

连续多稳态齿轮元胞机械超结构及其力学性能

莫 帅^{1,2,3*} 黄 轩^{1,2} 黄祖瑞^{1,2} 张 伟¹

1. 特色金属材料与组合结构全寿命安全国家重点实验室, 南宁, 530004

2. 广西大学机械工程学院, 南宁, 530004

3. 华中科技大学数字制造装备与技术国家重点实验室, 武汉, 430074

摘要:为拓展机械超结构形式、优化机械超结构动态调节能力,设计出一种微观齿轮单元结构,在二维平面内周期性排列形成超结构。从结构设计原理和稳定性方面对该超结构进行了分析,表明所设计的超结构能够实现力学性能连续、稳定调节。通过有限元模拟的方法分析了这种超结构广泛的力学性能,包括静力学与动力学。研究结果表明,外啮合齿轮胞的弹性模量调节范围超过了 10 倍,内啮合行星齿轮胞的弹性模量调节范围则超过 200 倍,其剪切模量也有可观的调节范围;此外,基于齿轮单元的超结构可以实现固有频率与频幅曲线的连续变化,为材料的避振减振设计提供了新的思路。最后,基于这种微观齿轮单元设计出多种减振装置,证明了它在减振与动力学调控的独特优势与广阔应用前景。

关键词:机械超结构; 齿轮元胞; 力学性能; 连续可调; 减振结构

中图分类号: TB34

DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2025.04.023

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Continuous Multi-stable Gear Cell Mechanical Metastructures and Mechanics Properties

MO Shuai^{1,2,3*} HUANG Xuan^{1,2} HUANG Zurui^{1,2} ZHANG Wei¹

1. State Key Laboratory of Featured Metal Materials and Life-cycle Safety for Composite Structures, Nanning, 530004

2. School of Mechanical Engineering, Guangxi University, Nanning, 530004

3. State Key Lab of Digital Manufacturing Equipment and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074

Abstract: In order to expand the forms of mechanical metastructures and optimize the dynamic adjustment ability of mechanical metastructures, a micro gear unit structure was designed, which was periodically arranged in a two-dimensional plane to form a metastructure. The structural design principle and stability of the metastructure were analyzed. It is demonstrated that continuous and stable tunable of mechanics properties may be achieved by the designed metastructure. The extensive mechanics properties of this metastructure, including statics and dynamics, were analyzed through finite element simulation method. The results indicate that the elastic modulus of the externally meshed gear cells has a tuning range exceeding 10 times, while that of the internally meshed planetary gear cells exceeds 200 times. A considerable tunable range is also observed in the shear modulus. Additionally, the continuous change of the natural frequency and frequency amplitude curve may be realized by this gear unit-based metastructure, providing a new idea for the design of materials aimed at vibration reduction. Finally, a variety of metastructure vibration reduction devices were designed based on this micro gear unit, demonstrating the unique advantages and broad application prospects in vibration reduction and dynamic control.

Key words: mechanical metastructure; gear cell; mechanics property; continuously tunable; vibration-reduction structure

0 引言

超材料/超结构是具有非常规性能的人工结

构^[1-3],机械超结构的发展可以追溯到早期的周期梁、板、蜂窝等结构,通过合理配置与优化这些元素,可以实现负泊松比、低密度、高强度等优异力学性能,如 GAO 等^[4]、CHENG 等^[5]通过对负泊松比结构进行优化,得到具有增强机械性能的超材料。根据不同的应用场景有望在智能设备、能量吸收、减振降噪等领域取得重大应用前景,如将柔

收稿日期: 2024-01-28

基金项目: 国家自然科学基金(52265004); 广西科技重大专项(桂科 AA23073019); 数字制造装备与技术国家重点实验室开放基金(DMETKF2021017); 广西研究生教育创新计划(YCSW2024028)

