

一种路径-吞噬拓扑优化新方法

林家辉 李壮壮 李学霖 李军*

南京理工大学机械工程学院,南京,210094

摘要:针对复杂工程结构优化过程中数学模型建立和求解困难的问题,建立了一种载荷传递路径理论与吞噬算法相结合的拓扑优化方法。利用载荷传递路径理论求解结构的主传递路径和次传递路径,并根据结构中应力相对高的区域多分配材料、应力相对低的区域少分配材料的原则,提出吞噬算法对材料进行最优分配。以悬臂梁和薄板结构为例,将所提路径-吞噬方法与变密度法进行仿真和试验对比,结果表明,所提方法提高了结构的刚度和强度,减小了结构质量,证明该方法对结构优化是准确有效的。该方法无需建立和求解复杂的数学模型,且考虑了光滑边界处理,优化后的结构可直接用于制造,尤其适合工程应用。

关键词:拓扑优化;路径-吞噬方法;载荷传递路径理论;吞噬算法;变密度法

中图分类号: TJ03

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.03.014

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



A New Method for Path-engulfment Topology Optimization

LIN Jiahui LI Zhuangzhuang LI Xuelin LI Jun*

School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, 210094

Abstract: To address the difficulty in establishing and solving mathematical models in optimization processes of complex engineering structures, a topology optimization method was established combining load transfer path theory and engulfment algorithm. Using load-transfer path theory to solve the major and minor transfer paths of the structures, an engulfment algorithm was proposed to optimally allocate materials according to the principle of allocating more materials to the regions with relatively high-stress and fewer materials to the regions with relatively low-stress in the structures. Taking cantilever beam and thin plate structure as examples, the path-engulfment method herein was compared to variable-density method with simulations and experiments. Results show that the method herein improves the stiffness and strength of the structures, and reduces the mass of the structures, which proves the accuracy and effectiveness of the method in structure optimization. The method does not need to establish or solve complex mathematical models, and takes into account smooth boundary processing, the optimized structure may be directly used for manufacturing, which is especially suitable for engineering applications.

Key words: topology optimization; path-engulfment method; load-transfer path theory; engulfment algorithm; variable-density method

0 引言

良好的结构可降低制造成本,延长产品使用寿命,因此结构件的高性能和轻量化一直是工程领域追求的优化目标^[1]。长期以来,在结构优化时,拓扑优化方法因能够在最初结构拓扑关系未知的情况下即可找到最佳材料分布^[2-5],故而比尺寸优化方法^[6]和形状优化方法^[7]更具优势。但目前常见的拓扑优化方法通常需要建立和求解复杂的数学模型,计算耗时,难以满足工程需要^[8-9],因此,迫切需要建立一种适于工程领域的快速高效的拓扑结构优化方法。

拓扑优化的实质是通过寻找最佳载荷传递路

径实现给定区域内的最佳材料分布,并根据载荷传递路径的形式确定结构的拓扑形式,进而得到满足预期目标的拓扑结构,通过分析载荷传递路径建立对结构的整体评估,指导结构优化^[10]。

关于载荷传递路径理论已有许多研究。文献^[11-15]推导了载荷传递路径理论基础,将其扩展到动态加载,提出了一种同时考虑平移和旋转自由度的载荷传递路径理论,同时,引入设计准则作为优化目标函数定量数据分析的依据,用一种新的评价载荷传递路径分散系数表示载荷点、边界点与结构内任意点之间的耦合强度。文献^[16-17]研究了载荷传递路径理论的智能求解问题,采用基于残差架构的卷积神经网络实现高效载荷传递路径系数的估算,以深度学习模型生成载荷传

递路径理论的数学系数。文献[18-19]采用载荷传递路径理论优化汽车的控制臂和挂钩,优化后结构的刚度和质量明显得到改善。上述这些研究中,虽然求解得到了载荷传递路径,但因其无法直接用于优化,大多通过建立和求解复杂的数学模型才实现优化。如我们所知,数学模型的建模和求解耗时耗力,无法适应工程结构快速高效优化的需求。可见,建立一种智能优化算法来代替复杂的数学模型,并将其与载荷传递路径相结合形成新的拓扑优化方法,是解决工程优化问题的关键。

本文推导了载荷传递路径系数和载荷传递路径分散系数,并使用 ABAQUS-Python 联合求解结构的载荷传递路径。给出了本文智能优化算法(即吞噬算法)的基本原理,然后将载荷传递路径理论和吞噬算法相结合,形成一种路径-吞噬拓扑优化新方法。该方法从概念设计阶段对结构展开拓扑优化,避免了建立和求解复杂的数学模型。最后通过仿真和试验证明了方法的有效性。

1 载荷传递路径求解

在结构设计和优化过程中,了解外部载荷在结构中的传递方式,对提高结构主要受力区的刚度和强度、减小次要受力区的质量十分必要^[20]。为了区分外部载荷在结构中的传递方式,将载荷传递路径分为载荷主传递路径和载荷次传递路径。载荷主传递路径是指结构的高刚度区域,是结构中传递载荷的主要区域;载荷次传递路径表明结构材料的分布趋势,是结构中传递载荷的次要区域。

1.1 载荷主传递路径求解

含 3 个自由度的二维结构的载荷主传递路径求解方法已有研究^[21-22],本文主要介绍含 6 个自由度的三维结构的载荷主传递路径求解方法。如图 1 所示,将一个外部载荷 F_A 和扭矩 M_A 同时加载到一个线性弹性体上。

由载荷和扭矩引起的结构系统外部功和总应变能如下:

$$\left. \begin{aligned} W_F &= \frac{1}{2} F_A d_A \\ W_M &= \frac{1}{2} M_A r_A \\ U &= W_F + W_M \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: W_F 、 W_M 分别为由外部载荷和扭矩产生的系统外部功; d_A 、 r_A 分别为在外部载荷和扭矩作用下 A 点的位移和旋转。

载荷点 A、边界点 B 和任意点 C 之间的力-位

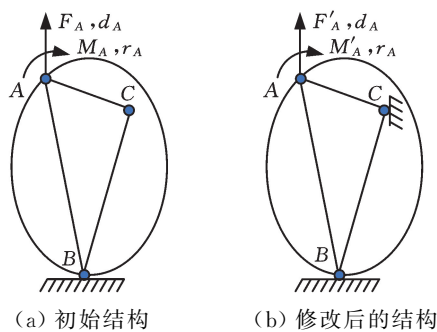


图 1 三维结构载荷主传递路径数学模型
Fig.1 Mathematical models of the major load-transfer path in three-dimensional structures

移-扭矩-旋转关系遵循:

$$\begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_C \\ M_A \\ M_B \\ M_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{AA}^T & \cdots & K_{AC}^T & K_{AA}^{TR} & \cdots & K_{AC}^{TR} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{CA}^T & \cdots & K_{CC}^T & K_{CA}^{TR} & \cdots & K_{CC}^{TR} \\ K_{AA}^{RT} & \cdots & K_{AC}^{RT} & K_{AA}^R & \cdots & K_{AC}^R \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{CA}^{RT} & \cdots & K_{CC}^{RT} & K_{CA}^R & \cdots & K_{CC}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_A \\ d_B \\ d_C \\ r_A \\ r_B \\ r_C \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: F_i ($i = A, B, C$)、 M_i ($i = A, B, C$)、 d_i ($i = A, B, C$) 和 r_i ($i = A, B, C$) 分别代表相应点上的载荷、扭矩、位移和旋转的三维向量; K_{ij}^T ($i = A, B, C; j = A, B, C$)、 K_{ij}^R ($i = A, B, C; j = A, B, C$)、 K_{ij}^{TR} ($i = A, B, C; j = A, B, C$)、 K_{ij}^{RT} ($i = A, B, C; j = A, B, C$) 为六自由度下系统的内部刚度张量,分别描述载荷与位移、扭矩与旋转、载荷与旋转,以及扭矩与位移的关系^[14]。

