

含转动副润滑间隙的多连杆机构动力学优化设计

陈修龙* 王爱郭 王景庆

山东科技大学机械电子工程学院,青岛,266590

摘要:为改善含运动副润滑间隙多连杆机构的动力学特性,以二自由度七连杆机构为研究对象,建立转动副润滑间隙模型,采用拉格朗日乘子法推导出含润滑间隙机构的动力学方程,并通过试验验证了动力学方程的正确性。为优化变量,建立含润滑间隙机构动力学优化模型并利用遗传算法求解。结果表明动力学优化使滑块的加速度降低25%,转动副间隙A、B处的运动副元素之间的作用力分别减小14.8%、18.2%,有效提高了含转动副润滑间隙机构的动力学特性。

关键词:优化设计;动力学特性;润滑间隙;多连杆机构

中图分类号:TH112

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.01.009

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Dynamics Optimization Design of Multi-link Mechanisms with Lubrication Clearances of Revolute Joints

CHEN Xiulong* WANG Aiguo Wang Jingqing

School of Mechatronic Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong, 266590

Abstract: In order to improve the dynamics characteristics of multi-link mechanisms with lubrication clearances of revolute joints, a 2-degree of freedom seven link mechanism was taken as research object, a lubrication clearance model for the revolute joints was established, the dynamics equation of the mechanisms with lubrication clearances was derived by Lagrangian multiplier method, and the correctness of the dynamics equation was verified through experiments. A dynamics optimization model of the mechanisms with lubrication clearance was established and solved using genetic algorithm to optimize the variables. The results show that dynamics optimization may reduce the acceleration of the slider by 25%, and the forces between the motion elements at clearances A and B of the rotating pair are reduced by 14.8% and 18.2% respectively, which effectively improve the dynamics characteristics of the mechanisms with lubrication clearances of revolute joints.

Key words: optimization design; dynamics characteristics; lubrication clearance; multi-link mechanism

0 引言

多连杆机构广泛应用于机器人、飞机等现代装备^[1-2]。由于公差、设计和制造的缺陷,机构运动副不可避免地存在间隙,这降低了机构的精度和稳定性,并导致振动、噪声等现象。含间隙运动副关节处添加的润滑油对机构起到缓冲作用,但不足以抵消运动副元素之间的碰撞和冲击,导致润滑油膜在运行过程中破裂、轴承和轴套直接接触发生碰撞^[3],严重影响机构的动力学特性。因此,有必要研究考虑转动副润滑间隙的多连杆机构动力学优化设计。

国内外学者的研究主要集中在不考虑间隙的机构动力学优化设计,对含间隙机构动力学优化设计的研究较少。王一熙等^[4]分别以动力学灵巧度和能量传递效率为评价性能指标,利用智能算

法对3R并联机构的构件质量参数进行了优化。蔡敢为等^[5]利用粒子群算法对连杆式机器人进行了结构参数优化,改善了机构的动态性能。朱伟等^[6]以三自由度绳驱动并联机构的绳索驱动力为优化目标,对弹性支链结构参数进行了优化。WANG等^[7]利用遗传算法对平面三自由度并联机构的尺寸进行了优化,提高了机构的综合性能。BOŠKOVIĆ等^[8]利用一种混合布谷鸟搜索和萤火虫算法的混合算法(H-CS-FA)对四杆机构进行优化设计,以减小机构的关节反作用力、振动力和振动力矩。梁栋等^[9]利用模式搜索算法对冗余驱动平面并联机器人进行了动力学优化设计。ALBAGHDADI等^[10]提出了一种针对平面双曲柄摇杆机构的动力学优化方法,用于减小机构的振动力和振动力矩。ETESAMI等^[11]通过多目标遗传算法优化了含移动副间隙的曲柄摇杆机构的杆件长度、质量等结构参数,减小了间隙对机构

收稿日期:2024-02-21

基金项目:国家自然科学基金(52275115)

产生的振动力和振动力矩。BAI 等^[12]提出一种针对平面四杆机构的优化设计方法,以减小间隙引起的不良振动。VAREDI 等^[13]利用粒子群算法对考虑转动副间隙的曲柄滑块机构进行了优化设计。章永年等^[14]利用非支配排序遗传算法对平面柔性多连杆机构中的滑动轴承关节间隙进行多目标优化设计。LIU 等^[15]提出一种通过设计连杆来提高含间隙的四连杆机构动力学性能的优化设计方法。WU 等^[16]以含间隙的曲柄滑块机构为例,提出了一种利用代理模型和多目标优化算法确定机构最佳驱动函数的方法。

含运动副润滑间隙的平面多连杆机构动力学优化设计研究极少。本文推导出含转动副润滑间隙的七连杆机构动力学优化模型,将构件的质量、转动惯量等关键参数作为优化变量,在保证机构优化前后的位移、速度准确的情况下,尽可能减小输出构件的加速度和运动副元素的相互作用力。最后,系统分析了机构在两个优化目标(滑块加速度最大值最小、运动副元素之间的作用力最大值之和最小)下的动力学特性变化,以选择最佳优化方式。

1 含转动副润滑间隙的多连杆机构动力学建模

1.1 转动副润滑间隙模型

转动副润滑间隙运动学模型(图 1)中, OXY 为系统的全局坐标系, b 代表轴承, a 代表轴, r_{M_b} 、 r_{M_a} 分别为轴承和轴的质心 M_b 、 M_a 在全局坐标系下的位置矢量。轴承与轴通过转动副连接,转动副间隙添加润滑剂。