性超材料应用于电子皮肤,能够使机械手臂更加精确地执行抓取任务^[6];在汽车零部件中引入超材料,能够有效缓解轻量化材料所带来的噪声问题。

随着高精度制造技术的不断开发,机械超结构的力学可调超结构在设计、制造、应用等方面发生快速转变^[7-8],具有易设计、多功能、动态可调的机械超结构受到大量学者的广泛关注,这类超结构通过主动或被动调节使自身可重构^[9],这样的可重塑性使装备机械超结构的设备能够灵活地调节自身刚度,从而可适应多场景任务。ZHANG 等^[10]设计了一种可再入结构,通过控制其内置的楔形块实现了结构刚度可调;TAO 等^[11]利用水凝胶的溶胀特性驱动复合结构弯曲,获得了带隙可调的三维力学超材料;区别于上述设计方案,FANG 等^[12]、MEEUSSEN 等^[13]利用齿轮元素设计出性能可调的力学超材料,但未从微观结构上进行拓扑优化,同时缺乏动力学特性及其在减振结构设计方面的研究。

传统力学超结构存在性能调节范围与精度不足、难以适应多工况作业等缺陷,本文提出一种可编程性能超结构的非传统设计方案,该设计方案在多工况下可实现大范围、连续可调的弹性特性,同时保持稳定性和鲁棒性。在表征方面,除了材料的基本性能外,还突出所设计机械超结构在动力学方面的特性。最后,利用齿轮基超结构设计出可用于多工况的减振装置,从微观到宏观展示了齿轮机械超结构在减振降噪、性能调控、动力学优化等方面的独特优势。在扩展齿轮应用场景的同时,为智能设备在作业过程中实现自主控制与自适应优化提供思路,为设计完全可编程振动控制设备拓宽视野,可推动齿轮基超结构在实际应用中的探索。

1 连续多稳态可调齿轮超结构设计

为实现机械超结构力学性能连续稳定调节,需要从微观入手。简支梁在受到外力作用时不同位置的“软硬”程度是不同的,具体来说,靠近支点的节点变形较小,而远离支点的节点变形较大。引入齿轮则能够使梁上的受力位置发生周期性变化,同时赋予结构良好的动态稳定性。通过优化齿轮拓扑结构、合理设计支撑位置及数量,齿轮机械超结构的力学可调性可以实现定制,通过以周期的方式将齿轮单元排列、堆叠,就能得到连续稳态周期性可调的力学超结构。

本文设计了两种齿轮单元超结构,一种为通用外啮合轮辐式齿轮胞,另一种为内啮合行星齿

轮胞结构。图 1 以内啮合行星齿轮为例展示了齿轮机械超结构的设计过程,主要包括三个步骤,即核心元素的设计、单元胞的制造与组装、单元胞周期性排列与堆叠形成超结构。

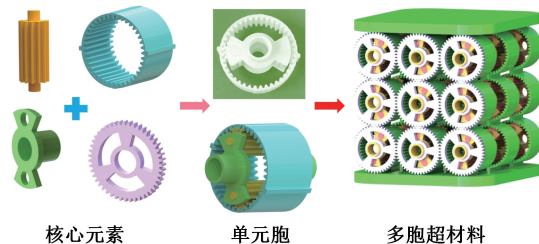


图 1 基于齿轮元素的机械超结构设计

Fig.1 Mechanical metastructure design based on gear elements

2 连续多稳态齿轮超结构力学性能

2.1 轮辐式齿轮胞超结构力学性能

如图 2 所示,利用轮辐式外啮合齿轮组成超结构基本单元,并在此基础上设计出一种力学性能连续可调结构,其中齿轮齿宽 $b = 6 \text{ mm}$,轮辐按照十字形对称分布。以图 2 中顺时针方向为齿轮胞转动方向,并且定义初始转角 $\alpha = 0^\circ$ 。