在图 1a 中,由于 B 点是边界点,即 $d_B = r_B = 0$,则有

$$F_A = K_{AA}^T d_A + K_{AC}^T d_C + K_{AA}^{TR} r_A + K_{AC}^{TR} r_C \quad (3)$$

$$M_A = K_{AA}^R d_A + K_{AC}^R d_C + K_{AA}^R r_A + K_{AC}^R r_C \quad (4)$$

将式(3)和(4)代入式(1)得到

$$W_F = \frac{1}{2} F_A d_A = \frac{1}{2} (K_{AA}^T d_A + K_{AC}^T d_C + K_{AA}^{TR} r_A + K_{AC}^{TR} r_C) d_A \quad (5)$$

$$W_M = \frac{1}{2} M_A r_A = \frac{1}{2} (K_{AA}^R d_A + K_{AC}^R d_C + K_{AA}^R r_A + K_{AC}^R r_C) r_A \quad (6)$$

根据文献[17,22]可知,求解载荷传递路径系数时,需要对系统赋予新的载荷和边界条件。如图 1b 所示,使任意点 C 也受全约束,在载荷点 A 处施加力 F'_A ,以保证载荷点 A 的位移和旋转仍是 d_A 和 r_A 。然后利用 ABAQUS-Python 联合提取三维结构每个节点 d_A 和 r_A 。

对于图 1b 所示系统,有 $d_B = d_C = r_B = r_C = 0$,即

$$W'_F = \frac{1}{2} F'_A d_A = \frac{1}{2} (K_{AA}^T d_A + K_{AA}^{TR} r_A) d_A \quad (7)$$

$$W'_M = \frac{1}{2} M'_A r_A = \frac{1}{2} (K_{AA}^R d_A + K_{AA}^R r_A) r_A \quad (8)$$

求出结构修改前后的应变能后,根据式(1)~式(8),从应变能角度出发^[21-22],定义三维结构的载荷传递路径系数 U_M^* :

$$U_M^* = \frac{U' - U}{U'} = 1 - \frac{W_F + W_M}{W'_F + W'_M} =$$

$$\{1 - (2W_F + 2W_M)[(\mathbf{K}_{AC}^T \mathbf{d}_C) \mathbf{d}_A + (\mathbf{K}_{AC}^{TR} \mathbf{r}_C) \mathbf{d}_A + (\mathbf{K}_{AC}^{RT} \mathbf{d}_C) \mathbf{r}_A + (\mathbf{K}_{AC}^R \mathbf{r}_C) \mathbf{r}_A]^{-1}\}^{-1} \quad (9)$$

在式(9)中, \mathbf{d}_A 、 \mathbf{d}_C 、 \mathbf{r}_A 和 \mathbf{r}_C 是常量, U_M^* 是 \mathbf{K}_{AC} 的函数,表征载荷点与结构中任意点之间的内部刚度大小。通过 ABAQUS-Python 联合计算每个点的 U_M^* 值,将相同载荷传递路径系数的点连接起来形成不同的等值线,将等值线曲率最大点连接起来,即为三维结构的载荷主传递路径。

1.2 载荷次传递路径求解

根据载荷传递的可逆性,载荷可以从载荷点传递到边界点,也可以从边界点传递到载荷点。因此在求解载荷次传递路径时,首先将 A 为载荷点、B 为边界点时求解的载荷传递路径系数记为 U_1^* , U_1^* 表示任意点与载荷点之间的内部刚度;其次将 A 为边界点、B 为载荷点时求解的载荷传递路径系数记为 U_2^* , U_2^* 表示任意点与边界点之间的内部刚度,则载荷传递路径分散系数 U_{sum}^* 为

$$U_{sum}^* = U_1^* + U_2^* \quad (10)$$

U_{sum}^* 表示结构中任意点与载荷点和边界点耦合的内部刚度,反映了给定结构中每个区域对载荷分布的贡献,即 U_{sum}^* 大的区域需要增添材料, U_{sum}^* 小的区域可以减少材料^[19]。这种材料分布趋势下产生的路径即为载荷次传递路径。可见,载荷次传递路径表征了材料分布的趋势,是结构中传递载荷的次要区域。

为了更好地说明载荷主传递路径和次传递路径的求解过程,图 2 给出了两种载荷传递路径的求解流程。

2 吞噬算法

工程结构在受到复杂外部载荷作用时,其应力分布往往不均匀,甚至会出现应力突变。应力分布不均匀意味着结构材料分布的不合理,即结构未能有效利用载荷传递路径,因此该结构存在进一步优化的潜力。为了得到应力均匀分布的最优结构,本文首先将结构中各节点按照规定原则进行分类,形成不同应力大小的区域(该分类操作称为聚集行为);然后比较不同应力区域平均应力的大小,对应力相对大的区域增加材料,应力相对小的区域删除材料(该增删材料操作称为吞噬行为),从而实现结构应力的均匀分布。将实施聚集行为和吞噬行为的上述过程称为吞噬算法。

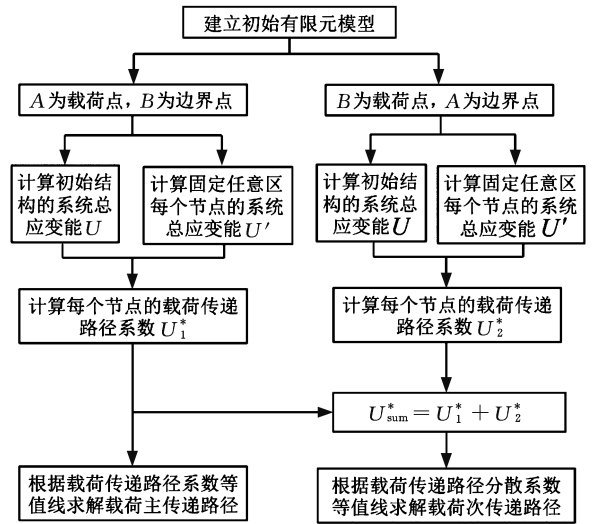


图 2 载荷传递路径求解流程图

Fig.2 Flowchart for solving load-transfer path

2.1 聚集原则

聚集行为以不同应力区域中应力最大的点(称为父代贪婪节点)为基本点,将结构的其余节点(称为子代贪婪节点)按照聚集原则进行分类,形成不同应力大小的区域。聚集行为遵循以下三个原则。

1) 原则一。父代贪婪节点的应力一直是最大应力。这种情况下,将每次聚集的其余节点作为子代贪婪节点,聚集不超过父代贪婪节点应力 50% 的相邻节点,直到最小节点应力不小于父代贪婪节点应力的 50%。图 3 展示了聚集原则一的实现过程。