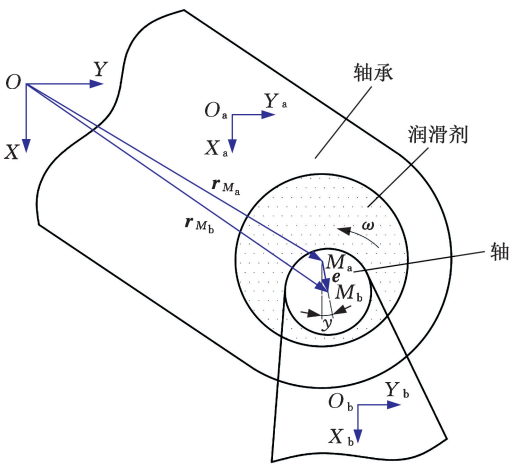


图 1 转动副润滑间隙运动学模型

Fig.1 Kinematic model of lubrication clearance for rotating pairs

轴的质心相对于轴承质心的偏心距矢量为

$$e = r_{M_b} - r_{M_a} \quad (1)$$

对应的单位矢量为

$$n = e / |e| \quad (2)$$

偏心率即轴承中心相对于轴中心的偏移量为

$$\epsilon = \frac{|e|}{r} = \frac{|e|}{R_b - R_a} \quad (3)$$

式中: R_b 、 R_a 分别为轴承和轴的半径。

偏心率对时间的一阶导数为

$$\dot{\epsilon} = \frac{|\dot{e}|}{r} \quad (4)$$

偏移角即偏心矢量方向与 X 轴正方向之间的角度为

$$\gamma = \arctan \frac{e_y}{e_x} \quad (5)$$

式中: e_x 、 e_y 分别为偏心矢量 e 在 X 向、 Y 向的分量。

偏移角 γ 对时间的一阶导数为

$$\dot{\gamma} = \frac{e_x \dot{e}_y - \dot{e}_x e_y}{|e|^2} \quad (6)$$

式中: \dot{e}_x 、 \dot{e}_y 分别为 e_x 、 e_y 对时间的一阶导数。

转动副润滑间隙运动学模型设定存在润滑剂即运动副元素不直接接触,因此运动副元素的接触力被润滑油膜承载力替代。油膜承载力是油膜能承受外载荷而使两个表面不发生直接接触的能力,它取决于润滑油的黏度、压力、温度等因素,较大的油膜承载力可有效降低轴承内部的摩擦,避免金属表面直接接触,保证了机械设备的精度和效率。因此有必要建立润滑油膜承载力模型。

等温雷诺方程广泛用于求解流体压力场中运动副元素产生的流体动力,方程式为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (7)$$

式中: h 为油膜厚度; μ 为动力黏度; p 为压力; x 、 z 分别为轴承宽度和长度方向的坐标; U 为轴与轴承表面的相对切向速度; t 为时间。

式(7)为非齐次微分方程,难以直接求解,为简化计算,在轴承的长径比大于 2 的条件下,假设轴承为无限长轴承^[17],则 $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0$,那么雷诺方程可简化为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8)$$

为保证计算的稳定性,PINKUS 等^[18]在 Gumbel 边界条件基础上推导了等温雷诺方程,获得了适用于运动副间隙处油膜承载力的表达式。

径向速度 $\dot{\epsilon} \geq 0$ 时,法向油膜承载力 F_{LN} 、切向油膜承载力 F_{LT} 分别为

$$\left. \begin{aligned} F_{LN} &= \frac{-6\mu_1 R_b^3 L}{r^2} \left(\frac{4k\epsilon^2}{2 + \epsilon^2} + \pi \frac{k+3}{k+1.5} \right) \frac{\dot{\epsilon}}{(1 - \epsilon^2)^{1.5}} \\ F_{LT} &= \frac{6\mu_1 R_b^3 L}{r^2} \frac{k+3}{k+1.5} \frac{\pi\epsilon(\omega - 2\dot{\gamma})}{(2 + \epsilon^2)(1 - \epsilon^2)^{0.5}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$k = \sqrt{(1 - \epsilon^2) \left[\left(\frac{\omega - 2\dot{\gamma}}{2\dot{\epsilon}} \right)^2 + \frac{1}{\epsilon^2} \right]} \quad (10)$$

式中： L 为轴承宽度； μ_1 为润滑剂的动力黏度； ω 为相对角速度。

径向速度 $\dot{\epsilon} < 0$ 时，法向、切向的油膜承载力分别为

$$\left. \begin{aligned} F_{LN} &= \frac{-6\mu_1 R_b^3 L}{r^2} \left(\frac{4k\epsilon^2}{2+\epsilon^2} - \frac{\pi k}{k+1.5} \right) \frac{\dot{\epsilon}}{(1-\epsilon^2)^{1.5}} \\ F_{LT} &= \frac{6\mu_1 R_b^3 L}{r^2} \frac{k}{k+1.5} \frac{\pi\epsilon(\omega-2\dot{\gamma})}{(2+\epsilon^2)(1-\epsilon^2)^{0.5}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

实际工作中，轴的质心非常接近轴承质心，导致偏心率 ϵ 趋于0，对油膜承载力模型进行数值求解可能会出现求解结果突变等问题，因此有必要对模型进行修正^[17-19]，修正后的模型为

$$F_{mN} = \begin{cases} F_{LN} & \epsilon_0 \leq \epsilon < 1 \\ \epsilon^m F_{LN} & 0 < \epsilon < \epsilon_0 \end{cases} \quad (12)$$

$$F_{mT} = \begin{cases} F_{LT} & \epsilon_0 \leq \epsilon < 1 \\ \epsilon^m F_{LT} & 0 < \epsilon < \epsilon_0 \end{cases} \quad (13)$$

式中： ϵ_0 为大于0的常数，用于修正区间； m 为修正系数（正实数），取值范围0~5。

间隙处的油膜承载力在X向、Y向的分量为

$$\left. \begin{aligned} F_X &= F_{mN} \cos \gamma - F_{mT} \sin \gamma \\ F_Y &= F_{mN} \sin \gamma + F_{mT} \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