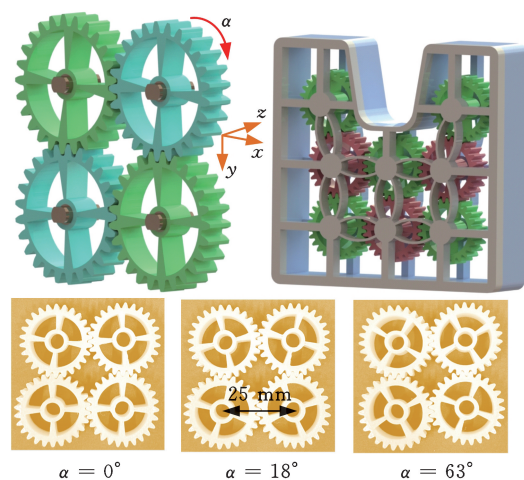


图 2 轮辐式齿轮超结构与减振装置

Fig.2 Metastructure and vibration reduction structure based on spoke gear cell

为了便于施加载荷和约束,从齿轮两面(正面和背面)引出带有平台的轴,轴的长度略大于齿宽且保持固定,载荷与约束在正面与背面是一致的,为了在后续分析中得到更加精确的结果,轴的弹性模量远大于齿轮的弹性模量。采用线性加载方式得到该单胞结构的应力-应变曲线,见图 3,从应力-应变曲线中可以得到该平面胞的弹性模量 E 和变量 y ,如图 4 所示,其中调节周期 T 与支撑轮辐数量 N 的关系可表示为 $T = 2\pi/N$,此处即为 $T = 90^\circ$,弹性模量的调节范围为 14.4 倍

(从下限值 5.8 GPa 到上限值 83.5 GPa), 当 $\alpha=0^\circ$ (或 $\alpha=90^\circ$) 时, 可以获得最大的弹性模量, 这一点主要是齿轮单元轮辐支撑的贡献, 由于齿轮间啮合关系, 弹性模量曲线前半周期与后半周期并不对称。

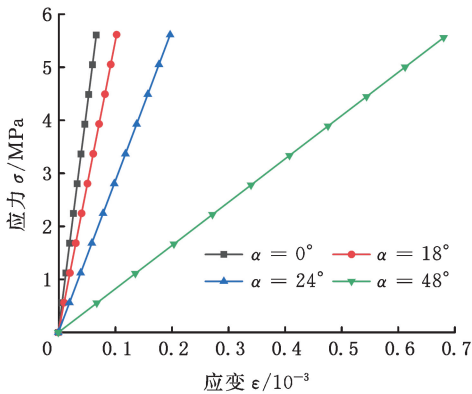


图 3 外啮合齿轮超结构单元压缩工况下的应力-应变曲线

Fig.3 Stress-strain curve of external meshing gear cell under metastructure compression condition

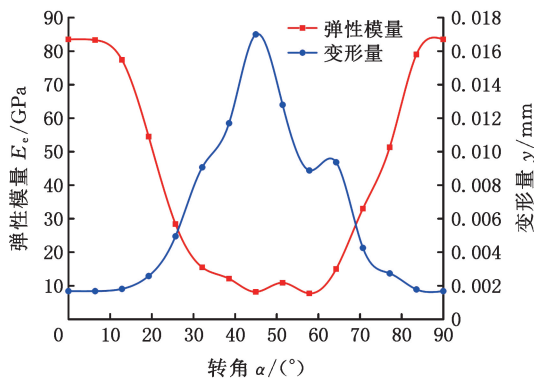


图 4 2×2 外啮合齿轮超结构 y 和 E_e 随转角 α 的变化曲线

Fig.4 Variation curves of metastructure y and E_e of 2×2 external meshing gear with α

此外, 利用三维有限元对齿轮胞的剪切行为进行了仿真, 得到材料的变形量 y 和剪切模量 G 随齿轮转角 α 的变化曲线, 见图 5, 其变化周期为 90° , 调节范围达到 2.4 倍(从下限值 0.4 GPa 到上限值 0.94 GPa), 与弹性模量曲线不同, 当 $\alpha=0^\circ$ (或 $\alpha=90^\circ$) 时, 剪切模量并没有获得最大值, 但是剪切模量的最小值位置与弹性模量的最小值位置几乎是一致的。