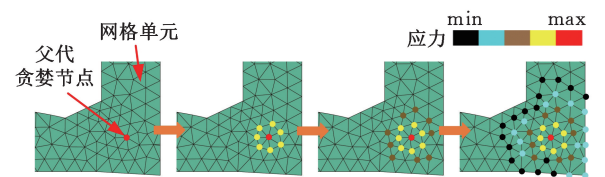


图 3 聚集原则一实现过程

Fig.3 Implementation process of aggregation principle 1

如图 3 所示,父代贪婪节点一直是最大应力节点,按照聚集原则一,第一次将相邻的黄色节点聚集起来,第二次通过黄色节点将咖啡色节点聚集起来,不满足要求的黑色节点则被排除在外,第三次通过咖啡色节点将蓝色节点聚集起来,第四次用蓝色节点进行聚集行为时,相邻节点应力已小于父代贪婪节点应力的 50%,黑色节点不满足要求,不在此应力区域内。

2) 原则二。父代贪婪节点应力不是最大应力,且最大应力不超过父代贪婪节点应力的 50%。这种情况下,具有最大应力的节点是新的父代贪婪节点,原父代贪婪节点作为子代贪婪节点进行聚集行为,直到最小节点应力不小于父代

贪婪节点应力的 50%；若在聚集行为中，父代贪婪节点应力不是最大应力，但最大应力超过父代贪婪节点应力的 50%，则不聚集该节点，然后比较第二大的应力与父代贪婪节点的应力大小；若超过父代贪婪节点应力大小的 50% 则不聚集，若不超过则成为新的父代贪婪节点，循环比较所有比父代贪婪节点应力大的节点，否则父代贪婪节点不变。图 4 展示了聚集原则二的实现过程。如图 4 所示，在第一次聚集行为后，A 点应力大于原父代贪婪节点 B 的应力，A 节点成为新的父代贪婪节点，B 节点变成子代贪婪节点。此后以新的父代贪婪节点 A 进行聚集，将咖啡色和蓝色节点聚集，黑色节点不满足要求，不在此区域内。

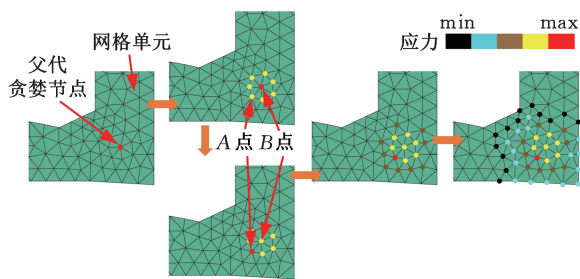


图 4 聚集原则二实现过程

Fig.4 Implementation process of aggregation principle 2

3) 原则三。现有父代贪婪节点不能够聚集所有节点。此时将产生新的父代贪婪节点，遵循原则一和原则二继续聚集行为。

2.2 吞噬原则

经过聚集行为后，结构的节点按照其应力大小被聚集在不同区域。然后比较不同应力区域平均应力的大小，按照如下原则进行吞噬行为。

1) 原则一。分为两种情况：① 如图 5a 所示，当大应力区域的平均应力是小应力区域平均应力的 2 倍以上时，规定大应力区域（红色区域）吞噬小应力区域（蓝色区域），小应力区域等比例减少材料，大应力区域按照外形轮廓扩大，扩大面积（或体积）为小应力区域缩小的面积（或体积），且扩大的范围不会扩散到小应力区域内，也不会扩散到结构优化边界外；② 如图 5b 所示，当大应力区域的平均应力是小应力区域平均应力的 2 倍以下时，保持各应力区域范围不变。

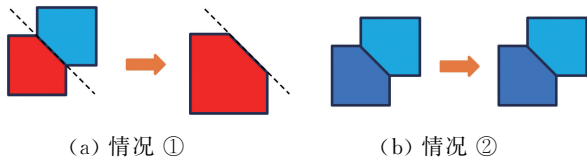


图 5 吞噬原则一实现过程

Fig.5 Implementation process of engulfment principle 1

2) 原则二。如图 6 所示，黑色斜线表示结构优化的边界限制，当大应力区域吞噬小应力区域时，此时由于存在边界限制，规定扩大的面积（或体积）只能是原小应力区域面积（或体积）的一部分。如果扩大后的应力区域完全覆盖原来的小应力区域，则遵循吞噬原则三。

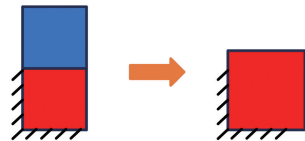


图 6 吞噬原则二实现过程

Fig.6 Implementation process of engulfment principle 2

3) 原则三。如图 7 所示，以边界区域为例，当大应力区域吞噬小应力区域时，大应力区域按照外形轮廓扩大，由于存在边界限制，导致大应力区域的扩大会完全覆盖小应力区域，规定此时小应力区域仍被吞噬，但是扩大的面积（或体积）由其他大应力区域继承，大应力区域是在所有区域内按照应力由大到小的顺序依次选定。

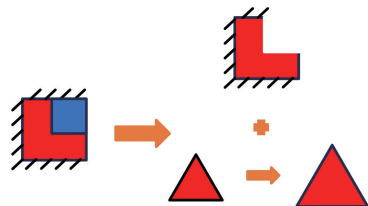


图 7 吞噬原则三实现过程

Fig.7 Implementation process of engulfment principle 3

每次吞噬行为结束后，再次形成不同应力大小的区域。为确定优化收敛条件，定义灵敏度函数如下：

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^k \frac{|x_i - x_j|}{x_i} d_{ij} \right) \quad (11)$$

式中： n 为最终应力区域数量； k 为每个应力区域的相邻应力区域数量； x_i 为当前应力区域的平均应力； x_j 为当前应力区域相邻区域的平均应力； d_{ij} 为当前应力区域的中心与相邻应力区域中心之间的距离。

当灵敏度函数值最小时，表示整体结构应力均匀，满足目标要求。其中灵敏度函数值最小是指本次循环结束后，再进行 3 次循环，若这三次循环的灵敏度函数值都比本次循环的灵敏度函数值大且不超过本次灵敏度函数值的 10%，则认为灵敏度函数达到最小并终止循环。通过不断在应力大的区域增加材料，在应力小的区域减少或删除材料，当满足目标要求时终止迭代，得到最终优化结构。

2.3 边界光滑处理

由于吞噬算法计算过程中出现了不规则形状的区域，为了得到可直接用于加工制造的优化结构，采

用以下方法对不规则形状边界进行光滑处理。

1) 通过 Python 编程找到结构的边界节点。具体方法为找到每个节点所在单元, 求出每个节点与相邻节点的夹角 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, n)$, n 为相邻单元数量。当 α_i 满足 $\sum \alpha_i = 360^\circ$ 时, 认为节点为内部节点, 否则为边界节点, 如图 8 所示。对于 a 点, 由于 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 < 360^\circ$, 因此 a 点为外部节点。对于 b 点, 由于 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 = 360^\circ$, 因此 b 点为内部节点。

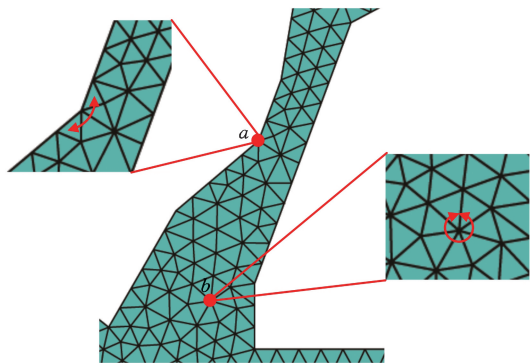


图 8 内部节点与边界节点

Fig.8 Internal nodes and boundary nodes

2) 拟合产生新边界。首先将边界节点按照结构位置进行分类, 然后对每段边界节点进行最小二乘法拟合, 产生新的边界。依据新边界对结构进行增加或删除材料的操作, 如图 9 所示。图 9a 表示确定区域的边界节点; 图 9b 表示对边界节点进行最小二乘法拟合, 产生新的边界, 在新边界的两条边界线内需要增加材料, 边界线外则需要删除材料, 形成图 9c 所示结构。其余边界按照相同方法处理。