机构运动时，润滑间隙运动副的状态可能发生改变。探究润滑间隙运动副元素的动态特性时，建立一个能妥善处理润滑和接触状态之间转换的模型至关重要。FLORES等^[20-21]引入偏心系数 E_0 来改进间隙处的力模型，实现干摩擦状态和润滑状态之间力的平滑过渡，以准确描述运动副元素之间的力，即

$$\mathbf{F}_c = \begin{cases} \mathbf{F}_L & |e| < r \\ \mathbf{F}_L + \frac{|e|-r}{E_0}(\mathbf{F}_D - \mathbf{F}_L) & r \leq |e| \leq r + E_0 \\ \mathbf{F}_D & |e| > r + E_0 \end{cases} \quad (15)$$

式中： \mathbf{F}_c 、 \mathbf{F}_L 分别为润滑状态下运动副元素之间的作用力和油膜承载力； \mathbf{F}_D 为干摩擦状态下运动副元素之间的接触力。

1.2 含转动副润滑间隙的多连杆机构动力学模型

二自由度七连杆机构是混合驱动压力机的主传动机构，如图2所示，该机构由机架、曲柄1、曲柄4、连杆2、连杆3、连杆6和滑块7组成。2个曲柄的一端固定在机架上，另一端与机架通过转动副（设有驱动电机）连接。曲柄1处的驱动电机可作为主动力源，曲柄4处的驱动电机可对主要运动进行调节和控制，通过连杆传递力使滑块工作。与单自由度六连杆机构相比，该机构可实现2个方向的独立运动或复合运动，且具有可控可调、

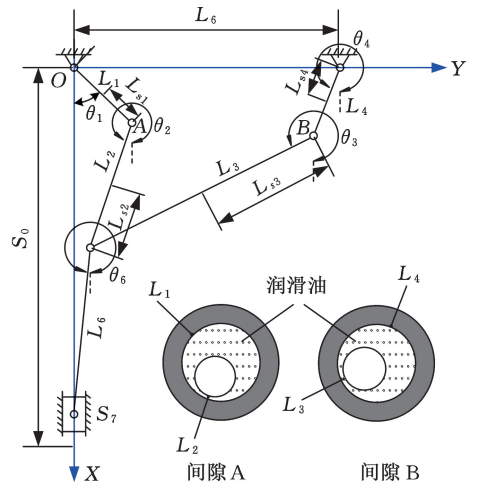


图2 含润滑间隙平面七杆机构示意图

Fig.2 Schematic diagram of a7-bar mechanism with lubrication clearance plane

运动平稳、满足多种工作需求及高精度等优点。

间隙A位于驱动曲柄1和连杆2的转动副处，间隙B位于驱动曲柄4和连杆3的转动副处，在转动副间隙A和B处添加润滑剂，并保证转动副的密封良好。驱动曲柄处的间隙对机构运行影响较大，因此将转动副间隙A、B作为机构动力学优化的润滑间隙。

应用参考点坐标法建立机构的全局坐标系，并在各活动构件质心处建立局部坐标系。该机构共有6个活动构件，则含润滑间隙七杆机构的广义坐标为

$$\mathbf{q} = (x_1, y_1, \theta_1, x_2, y_2, \theta_2, \dots, x_4, y_4, \theta_4, x_6, y_6, \theta_6, x_7, y_7, \theta_7) \quad (16)$$

式中： x_i 、 y_i 为构件 i ($i = 1, 2, 3, 4, 6, 7$) 在全局坐标系下X向和Y向的分量； θ_i 为构件 i 相对于全局坐标系X轴正方向的转角。

考虑转动副A、B处的润滑间隙时，这两处运动副的约束减少4个，则含润滑间隙七杆机构有14个约束方程，对应矢量形式为

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} x_1 - L_{s1} \cos \theta_1 \\ y_1 - L_{s1} \sin \theta_1 \\ x_4 - L_{s4} \cos \theta_4 \\ y_4 - L_{s4} \sin \theta_4 - L_{s5} \\ x_2 + L_{s2} \cos \theta_2 - x_3 - L_{s3} \cos \theta_3 \\ y_2 + L_{s2} \sin \theta_2 - y_3 - L_{s3} \sin \theta_3 \\ x_2 + L_{s2} \cos \theta_2 - x_6 + L_{s6} \cos \theta_6 \\ y_2 + L_{s2} \sin \theta_2 - y_6 + L_{s6} \sin \theta_6 \\ x_6 + L_{s6} \cos \theta_6 - x_7 \\ y_6 + L_{s6} \sin \theta_6 - y_7 \\ y_7 \\ \theta_7 - 180^\circ \\ \theta_1 - \omega_1 t \\ \theta_4 - 310.79^\circ - \omega_4 t \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (17)$$

式中: L_{si} 为构件 i 的质心点到构件端点的距离。

式(17)对时间求一阶导数,得到速度约束方程:

$$\Phi_q \dot{q} = -\Phi_t = v \quad (18)$$

$$\Phi_t = \partial \Phi / \partial t = [0_{12 \times 1} \quad -\omega_1 \quad -\omega_4]$$

式中: Φ_q 为约束方程的 Jacobian 矩阵, $\Phi_q = \partial \Phi / \partial q$; \dot{q} 为广义速度矢量。

式(17)对时间求二阶导数,得到加速度约束方程:

$$\Phi_q \ddot{q} = -(\Phi_{qq} \dot{q})_q \dot{q} - 2\Phi_{qt} \dot{q} - \Phi_{tt} = \gamma \quad (19)$$

$$\Phi_{qt} = \partial \Phi_q / \partial t = 0_{14 \times 14} \quad \Phi_{tt} = \partial \Phi_t / \partial t = 0_{14 \times 1}$$

式中: \ddot{q} 为广义加速度矢量。

基于 Lagrange 乘子法,建立系统的刚体动力学方程:

$$M \ddot{q} + \lambda \Phi_q^T = g \quad (20)$$

$$M = \text{diag}(m_1, m_1, J_1, m_2, m_2, J_2, m_3, m_3, J_3, m_4, m_4, J_4, m_6, m_6, J_6, m_7, m_7, J_7) \quad (21)$$

