

箱型结构加强筋分布及支撑位置的协同优化设计

李 简¹ 丁晓红^{1*} 张轶杰² 熊 敏¹ 王 瀚¹ 张 横¹

1.上海理工大学机械工程学院,上海,200093

2.上海微电子装备(集团)股份有限公司,上海,200131

摘要:箱型结构内部加强筋布局及支撑位置对结构性能有重要影响。提出一种箱型结构加强筋分布及支撑位置协同优化设计方法,引入独立的支撑单元和加强筋基结构,建立箱型结构加强筋和支撑位置协同优化数学模型。通过自适应成长法对箱型结构进行加强筋优化设计,基于双向渐近结构优化方法对支撑位置进行优化,得到最优的加强筋分布和支撑位置。结果表明,相比于已知支撑位置的加强筋优化设计,协同优化得到的支撑位置和加强筋分布具有更优的力学性能。

关键词:箱型结构;支撑位置;加强筋分布;协同优化

中图分类号:TH11

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.01.007

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Hybrid Optimization for Housing Structure Stiffener and Support Location

LI Jian¹ DING Xiaohong^{1*} ZHANG Yijie² XIONG Min¹ WANG Han¹ ZHANG Heng¹

1.School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai, 200093

2.Shanghai Micro Electronics Equipment(Group) Company, Shanghai, 200131

Abstract: The internal stiffener layout and support location of housing structure played an important role in improving of structural performance and lightweight. A design method for hybrid distribution optimization of stiffener and support locations of housing structures was proposed. Independent support elements and stiffener base structures were introduced to establish a mathematical model for the hybrid optimization of stiffener distribution and support location of the housing structure. The optimal design for stiffener distribution of the housing structure was performed by an adaptive growth method. The support location was optimized based on the bi-directional evolutionary structural optimization method. The results show that the support locations and distribution of stiffeners obtained from the hybrid optimization have better mechanics properties than the optimized results of the housing structure with known support locations.

Key words: housing structure; support location; stiffener layout; hybrid optimization

0 引言

箱型结构广泛用于机床、桥梁、船舶等工程领域,并在其中作为基础结构起承载作用,决定整体结构的强度和刚度。对箱型结构进行加强筋优化是装备结构重要且常见的性能提升方法之一,加强筋能将作用于结构局部区域的载荷传递到结构的支撑位置,增大结构整体的强度和刚度,但在以往的加强筋优化研究中,支撑条件一般是根据设计经验预先给定的,忽略了支撑位置对结构性能的影响,不利于结构性能的进一步提升。结构承受的载荷需要通过筋板传递到支撑,因此筋板分布和支撑位置相互依赖,只有对箱型结构进行加

强筋和支撑位置的协同优化设计,同时得到结构筋板与支撑位置的最优布局,才能进一步提高结构的动静态性能。

结构加强筋优化是指在一定的设计域内,根据结构受到的载荷及其边界条件,寻找在一定约束条件下满足设计目标的最优筋板分布形式。ZHANG等^[1]基于自然界分支系统的生长机理,提出一种箱型结构内部加强筋分布的优化方法即自适应成长法 SIMP(adaptive growth method, AGM),并通过某精密磨床床身内部加强筋分布的优化验证了该方法的有效性。HU等^[2]基于变密度法(solid isotropic material with penalization)优化模型和从植物根尖形态中获得的启发,在自适应成长法中引入一种材料插值机制,实现

了考虑自振频率的三维箱型结构加强筋分布优化。LI 等^[3]以叶脉为参考对机床立柱进行了加强筋优化设计,最终得到了清晰且满足设计条件的加强筋布局。

结构的支撑方式及支撑位置对结构的动静态性能与稳定性有重要影响。在标准的结构拓扑优化问题中,支撑条件一般是根据设计经验预先给定的,但基于经验的设计方法会限制结构性能的提升,还会影响支撑的稳定性和使用寿命。丁晓红等^[4]以机床质心落在三角形区域内为原则,建立了三点支撑位置多目标优化设计的数学模型,并根据遗传算法得到了机床三点支撑的布置规律。

载荷在箱型结构内部的传递路径主要由结构的加强筋分布形态及支撑条件决定,为得到满足力流最短路径准则的最优结构,需要考虑加强筋和支撑位置在优化过程中的协同关系。文献[5-6]通过弹簧单元模拟支撑件,以刚度最大为目标对结构进行优化设计,在得到结构拓扑构型的同时,获得了最优的支撑位置。文献[7-8]基于 SIMP 方法的优化思想,以连续变量的形式描述支撑位置,通过增大惩罚系数的方式来减小中间密度单元对设计结果的影响,但增大惩罚系数会产生中间密度单元,无法清晰呈现支撑点。ZHU 等^[9]用可移动支撑组件表征支撑,用组件的移动表征支撑位置的移动,并嵌入到结构设计域边界进行结构与支撑的优化设计。支撑件沿设计域边界移动时,为保证网格不产生畸变,需在优化过程中重新划分网格,优化效率较低。

针对现有方法的局限性,本文提出基于双向渐近结构优化(bi-directional evolutionary structural optimization, BESO)方法^[10]的支撑位置优化方法,并结合自适应成长法^[11-12]对箱型结构进行加强筋与支撑位置的协同优化设计。本文方法与已知支撑位置方法的加强筋优化结果对比验证了本文方法的有效性。