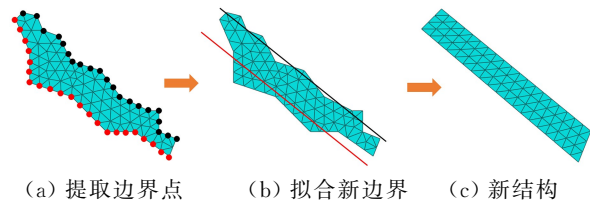


图 9 边界光滑处理过程

Fig.9 The boundary smoothing process

由上述过程可以看出, 本文算法避免了数学建模和求解时常出现的实体和空洞交替出现的棋盘格现象以及实体与空洞交界处模糊不清的灰度单元问题, 得到的优化结构可直接用于加工制造, 节约了建立和求解数学模型以及后续边界处理的时间。吞噬算法的流程见图 10。

3 路径-吞噬方法

路径-吞噬方法是将载荷传递路径理论和吞噬算法结合形成的一种新的结构优化方法。该方

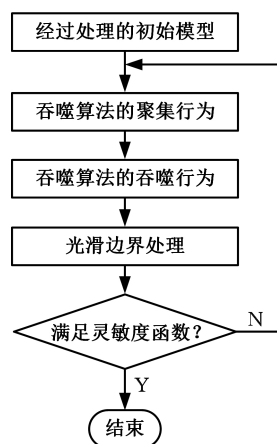


图 10 吞噬算法流程

Fig.10 Flowchart for engulment algorithm

法首先求解结构的载荷传递路径, 然后沿载荷传递路径进行材料最优分配, 以满足结构高刚度、高强度和低质量的优化目标。该方法从概念设计阶段即对不同边界条件和载荷条件的结构展开优化, 无需建立和求解复杂的数学模型。路径-吞噬方法的优化过程如下。

1) 将原始结构进行包络模型处理, 然后根据边界条件和载荷条件将结构分成载荷区、边界区和任意区, 按照载荷传递路径理论求解方法分别计算求解结构的载荷主传递路径和载荷次传递路径, 找到结构载荷传递的关键区域。

2) 根据结构的载荷主传递路径、载荷次传递路径和约束条件, 计算载荷传递路径总长度, 利用面积或体积约束, 按照一定截面尺寸沿载荷传递路径均匀分布材料, 得到用于吞噬算法的初始优化结构。

3) 对初始优化结构施加相同的载荷条件和边界条件, 遵循聚集原则和吞噬原则, 并进行光滑边界处理, 不断迭代求解, 当满足最小灵敏度函数值时得到最终优化的结构。

3.1 带通孔约束的悬臂梁结构优化

以工程中常见的通孔制造工艺约束为例, 介绍本文方法的结构优化过程。材料属性见表 1, 采用 $2\text{ mm} \times 2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 的 C3D8R 网格计算求解。在图 11 所示的 $90\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ 悬臂梁结构中, 沿 X 方向的中间位置有一个直径 10 mm 、壁厚 2 mm 的通孔, 其左侧端面作为边界完全固定, 在右端面沿 Y 方向中间切出 $10\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ 的区域, 在中心耦合点上施加沿 Y 轴负向的 3000 N 的集中载荷。

表 1 材料属性

Tab.1 Material properties

材料	密度 / ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模量 / GPa	泊松比
Q235	7.8×10^3	206	0.3

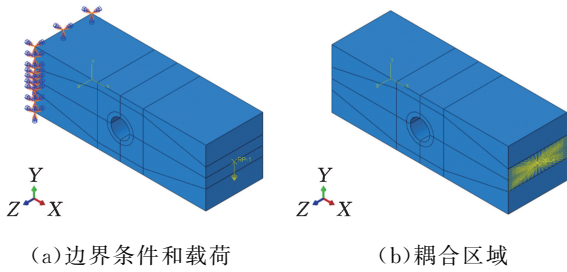


图 11 通孔悬臂梁仿真约束条件

Fig.11 Constraint conditions for simulation of through-hole cantilever beam

3.1.1 通孔悬臂梁变密度法仿真优化

使用 ABAQUS 对结构进行变密度法优化, 优化目标是使结构具有最小应变能, 优化约束是体积不超过初始体积的 30%, 优化结果如图 12 所示, 优化结构的应力和位移见表 2。

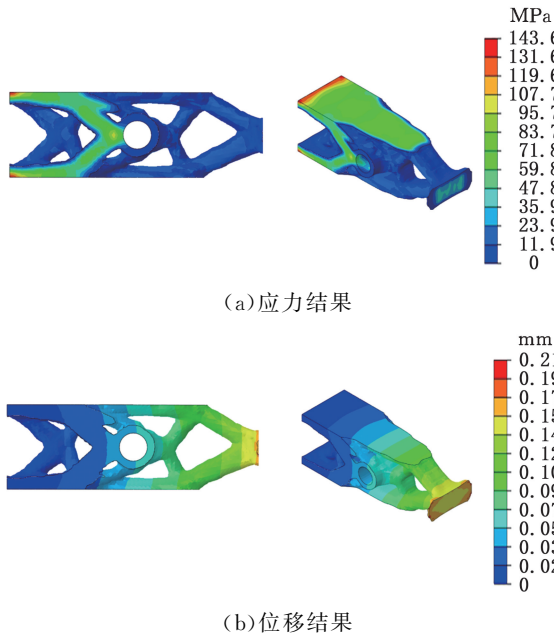


图 12 通孔悬臂梁变密度法仿真结果

Fig.12 Simulation results of variable-density method for through-hole cantilever beam

表 2 通孔悬臂梁仿真结果

Tab.2 Simulation results for through-hole cantilever beam

方法	体积/mm ³	应力/MPa	位移/mm
变密度法	28 821.2	143.6	0.21
路径-吞噬方法	26 512.4	118	0.17

3.1.2 通孔悬臂梁路径-吞噬方法仿真优化

对通孔悬臂梁结构进行路径-吞噬方法优化, 其载荷传递路径和初始结构优化过程如图 13 所示, 其中图 13a 是通过载荷传递路径系数求解得到的载荷主传递路径, 图 13b 是通过载荷传递路径分散系数求解的载荷次传递路径, 图 13c 为结构的载荷传递路径, 图 13d 为根据载荷传递路径得到的用于吞噬算法的初始结构。

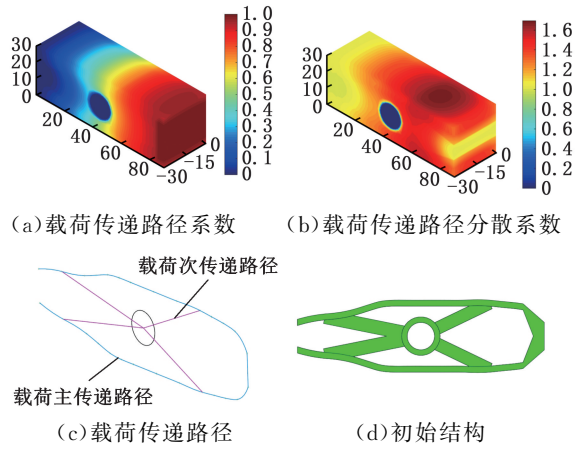


图 13 通孔悬臂梁载荷传递路径和初始结构

Fig.13 The load-transfer path and initial structure of through-hole cantilever beam