式中: M 为系统的质量矩阵; m_i 、 J_i 分别为构件 i 的质量和转动惯量; λ 为 Lagrange 乘子; g 为系统广义力,包括系统的惯性力和间隙运动副产生的运动副元素之间的作用力,以及油膜承载力组成的平均混合过渡力。

联立式(19)、式(20)并采用 Baumgarte 违约稳定算法得到含润滑间隙七杆机构的刚体动力学方程:

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \\ \gamma - 2\alpha \dot{\Phi} - \beta^2 \Phi \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\dot{\Phi} = d\Phi/dt$$

式中: α 、 β 为 Baumgarte 违约控制算法的修正参数。

处理约束方程时, α 、 β 相同意味着对位置和速度违法的惩罚一致,可提高数值求解的稳定性且方程可快速收敛。 α 、 β 通常取 $[0, 50]$ 的正实数,本文均取 50。

2 优化设计模型的建立和求解

2.1 优化模型的建立

运动副间隙会使稳定性、动态响应、精度等平面多连杆机构的动态性能受到不利影响。因此,在满足机构必备工作性能的前提下,将平面多连杆机构动力学模型与多目标优化算法结合,建立机构动力学优化模型。优化模型中,通过设定合理的优化目标函数,将机构动力学模型中重要的参数设为变量,利用优化算法对机构进行结构优化,获得动态性能更优的模型参数。该方法可有效提高机构的动态特性,减小间隙带来的不利影响。

2.1.1 目标函数

1) 目标函数 1。滑块作为二自由度七连杆机构的末端执行器,其运动学特性具有重要的研究意义。加速度是连接机构运动学和动力学的桥

梁,与系统的受力密切相关,因此,对滑块的加速度进行优化具有重要的实际意义。以末端执行器滑块加速度的最大值最小为优化设计的目标函数为

$$F_1 = \|a_H\|_{\infty} \quad (23)$$

式中: a_H 为滑块加速度。

2) 目标函数 2。图 2 所示的转动副润滑间隙运动学模型中, $|e| < r$ 时,运动副元素之间的作用力为润滑状态下的油膜承载力; $|e| > r + E_0$ 时,运动副元素之间的作用力为干摩擦状态下的接触力; $r \leq |e| \leq r + E_0$ 时,运动副元素之间的作用力为接触力和油膜承载力的混合力。运动副元素之间的作用力是引起机构动力学响应波动的原因之一,因此有必要将运动副元素之间的作用力作为优化指标建立目标函数。以 2 个润滑间隙处的运动副元素之间的作用力最大值之和最小为优化设计目标,具体目标函数表达式为

$$F_2 = \omega_A \|F_A\|_{\infty} + \omega_B \|F_B\|_{\infty} \quad (24)$$

式中: ω_A 、 ω_B 为控制本地开发和全局探索之间平衡的加权因子, $\omega_A = \omega_B = 0.5$; F_A 、 F_B 分别为间隙 A 和间隙 B 处的运动副元素之间的作用力。

2.1.2 设计变量

含润滑油的转动副间隙 A 位于曲柄 1 与连杆 2 之间、间隙 B 位于曲柄 4 与连杆 3 之间,因此润滑间隙处运动副元素之间的作用力直接对连杆 2 和曲柄 4 产生影响。滑块作为末端执行器,直接影响整个机构的运动特性。因此,对连杆 2、连杆 4、滑块 7 进行参数优化。

构件的质量和转动惯量是影响构件动力学响应的重要因素,动力黏度是衡量液体润滑特性重要参数,因此以连杆 2、曲柄 4 的质量和转动惯量,滑块的质量,40 °C 下的动力黏度 μ_1 为优化变量。设计变量为

$$X_c = [m_2 \quad J_2 \quad m_4 \quad J_4 \quad m_7 \quad \mu_1]^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T \quad (25)$$

2.1.3 约束条件

二自由度七连杆机构同时存在含润滑的转动副间隙 A 和转动副间隙 B 时,优化变量的约束条件为

$$x_c^L \leq x_c \leq x_c^U \quad (26)$$

式中: x_c^U 、 x_c^L 分别为优化设计变量 x_c 的上限和下限。

如表 1 所示,转动惯量的下限是回转轴过杆质心的计算结果,上限是回转轴过杆端点的计算结果。

2.2 含转动副润滑间隙的七连杆机构动力学优化的求解流程

1) 确定动力学优化模型的初始条件,包括机

表 1 约束变量的取值范围

Tab.1 The range of values for constraint variables

变量	下限	上限
m_2	$m_2/2$	$2m_2$
J_2	$m_2L_2^2/12$	$m_2L_2^2/3$
m_4	$m_4/2$	$2m_4$
J_4	$m_4L_4^2/12$	$m_4L_4^2/3$
m_7	$m_7/2$	$2m_7$
$\mu_1/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	0.05	0.6

构的几何参数、结构参数、润滑间隙参数等,获取优化所需的目标函数、设计变量、约束条件,以及遗传算法的参数,包括种群数量、迭代次数、交叉值和变异值。

2) 初始化种群。基于设定的设计变量及其约束条件,设定合适的初始数据种群数量。种群中的一个个体代表了设计变量的一个可能组合,每个个体将被编码并作为输入参数,进入含润滑间隙的动力学模型中进行计算,以确定其适应度值和性能指标。种群数量过大会增加计算成本,使结果难以收敛,种群数量过小会导致近亲交配,种群多样性下降,因此本文遗传算法的种群数量设为 30。