为了研究不同转角 α 下二维外啮合齿轮胞超结构的固有特性, 图 6 给出了外啮合齿轮胞在不同角度下的四阶约束模态, 具体地, 当转角 α 增大, 第四阶固有频率(即图 6 中 f_4)降低, 这说明通过转动齿轮可以避开共振频率, 为避振结构设计提供了新的思路。基于模态叠加法分析了 2×2 外啮合胞在不同角度下的频幅响应, 当 $\alpha=0^\circ$ 、

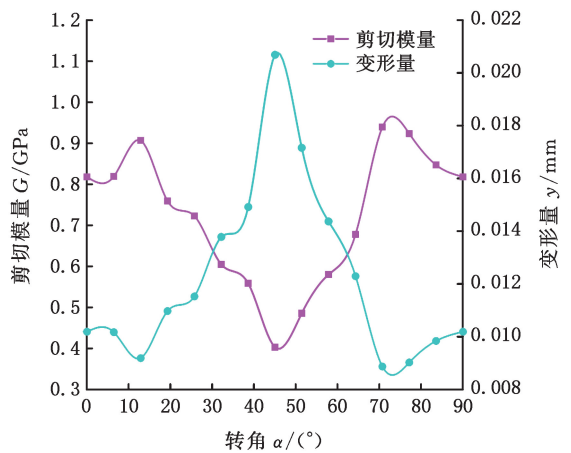


图 5 剪切模量 G 和变形量 y 随转角 α 的变化曲线
Fig.5 Variation curves of shear modulus G and deformation y with rotation angle α

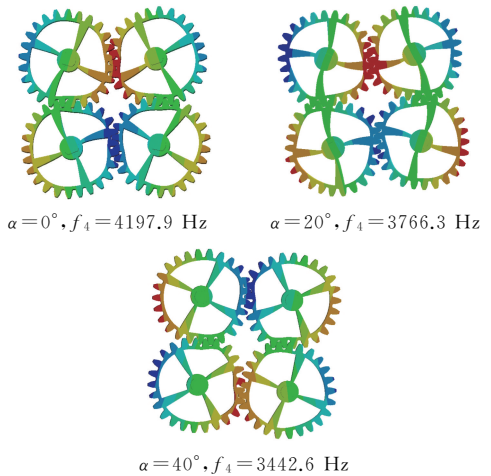


图 6 不同转角 α 下的第四阶约束模态

Fig.6 Fourth-order constraint mode under different rotation angles α

20° 、 40° 时, 外啮合齿轮胞超结构在前 8 阶固有频率范围内扫频分析所得到的频幅响应曲线见图 7。结果表明, 低频激励下, $\alpha=0^\circ$ 对应的结构频幅特性稳定, $\alpha=20^\circ$ 、 40° 时, 在不同频率区间出现带隙, 当 α 逐渐增大, 频幅响应曲线的第一个落差峰

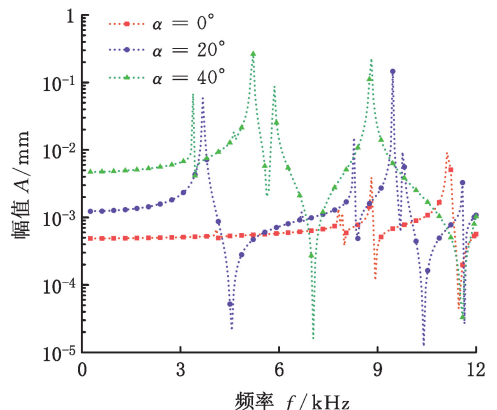


图 7 2×2 外啮合齿轮胞超结构频幅特性曲线
Fig.7 Frequency amplitude characteristic curve of 2×2 external meshing gear metastructure

值逐渐前移,上述现象可解释为:当 α 逐渐增大,行星轮逐渐远离载荷点,此时超结构刚度逐步减小,根据固有频率公式 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$,在质量 m 不变的情况下,刚度 k 减小,固有频率 f 降低,因此当超结构柔性增大时,频幅特性曲线的第一个落差峰值前移。