通孔悬臂梁吞噬算法优化过程如图 14 所示, 图 14a~图 14e 分别为第 1、3、7、9 和 11 次优化结果应力, 图 14f 为第 11 次优化结果的位移, 具体数据见表 2, 图 15 是灵敏度函数值变化曲线。由图 14 可见, 每次迭代后材料向大应力区域聚集, 进行重新分布, 合理分配材料, 最终达到应力均匀分布。整个吞噬过程共进行 14 次迭代, 其中第 12~14 次迭代的灵敏度函数值均比第 11 次大, 且

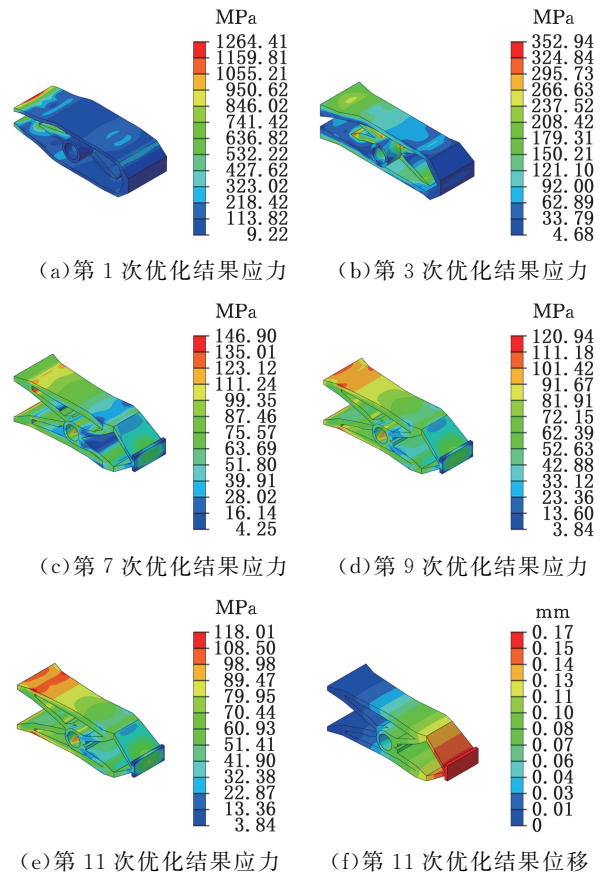


图 14 通孔悬臂梁路径-吞噬方法仿真结果

Fig.14 Simulation results of path-engulfment method for through-hole cantilever beam

不超过其 10%，满足收敛要求，因此第 11 次迭代结果为最终优化结构。

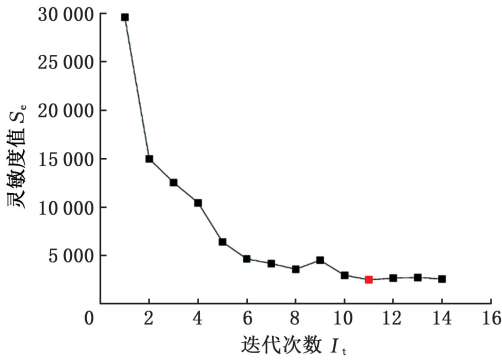


图 15 灵敏度函数值变化曲线(通孔悬臂梁)

Fig.15 Variation curve of sensitivity function value (through-hole cantilever beam)

由表 2 可以看出，在相同载荷和边界条件下，路径-吞噬方法优化结构的质量比变密度法减小 8.1%，最大应力减小 17.8%，最大位移减小 19.1%。将两种优化结果的节点应力提取出来，按照大小均分成 9 组，如图 16 所示，变密度方法中 50% 以上为低应力网格节点，说明材料利用率低，无效质量占比大。路径-吞噬方法的优化结构不仅提高了结构的刚度和强度，还减小了结构质量。

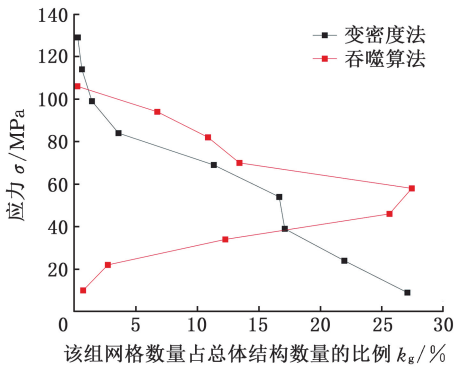


图 16 两种方法节点应力分布

Fig.16 Nodal stress distribution of the two methods

3.2 对称载荷区域的悬臂梁结构优化

初始结构如图 17 所示，90 mm×30 mm×30 mm 的悬臂梁结构，左端边界完全固定，在右端面沿 Y 方向中间切出 3 个 10 mm×10 mm 的区域，取两侧的 10 mm×10 mm 的区域，然后在端面中点耦合两侧区域，并在中心施加沿 Y 轴负向的 3000 N 的集中载荷。材料属性见表 1，采用 2 mm×2 mm×2 mm 的 C3D8R 网格计算求解。

3.2.1 受对称载荷悬臂梁变密度法仿真优化

使用 ABAQUS 对结构进行变密度法优化，优化目标是使结构具有最小应变能，优化约束是体积不超过初始体积的 30%，优化结果如图 18 所示，优化结构的应力和位移见表 3。

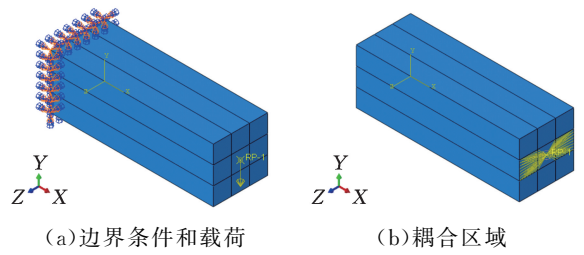


图 17 受对称载荷悬臂梁仿真约束条件

Fig.17 Constraints of cantilever beam simulation under symmetric load

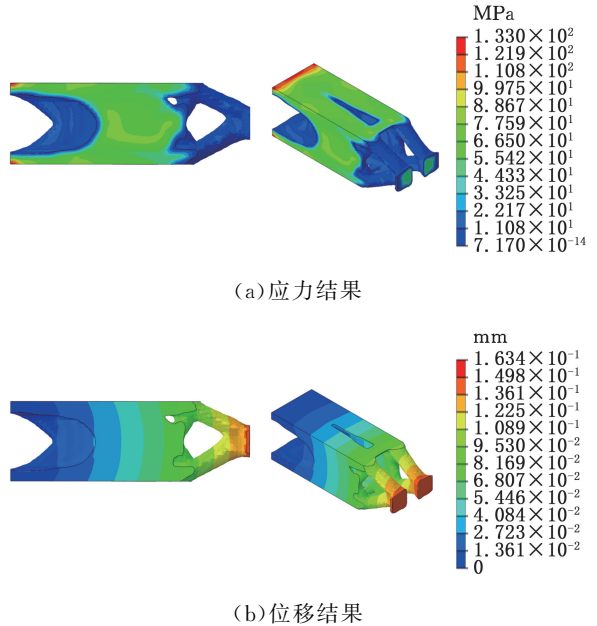


图 18 受对称载荷悬臂梁变密度法仿真结果

Fig.18 Simulation results of cantilever beam under symmetric load by variable-density method

