究通常采用准静态假设完成。然而,地铁列车运行线路条件恶劣,行驶过程受轮轨激励影响导致构架载荷信号频带较宽,部分转向架构架载荷激励频率接近其某一阶或某几阶弹性模态频率,发生“谐振”,放大了真实外载,最终导致所得载荷无法应用于同类其他转向架构架强度评估<sup>[19]</sup>。因此,量化谐振频率附近载荷幅值,实现载荷谐振频率信号解耦,对地铁车辆构架疲劳损伤评估和可靠性设计具有重要意义。

本文基于应变测量原理研制高精度测力构架,搭建并实际开展了复杂运行环境下多物理参量测试系统;针对地铁构架受轮轨激励影响导致载荷频带较宽,引起激励频率接近构架低阶弹性模态频率发生谐振,造成载荷幅值放大的问题,识别了载荷优化因子关键参量并分工况优化了载荷识别矩阵;系统研究了含构架低阶谐振模态的载荷幅值处理方法;基于实际线路测试结果在时域、频域、损伤等方面验证研究方法的有效性。

## 1 构架载荷标定方法

### 1.1 载荷系划分

转向架构架承受多源耦合载荷,以地铁动车

构架为例,依据其结构特点和受力方式,结合欧洲标准 EN 13749 和国际铁路联盟标准 UIC 615-4,将地铁构架所承载荷分为两类,共 14 种,如图 1 所示。

1)影响构架整体应力响应的载荷系。浮沉载荷(构架垂向受力的振动分量)、侧滚载荷(构架垂向受力的准静态分量)、扭转载荷(轨道扭曲产生)、横向载荷(车体惯性力和轨道横向激励产生)和菱形载荷(因动态作用产生的纵向菱形力)。

2)影响构架局部应力响应的载荷系。电机载荷(电机垂向载荷、电机横向载荷)、齿轮箱垂向载荷、纵向载荷、制动载荷、抗侧滚扭杆载荷和减振器载荷(一系垂向载荷、二系垂向载荷、二系横向载荷)。

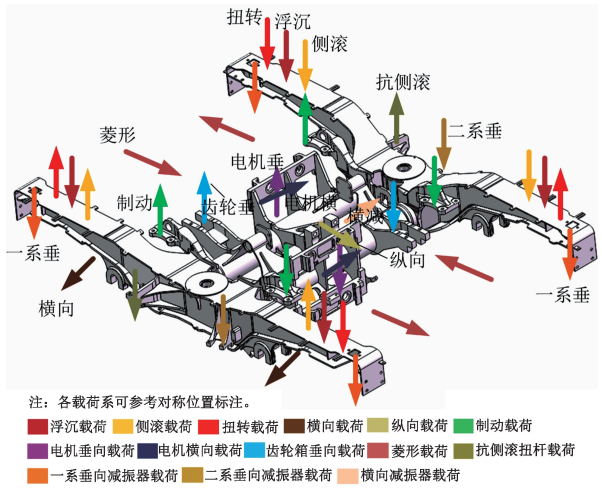


图 1 地铁构架载荷系划分种类

Fig.1 Types of metro bogie frame load system division

### 1.2 测力构架研制

基于应变测量的地铁测力构架载荷识别方法如下:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) = \mathbf{K}_{in} \mathbf{F}_n(t) \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 为应变响应矩阵; $\mathbf{K}_{in}$ 为第*n*个单位载荷作用下构架第*i*个应变,为常数矩阵,本文称载荷识别矩阵; $\mathbf{F}_n$ 为载荷矩阵。

将式(1)展开可得

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1(t) &= K_{11}F_1(t) + K_{12}F_2(t) + \dots + K_{1n}F_n(t) \\ \varepsilon_2(t) &= K_{21}F_1(t) + K_{22}F_2(t) + \dots + K_{2n}F_n(t) \\ &\vdots \\ \varepsilon_i(t) &= K_{i1}F_1(t) + K_{i2}F_2(t) + \dots + K_{in}F_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

载荷识别目标是求解式(2)得到 $\mathbf{F}_n$ ,最直接的求解方式是最小二乘法:

$$\mathbf{F}_n = \arg \min_{\mathbf{F}_n} \|\mathbf{K}_{in} \mathbf{F}_n - \boldsymbol{\varepsilon}_i\|_2^2 = (\mathbf{K}_{in}^T \mathbf{K}_{in})^{-1} \mathbf{K}_{in}^T \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (3)$$

式(3)是一个不适定问题。由于构架承受多源耦合载荷,反求载荷 $\mathbf{F}_n$ 过程中不适定问题会造成解不稳定。这是由病态矩阵 $\mathbf{K}_{in}$ 造成的,往往有很大的条件数、很小的测量噪声就可以让式(3)

的解极其不稳定,解的误差估计如下:

$$\frac{\|\delta F_n\|}{\|F_n\|} \leq \|K_{in}\| \cdot \|(K_{in}^T K_{in})^{-1} K_{in}^T\| \cdot \frac{\|\delta \varepsilon_i\|}{\|\varepsilon_i\|} \quad (4)$$

式(4)说明载荷  $F_n$  误差可达到应变响应误差的  $\|K_{in}\| \cdot \|(K_{in}^T K_{in})^{-1} K_{in}^T\|$  倍,记作:

$$\text{Cond}(K_{in}) = \|K_{in}\| \cdot \|(K_{in}^T K_{in})^{-1} K_{in}^T\| \quad (5)$$

$\text{Cond}(K_{in})$  称为矩阵  $K_{in}$  的条件数,通常用此衡量矩阵条件好坏,显然不适定问题的条件数比较大。

为有效控制载荷传递矩阵  $K_{in}$  条件数的大小,实现对载荷误差的有效抑制,需采用测力构架法对角化载荷识别矩阵并得到标定矩阵  $K_m$ 。结合欧洲标准 EN 13749 计算构架各载荷理论值,布置应变片群;通过标定实验台分级加载 14 种载荷工况,筛选出各载荷耦合程度较小的测点;通过惠斯通全桥电路进行各载荷识别桥路研制;最后通过最小二乘线性拟合标定载荷与识别桥路输出应变,获得载荷识别矩阵  $K_m$ ,提高信噪比并解耦构架多源载荷,去除载荷间相互影响,如下所示:

$$K_m = \begin{bmatrix} K_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & K_{mm} \end{bmatrix} \quad (6)$$