2.2 单胞内啮合行星轮超结构力学性能

构型 I 中应用十字轮辐式外啮合齿轮作为超结构的基本单元,但显然由外啮合齿轮单元组成的超结构在受到拉伸作用时不能保持稳定,只能应用于压缩场景。为使齿轮超结构获得更大的力学性能调节范围,同时适应多种应用场景,引入行星齿轮作为超结构的基本单元,在超结构设计时,将行星齿轮的齿圈作为环形简支梁,与之相啮合的行星轮可以当作动态支点,在内啮合行星齿轮中引入行星架以提高结构的稳定性;此外,舍弃太阳轮以减小结构质量,扩大齿间空间,利于安装的同时可减少齿轮间的磨损与冲击。

如图 8 所示,单胞内啮合超结构的齿圈外径 $R=40\text{ mm}$,通过改变行星架转角 β (初始转角 $\beta=0^\circ$)就可以实现超结构力学性能连续调节。为了方便加载,在齿圈 y 轴方向设计平面凸台,基于有限元法对行星齿轮单元进行 y 方向上的拉伸与压缩模拟,图 9 为不同的行星架转角 β 下,单胞行星齿轮在多工况下(包括拉伸、压缩和剪切)的变形云图和应力云图。基于有限元线性分析得到单胞行星齿轮的应力-应变曲线见图 10,图 11 中的弹性模量曲线可以通过应力-应变曲线的斜率得到,单个行星胞的变形量 y 和剪切模量 G 的变化见图 12。研究结果表明,内啮合超结构的弹性模量与剪切模量调节周期为 180° ,当行星轮位置靠近加载位置时,超结构的弹性模量显著

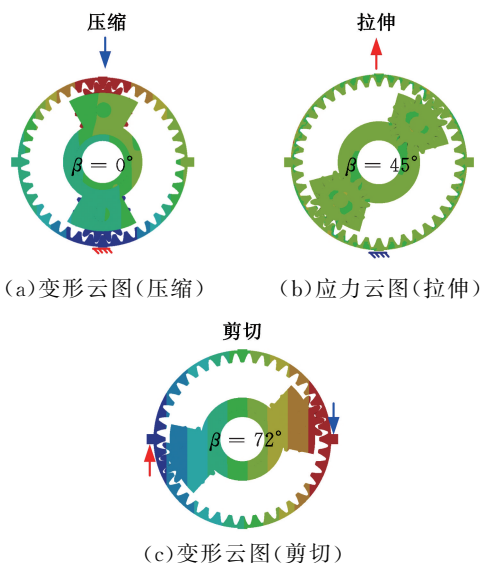


图 9 三维有限元分析单胞性能的应力应变云图
Fig.9 Stress-strain cloud image of 3D finite element analysis of cell properties

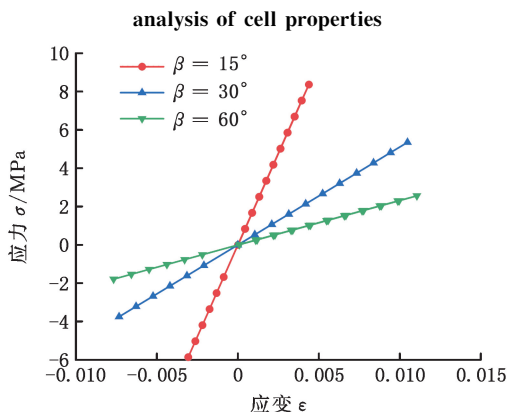


图 10 单胞行星齿轮在拉伸-压缩工况下的应力-应变曲线

Fig.10 Stress-strain curve of single cell planetary gear under tension-compression condition