3) 建立转动副润滑间隙的矢量模型。计算潜在接触点的位置矢量,判断轴和轴承的相对位置关系,根据润滑间隙理论公式,计算润滑间隙运动副处的约束反力。

4) 求解机构动力学方程。计算系统的质量矩阵、约束雅可比矩阵、广义力矩阵并组装成系统方程。将系统方程降阶并求解得到广义坐标、广义速度和广义加速度。

5) 评价个体。计算种群中每个个体的适应度,并记录每一代进化中最好的个体适应度和平均适应度。

6) 迭代寻优。根据遗传算法预设的选择策略,挑选出种群中适应度较大的个体,然后通过交叉和变异操作,不断生成新的个体。在每一代种群中找到具有最大适应度的个体,并记录它们在种群中的位置及对应的适应度,重复这个操作直到达到最大迭代次数。本文中,变异值为 0.6,交叉值为 0.7,迭代次数 50。

3 算例分析

3.1 参数设置

平面七杆机构的几何参数如表 2 所示,结构参数如表 3 所示,转动副间隙参数如表 4 所示,润滑间隙参数如表 5 所示。

表 2 几何参数

Tab.2 Geometrical parameter mm

参数	数值	参数	数值
曲柄 1 长度 L_1	80	曲柄 4 长度 L_4	80
曲柄 1 质心距离 L_{s1}	40	曲柄 4 质心距离 L_{s4}	40
连杆 2 长度 L_2	180	两固定铰链距离 L_5	301
连杆 2 质心距离 L_{s2}	90	连杆 6 长度 L_6	300
连杆 3 长度 L_3	318	连杆 6 质心距离 L_{s6}	150
连杆 3 质心距离 L_{s3}	159	坐标原点与滑块下极限距离 S_0	560

表 3 结构参数

Tab.3 Structure parameters

部件	质量/g	中点处的转动惯量/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
曲柄 1	107	1.179×10^{-4}
连杆 2	219	7.736×10^{-4}
连杆 3	374	3.595×10^{-3}
曲柄 4	107	1.179×10^{-4}
连杆 6	354	3.056×10^{-3}
滑块 7	139	6.083×10^{-5}

表 4 转动副间隙参数

Tab.4 Rotating pair clearance parameters

参数	数值
轴承半径 R_i/mm	15
恢复系数 c_e	0.9
静摩擦速度极限值 $v_0/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})$	0.1
动摩擦速度极限值 $v_1/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})$	1
轴承 i 、轴 j 的弹性模量 $E_i, E_j/\text{GPa}$	200
泊松比 μ_i, μ_j	0.3
法向运动副元素之间的作用力模型力指数	1.5
Baumgarte 修正系数 α, β	50
积分步长/ms	0.1

表 5 润滑间隙参数

Tab.5 Lubrication clearance parameters

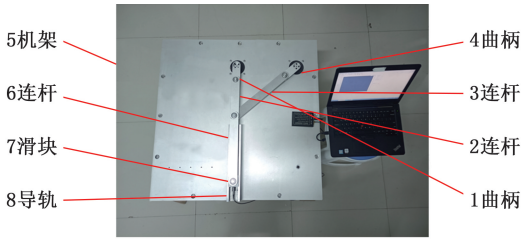
参数	数值
轴承半径 R_i/mm	15
轴承长度 L/m	0.04
40 °C 的动力黏度 $\mu/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	0.4
Baumgarte 修正系数 α, β	50
积分步长/ms	0.1

3.2 含转动副润滑间隙的七连杆机构动力学模型的理论验证

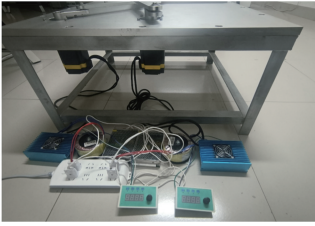
为验证理论模型的合理性与理论分析结果的正确性,设计并搭建了含润滑间隙的七连杆机构试验平台(图 3),在平面七杆机构运转稳定后,选择 2 个完整运动周期进行测量。

转动副间隙可通过加工不同轴径的轴来实现,如图 4 所示。理想轴的外径为 12 mm,通过采用外径为 $11.6({}_{-0.011}^0)\text{mm}$ 的轴实现 0.2 mm 间隙。

图 5 所示为滑块加速度在运动副有间隙轴时的理论结果和试验结果,以及运动副无间隙时的



(a) 试验平台俯视图



(b) 试验平台侧视图

图 3 平面七杆机构试验平台

Fig.3 Experimental platform of planar 7-bar mechanism

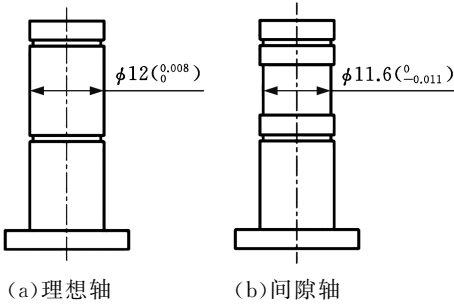


图 4 理想轴和间隙轴的尺寸示意图

Fig.4 Dimension diagram of the ideal shaft and the clearance shaft

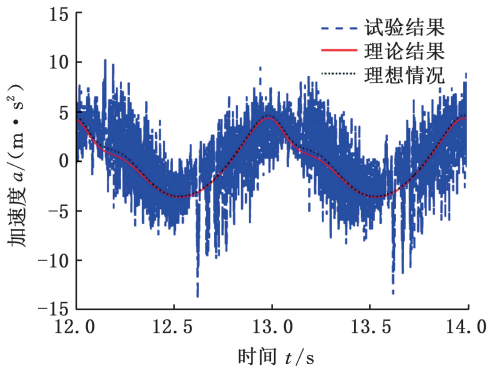


图 5 运动副有无间隙时的滑块加速度

Fig.5 Acceleration of the slider with or without clearance in the motion pair

理想结果。对比采用理想轴和间隙轴时滑块的加速度曲线发现,二者的滑块加速度曲线趋势基本一致,但存在较小偏差。这是因为间隙使运动副内发生碰撞和振动,导致滑块加速度产生波动。润滑减小了运动副内部较大的碰撞力和摩擦等对机构的不良影响。当转动副 A 和 B 安装间隙轴时,滑块加速度的试验结果和理论结果的最大值分别为 -13.72 m/s^2 、 4.366 m/s^2 ,机构的试验结