为了评定载荷传递矩阵对角化的有效性,通过  $\gamma_{ij}$  描述第  $j$  种载荷对第  $i$  个载荷的耦合度:

$$\gamma_{ij} = \frac{|\varepsilon_j F_j|}{|\varepsilon_i F_i|} \quad (7)$$

式中: $\varepsilon_i$ 、 $\varepsilon_j$  为第  $i$ 、 $j$  种载荷单独加载下第  $i$ 、 $j$  种载荷识别点的应变片响应; $F_i$ 、 $F_j$  为第  $i$ 、 $j$  种载荷理论值,根据欧洲标准 EN 13749 和以往地铁构架实测载荷信号估算。

以电机垂向载荷为例,与其他载荷解耦程度见表 1。

表 1 电机垂向载荷耦合度

Tab.1 Motor vertical load decoupling degree

	理论值 /kN	$K_{4n}/(\mu\epsilon \cdot \text{kN}^{-1})$	$\gamma_{4j}/\%$
浮沉载荷 $F_1$	10	0.1	0.1
侧滚载荷 $F_2$	5	0.3	0.1
扭转载荷 $F_3$	2	0.6	0.1
电机垂向载荷 $F_4$	32.5	39.4	100
电机横向载荷 $F_5$	25.8	0.4	0.8
齿轮垂向载荷 $F_6$	29.4	0.5	1.1
一系垂向载荷 $F_7$	2	0	0
二系垂向载荷 $F_8$	0.8	0.2	0.1
二系横向载荷 $F_9$	1.6	0	0
抗侧滚载荷 $F_{10}$	17	0	0
制动载荷 $F_{11}$	8.5	0.5	0.3
菱形载荷 $F_{12}$	14	0.3	0.3
横向载荷 $F_{13}$	35	0.3	0.8
牵引载荷 $F_{14}$	23.9	1.8	3.4

由表 1 可见,对角化后的标定矩阵  $K_{4n}$  中非对角线元素比对角线元素小 1~2 个数量级,电

机载荷与其他载荷系耦合程度最大为 3.4%,满足工程误差 5% 的要求,实现了构架载荷间的高精度解耦。

## 2 构架载荷特性分析

### 2.1 测试信号时频域分析

地铁列车在运行过程中,受轮轨激励影响,构架载荷测试信号频带较宽,图 2 给出了构架浮沉、电机垂向载荷时域信号和频域幅值谱。如图 2a 所示,构架浮沉和电机垂向载荷时域信号出现“拍”现象,是由于两个频率相近的激励合成时产生,合成的振动称为拍振,其表达式为

$$x(t) = 2X \cos \frac{\delta t}{2} \cos(\omega + \frac{\delta}{2})t \quad (8)$$

式中: $x$  描述频率为  $\omega + \delta/2$  (近似为  $\omega$ ) 的余弦信号,振幅按  $2X \cos \delta t/2$  变化; $\delta$  为拍频; $\omega$  为第一个简谐振动频率,第二个相近的简谐振动频率为  $\omega + \delta$ 。

由图 2b 可见,浮沉载荷在 0~10 Hz 频带主频率以 1.4 Hz、6.3 Hz 振动,幅值较大。构架和车体浮沉自振频率分别为

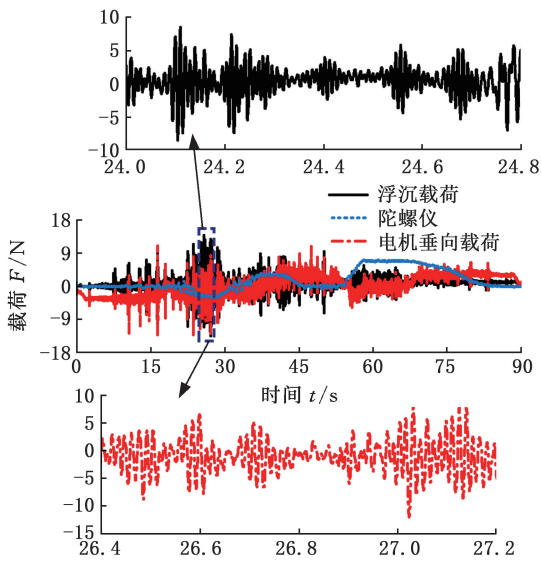
$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k_1 + k_2}{m_1}} \\ f_2 &= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{m_2(2k_1 + k_2)}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $m_1$ 、 $m_2$  分别为构架、车体质量,分别取 2.4 t、19.5 t; $k_1$ 、 $k_2$  分别取一、二系悬挂垂向刚度,分别为 1378 kN/m、736 kN/m。

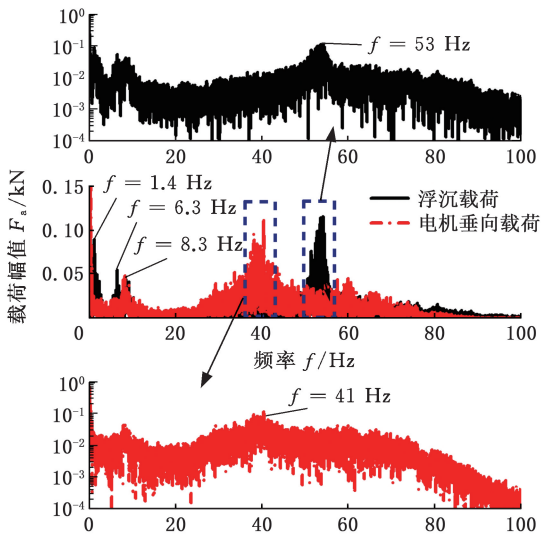
由式(9)可得  $f_1 = 6.1$  Hz,  $f_2 = 1.2$  Hz,对应的轨道车辆垂向振动系统力学模型如图 2c 所示<sup>[20]</sup>。同时,浮沉载荷和电机垂向载荷振幅信号在 0~10 Hz 频带都出现 8.3 Hz 振动主频,结合图 3 信号时频域瀑布图,此时车辆运行速度为 80 km/h,计算可得此频率为车轮转频。