1 设计方法

1.1 加强筋分布与支撑位置的协同优化数学模型

箱型结构加强筋分布及支撑位置协同优化问题可描述为:以加强筋厚度和支撑单元的伪密度为设计变量,在加强筋体积和支撑数量等约束条件下,以箱型结构刚度最大为优化目标,寻找力学性能最优的加强筋分布和支撑位置。箱型结构加强筋分布及支撑位置的协同优化数学模型为

$$\left. \begin{aligned} \text{find } \mathbf{X} &= [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n] \\ \mathbf{T} &= [T_1 \quad T_2 \quad \cdots \quad T_k] \\ \text{min } C(\mathbf{X}, \mathbf{T}) &= \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \\ \text{s.t. } \mathbf{F} &= \mathbf{K} \mathbf{U} \\ N - N^* &= 0 \\ V - \eta V_0 &\leq 0 \\ x_{\min} &\leq x_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ 0 < T_{\min} &\leq T_i \leq T_{\max} \quad i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: x_j 为支撑设计域单元密度; T_i 为加强筋厚度;下标*i*表示第*i*个设计变量; C 为全局应变能; \mathbf{U} 为位移向量; \mathbf{K} 为刚度矩阵; \mathbf{F} 为载荷向量; N 为优化后保留的支撑数量; N^* 为需保留的支撑数量; V 为优化后的加强筋体积; V_0 为加强筋初始体积; η 为加强筋体积分数; x_{\min} 为支撑单元伪密度的最小值; T_{\min} 、 T_{\max} 分别为加强筋的最小和最大厚度。

1.2 加强筋分布与支撑位置的协同优化有限元模型

在箱型结构设计域的外围引入支撑设计域来进行支撑位置的优化设计。支撑单元选用两节点三自由度的弹簧单元,其中的一个节点与箱型结构的单元节点相连,保证单元的连续性,另一个节点用于定义边界约束条件,如图 1 所示。

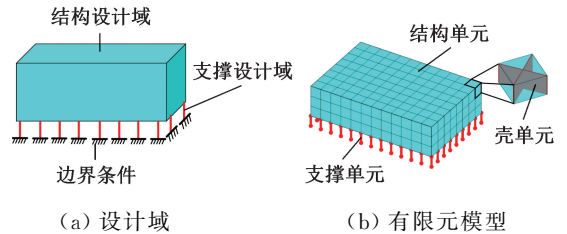


图 1 箱型结构加强筋与支撑协同优化的有限元模型
Fig.1 Finite element model for hybrid optimization of stiffener and support in box structure

由图 1 可知,整个结构由壳单元和弹簧单元组成,结构的平衡方程为

$$\mathbf{F} = (\mathbf{K}_{st} + \mathbf{K}_{su})\mathbf{U} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_{st} &= \sum_{i=1}^{n_{st}} \mathbf{K}_{st,i} \\ \mathbf{K}_{su} &= \sum_{j=1}^{n_{su}} \mathbf{K}_{su,j} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: \mathbf{K}_{st} 为由壳单元组成的结构刚度矩阵; \mathbf{K}_{su} 为由弹簧单元组成的支撑刚度矩阵; $\mathbf{K}_{st,i}$ 为结构设计域中的壳单元*i*的刚度矩阵; $\mathbf{K}_{su,j}$ 为支撑设计域中的弹簧单元*j*的刚度矩阵; n_{st} 、 n_{su} 分别为壳单元和弹簧单元的个数。

1.3 基于自适应成长法的加强筋分布优化模型

自适应成长法基于自然界中分支结构的生长机理,即植物为适应不同的生长环境而演化出各种形态和功能各异的根系与茎秆。为类比自然界分支结构的生长规律,构建了箱型结构加强筋分布设计有限元模型,即先采用六面体单元对箱型

结构进行离散,再根据六面体单元的节点信息构建具有一定厚度的壳单元来表征箱型结构的外壁和内部加强筋,如图 2 所示。

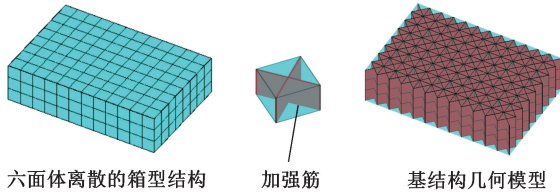


图 2 基结构模型

Fig.2 Model of the ground structure

壳单元 i 的刚度矩阵

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_{st,i} &= \mathbf{K}_{s,i} + \mathbf{K}_{b,i} \\ \mathbf{K}_{s,i} &= \frac{E_i T_i}{1 - \mu^2} \mathbf{K}_s^* \\ \mathbf{K}_{b,i} &= \frac{E_i T_i^3}{1 - \mu^2} \mathbf{K}_b^* \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$E_i = \begin{cases} \frac{15 T_i E^*}{16 T_m} \left[\left(\frac{T_i}{T_m} \right)^4 + \frac{1}{15} \right] & T_{\text{init}} \leq T_i < T_m \\ E^* & T_m \leq T_i \leq T_{\text{max}} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{K}_{s,i}$ 、 $\mathbf{K}_{b,i}$ 分别为壳单元 i 的平面应力项和弯曲项; \mathbf{K}_s^* 、 \mathbf{K}_b^* 分别为平面应力项和弯曲项中与设计变量无关的矩阵,主要由壳单元的单元尺寸和泊松比确定; μ 为加强筋的泊松比; E_i 、 T_i 分别为第 i 个加强筋的弹性模量和厚度; E^* 为材料原有的弹性模量; T_{init} 、 T_m 分别为加强筋的初始厚度和成熟厚度。

为减小基结构对加强筋优化设计结果的影响,根据加强筋厚度对加强筋材料属性进行相应的惩罚^[12]。

自适应成长法中,目标函数对加强筋厚度的灵敏度决定了加强筋的生长方向。考虑静刚度的优化数学模型中,目标函数关于加强筋厚度的灵敏度为

$$\frac{\partial C}{\partial T_i} = -\mathbf{U}^T \frac{\partial (\mathbf{K}_{st} + \mathbf{K}_{su})}{\partial T_i} \mathbf{U} = -\mathbf{u}_i^T \frac{\partial \mathbf{K}_{st,i}}{\partial T_i} \mathbf{u}_i \quad (6)$$

式中: \mathbf{u}_i 为壳单元 i 的位移向量。

支撑刚度矩阵 \mathbf{K}_{su} 与厚度变量 T_i 无关。根据式(4)、式(5)可得壳单元 i 的刚度矩阵关于加强筋厚度的灵敏度:

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{s,i}}{\partial T_i} = \begin{cases} \left\{ \frac{\mathbf{K}_{s,m} T_i}{16 T_m^2} \left(\frac{90 T_i^4}{T_m^4} + 2 \right) \right. & T_{\text{min}} \leq T_i < T_m \\ \frac{\mathbf{K}_{s,m}}{T_m} & T_m \leq T_i \leq T_{\text{max}} \end{cases} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{b,i}}{\partial T_i} = \begin{cases} \left\{ \frac{T_i^3 \mathbf{K}_{b,m}}{4 T_m^4} \left(\frac{30 T_i^4}{T_m^4} + 1 \right) \right. & T_{\text{min}} \leq T_i < T_m \\ \frac{3 T_i^2}{T_m^3} \mathbf{K}_{b,m} & T_m \leq T_i \leq T_{\text{max}} \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{K}_{s,m}$ 、 $\mathbf{K}_{b,m}$ 分别为加强筋厚度 T_m 对应的真实刚度

矩阵的平面应力项和弯曲项。

图 3 所示为加强筋的生长过程。初始阶段,加强筋从种子点位置开始生长。生长到一定阶段后,加强筋具有分歧的能力,相邻加强筋参与到下一次的优化迭代过程,进行进一步的生长、分歧和退化。通过不断重复上述生长模式直至目标函数收敛,最终得到符合性能要求的最优加强筋布局。

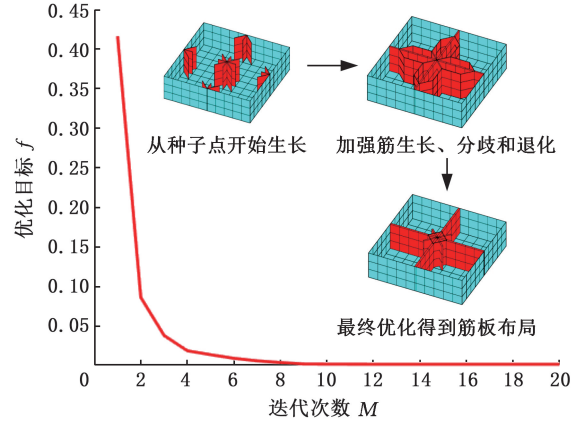


图 3 箱型结构加强筋自适应生长过程

Fig.3 Adaptive growth process of box structure stiffeners

1.4 基于 BESO 法的支撑位置优化模型

基于 BESO 法的支撑位置优化设计中,支撑位置是通过双向赋值的离散设计变量 $x = \{x_{\text{min}}, 1\}$ 进行优化的。优化过程中仅存在伪密度为 x_{min} 的低效支撑和伪密度为 1 的高效支撑,为删除低效支撑单元、增加高效支撑单元,将灵敏度阈值 τ 作为支撑单元增减的判断依据,即将支撑单元灵敏度大于阈值的单元增加为实体,将小于该阈值的支撑单元删除,对应公式为

$$x_j = \begin{cases} 1 & \alpha_{e,j} > \tau \\ x_{\text{min}} & \alpha_{e,j} \leq \tau \end{cases} \quad (9)$$

式中: x_j 为支撑单元 j 的伪密度, $x_j = \{x_{\text{min}}, 1\}$; $\alpha_{e,j}$ 为支撑单元 j 的灵敏度, $\alpha_{e,j} = dC/dx_j$; $\max(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n})$ 、 $\min(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n})$ 分别为支撑单元灵敏度的最大和最小值。文中 x_{min} 取 0.0001 是为了避免弹簧单元刚度矩阵奇异并保证删除的支撑单元具有一定的可恢复性。

优化过程中,删除的支撑单元会产生并联刚度,对支撑位置和结构的优化仍具有影响,故将 SIMP 插值模型用于支撑设计,以进一步减小已删除支撑单元的影响,相应的单元刚度矩阵可通过下式求得:

$$\mathbf{K}_{su,j} = x_j^p \mathbf{K}_{su,j}^{\text{ini}} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{K}_{su,j}^{\text{ini}}$ 为原始支撑单元的刚度矩阵; p 为惩罚因子, $p = 3$ 。

基于 BESO 法的支撑位置优化过程中,目标函数对支撑单元伪密度的灵敏度决定了支撑的位

置。灵敏度的计算公式为

$$\alpha_{e,j} = -\frac{\partial C}{\partial x_j} = \mathbf{U}^T \frac{\partial(\mathbf{K}_{st} + \mathbf{K}_{su})}{\partial x_j} \mathbf{U} = \rho x^{p-1} \mathbf{u}_j^T \mathbf{K}_{su,j}^{\text{ini}} \mathbf{u}_j \quad (11)$$

式中： \mathbf{u}_j 为支撑单元 j 的位移向量。

结构刚度矩阵 \mathbf{K}_{st} 与伪密度 x_j 无关。

为保证优化过程中结构整体的连续性，通过退化速度 v_d 来控制每次迭代中要去除的支撑数量，通过逐渐去除支撑直到达到需要保留支撑的数量 N^* 。第 i 迭代步中需要保留的支撑数量为

$$N_i^* = \begin{cases} N_{i-1}^* - v_d & N_{i-1}^* \neq N^* \\ N^* & N_{i-1}^* = N^* \end{cases} \quad (12)$$

通过更新灵敏度阈值来保证每次迭代保留的支撑数量为 N_i^* 且这些支撑都是对当前结构最有效的支撑，即支撑数量大于第 i 迭代步中需要保留的支撑数量 N_i^* 时，增大灵敏度阈值，反之则减小灵敏度阈值：

$$\tau_i = \begin{cases} \frac{\tau_{i-1} + \max(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n})}{2} & N_i > N_i^* \\ \frac{\tau_{i-1} + \min(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n})}{2} & N_i \leq N_i^* \end{cases} \quad (13)$$

$$\tau_1 = \frac{\max(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n}) + \min(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n})}{2} \quad (14)$$

式中： τ_i, τ_{i-1} 分别为第 i 和第 $i-1$ 迭代步的灵敏度阈值，此处， $i = 2, 3, \dots, k$ ； τ_1 为灵敏度阈值的初始值。