果与理论结果在趋势上基本相同,试验结果曲线存在明显波动,理论结果曲线基本未出现波动。振动峰值出现的时间和振动峰值大小都有差异,造成偏差的主要因素为滑块与导轨之间的摩擦效应和驱动电机转动引起的试验台振动。此外,试验台在加工、装配过程中产生的加工装配误差和加速度计的灵敏度误差也对试验结果造成一定的影响。因此,试验结果基本验证了理论结果的正确性。

3.3 含转动副间隙的七连杆机构动力学优化结果

通过优化得到设计变量的最优解,以滑块加速度的最大值为目标函数 1,以转动副间隙 A、B 处运动副元素之间的作用力最大值之和为目标函数 2,优化算法寻找 2 个目标函数的最小值。优化过程中的间隙取 0.3 mm ,设计变量的优化值如表 6 所示。

表 6 优化结果数据

Tab.6 Optimization result data

变量	目标函数 1	目标函数 2
m_2/g	397.52	126.78
$J_2/(kg \cdot m^2)$	17.975×10^{-4}	96.731×10^{-5}
m_4/g	103.91	160.64
$J_4/(kg \cdot m^2)$	18.874×10^{-5}	21.717×10^{-5}
m_7/g	69.825	73.186
$\mu_1/(Pa \cdot s)$	0.242 41	0.417 49

3.4 优化对平面七连杆机构动态特性的影响

将优化后的设计变量数值代入含转动副间隙的机构动力学模型,得到机构的动力学响应曲线。如图 6 所示,考虑润滑间隙时,优化前的滑块位移曲线较为平缓、无波动。经目标函数 2 优化后,滑块的位移曲线峰值略大于优化前和目标函数 1 优化的峰值,最大峰值差在 0.1 mm 左右。3 条位移曲线的总体趋势一致,说明采用这两个目标函数优化对机构输出构件的位移影响相对较小。

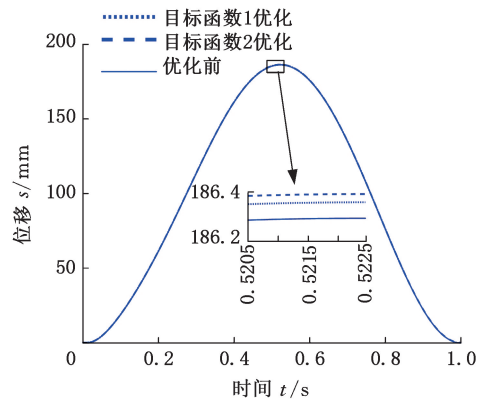


图 6 优化前后的位移曲线

Fig.6 Displacement curves before and after optimization

如图 7 所示,考虑润滑间隙时,优化前的滑块速度曲线较为光滑,无突峰;滑块优化后的速度峰

值均小于优化前的速度峰值,最大峰值差约为 0.1 mm/s。此外,通过观察发现优化前后的滑块速度整体趋势一致,且三者之间的误差极小。这说明保证杆长、驱动速度等参数不变,将质量和转动惯量设为优化变量并将其变化设置在合理范围内时,采用这两个目标函数优化对机构输出构件的速度精度影响不大。

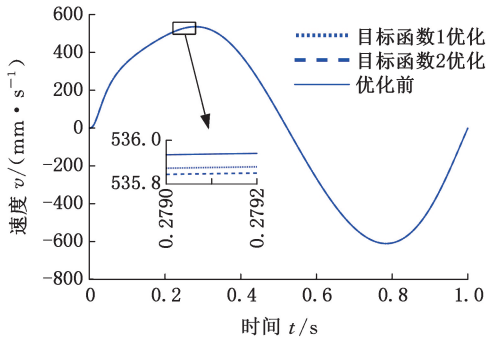


图 7 优化前后的速度曲线

Fig.7 Speed curves before and after optimization

如图 8 所示,考虑润滑间隙时,优化前的滑块加速度曲线在机构启动的短时间内存在小幅度突变,可能对机构产生冲击;之后,滑块加速度曲线变得平滑。优化前,突变处加速度达到 5.434 m/s²;目标函数 1 优化后,曲线突变处的加速度减小到 4.290 m/s²,比优化前减小约 25%;目标函数 2 优化后,曲线突变处的加速度为 5.485 m/s²,相比优化前增大 0.15%。这说明直接优化滑块加速度的最大值可显著减小加速度曲线突峰,使加速度曲线更加平稳;优化转动副间隙处的运动副元素之间的作用力并不会对机构输出构件的加速度大小产生很大的影响。

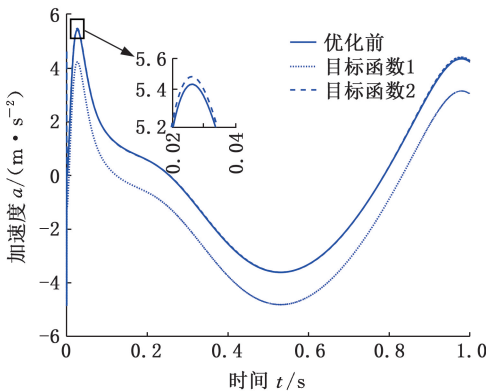


图 8 优化前后的加速度曲线

Fig.8 Acceleration curves before and after optimization

转动副间隙处的碰撞会导致磨损的加剧和误差的增大。轴在轴承中的中心运动轨迹曲线直观反映轴在轴承中的自由状态和碰撞状态,以及碰撞状态下轴相对于轴承的嵌入深度。如图 9 所示,圈内曲线表示含间隙的转动副运动时,轴在轴