由图 3 可见,地铁列车行驶速度和轮轨激励均对浮沉载荷、电机垂向载荷产生影响。总体特征为:浮沉载荷和电机垂向载荷分别在 53 Hz、41 Hz 处振幅能量大;浮沉载荷在 53 Hz 处振幅能量总体呈水平分布,与车速和车轮转频无关,考虑是在 45~55 Hz 频段轮轨耦合频率易与构架扭转模态发生共振<sup>[21]</sup>;电机垂向载荷在 41 Hz 处振幅能量过大,混叠了车轮 5 阶多边形激励信号,考虑为车轮 5 阶多边形和轨道其他类型激励激发了构架 41 Hz 附近模态,造成振幅能量集中。

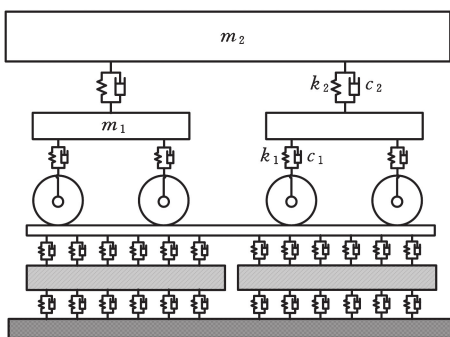
地铁线路条件复杂,当激励频率与构架模态频率接近时会产生拍振现象,此时系统不受外部激励而振动,构架发生谐振,载荷幅值被放大。为厘清此类拍振现象对应信号频率是否接近构架模



(a) 发生拍振的载荷信号



(b) 构架载荷信号幅值谱



(c) 轨道车辆垂向振动系统动力学模型

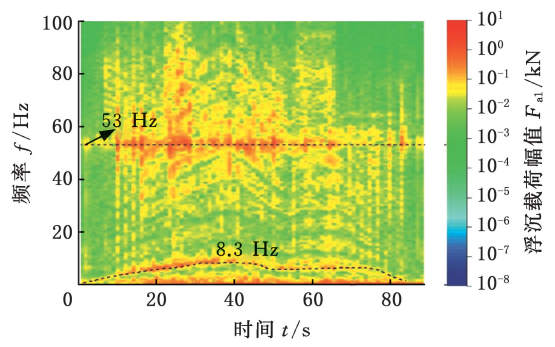
图2 载荷时频域信号与垂向振动系统动力学模型

Fig.2 Load time-frequency domain signals and mechanical modeling of vertical vibration systems

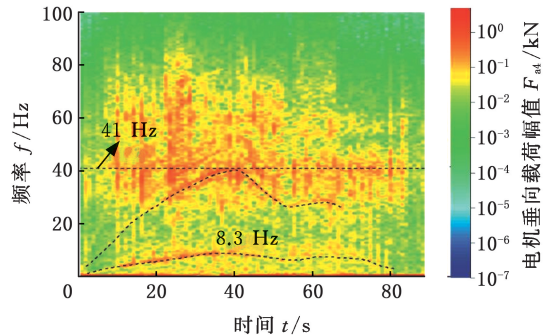
态频率,需对构架进行模态分析。

## 2.2 约束模态分析

取整个构架进行分析,采用 SOLID 92 体单元进行离散,共离散为 1 620 885 个单元,离散模



(a) 浮沉载荷瀑布图



(b) 电机垂向载荷瀑布图

图3 载荷信号短时傅里叶变换

Fig.3 STFT of load signal

型如图 4 所示。材料的密度为  $7830 \text{ kg/m}^3$ ,弹性模量为 206 GPa,泊松比为 0.3。采用 MASS 21 质量单元模拟电机等悬挂件质心、BEAM 188 梁单元模拟车轴和转臂、COMBIN 14 弹簧单元模拟轴箱弹簧。约束位置为车轴轮座与车轴中心。通过 ANSYS 软件分块 Lanczos 算法计算构架 100 Hz 范围内约束模态振型和频率,结果如表 2 所示。

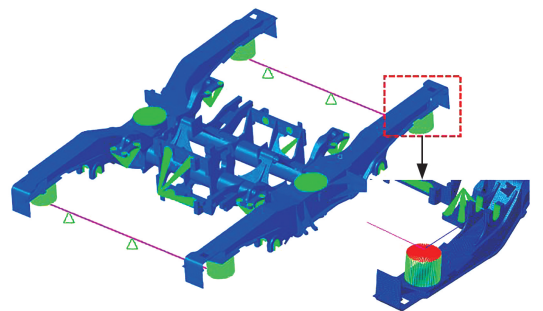


图4 构架有限元模型

Fig.4 Finite element modeling of the frame

由表 2 可见,41 Hz、51 Hz 为构架前两阶模态频率,结合前述浮沉和电机垂向载荷特性分析得到,浮沉载荷振动主频 53 Hz 对应构架第二阶模态频率,电机垂向载荷振动主频 41 Hz 对应构架第一阶模态频率,载荷激励频率与模态频率相近,此时构架发生了“谐振”,构架“谐振”造成了载荷幅值放大,为准确获得构架实际载荷,需量化“谐振”频率内载荷幅值被放大的成分。

表 2 构架前八阶约束模态

Tab.2 Constrained modes of the first eight orders of the frame

模态阶数	约束模态频率 / Hz	振型
第一阶	41	构架扭转
第二阶	51	构架反向扭转
第三阶	73	构架侧梁垂弯
第四阶	78	构架八字变形
第五阶	79	构架菱形
第六阶	83	构架侧梁反向横弯
第七阶	95	构架侧梁同向横弯
第八阶	102	构架侧梁同向一阶垂弯和反向一阶横弯

### 3 宽频载荷校准方法

#### 3.1 振动模型简化方法

通过二阶系统描述谐振模态频率附近载荷幅值放大问题,一般周期性激励下系统的运动微分方程如下所示:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= F(t) = \\ &\frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos j\omega t + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \sin j\omega t \\ x_p(t) &= \frac{a_0}{2k} + \\ &\sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2 + (2\xi jr)^2}} \cos(j\omega t - \varphi_j) + \\ &\sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2 + (2\xi jr)^2}} \sin(j\omega t - \varphi_j) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:  $m$ 、 $c$  和  $k$  分别为质量、阻尼和刚度;  $a_0$ 、 $a_j$  和  $b_j$  为常量;  $\varphi_j$ 、 $\xi$  和  $r$  分别为第  $j$  阶模态相角、阻尼比和频率比,  $r = \omega/\omega_n$ ,  $\omega_n$  为固有频率。