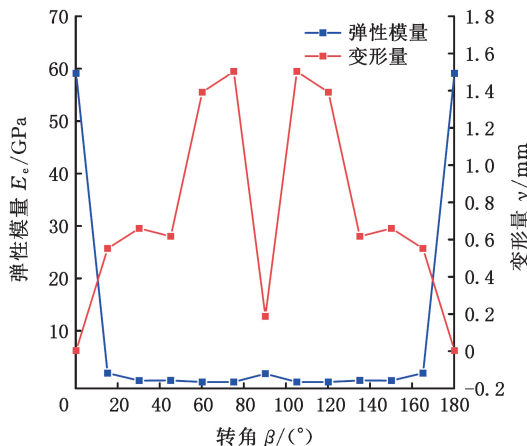


图 11 单胞行星齿轮超结构的 y 和 E_e 随转角 β 变化曲线

Fig.11 Variation curve of y and E_e of the metastructure of a single cell planetary gear with rotation angle β

增大,而剪切模量显著减小,这主要由两者加载方式不同导致。

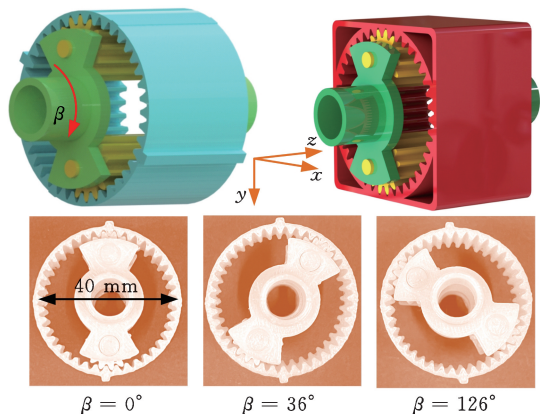


图 8 单胞内啮合行星齿轮超结构

Fig.8 Metastructure of meshing planetary gear in a single cell

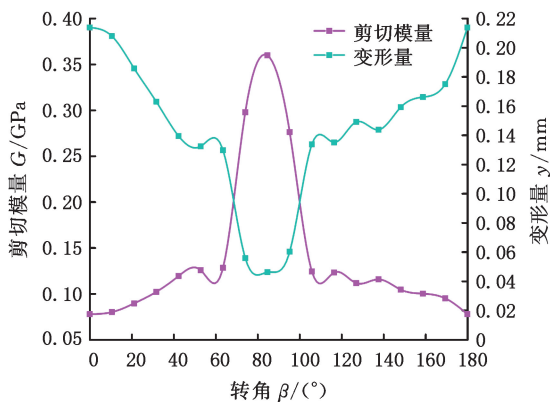


图 12 单胞齿轮超结构的 y 与 G 随转角 β 变化曲线
 Fig.12 Variation curve of y and G of the metastructure of a single cell planetary gear with rotation angle β

在不同的转角 β 下单元胞的固有频率会发生变化,如图 13 所示。图 14 计算了当行星架转角 $\beta=0^\circ、30^\circ、45^\circ$ 三种角度时单胞行星齿轮在扫频激励下的频幅响应曲线,可以看到三种角度下单胞结构的频幅特性有显著变化,与外啮合齿轮超结