承中的中心运动轨迹;外圈是模拟的轴与轴承发生接触碰撞的边界,即轴的中心运动轨迹曲线接触到外圈时,轴与轴承发生碰撞。通过观察图 9 发现,转动副间隙充满润滑油时,由于润滑油膜的存在,轴与轴承没有发生直接接触和碰撞。经过 2 个目标函数优化后,转动副间隙 A、B 处轴的中心运动轨迹曲线明显减小,这说明间隙处转动副的运动状态更稳定;采用目标函数 2 优化后,轴的中心运动轨迹最小,说明运动副元素之间的作用力对轴的中心运动轨迹的影响最显著,直接优化运动副元素之间的作用力间接使间隙处转动副的运动状态更稳定,并有效减少轴与轴承发生碰撞的可能。

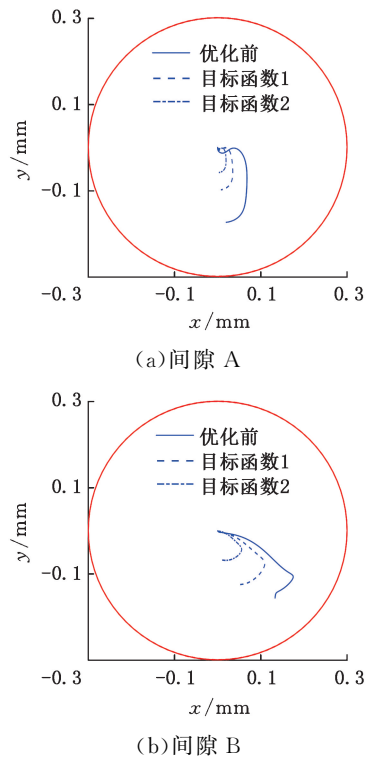


图 9 优化前后转动副间隙处轴的中心运动轨迹曲线
Fig.9 The center motion trajectory curve of the shaft at the clearance of the rotating pair before and after optimization

如图 10a 所示,启动后的 0.8 s 内,间隙 A 处的运动副元素之间的作用力峰值由优化前的 7.446 N 变为目标函数 1 优化的 8.383 N、目标函数 2 优化的 6.345 N(比优化前减小 14.8%,比目标函数 1 优化减小 24.3%);启动 0.8 s 后,目标函数 2 优化的运动副元素间的用力明显减小。如图 10b 所示,启动后的 0.2 s 内,间隙 B 处的运动副元素之间的作用力存在峰值,由优化前的 13.26 N 变为目标函数 1 优化后的 14.66 N、目标函数 2 优化后的 10.84 N(比优化前减小 18.2%,比目标函数 1 优化减小 26%)。0.2~1.0 s 时,采用目标

函数 2 优化后,间隙 B 处运动副元素之间的作用力比优化前和目标函数 1 优化均有不同程度的减小。

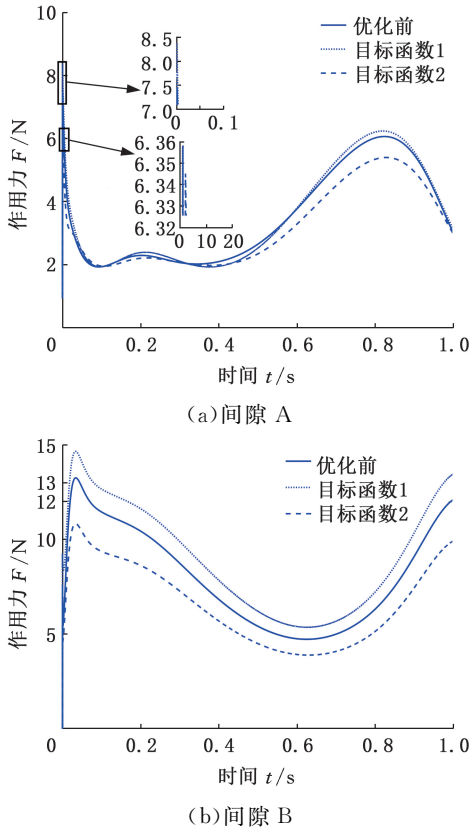


图 10 优化前后间隙处运动副元素的作用力曲线
Fig.10 Force curves of the motion pair elements at the gap before and after optimization

4 结论

本文研究了含转动副润滑间隙的二自由度七连杆机构的动力学优化设计方法,推导出机构动力学方程,并利用样机验证了模型的正确性。将多体运动学理论与遗传算法的辅助优化策略结合,构建了含转动副润滑间隙的七连杆机构的动力学优化模型,以间隙处运动副元素之间的作用力、优化末端执行器的加速度为优化指标,对机构关键参数进行了优化设计。采用两种目标函数对机构优化后,对比分析了优化前后含转动副润滑间隙的七连杆机构动力学响应,发现以滑块加速度为目标的优化可减小滑块加速度峰值 25%,但间隙处运动副元素之间的作用力会小幅度增大;以运动副元素之间的作用力为目标的优化使转动副间隙 A、B 处的运动副元素之间的作用力分别减小 14.8%、18.2%,且优化前后的加速度变化很小,综合优化效果更优。

参考文献:

[1] YANG Tao, LI Peng, SHEN Yantao, et al. Cen-

ter-driven Planar Closed-loop Mechanisms Based on an Angulated Four-bar Linkage[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 180:105130.