假设短频带内激励为简谐力  $F(t) = F_0 \cos \omega t$ , 则系统稳态解为简谐函数形式  $x_p = X \cos(\omega t - \varphi)$ , 代入式(10) 可得

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{F_0}{[(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2]^{1/2}} \\ \varphi &= \arctan \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中,  $F_0$ 、 $X$ 、 $\varphi$  为静态力、响应幅值和相角。

方程全解为  $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ ,  $x_h(t)$  为系统瞬态解, 工程上阻尼比一般比较小, 对于低阻尼系统, 有

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= X_0 e^{-\xi\omega_n t} \cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t - \varphi_0) + X \cos(\omega t - \varphi) \\ X_0 &= \left[ (-X \cos \varphi)^2 + \frac{1}{(1-\xi^2)\omega_n^2} (\xi\omega_n x_0 + \dot{x}_0 - \xi\omega_n X \cos \varphi - \omega X \sin \varphi)^2 \right]^{1/2} \\ \tan \varphi_0 &= \frac{\xi\omega_n x_0 + \dot{x}_0 - \xi\omega_n X \cos \varphi - \omega X \sin \varphi}{[\sqrt{1-\xi^2}\omega_n(x_0 - X \cos \varphi)]^{-1}} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中:  $x_0$ 、 $\varphi_0$  分别为初始  $x$  值和初始相角。

方程全解的第一项为瞬态响应, 由于系统的最终响应形式为外部激励下的受迫振动, 故此处忽略瞬态响应。本文仅考虑稳态响应谐振模态范围内的振幅变化。

#### 3.2 基于简化模型的载荷系数优化

地铁构架载荷在谐振频带范围内载荷系数发生变化, 需结合前述振动模型进行优化, 如下:

$$F_{tr}(r_i, \xi) = \frac{k_{st} F_{st}(r_i, \xi)}{k_{tr}(r_i, \xi)} = \kappa(r_i, \xi) F_{st}(r_i, \xi) \quad (13)$$

式中:  $k_{st}$  为矩阵  $\mathbf{K}_{mm}$  对角线中某一项元素;  $F_{tr}(r_i, \xi)$  为处理后载荷;  $r_i$  为每一窄带内频率比;  $F_{st}(r_i, \xi)$  为第 1 节试验获得的构架准静态标定系数所识别包含谐振成分的载荷;  $k_{tr}(r_i, \xi)$  为动态载荷系数;  $\kappa(r_i, \xi)$  为载荷优化因子。

应变是位移场的空间梯度, 对于小变形情况, 位移与应变之间可以简化为线性关系<sup>[19]</sup>, 令  $\varepsilon(t) = x(t)/c$ , 其中  $c$  为常数, 得到由位移到小变形应变的推导, 即

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon(t) &= \frac{x(t)}{c} = \frac{X \cos(\omega t - \varphi)}{c} = \\ &\frac{F_0/c}{[(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2]^{1/2}} \cos(\omega t - \varphi) = \\ &\frac{F_0/(ck)}{[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]^{1/2}} \cos(\omega t - \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

假设模态频率窄带范围内的响应由简谐激励产生, 单自由度二阶有阻尼系统简化模型描述单一模态频带范围内振幅放大成分时,  $\omega_i$  取谐振频带内各窄带频率的值。由式(13)、式(14) 可得

$$F_{st}(t) = \frac{\varepsilon(t)}{k_{st}} = \frac{F_0/(ckk_{st})}{[(1-r_i^2)^2 + (2\xi r_i)^2]^{1/2}} \cos(\omega_i t - \varphi) \quad (15)$$

基于临界频率法<sup>[19]</sup>, 将式(15) 中振幅项频率比  $r_i$  中的  $\omega_i$  替换为临界频率  $\omega_0$ , 对应频率比称为临界频率比  $r_0$ , 窄带内去除模态放大成分的载荷如下:

$$\left. \begin{aligned} F_{tr}(r_0, \xi) &= \\ &\frac{F_0/(ckk_{st})}{\left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + (2\xi \frac{\omega_0}{\omega_n})^2 \right\}^{1/2}} \cos(\omega_0 t - \varphi) = \\ &\frac{F_0/(ckk_{st})}{\left\{ (1-r_0^2)^2 + (2\xi r_0)^2 \right\}^{1/2}} \cos(\omega_0 t - \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

因此, 谐振范围内载荷优化因子为

$$\kappa(r_i, \xi) = \frac{F_{st}(r_i, \xi)}{F_{tr}(r_0, \xi)} = \frac{[(1-r_0^2)^2 + (2\xi r_0)^2]^{1/2}}{[(1-r_i^2)^2 + (2\xi r_i)^2]^{1/2}} \quad (17)$$

由此可见, 为量化准静态载荷谐振范围内的振幅放大成分, 所需载荷优化因子关键参量为阻尼比  $\xi$  和频率比  $r_i$ 。

### 4 校准关键参量辨识与载荷处理结果

#### 4.1 模态阻尼比与临界频率

通过地铁列车在线运营条件下加速度测点数

据进行模态阻尼比识别,测点位置如表 3 所示。采用多参考点最小二乘复频域法(PolyMAX 法)进行工作模态分析来识别阻尼比<sup>[22]</sup>。该方法计算多个加速度输出响应的互功率谱函数近似替代频响函数,采用极大似然估计最小化误差,在转向架子结构的模态参数识别中曾取得理想结果并得到应用<sup>[23]</sup>。

表 3 加速度测点位置

Tab.3 Acceleration measurement point locations

测点	安装位置	位置详细描述
A01	构架	构架 1 位轴端
A02	构架	构架 2 位轴端
A03	构架	构架 3 位轴端
A04	构架	构架 4 位轴端
A05	构架	构架 1 位空簧
A06	构架	构架 2 位空簧
B01	构架	靠近横梁 1 位制动座处
B02	构架	靠近横梁 2 位制动座处
B03	构架	靠近横梁 3 位制动座处
B04	构架	靠近横梁 4 位制动座处
M01	电机	1 位电机质心上方
M02	电机	2 位电机质心上方
G01	齿轮箱	1 位齿轮箱靠近齿轮箱座处
G02	齿轮箱	2 位齿轮箱靠近齿轮箱座处