表 3 受对称载荷悬臂梁仿真结果

Tab.3 Simulation results of cantilever beam under symmetrical load

方法	体积/mm ³	应力/MPa	位移/mm
变密度法	28 580.5	133	0.16
路径-吞噬方法	25 657.9	107.5	0.14

3.2.2 受对称载荷悬臂梁路径-吞噬方法仿真优化

对于受对称载荷悬臂梁结构，采用与 3.1.2 节相同的优化流程进行路径-吞噬方法优化，优化结果见图 19，具体数据见表 3，图 20 是灵敏度函数值变化曲线。

由表 3 可以看出，在相同载荷和边界条件下，路径-吞噬方法优化结构的质量比变密度法减小 10.2%，最大应力减小 19.2%，最大位移减小 12.5%。路径-吞噬方法的优化结构实现了对结构轻量化的同时也具有更高的刚度和强度。

3.3 等厚度薄板拉伸试验

初始结构为图 21 所示的 180 mm×60 mm×

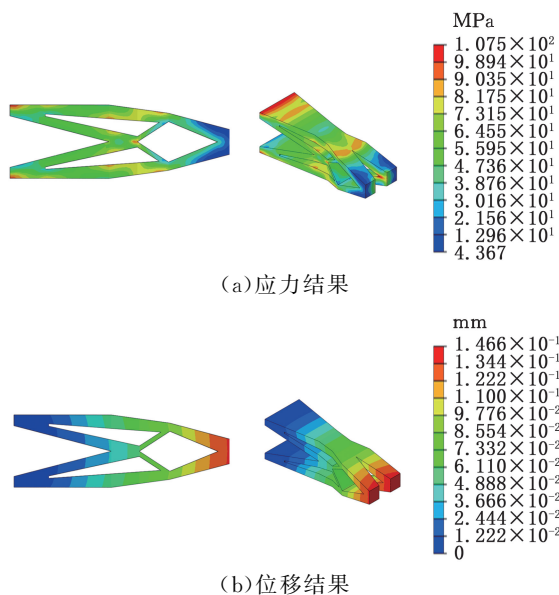


图 19 受对称载荷悬臂梁路径-吞噬方法仿真结果

Fig.19 Simulation results of path-engulfment method

for cantilever beam under symmetric load

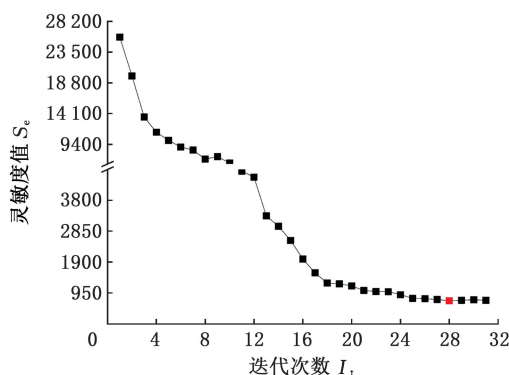


图 20 灵敏度函数值变化曲线(受对称载荷悬臂梁)

Fig.20 Variation curve of sensitivity function value

(cantilever beam under symmetric load)

6 mm薄板结构。在薄板两端沿 X 方向各切出 30 mm 边界,其中左端面完全固定,右端面中心耦合点上施加沿 X 轴正向的 20 kN 的集中载荷。材料属性见表 1,采用 2 mm×2 mm×2 mm 的 C3D8R 网格计算求解。

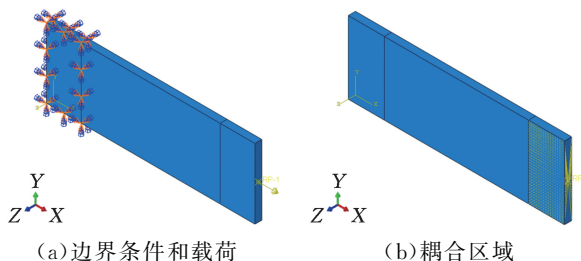


图 21 薄板结构仿真约束条件

Fig.21 Constraint conditions for simulation of thin plate

3.3.1 变密度法拉伸试验准备

使用 ABAQUS 对结构进行变密度法优化,

优化目标是结构具有最小应变能,优化约束是体积不超过初始体积的 30%,优化结果如图 22 所示。

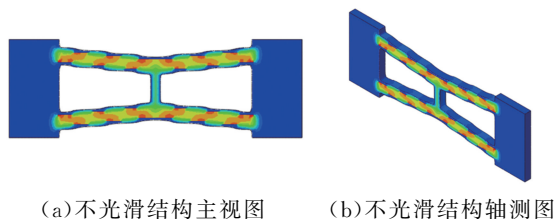


图 22 薄板变密度法仿真结果

Fig.22 Simulation results of variable-density method for thin plate

为便于试验,将图 22 结构进行光滑边界处理,形成可加工的结构,在相同边界和载荷条件下,再用 ABAQUS 进行仿真计算,结果如图 23 所示,结构应力和位移见表 4。

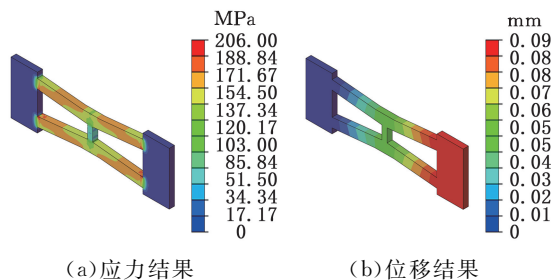


图 23 光滑处理的薄板变密度法仿真结果

Fig.23 Simulation results of variable-density method for thin plate with boundary smoothing

表 4 薄板仿真结果

Tab.4 Simulation results for thin plate

方法	体积/mm ³	应力/MPa	位移/mm
变密度法	37 713.6	206	0.092
路径-吞噬方法	36 606.6	183.8	0.091

3.3.2 路径-吞噬方法拉伸试验准备

对薄板结构进行路径-吞噬方法优化,载荷传递路径和初始结构如图 24 所示,其中图 24a 是通过载荷传递路径系数求解得到的载荷主传递路径,图 24b 是通过载荷传递路径分散系数求解的载荷次传递路径,图 24c 为结构的载荷传递路径,图 24d 为根据载荷传递路径得到的用于吞噬算法的初始结构。

路径-吞噬方法的优化结果见图 25 和表 4。图 26 是灵敏度函数值的变化曲线,整个吞噬过程共进行 28 次迭代,其中第 26~28 次迭代结果的灵敏度函数值均比第 25 次大,且不超过其 10%,满足收敛要求,因此第 25 次迭代结果为最终优化结构。