如满足

$$e_1 = \begin{cases} \begin{cases} \max(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n}) - \tau_i \leq \epsilon & N_i > N_i^* \\ \max(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n}) + \tau_i \leq \epsilon & N_i \leq N_i^* \end{cases} \\ \begin{cases} \tau_i - \min(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n}) \leq \epsilon & N_i > N_i^* \\ \tau_i + \min(\alpha_{e,1} : \alpha_{e,n}) \leq \epsilon & N_i \leq N_i^* \end{cases} \end{cases} \quad (15)$$

式中： ϵ 为子循环容差。

则停止子循环迭代。

1.5 加强筋分布与支撑位置的协同优化流程

箱型结构及支撑位置的协同优化设计方法的主要步骤如图 4 所示，具体步骤如下：

1) 建立箱型结构的初始基结构模型。将箱体外壁作为非设计域，将内部基结构的壳单元作为加强筋优化的设计域，初始化优化参数。

2) 对箱型结构进行静力学分析，计算支撑单元的灵敏度。

3) 计算支撑单元在当前迭代步下的灵敏度阈值，根据阈值对支撑单元进行增加或删除。满足当前子循环容差时退出子迭代循环。

4) 重新对箱型结构进行静力学分析并计算加强筋单元的灵敏度。根据灵敏度计算结果，利用 MMA(method of moving asymptotes) 算法更新筋板厚度、新箱型结构模型，完成当前优化迭代后，返回步骤 2) 进入下一步的优化迭代流程。

重复步骤 2) ~ 4) 的循环过程，当目标函数变化小于收敛容差即

$$e_2 = \left| \sum_{i=1}^M (F_{k-i+1} - F_{k-M+i-1}) \right| / \sum_{i=1}^M F_{k-i+1} \leq \delta \quad (16)$$

式中： F 为目标函数； k 为当前迭代步数； δ 为收敛容差； M 为常数，通常取 3、4、5。

时，停止迭代。

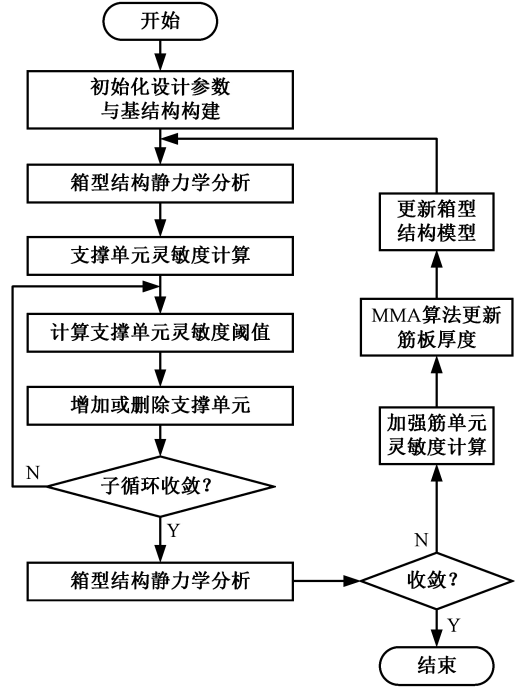


图 4 加强筋及其支撑位置的协同优化设计流程图

Fig.4 Hybrid optimization design flowchart for stiffeners and support location

2 数值算例

以受典型载荷作用的箱型结构为例，进行结构与支撑的协同优化设计，并将优化结果与具有确定支撑位置的箱型结构的优化结果进行对比，检验和说明所提协同优化设计方法的有效性。

2.1 中心受集中载荷

图 5 所示为箱型结构中心受集中载荷的优化设计模型，其中，箱体长宽高的具体尺寸为 1500 mm、1500 mm、450 mm。材料的弹性模量为 200 GPa，泊松比为 0.3，密度为 7800 kg/m³。箱型结构上表面受到垂直于表面向内的 1000 N 集中载

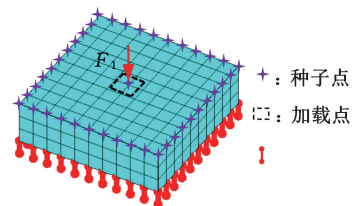


图 5 中心受集中载荷作用的协同优化设计模型

Fig.5 Hybrid design model for centers subjected to concentrated loads

荷,在箱型结构四周建立 40 个支撑单元作为支撑设计域。分歧厚度、成熟厚度、最大厚度、最小厚度的取值分别为 5 mm、10 mm、15 mm、0.1 mm,支撑退化速度设为 4,并假定保留的支撑件个数为 4,支撑的法向刚度和轴向刚度均为 10^{12} N/m。

箱型结构加强筋分布和支撑位置协同优化过程如图 6 所示,优化初期,加强筋从种子点位置开始生长,随着迭代的进行,支撑位置和加强筋分布同时趋于最优,最终得到的最优支撑位置是箱体的四边中点,结构应变能 $C=1.152 \times 10^{-3}$ J,对应的加强筋分布形式为十字构型。

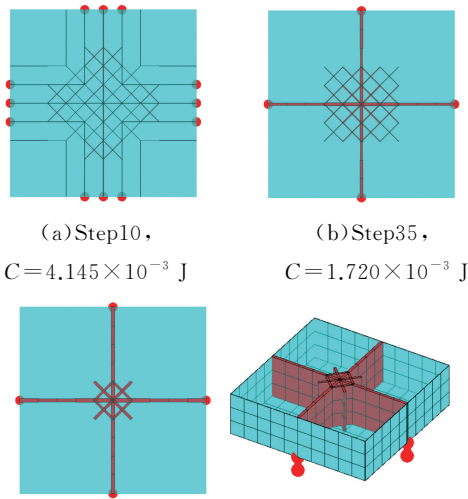


图 6 中心受集中载荷作用的协同优化设计结果
Fig.6 Hybrid optimization design results for centers subjected to concentrated loads

根据力流最短路径准则,当箱型结构中心受集中载荷作用时,载荷最短传递路径为加载点到结构四边中点的连线,形成十字形的加强筋布局。为验证协同优化算法的有效性,分别将支撑置于箱型结构的四边中点和 4 个角点,用自适应成长法进行加强筋优化设计,其优化模型如图 7 所示。