基于表 3 所示构架加速度测试数据<sup>[24]</sup>,以加速度测点 A01 为参考点,分别对全部测点求互相关函数,并将各测点与识别点互功率谱函数求平均,得到 SUM 总互功率谱,运用 PolyMAX 法求解得到稳态曲线极点识别模态参数,识别结果如表 4 所示。

表 4 构架模态参数(频率、阻尼比)识别结果

Tab.4 Identification results of the frame modal parameters(frequency, damping ratio)

	模态频率 /Hz	阻尼比 /%
第一阶	39	1.96
第二阶	53	1.77

为提高参数辨识结果的可信度,采用响应振动的模态判定准则 MAC 值验证构架模态识别结果的精度,识别模态振型向量  $\psi_r$  和  $\psi_s$  的模态置信准则如下:

$$C_{MAC}(\psi_r, \psi_s) = \frac{((\psi_r^*)^T \psi_s)^2}{((\psi_r^*)^T \psi_r)((\psi_s^*)^T \psi_s)} \quad (18)$$

式中:模态振型向量  $\psi_r$  和  $\psi_s$  分别为第  $r$ 、 $s$  阶模态振型; $C_{MAC}$  值范围取 0~1,值越小表明两阶模态振型独立性越好,越接近 1 表明两阶模态相似度越高。

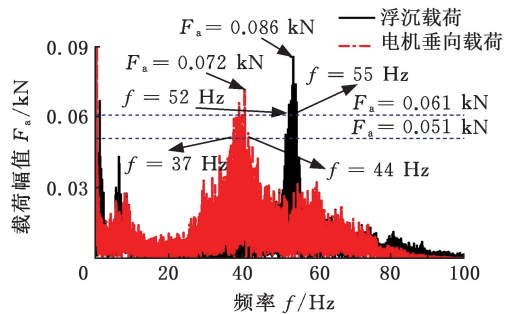
如表 5 所示,提取出来的模态 MAC 值对角线为 100%,非对角线值均小于 10%,表明此两阶模态振型相互独立,模态参数识别结果可信度较高,识别的模态频率与 2.2 节约束模态分析结果基本一致。因此,本文构架第一阶模态阻尼比为 1.96%,第二阶模态阻尼比为 1.77%。

表 5 构架模态参数识别结果 MAC 值

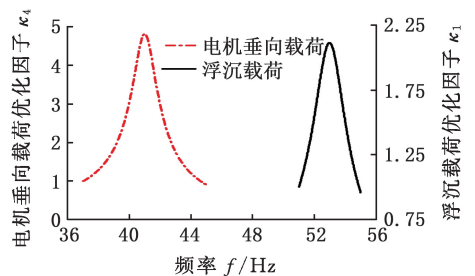
Tab.5 MAC value of identification results of frame modal parameters

	第一阶	第二阶
第一阶	100	9
第二阶	9	100

构架发生谐振不仅在谐振频率点,而且在谐振点附近的区域内,此区域称为谐振区<sup>[25]</sup>。如图 5a 所示,构架浮沉和电机垂向载荷谐振区振幅曲线的峰值分别是 0.086 kN、0.072 kN,取振幅峰值的  $1/\sqrt{2}$  为临界振幅,分别是 0.061 kN、0.051 kN,对应频率为半功率点,对应的频带为谐振区,左半功率点为临界频率。因此,浮沉载荷半功率点为 52 Hz、55 Hz,电机垂向载荷半功率点为 37 Hz、44 Hz。考虑载荷优化因子曲线以谐振频率为中心呈中心对称,已知两类载荷谐振频率分别是 53 Hz 和 41 Hz,本文取范围大的半功率点校准临界频率,可得浮沉载荷谐振区为 51~55 Hz,电机载荷谐振区为 37~45 Hz。其中,浮沉载荷校准临界频率为 51 Hz,电机垂向载荷校准临界频率为 37 Hz。由式(17)可得两类载荷优化因子曲线,如图 5b 所示。



(a) 载荷谐振区



(b) 载荷优化因子曲线

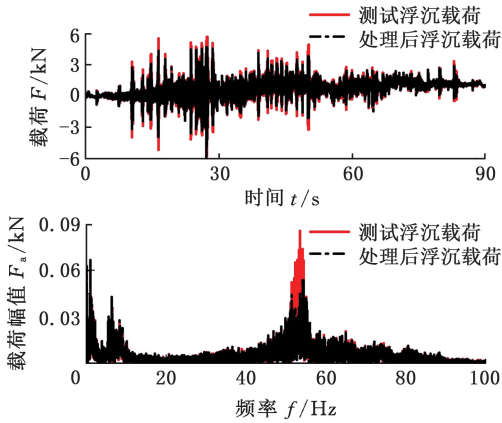
图 5 载荷谐振区及优化因子曲线

Fig.5 Load resonance region and optimization factor curves

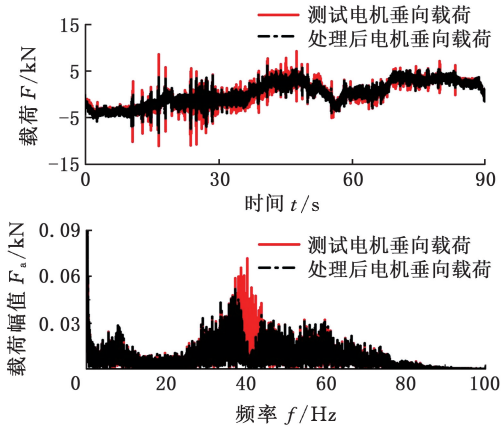
## 4.2 载荷信号处理结果

选取浮沉和电机垂向载荷信号进行离散傅里叶变换,将载荷谐振区频域离散点除以对应载荷优化因子以消除谐振影响,之后进行离散逆傅里叶变换得到去除谐振区动态效应的载荷信号,测试与处理后的载荷时频域信号如图 6a、图 6b 所