从表 4 中可以看出,在相同载荷和边界条件下,路径-吞噬方法优化后结构的质量比变密度法

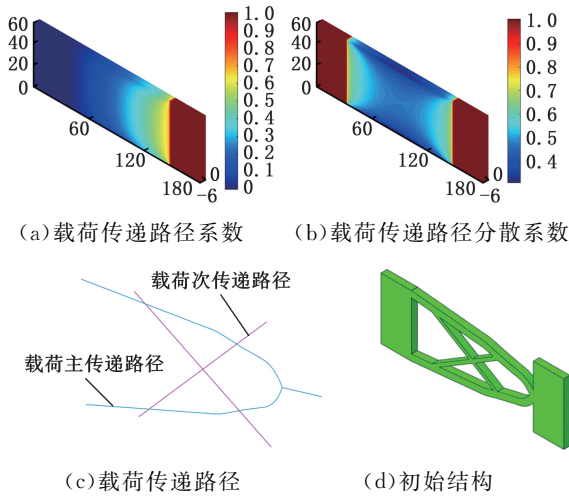


图 24 薄板载荷传递路径和初始结构
Fig.24 The load-transfer path and initial structure of thin plate

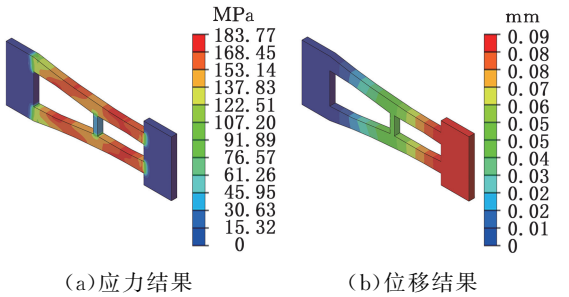


图 25 薄板路径-吞噬方法仿真结果
Fig.25 Simulation results of path-engulfment method for thin plate

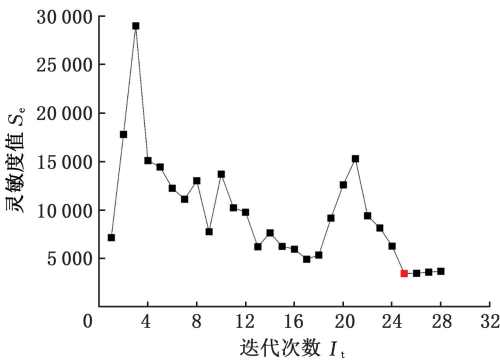
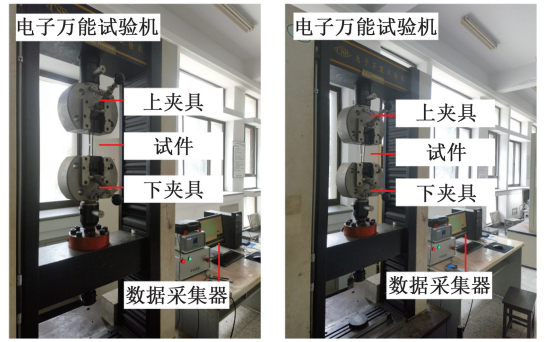


图 26 灵敏度函数值变化曲线(薄板)
Fig.26 Variation curve of sensitivity function value (thin plate)

减小 2.9%，最大应力减小 10.7%，最大位移减小 1.1%。为了验证仿真结果的可靠性，对两种方法进行试验比较。

3.3.3 试验结果与比较

采用线电机切割和机加工相结合的方法制出两个优化结构的模型，如图 27 所示。材料采用 45 钢，加工后的试件尺寸与仿真模型一致。使用 CSS-44200 电子万能试验机对两种试件进行材料拉伸试验，上夹具固定，下夹具拉伸速率为 0.05



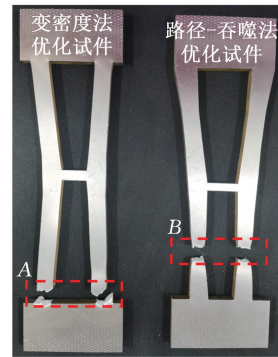
(a) 变密度法优化结构 (b) 路径-吞噬方法优化结构

图 27 两种方法的试件拉伸试验

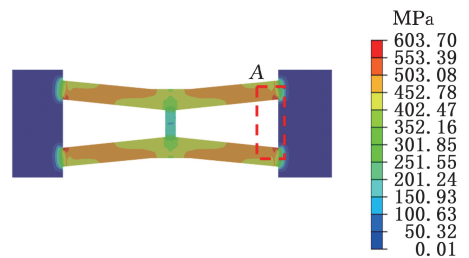
Fig.27 Tensile experiments on specimens with two methods

mm/s^[23-24]，分别采集两个试件承受的最大拉力。

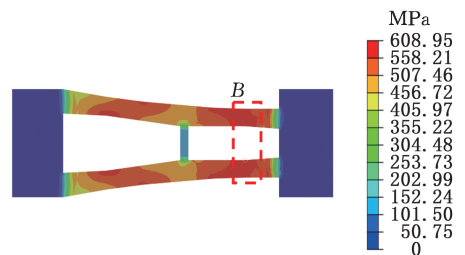
45 钢的拉伸强度是 600MPa，使用 ABAQUS 模拟两个试件的材料拉伸过程。采用 2 mm × 2 mm × 2 mm 的 C3D8R 网格，左端 30 mm 完全固定，右边 30 mm 耦合点处施加 0.05 mm/s 的边界条件。试验结果如图 28 所示，在两个试件达到最大拉伸强度时，最大应力的位置分别在 A 处



(a) 试验结果



(b) 变密度法仿真计算结果



(c) 路径-吞噬方法仿真计算结果

图 28 试验与仿真结果对比

Fig.28 Comparison of experimental and simulation results

和 B 处,与仿真结果吻合。

将数据收集器采集的试验过程拉力绘制成曲线,如图 29 所示,路径-吞噬方法优化结构的抗拉性能明显优于变密度方法,抗拉强度提高约 7%。

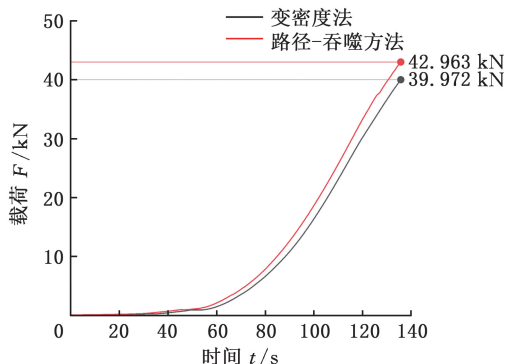


图 29 两种试件的拉力曲线

Fig.29 Tensile force curves of two specimens

4 结论

本文提出了一种新的智能优化算法——吞噬算法,并将其与载荷传递路径理论相结合,形成了一种无需建立和求解复杂数学模型的路径-吞噬优化方法。该方法不仅能确定结构的载荷传递路径,还能确保材料沿载荷传递路径的最优分布,最大程度地满足了结构性能的设计要求,实现了结构的高强度、高刚度和轻量化设计。本文方法与变密度法的仿真和试验比较表明:

1) 吞噬算法避免了变密度法中的棋盘格和灰度单元难题,锯齿边界容易处理,优化后的结构可直接用于加工制造。

2) 本文方法通过寻找不同边界条件和载荷条件下结构的关键区域,实现了材料的均匀分布,确保了材料的有效利用,进而最大限度地提高了结构的刚度和强度,减小了结构质量。

3) 本文方法无需建立和求解复杂的数学模型,可用于指导工程应用的优化。与变密度法相比,路径-吞噬方法优化后结构的质量减小了 2.9%,最大应力减小了 10.7%,最大位移减小 1.1%,而抗拉强度则提高 7%。

参考文献:

[1] SUN Chen, WANG Wei, TIAN Xiwei, et al. Thermal Design of Composite Cold Plates by Topology Optimization[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2023, 259:108594.