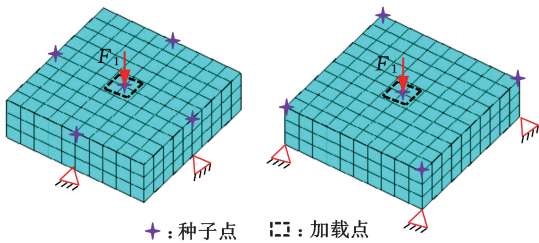


图 7 已知支撑位置的优化设计模型
Fig.7 Optimized design model with known support location

如图 8 所示,2 种支撑位置的优化结果均为十字形筋板布局。四边中点支撑箱型结构的应变能为 1.259×10^{-3} J,四角点支撑箱型结构应变能为 3.170×10^{-3} J。四边中点支撑设计结果与图 6

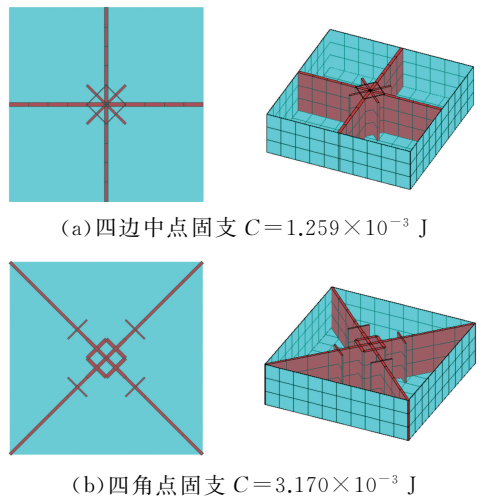


图 8 已知支撑位置的优化设计结果
Fig.8 Optimized design results for known support location

所示的协同优化结果一致,

验证了所提协同优化算法的有效性。表 1 所示为集中载荷作用下不同设计结果的性能,相比于四角点支撑的加强筋优化,协同优化算法优化结果的性能提高 63.7%。与四边中点支撑的加强筋优化相比,协同优化设计的中心分布了更厚的筋板,并且性能提高 8.5%。

表 1 中心受集中载荷作用的设计效果对比

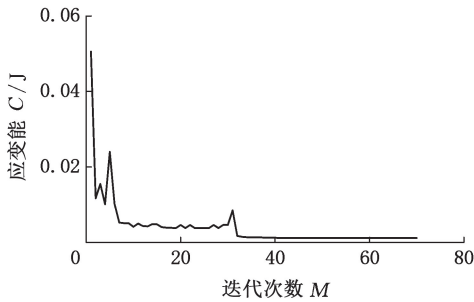
Tab.1 Comparison of design effects of centers subjected to concentrated loads

优化设计方式	应变能/J	筋板体积/m ³
协同优化	1.152×10^{-3}	0.034
已知四角支撑	3.170×10^{-3}	
已知四边中点支撑	1.259×10^{-3}	

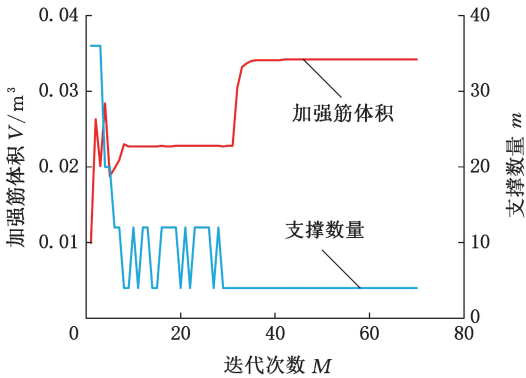
图 9 所示为中心受集中载荷作用的箱型结构协同优化的目标函数、筋板体积和支撑数量的迭代曲线。由图 9a 可知,箱型结构的应变能随迭代次数的增加而整体呈下降趋势,并在第 70 步时收敛。某些迭代步中的结构应变能出现小幅振荡和陡增,这是由于在优化过程中,加强筋结构尚未完全成形,支撑单元的增加和删除会导致结构应变能出现波动和陡增。30 步以后,支撑位置已基本趋于稳定,应变能曲线逐渐趋于平稳。图 9b 中的加强筋体积出现突变,是由于加强筋生长速度与支撑优化速度不匹配会导致加强筋或支撑位置过早收敛,使优化陷入局部最优解。因此为保证支撑与筋板协同的可靠性,要设置合理的加强筋成长参数。

2.2 承受三点集中载荷

为验证箱型结构、支撑位置协同优化设计方法的有效性,以及协同优化的设计效果,本节以承受三点集中载荷的矩形箱型结构为设计对象,对其进行优化设计。如图 10 所示,箱型结构的上表



(a) 目标函数



(b) 加强筋体积及支撑数量

图 9 中心受集中载荷作用的协同优化迭代曲线

Fig.9 Hybrid optimization iterative curves for centers subjected to concentrated loads

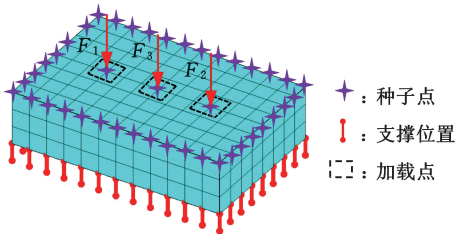


图 10 三点集中载荷作用的协同优化设计模型

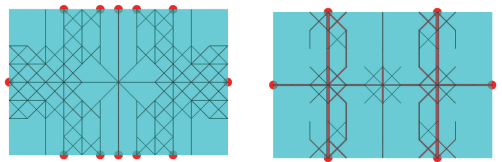
Fig.10 Hybrid optimization design model for three-point concentrated load effects

面受到垂直于表面向内的 3 个集中载荷 F_1 、 F_2 和 F_3 ($F_1 : F_2 : F_3 = 5 : 5 : 1$), 保留的支撑件个数设置为 6, 其余优化边界条件与 2.1 节算例一致。