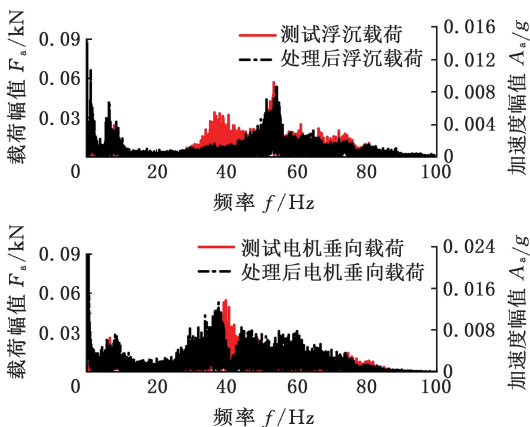
示。两类载荷测试与处理后的信号在谐振区都有一定的峰值,这是由于轮轨激励引起的系统响应,是符合真实情况的,避免了以往谐振区去除载荷幅值放大效应引起的“消平”现象。如图6c所示,基于浮沉和电机垂向振动加速度比对处理后的载荷效果,以0~10 Hz频率为基准进行两类信号对齐,可以看出,处理后浮沉载荷与测试浮沉加速度在谐振区51~53 Hz振幅变化程度基本吻合;处理后电机垂向载荷与测试电机垂向加速度在谐振



(a) 浮沉载荷时频域信号



(b) 电机垂向载荷时频域信号



(c) 载荷与加速度频域信号对比

图6 谐振区载荷信号处理结果

Fig.6 Resonance region load signal processing results

区37~45 Hz振幅变化程度相对处理前载荷有一定程度衰减,振幅范围变化基本一致,基于谐振区振动加速度响应在一定程度上反映处理后载荷的有效性。在浮沉载荷非谐振区30~45 Hz频带范围内,浮沉加速度振幅出现峰值,而处理后浮沉载荷有一定振幅能量但较小,在此频段内,测试浮沉载荷与处理后的浮沉载荷振动响应一致。实际测试结果显示,浮沉加速度与浮沉载荷振动反馈不一致,说明轨道随机激励在此频段造成的振幅能量集中对浮沉加速度响应较大,而对浮沉载荷响应较小。其原因可能是,在40 Hz附近频带构架浮沉刚体运动造成加速度响应较大,而浮沉载荷是由应变片测量,响应主要由于构架弹性变形产生,对构架浮沉刚体运动造成的振动响应较小。此外,测试浮沉载荷共振区能量较大与此频带较为接近,有可能造成浮沉载荷在此频带振幅能量不凸显,对测试浮沉载荷与测试浮沉加速度部分频段差异性溯源分析还需在今后的研究工作中深入探讨。

## 5 线路实测应力结果对比

载荷是疲劳设计的基础,是构架损伤的主要来源,为验证本文提出的适用于宽频激励的载荷识别方法,通过载荷计算构架疲劳关键点应力水平是检验载荷识别结果的有效途径。以浮沉、电机载荷影响较大的疲劳关键点进行验证,选取构架定位转臂座处(2-X4、3-X5、4-X6)和电机座处(1-HD6、2-HD6、2-HD9)应力测点,如图7所示。

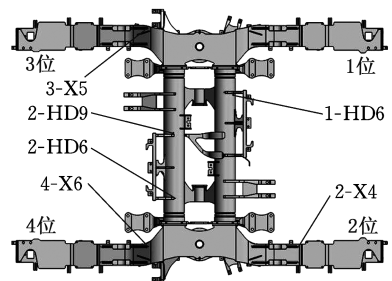


图7 构架疲劳关键点测点位置

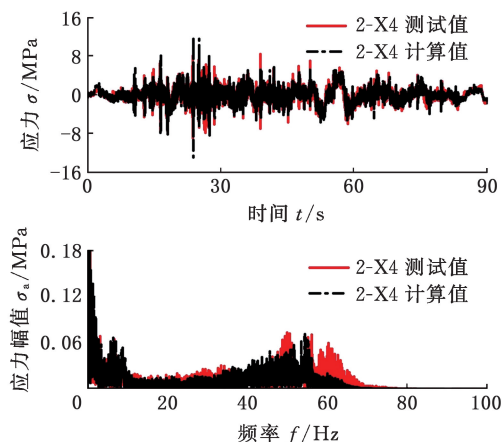
Fig.7 Measurement point locations of fatigue key points

### 5.1 时频特征对比

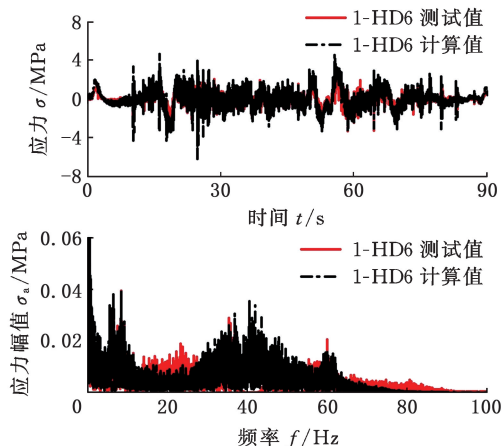
基于前文处理所得载荷时间历程乘以标定试验获得的载荷应力传递系数计算应力,由于本文所得载荷为不发生弹性振动时构架的基础载荷系,因此计算受到前两阶模态影响的应力时需进行相应带阻滤波<sup>[19]</sup>,计算结果与实测应力时频域信号对比结果如图8所示。以2个典型应力测点2-X4和1-HD6为例进行验证,其余应力测点与此二者结果基本一致。由图8a可见,疲劳关键点

2-X4 的载荷预测应力和实测应力幅值范围相近, 时域整体趋势高度一致, 频域响应主要集中在 10 Hz 以内和 40~70 Hz 范围; 由图 8b 可见, 疲劳关键点 1-HD6 的载荷预测应力和实测应力幅值范围相近, 时域趋势基本一致, 频域响应主要集中在 10 Hz 以内、40 Hz 附近和 60 Hz 附近。因此, 两种疲劳关键点计算应力整体趋势与实测应力基本相同, 且主频范围一致, 验证了本文宽频激励地铁构架载荷识别方法的有效性。