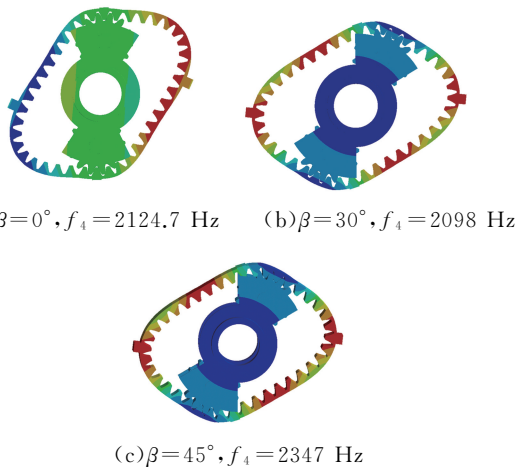


图 13 不同转角 β 下的第四阶约束模态

Fig.13 Fourth-order constrained modes under different rotation angles β

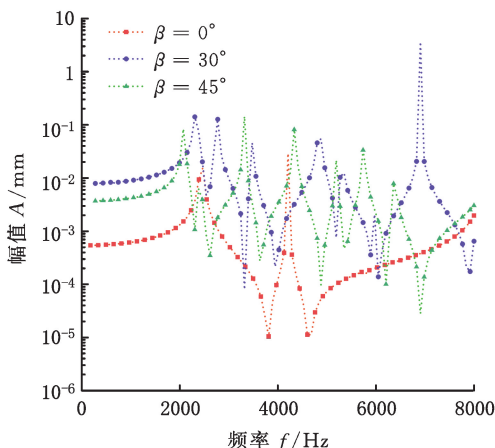


图 14 单胞行星齿轮频幅特性曲线

Fig.14 Frequency amplitude characteristic curve of single cell planetary gear

构类似,当单元胞刚度较低时,图 14 中第一个落差峰值前移;同时还注意到, $\beta=0^\circ$ 时只有两个带隙,另外两种角度下的单胞结构则有多带隙,因此,不同结构形态对应的应用场景有显著区别。

基于单胞内啮合行星齿轮超结构的拉压、压缩与剪切工况模拟可以看出,单胞行星齿轮的力学性能变化周期为 180° ,同时,比十字轮辐式齿轮单元的调节范围更大,其中弹性模量的调节范围达到 268 倍(从下限值 0.22 GPa 到上限值 59 GPa),剪切模量的调节范围为 4.5 倍(从下限值 0.08 GPa 到上限值 0.36 GPa)。但需要注意的是,弹性模量 E 。在行星架转角位于 $0^\circ\sim 30^\circ、150^\circ\sim 180^\circ$ 区间内变化显著,在其他区间变化较小,而剪切模量 G 在行星架转角位于 $60^\circ\sim 100^\circ$ 区间内变化显著,其他区间变化较小,因此,使用多齿、小模数的传动齿轮有助于精确调节。同时,为保证能得到较大的弹性模量,行星齿轮的个数应设置为偶数,而行星架的结构决定了超结构的力学性能峰值及整个超结构的承载能力。

2.3 多胞内啮合行星轮超结构力学性能

在单胞行星齿轮的基础上进行二维堆叠可以得到多胞行星齿轮超结构。图 15 所示为 3×3 的行星胞齿轮超结构,相邻齿圈之间经凸台连接成为整体,沿 y 轴上设置有承载平台,与单胞行星齿轮不同的是,每个行星架上连接一个外啮合传动齿轮,以实现组合行星胞中行星架同时转动 γ 角(或 $-\gamma$ 角),然后基于有限元法对行星胞的拉伸、压缩与剪切工况进行模拟,分析行星胞的力学特性,需要说明的是,由于外啮合直齿轮只起驱动作用,因此没有将其纳入有限元分析中。

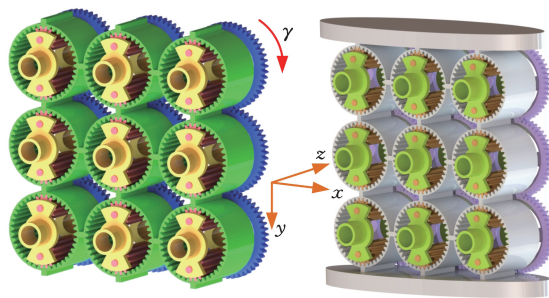


图 15 多胞内啮合行星轮超结构

Fig.15 Metastructure of multi-cell meshing planetary gear

在线性加载的情况下模拟了多胞行星齿轮的变形量 y 和弹性模量 E 。随转角 γ 变化的曲线,见图 16,发现多胞行星齿轮的拉伸-压缩行为与单胞内啮合行星超结构类似,当 γ 为 $0^\circ\sim 30^\circ$ 时,弹性模量 E 。随 γ 增大而迅速减小,当 γ 为 $150^\circ\sim 180^\circ$ 时,弹性模量 E 。随 γ 增大而迅速增大,对应的弹性模量调节范围达到 231 倍(从上限值 0.25