载荷 F_3 相对较小、支撑个数为 6 时, 为有效支撑结构所受到的三点集中载荷, 并保证支撑与加载位置距离最小, 优化后的支撑分布在离载荷 F_1 、 F_2 最近的一侧, 筋板沿载荷传递路径分布。加强筋和支撑位置的的生长过程如图 11 所示, 所得结构的应变能为 7.51×10^{-4} J。

同理, 为检验协同优化的设计效果, 构建图 12 所示的经验设计的六点支撑箱型结构的优化设计模型, 其支撑分别位于箱型结构的 4 个角点和 2 个长边的中点, 其余优化参数与上述相同。

图 12 所示的经验设计支撑位置的箱型结构

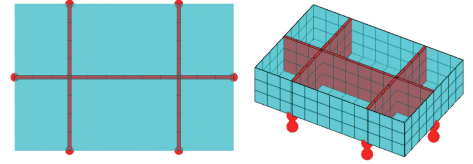


(a) Step8,

$$C = 2.416 \times 10^{-3} \text{ J}$$

(b) Step32,

$$C = 1.578 \times 10^{-3} \text{ J}$$



(c) 加强筋和支撑位置的最终形态, $C = 7.51 \times 10^{-4}$ J

图 11 三点集中载荷作用的优化设计结果

Fig.11 Hybrid optimization design results for three-point concentrated load effects

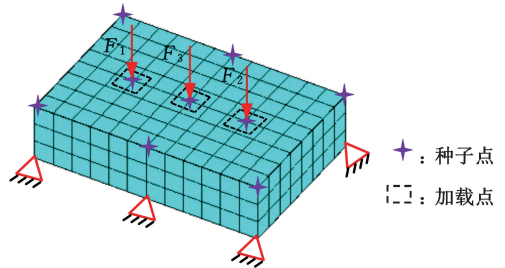


图 12 经验设计支撑位置的优化设计模型

Fig.12 Optimized design model with empirical designed support location

的加强筋分布设计结果如图 13 所示, 所得结构的应变能为 2.78×10^{-3} J, 相较于已知支撑位置的加强筋优化结果, 协同优化的应变能减小 72.9%, 如表 2 所示。由图 11、图 13 可知, 支撑位置不同时, 筋板分布存在较大差异, 即支撑位置对结构性能的提升及结构拓扑的形态具有重要影响。

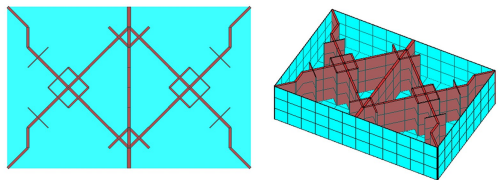


图 13 已知支撑位置的优化设计结果

Fig.13 Optimized design results for known support location

表 2 三点集中载荷作用的优化结果对比

Tab.2 Comparison of optimization results under concentrated load at three points

优化设计方式	应变能/J	筋板体积/ m^3
已知六点支撑	2.78×10^{-3}	0.044
协同优化	7.51×10^{-4}	

图 14 所示为结构应变能、加强筋体积和支撑数量的迭代曲线。箱型结构的应变能因筋板和支撑的交替更新而出现波动。优化过程中, 箱型结

构的应变能整体上逐渐减小,直至满足收敛条件。大约 30 步后,支撑位置基本趋于稳定。

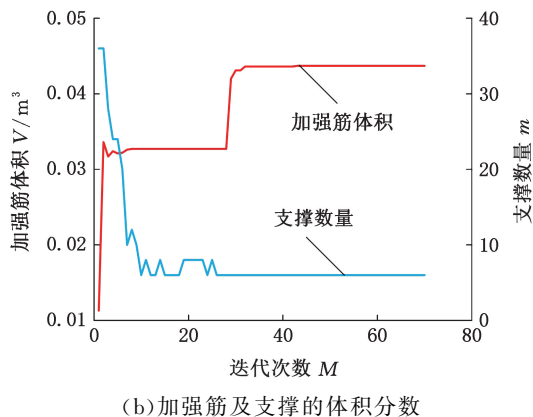
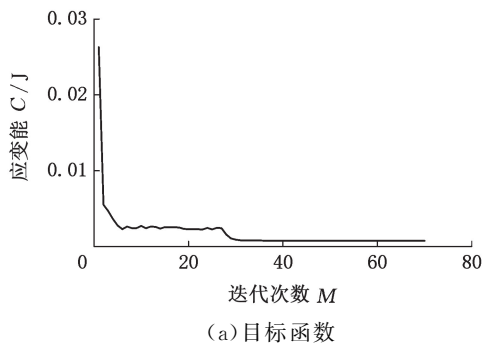


图 14 三点集中载荷作用的协同优化迭代曲线
Fig.14 Hybrid optimization iterative curves for three-point concentrated load effects

2.3 承受扭转载荷

图 15 所示为箱型结构承受扭转载荷作用的优化设计模型,载荷为 4000 N,加载位置在虚线框内。定义支撑退化速度为 4,并假定保留的支撑件个数为 6,其余优化条件与 2.1 节算例一致。

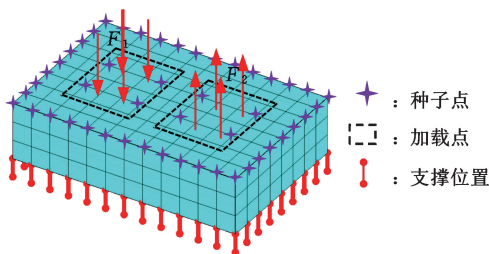


图 15 受扭转载荷作用的协同优化设计模型
Fig.15 Hybrid optimization design model subjected to torsional loading

受如图 15 所示的扭转载荷时,箱型结构在扭转方向上产生较大的变形,此时将支撑分布在结构靠近左右两侧的位置,增加左右贯穿的横筋可有效提高箱体抵抗扭转变形的能力,如图 16 所示,结构的应变能为 2.59×10^{-2} J。