[2] SIGMUND O, MAUTE K. Topology Optimization Approaches [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2013, 48(6):1031-1055.

[3] ANSOLA R, CANALES J, TÁRRAGO J A, et al.

An Integrated Approach for Shape and Topology Optimization of Shell Structures[J]. Computers & Structures, 2002, 80(5/6):449-458.

- [4] ZHU J H, ZHANG W H, QIU K P. Bi-directional Evolutionary Topology Optimization Using Element Replaceable Method[J]. Computational Mechanics, 2007, 40(1):97-109.
- [5] FU Yunfei, ROLFE B, CHIU L, et al. SEMDOT: Smooth-edged Material Distribution for Optimizing Topology Algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2020, 150:102921.
- [6] WANG Chao, ZHAO Zhi, ZHOU Ming, et al. A Comprehensive Review of Educational Articles on Structural and Multidisciplinary Optimization [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2021, 64(5):2827-2880.
- [7] AZIZI M, AICKELIN U, KHORSHIDI H A, et al. Shape and Size Optimization of Truss Structures by Chaos Game Optimization Considering Frequency Constraints [J]. Journal of Advanced Research, 2022, 41:89-100.
- [8] LLOPIS-ALBERT C, RUBIO F, ZENG Shouzheng. Multiobjective Optimization Framework for Designing a Vehicle Suspension System. a Comparison of Optimization Algorithms[J]. Advances in Engineering Software, 2023, 176:103375.
- [9] 成艾国, 王超, 陆日进, 等. 复合材料尾门结构的拓扑-参数一体化轻量化设计[J]. 中国机械工程, 2024, 35(10):1824-1833.
- CHENG Aiguo, WANG Chao, LU Rijin, et al. Holistic Topology-parameter Lightweight Design of the Structure of Composite Tailgate[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(10):1824-1833.
- [10] SAKURAI T, TANAKA J, OTANI A, et al. Load Path Optimization and U* Structural Analysis for Passenger Car Compartments under Frontal Collision [J]. SAE Technical Papers, 2003-01-2734.
- [11] SHINOBU M. Transferred Load and Its Course in Passenger Car Bodies[J]. JSAE Review, 1995, 16(2):145-150.
- [12] TAKAHASHI K, OMIYA M, ISO T, et al. Load Transfer Ustar (U*) Calculation in Structures under Dynamic Loading[J]. Transactions of The Japan Society of Mechanical Engineers Series A, 2013, 79(807):1657-1668.
- [13] HOSHINO H. Vibration Reduction in the Cabins of Heavy-duty Trucks Using the Theory of Load Transfer Paths[J]. JSAE Review, 2003, 24(2):165-171.
- [14] WANG Qingguo, TELICHEV I, WU C Q. A

- New Load Transfer Index (U_M^*) with Considering Six Degrees of Freedom and Its Application in Structural Design and Analysis [J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2018, 46(4):410-424.
- [15] NAITO T, KOBAYASHI H, URUSHIYAMA Y, et al. Introduction of New Concept U^* Sum for Evaluation of Weight-efficient Structure[J]. *SAE International Journal of Passenger Cars - Electronic and Electrical Systems*, 2011, 4(1):30-41.
- [16] ZHAO Shengjie, WU Nan, WANG Quan. Deep Residual U-net with Input of Static Structural Responses for Efficient U^* Load Transfer Path Analysis[J]. *Advanced Engineering Informatics*, 2020, 46:101184.
- [17] WANG Qingguo, ZHANG Geng, SUN Chenchen, et al. High Efficient Load Paths Analysis with U^* Index Generated by Deep Learning[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, 344:499-511.
- [18] WANG Zhaohua, WU Nan, WANG Qingguo, et al. Novel Bionic Design Method for Skeleton Structures Based on Load Path Analysis[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(22):8251.
- [19] WANG Zhaohua, WANG Qingguo, WU Nan, et al. Structural Improvement of Vehicle Component Based on the Load Path and Load Distribution Analysis[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2021, 22(3):787-798.
- [20] 王万林. 基于断面优化和传力路径分析的铝合金车架轻量化设计[D].长沙:湖南大学,2018.
WANG Wanlin. *Lightweight Design of Aluminum Vehicle Frame Based on the Section Optimization and Load Path Analysis* [D]. Changsha: Hunan University, 2018.
- [21] WANG Enyang, NOHARA T, ISHII H, et al. Load Transfer Analysis Using Indexes U^* and U^{**} for Truck Cab Structures in Initial Phase of Frontal Collision [J]. *Advanced Materials Research*, 2010, 156/157:1129-1140.
- [22] 郭奕呈. 考虑传力路径的航天结构多部段协同优化设计[D].大连:大连理工大学, 2020.
GUO Yicheng. *Collaborative Optimization of Aerospace Multi-stage Structure Considering Load Path*[D]. Dalian:Dalian University of Technology, 2020.
- [23] WANG Xi, QIN Ruixian, ZHANG Xu, et al. Quasi-static and Dynamic Behavior of Additively Manufactured Metamaterial Structures with Layered-hybrid Topologies [J]. *Thin-Walled Structures*, 2023, 183:110434.
- [24] YIN Zhongyuan, JIANG Binhui. Predicting Equation of Quasi-static and Dynamic Failures of Steel Columns under Fire[J]. *Engineering Structures*, 2023, 276:115348.
- (编辑 王旻玥)
-
- 作者简介:林家辉,男,1995年生,博士研究生。主要研究方向为智能算法、结构设计与优化。李 军*(通信作者),男,1965年生,教授、博士研究生导师。E-mail:leejun_orcid@163.com.
- 本文引用格式:
林家辉,李壮壮,李学霖,等.一种路径-吞噬拓扑优化新方法[J]. *中国机械工程*, 2025, 36(3):504-514.
LIN Jiahui, LI Zhuangzhuang, LI Xuelin, et al. A New Method for Path-engulfment Topology Optimization[J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36(3):504-514.
-
- (上接第 503 页)
- YANG Hao, LOU Junqiang, YANG Yiling, et al. Dynamic Modeling and Feedforward Compensation of the Rate-dependent Bipolar Bias Hysteresis Nonlinearity of Marco Fiber Composites Actuators [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2023, 43(3):531-538.
- [15] 王琴琴,周孟德,孙晨晋,等. 压电叠堆作动器率相关迟滞非线性建模研究[J]. *压电与声光*, 2022, 44(6):907-912.
WANG Qinqin, ZHOU Mengde, SUN Chenjin, et al. Modeling on Rate-dependent Hysteresis Nonlinear Characteristics of Piezoelectric Stack Actuators [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2022, 44(6):907-912.
- (编辑 王旻玥)
-
- 作者简介:李 冲*,男,1988年生,博士、副教授。主要研究方向为压电驱动与控制。E-mail:lichong@just.edu.cn.
- 本文引用格式:
李冲,栢新,童玉健,等.低频大位移多工作模式压电直线驱动器非线性迟滞控制及实验研究[J]. *中国机械工程*, 2025, 36(3):493-503.
LI Chong, BAI Xin, TONG Yujian, et al. Nonlinear Hysteresis Control and Experimental Study of Low-frequency Large Displacement Multi-mode Piezoelectric Linear Actuators[J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36(3):493-503.