- [2] 喻天翔, 庄新臣, 宋笔锋, 等. 飞机连杆机构多铰链磨损寿命综合预测方法[J]. 航空学报, 2022, 43(8):127-136.
- YU Tianxiang, ZHUANG Xinchen, SONG Bifeng, et al. Integrated Wear Life Prediction Method of Multiple Joints in an Aircraft Linkage Mechanism[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(8):127-136.
- [3] 郑恩来, 储磊, 蒋书运, 等. 含润滑间隙和曲轴转子-轴承结构的平面柔性多连杆机构多体动力学建模与动态误差分析[J]. 机械工程学报, 2020, 56(3):106-120.
- ZHENG Enlai, CHU Lei, JIANG Shuyun, et al. Multi body Dynamic Modeling and Dynamic Error Analysis of a Planar Flexible Multi-link Mechanism with Lubrication Clearance and Crankshaft Rotor Bearing Structure[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(3):106-120.
- [4] 王一熙, 沈惠平, 陈谱, 等. 基于运动学、刚度和动力学性能的并联机构有序递进三级优化设计及其应用[J]. 中国机械工程, 2022, 33(13):1560-1575.
- WANG Yixi, SHEN Huiping, CHEN Pu, et al. Three-level Orderly Proceeding Optimization Design and Its Applications for Parallel Mechanisms Based on Kinematics, Stiffness and Dynamics[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(13):1560-1575.
- [5] 蔡敢为, 彭思旭, 田军伟, 等. 连杆机构式机器人的动态性能优化[J]. 机械设计与研究, 2022, 38(6):1-6.
- CAI Ganwei, PENG Sixu, TIAN Junwei, et al. Research on Dynamic Characteristics Optimization of Linkage Robot[J]. Machine Design And Research, 2022, 38(6):1-6.
- [6] 朱伟, 时宽祥, 王焯, 等. 三平移刚柔混合并联机构优化设计与动力学分析[J]. 农业机械学报, 2021, 52(12):417-425.
- ZHU Wei, SHI Kuanxiang, WANG Ye, et al. Optimization Design of 3-DOFs Translational Cable-driven Rigid-flexible Hybrid Parallel Mechanism and Its Dynamics Analysis[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(12):417-425.
- [7] WANG Dongbao, ZHANG Jing, GUO Hongwei, et al. Design of a 2T1R-type Parallel Mechanism: Performance Analysis and Size Optimization[J]. Actuators, 2022, 11(9):262.
- [8] BOŠKOVIĆ M, BULATOVIĆ R R, ŠALINIĆ S,

- et al. Optimization of Dynamic Quantities of a Four-bar Mechanism Using the Hybrid Cuckoo Search and Firefly Algorithm (H-CS-FA)[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2018, 88(12):2317-2338.
- [9] 梁栋, 李世友, 畅博彦, 等. 冗余驱动精密定位并联机器人动力学优化[J]. *机械设计与研究*, 2022, 38(5):79-87.
- LIANG Dong, LI Shiyu, CHANG Boyan, et al. Dynamic Optimization for Precision Positioning Parallel Manipulator with Redundant Actuation [J]. *Machine Design & Research*, 2022, 38(5):79-87.
- [10] ALBAGHDADI A M, BAHAROM M B, SULAIMAN S A. Tri-planar Balancing Optimization of a Double Crank-rocker Mechanism for Shaking Forces and Shaking Moments Reduction[J]. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, 2021, 70(3):10.3176/proc.2021.3.07.
- [11] ETESAMI G, FELEZI M E, NARIMAN-ZADEH N. Optimal Transmission Angle and Dynamic Balancing of Slider-crank Mechanism with Joint Clearance Using Pareto Bi-objective Genetic Algorithm [J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2021, 43(4):185.
- [12] BAI Zhengfeng, JIANG Xin, LI Fei, et al. Reducing Undesirable Vibrations of Planar Linkage Mechanism with Joint Clearance [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(2):559-565.
- [13] VAREDI S M, DANIALI H M, DARDEL M. Dynamic Synthesis of a Planar Slider-Crank Mechanism with Clearances [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(2):1587-1600.
- [14] 章永年, 陶亚满, 蒋书运, 等. 含角接触球轴承和粗糙间隙表面滑动轴承关节的平面柔性多连杆机构动态误差分析与优化设计[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(1):69-87.
- ZHANG Yongnian, TAO Yaman, JIANG Shuyun, et al. Dynamic Error Analysis and Optimization Design of Planar Flexible Multi-link Mechanism with Angular Contact Ball Bearing and Revolute Clearance Sliding Bearing Joints with Rough Surfaces [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(1):69-87.
- [15] LIU Xueao, DING Jianzhong, WANG Chunjie. Design Framework for Motion Generation of Planar Four-bar Linkage Considering Clearance Joints and Dynamics Performance [J]. *Machines*, 2022, 10(2):136.
- [16] WU Hongyu, ZHANG Yuling, YAN Shaoze. Effect of Driving Functions with Different Jerk and Accelerating Time Length on Dynamic Performance for Mechanical Systems: Analysis and Optimization [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2022, 36(5):2225-2238.
- [17] ZHANG Haodong, ZHANG Xianmin, ZHAN Zhenhui, et al. Dynamic Modeling and Comparative Analysis of a 3-PRR Parallel Robot with Multiple Lubricated Joints [J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2020, 16(3):541-555.
- [18] PINKUS O, STERNLICHT B, SAIBEL E. Theory of Hydrodynamic Lubrication [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1962, 29:221-222.
- [19] CHEN Xiulong, WANG Tao, JIANG Shuai. Study on Dynamic Behavior of Planar Multibody System with Multiple Lubrication Clearance Joints [J]. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 2022, 91:104404.
- [20] FLORES P, AMBRÓSIO J, CLARO J P. Dynamic Analysis for Planar Multibody Mechanical Systems with Lubricated Joints [J]. *Multibody System Dynamics*, 2004, 12(1):47-74.
- [21] FLORES P, AMBRÓSIO J, CLARO J C P, et al. Lubricated Revolute Joints in Rigid Multibody Systems [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2009, 56(3):277-295.

(编辑 张 洋)

作者简介: 陈修龙*, 男, 1976年生, 教授、博士研究生导师。研究方向为机器人机构学理论。发表论文 60 余篇。E-mail: cxldy99@163.com。

本文引用格式:

陈修龙, 王爱郭, 王景庆. 含转动副润滑间隙的多连杆机构动力学优化设计[J]. *中国机械工程*, 2025, 36(1):87-95.

CHEN Xiulong, WANG Aiguo, Wang Jingqing. Dynamic optimization design of multi-link mechanism with lubrication clearances of revolute joint [J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36(1):87-95.