上述算例考虑的是典型工况下箱型结构与支撑位置的协同优化设计,与已知支撑位置的加强筋优化相比,协同优化设计方法能在满足支撑件

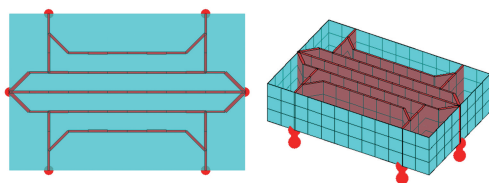
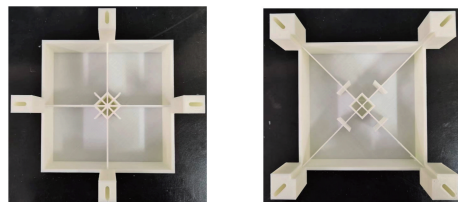


图 16 受扭转载荷作用的协同优化设计结果
Fig.16 Hybrid optimization design results under torsional loading

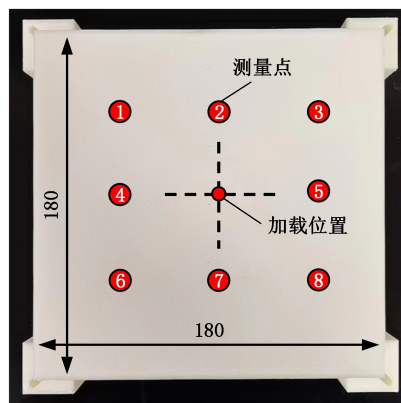
个数限制的前提下,同时对结构加强筋分布形式和支撑位置进行优化,得到最优的支撑位置和加强筋分布。仿真结果表明协同优化结果的力学性能优于经验设计支撑的结果,验证了协同优化算法的有效性和可靠性。

3 实验和仿真验证

为验证本文所提方法的有效性,对箱型结构中心受集中载荷的优化设计结果进行实验测试。采用聚乳酸 (polylactic acid, PLA) 打印与优化结果有相同长宽高比的模型进行实验,如图 17 所示。模型结构尺寸为 180 mm(长)×180 mm(宽)×54 mm(高)。采用砝码在结构中心位置加载,在结构表面取 8 个点进行测量,如图 17c 所示。



(a) 四边中点支撑结构 (b) 四角点支撑结构



(c) 加载及测量位置示意图

图 17 3D 打印模型

Fig.17 3D printing model

用螺栓将模型固定在基座上,在结构上表面的中心放置 2 kg 的砝码,通过激光位移传感器测量位移,如图 18 所示。将同一测量点位移的 3 次有效测量值均值作为该点的位移,如表 3 所示,图 17a 所示结构的位移比图 17b 结构平均减小 59%。

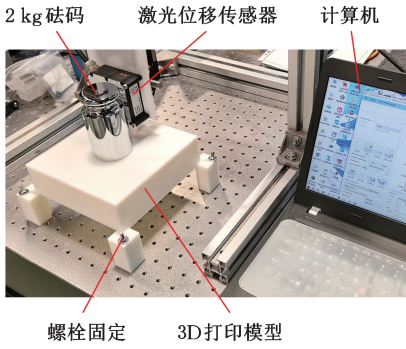


图 18 实验布置图

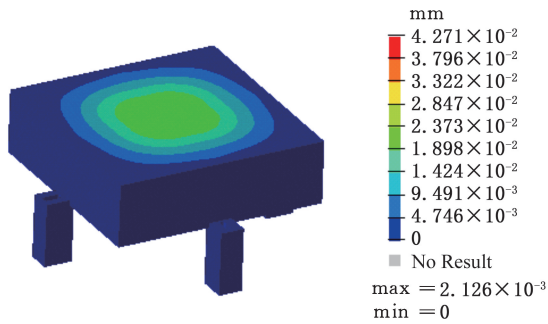
Fig.18 Experimental setup

表 3 测量点的实验测试位移值

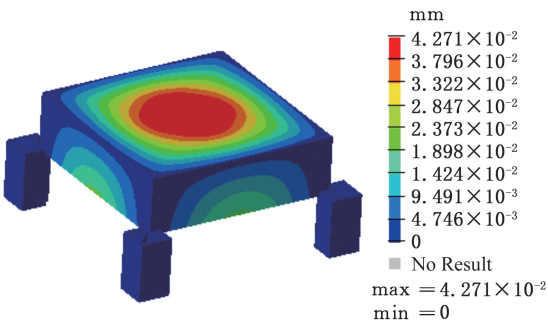
Tab.3 Displacements of the test points obtained by experiments

测量点	图 17a/ μm	图 17b/ μm	变化率/%
1 号点	6.487	15.972	59.39
2 号点	11.792	29.171	59.58
3 号点	6.767	19.933	66.05
4 号点	9.114	17.776	48.73
5 号点	9.665	23.833	59.45
6 号点	5.907	14.479	59.20
7 号点	10.418	32.215	67.66
8 号点	5.768	13.784	58.15

根据实验条件对应的边界条件对两种结构进行静力学有限元分析,图 19 为 3D 打印模型对应的仿真位移云图,位移如表 4 所示。仿真结果和实验结果有一定差异的原因是激光位移传感器易受环境干扰,且仿真结构的材料属性及边界条件



(a)四边中点支撑结构



(b)四角点支撑结构

图 19 3D 打印模型的位移云图

Fig.19 Displacement nephogram of the 3D printing model

表 4 测量点的仿真位移

Tab.4 Displacements of the test points obtained by simulations

测量点	四边中点支撑结构/ μm	四角点支撑结构/ μm	变化率/%
1 号点	8.289	22.335	62.89
2 号点	13.870	32.284	57.04
3 号点	8.480	21.233	60.06
4 号点	13.874	32.326	57.08
5 号点	13.885	32.349	57.08
6 号点	8.537	21.793	60.83
7 号点	13.874	32.391	57.17
8 号点	8.778	22.293	60.62
中间点	21.221	42.610	50.20