处、电机座处计算应力值与实测应力值的比值。如图 9 所示, 等效应力整体比值在 0.8~1.6 之间。电机座处应力点 1-HD6、2-HD6 比值差异最大为 1.6, 是由于电机座处应力受载复杂, 计算损伤通过各载荷损伤线性叠加, 与构架实际受载过程中载荷共同作用产生损伤的模式并不一致导致, 通常认为计算等效应力与实测等效应力之比在 1~2 之间尚可。转臂座处应力点 2-X4 比值最小为 0.8, 除测点 2-X4 外, 其余整体比值在 1.0~1.6 之间, 满足构架疲劳评估要求。对于测点 2-X4, 可在后期损伤一致性校核中实现损伤覆盖<sup>[26]</sup>, 本文不再赘述。



(a) 2-X4 疲劳关键点预测结果与实测结果对比



(b) 1-HD6 疲劳关键点预测结果与实测结果对比

图 8 计算应力与实测应力时频域信号对比

Fig.8 Comparison of time-frequency domain signals between the calculated and measured stresses

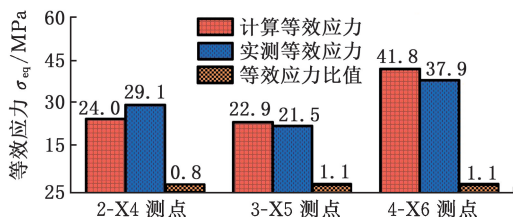
### 5.2 预测与实际损伤对比

基于等损伤原则, 根据下式将变幅应力等效为恒值应力:

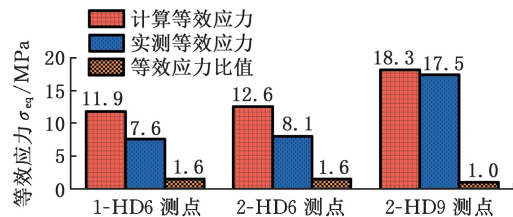
$$\sigma_{eq} = \left( \frac{L}{lN_0} \sum_{i=1}^k n_i \sigma_i^m \right)^{\frac{1}{m}} \quad (19)$$

式中:  $L$  为结构设计寿命, 取 360 万公里;  $l$  为测试公里数;  $N_0$  为相应结构或材料疲劳试验时的载荷循环次数, 焊接结构一般取 200 万次;  $m$  为材料疲劳指数, 普通钢焊接结构一般取 3.5;  $\sigma_i$ 、 $n_i$  分别为应力谱的幅值和作用频次。

通过等效应力幅值从损伤角度评价本文方法的有效性。根据上述方法, 得到构架定位转臂座



(a) 转臂座处等效应力



(b) 电机座处等效应力

图 9 计算等效应力与实测等效应力对比

Fig.9 Comparison between the calculated and measured equivalent force

综上所述, 在时域、频域和损伤角度, 载荷计算应力均与实测应力相近, 表明宽频激励下地铁构架所识别的载荷结果准确有效。

### 6 结论

1) 采用测力构架法对角化载荷识别矩阵获得了非谐振模态参振的载荷识别矩阵, 通过二阶有阻尼系统在频域上直接量化了谐振模态附近载荷幅值并得到了载荷优化因子曲线, 推动了测力构架法对宽频激励适用性问题的研究。

2) 研究了含构架低阶谐振模态的载荷幅值处理方法, 基于最小二乘复频域法识别了构架低阶模态阻尼比(第一阶: 1.96%, 第二阶: 1.77%), 根据半功率带宽法判别了谐振影响范围(浮沉载荷: 51~55 Hz, 电机载荷: 37~45 Hz)并得到了校准临界频率(浮沉载荷: 51 Hz, 电机载荷: 37 Hz), 通过谐振区振动加速度振幅变化程度反映处理后载荷的有效性。

3)在时域、频域、损伤等方面,载荷预测应力与实测应力接近,预测损伤与实际损伤比值总体在1.0~1.6之间,可满足构架疲劳评估要求,实际线路测试结果证明了本文识别方法的有效性。