等与实际存在一定差别。相同测量点位移的实验值和仿真值的变化趋势基本相同,平均误差在 5 μm 以内。

根据实验和仿真数据可得,结构加强筋与支撑协同优化方法设计结果的刚度比已知支撑点优化结构加强筋的设计结果增大了 50%~60%,验证了本文方法的有效性。

4 结论

本文提出一种箱型结构及支撑位置协同优化的设计方法。基于自适应成长法,以箱型结构加强筋厚度为设计变量对箱型结构进行加强筋优化设计,同时基于双向渐进结构优化方法,以支撑单元伪密度为设计变量对支撑位置进行优化设计,实现了箱型结构加强筋分布及支撑位置的协同优化。该方法能在规定的载荷条件下寻找箱型结构的加强筋最优分布形式及最优支撑位置。

相关数值算例表明,箱型结构协同优化得到的加强筋分布形式及支撑位置均清晰明确。实验和仿真结果表明,相比于给定支撑条件下的加强筋优化结果,协同优化设计方法的结果能得到更合理的支撑位置、更优的加强筋分布形式与结构性能。

参考文献:

[1] ZHANG Heng, DING Xiaohong, DONG Xiaohu, et al. Optimal Topology Design of Internal Stiffeners for Machine Pedestal Structures Using Biological Branching Phenomena[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018, 57(6):2323-2338.

[2] HU Tiannan, DING Xiaohong, SHEN Lei, et al. Improved Adaptive Growth Method of Stiffeners for Three-dimensional Box Structures with Respect to Natural Frequencies[J]. Computers & Structures, 2020, 239:106330.

[3] LI Baotong, HONG Jun, LIU Zhifeng. Stiffness Design of Machine Tool Structures by a Biologically

- Inspired Topology Optimization Method[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2014, 84:33-44.
- [4] 丁晓红, 张俊, 张横. 三点支撑 T 形床身机床垫铁位置多目标优化设计[J]. 中国机械工程, 2019, 30(21):2615-2621.
- DING Xiaohong, ZHANG Jun, ZHANG Heng. Multi-objective Design Optimization of Pad-iron Positions for Three-point Supporting T-shaped Bed Machine Tools[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(21):2615-2621.
- [5] 周向阳, 陈立平, 黄正东. 连续体结构与支撑综合拓扑优化设计方法[J]. 农业机械学报, 2008, 39(4):128-131.
- ZHOU Xiangyang, CHEN Liping, HUANG Zhengdong. Topology Optimization Design of Structure and Supports for Continuum-type Structures [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(4):128-131.
- [6] BUHL T. Simultaneous Topology Optimization of Structure and Supports[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2002, 23(5):336-346.
- [7] 胡天男, 丁晓红. 连续体结构及其支撑位置协同优化设计方法[J]. 机械强度, 2021, 43(3):629-635.
- HU Tiannan, DING Xiaohong. Hybrid Optimization Method of Continuum Structure and Its Supporting Locations[J]. Journal of Mechanical Strength, 2021, 43(3):629-635.
- [8] LEE T U, XIE Yi min. Simultaneously Optimizing Supports and Topology in Structural Design[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2021, 197:103633.
- [9] ZHU J H, ZHANG W H. Integrated Layout Design of Supports and Structures[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, 199(9/12):557-569.
- [10] XIE Y M, STEVEN G P. A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization [J]. Computers & Structures, 1993, 49(5):885-896.
- [11] DING X, YAMAZAKI K. Stiffener Layout Design for Plate Structures by Growing and Branching Tree Model (Application to Vibration-proof Design)[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 26(1):99-110.
- [12] SHEN Lei, DING Xiaohong, HU Tiannan, et al. Simultaneous Optimization of Stiffener Layout of 3D Box Structure Together with Attached Tuned Mass Dampers under Harmonic Excitations [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2021, 64(2):721-737.

(编辑 张 洋)

作者简介:李 简,男,1998 年生,硕士研究生。研究方向为结构优化与分析。E-mail:942748064@qq.com。**丁晓红***(通信作者),女,1965 年生,教授、博士研究生导师。研究方向为机械系统和结构的优化设计理论与方法。发表论文 150 余篇。E-mail:dingxsh021@126.com。

本文引用格式:

李简,丁晓红,张轶杰,等.箱型结构加强筋分布及支撑位置的协同优化设计[J].中国机械工程,2025,36(1):69-77.

LI Jian, DING Xiaohong, ZHANG Yijie, et al. Hybrid Optimization for Box Structure Stiffener and Support Location[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(1):69-77.

(上接第 68 页)

- [19] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京:机械工业出版社, 2005:126-149.
- GE Shirong, ZHU Hua. Fractal of Tribology[M]. Beijing:China Machine Press, 2005:126-149.
- [20] JOURANI A. A New Three-dimensional Numerical Model of Rough Contact: Influence of Mode of Surface Deformation on Real Area of Contact and Pressure Distribution [J]. Journal of Tribology, 2015, 137(1):011401.
- [21] 刘鹏, 赵韩, 黄康, 等. 线齿段齿轮法向接触刚度的改进分形模型研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(7):114-122.
- LIU Peng, ZHAO Han, HUANG Kang, et al. Research on Normal Contact Stiffness of Micro-segments Gear Based on Improved Fractal Model [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(7):114-122.
- [22] 刘文, 李锐, 张晋红, 等. 斜齿轮时变啮合刚度算

法修正及影响因素研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(2):1-10.

LIU Wen, LI Rui, ZHANG Jinhong, et al. Study on Correction Algorithm of Time-varying Mesh Stiffness of Helical Gears and Its Influencing Factors[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(2):1-10.

(编辑 张 洋)

作者简介:吴 石*,男,1971 年生,教授、博士研究生导师。研究方向为传动系统设计及智能制造技术、过程检测与诊断技术、机床误差分析。发表论文 70 余篇。E-mail:wushi971819@163.com。

本文引用格式:

吴石,高增阔,王明珠,等.斜齿轮表面形貌分形特征对时变接触刚度的影响[J].中国机械工程,2025,36(1):59-68.

WU Shi, GAO Zengkuo, WANG Mingzhu, et al. Influence of Fractal Features of Helical Gear Surface Topography on Time-varying Contact Stiffness[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(1):59-68.