#### 参考文献:

- [1] 毛玉明. 动载荷反演问题时域分析理论方法和实验研究[D]. 大连:大连理工大学, 2010.  
MAO Yuming. The Theoretical Approach and Experimental Study on the Inverse Problem of Dynamic Force Identification in Time Domain[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2010.
- [2] 尹健, 吴邵庆, 陈树海. 星箭连接界面处环形分布动载荷识别[J]. 宇航学报, 2019, 40(12):1393-1402.  
YIN Jian, WU Shaoqing, CHEN Shuhai. Identification of Annularly Distributed Dynamic Load at Interface between Satellite and Rocket[J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(12):1393-1402.
- [3] 何林, 柴威, 余象鹏, 等. 极地船舶冰载荷随机特性研究综述[J]. 船舶力学, 2023, 27(7):1109-1117.  
HE Lin, CHAI Wei, YU Xiangpeng, et al. Review on Random Nature of Ice Loads for Arctic Ships[J]. Journal of Ship Mechanics, 2023, 27(7):1109-1117.
- [4] TI Zilong, WEI Dengxiao. Layout Optimization of Offshore Wind Farm Considering Spatially Inhomogeneous Wave Loads[J]. Applied Energy, 2022, 306:117947.
- [5] LIU Zhichao, LIU Jiabin, GUO Anxin. Load Characteristics of Coastal Bridge Deck with Air Vents under Wind and Waves Combined Action[J]. Applied Ocean Research, 2023, 130:103441.
- [6] 郑国峰, 杨思宇, 陈柏先, 等. 基于极值外推的特种车辆疲劳耐久性多轴载荷谱编制[J]. 兵工学报, 2024, 45(7):2414-2425.  
ZHENG Guofeng, YANG Siyu, CHEN Baixian, et al. Compilation of Multiaxial Load Spectra for Fatigue Durability of Special Vehicle Based on Extreme Value Extrapolation[J]. Acta Armamentarii, 2024, 45(7):2414-2425.
- [7] 杨国伟. 高速列车设计和服役关键力学问题专题序[J]. 力学学报, 2021, 53(1):17-18.  
YANG Guowei. Investigation on Key Mechanics Problems of High-speed Train Design and Service Safety[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(1):17-18.
- [8] 杨国伟, 魏宇杰, 赵桂林, 等. 高速列车的关键力学问题[J]. 力学进展, 2015, 45:217-460.  
YANG Guowei, WEI Yujie, ZHAO Guilin, et al. Research Progress on the Mechanics of High Speed Rails[J]. Advances in Mechanics, 2015, 45:217-460.
- [9] FENG Wei, LI Qiaofeng, LU Qiuhai. Force Localization and Reconstruction Based on a Novel Sparse Kalman Filter[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 144:106890.
- [10] FENG Wei, LI Qiaofeng, LU Qiuhai, et al. Time Domain Force Localization and Reconstruction Based on Hierarchical Bayesian Method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 472:115222.
- [11] 陈道云. 高速列车转向架构架标准化载荷谱的建立方法研究[D]. 北京:北京交通大学, 2020.  
CHEN Daoyun. Study on Establishment of Standardized Load Spectrum on Bogie Frames of High-speed Trains[D]. Beijing:Beijing Jiaotong University, 2020.
- [12] 陈道云, 林凤涛, 孙守光, 等. 高速列车转向架构架载荷识别与分布特性[J]. 交通运输工程学报, 2020, 20(4):155-164.  
CHEN Daoyun, LIN Fengtao, SUN Shouguang, et al. Load Identification and Distribution Characteristics of High-speed Train Bogie Frame [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2020, 20(4):155-164.
- [13] JI Chengxiang, SUN Shouguang, LI Qiang, et al. A Novel Method for the General Application of Measured Load Spectra to Different High-speed Train Bogie Frames Based on Virtual Track Irregularity[J]. Measurement, 2022, 198:111369.
- [14] 张子璠, 李强, 丁然, 等. 转向架构架载荷谱频域校准与建立方法[J]. 交通运输工程学报, 2019, 19(5):74-83.  
ZHANG Zifan, LI Qiang, DING Ran, et al. Compilation Method of Load Spectrum for the Bench Test of Metro Bogie Frame[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2019, 19(5):74-83.
- [15] ZHANG Z F, RU C L, LI Q. Study on a Novel Field-measured Load Calibration Method for the Life Assessment of the Metro Bogie Frame[J]. Engineering Failure Analysis, 2022, 136:106209.
- [16] 张子璠, 杨广雪, 李强, 等. 地铁转向架构架台架试验载荷谱编制方法[J]. 机械工程学报, 2020, 56(18):134-142.  
ZHANG Zifan, YANG Guangxue, LI Qiang, et al. Compilation Method of Load Spectrum for the Bench Test of Metro Bogie Frame[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(18):134-142.
- [17] 李俊杰, 任尊松, 吴养民. 基于相关分析的高速列车构架载荷相位重构方法[J]. 机械工程学报, 2023, 59(16):361-369.

- LI Junjie, REN Zunsong, WU Yangmin. Phase Reconstruction Method of High-speed Train Frame Load Based on Correlation Analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(16):361-369.
- [18] 李俊杰, 任尊松. 基于疲劳极限的高速列车构架载荷扩展方法[J]. 机械工程学报, 2023, 59(18):263-270.
- LI Junjie, REN Zunsong. Load Expansion Method of High-speed Train Frame Based on Fatigue Limit [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(18):263-270.
- [19] 马爽. 地铁转向架构架载荷谱建立方法研究[D]. 北京:北京交通大学, 2022.
- MA Shuang. Research on the Load Spectra Establishment Method of a Subway Bogie Frame[D]. Beijing:Beijing Jiaotong University, 2022.
- [20] 曾京, 邬平波, 郝建华. 铁道客车系统的垂向减振分析[J]. 中国铁道科学, 2006, 27(3):62-67.
- ZENG Jing, WU Pingbo, HAO Jianhua. Analysis of Vertical Vibration Reduction for Railway Vehicle Systems[J]. China Railway Science, 2006, 27(3):62-67.
- [21] 李飞. 基于地铁车辆结构动力学的转向架构架振动疲劳研究[D]. 成都:西南交通大学, 2021.
- LI Fei. Study on Vibration Fatigue of Bogie Frame Based on Metro Vehicle Structural Dynamics[D]. Chengdu:Southwest Jiaotong University, 2021.
- [22] MAAMAR A, ABDELGHANI M, LE T P, et al. Operational Modal Identification in the Presence of Harmonic Excitation [J]. Applied Acoustics, 2019, 147:64-71.
- [23] 胡伟钢. 高速列车齿轮箱载荷特征及应变场识别方法研究[D]. 北京:北京交通大学, 2020.
- HU Weigang. Load Characteristic and Strain Field Identification Method of High-speed Train Gearbox[D]. Beijing:Beijing Jiaotong University, 2020.
- [24] FENG K, JI J C, ZHANG Y C, et al. Digital Twin-driven Intelligent Assessment of Gear Surface Degradation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 186:109896.
- [25] 李彤, 宋冬冬. 用 MATLAB 研究半功率带宽法[J]. 实验技术与管理, 2009, 26(1):92-94.
- LI Tong, SONG Dongdong. Research on the Half-power Bandwidth Method Based on MATLAB[J]. Experimental Technology and Management, 2009, 26(1):92-94.
- [26] JI Chengxiang, SUN Shouguang, LI Qiang, et al. Realistic Fatigue Damage Assessment of a High-speed Train Bogie Frame by Damage Consistency Load Spectra Based on Measured Field Load[J]. Measurement, 2020, 166:108164.

(编辑 王旻玥)

作者简介:吴养民,男,1996年生,博士研究生。研究方向为轨道车辆载荷识别与载荷谱。E-mail:19116023@bjtu.edu.cn。任尊松\*(通信作者),男,1969年生,教授、博士研究生导师。研究方向为轨道车辆动力学及结构强度可靠性。E-mail:zsren@bjtu.edu.cn。

#### 本文引用格式:

吴养民,任尊松,杨广雪,等.一种适用于宽频激励的地铁构架载荷识别方法[J].中国机械工程,2025,36(3):536-545.

WU Yangmin, REN Zunsong, YANG Guangxue, et al. A Method of Metro Bogie Frame Load Identification for Broadband Excitations[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(3):536-545.