GPa 到下限值 57.8 GPa), 在其他位置, 弹性模量数值来回跳动, 但变化较小。这是由于行星胞在二维平面内与单个行星齿轮单元具有串并联的关系, 因此可以推测, 由这种行星齿轮单元组成的二维 $n \times n$ (n 为胞元个数) 行星胞与单胞行星轮的拉伸-压缩行为是一致的, 而它们在数值上的差异归因于齿圈单元的连接方式以及装配误差。

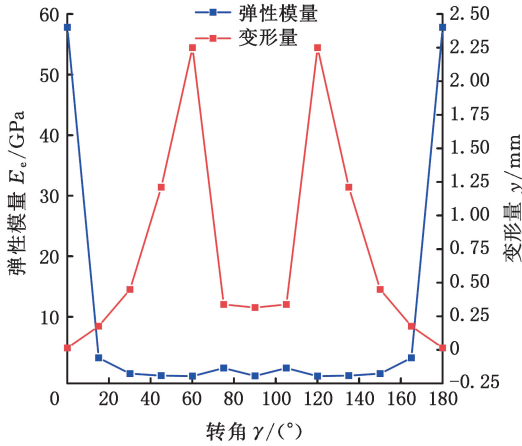


图 16 多胞行星齿轮超结构的 y 和 E_e 随转角 γ 变化曲线

Fig.16 Variation curve of y and E_e of multi-cell planetary gear metastructure with rotation angle γ

图 17 为基于有限元法得到的二维行星胞的变形量 y 和剪切模量 G 随行星架转角 γ 的变化关系曲线, 与单个行星胞相比, 尽管剪切模量 G 取得最大值的位置是一致的, 但是它们随 γ 角变化趋势是明显不同的, 多胞行星齿轮超结构的剪切模量 G 调节范围为 4 倍(从下限值 0.15 GPa 到上限值 0.6 GPa)。由扫频分析计算得到的频幅响应曲线见图 18, 本文选取了 3 个角度作为对比 ($\gamma=30^\circ, 45^\circ, 50^\circ$), 可以看到, 角度 γ 增大使得第 1 个落差峰值频率(即第四阶固有频率)降低, 但 3 种角度下结构的带隙基本一致; 同时还注意到, γ

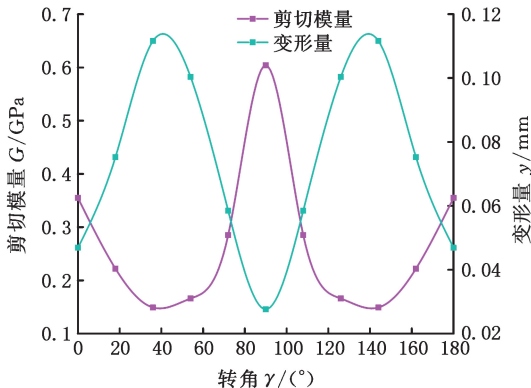


图 17 多胞行星齿轮超结构的 y 和 G 随转角 γ 变化曲线

Fig.17 Variation curve of y and G of metastructure of multi-cell planetary gear with rotation angle γ

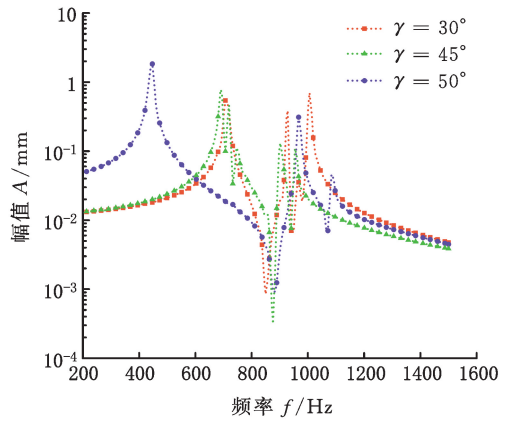


图 18 多胞行星齿轮频幅特性曲线

Fig.18 Frequency amplitude characteristic curve of multi-cell planetary gear

从 30° 增大到 45° 时, 频幅响应曲线变化较小, 但 $\gamma=50^\circ$ 时, 频幅曲线在低频区间有显著波峰, 说明频幅曲线也存在快速变化区间, 并且该区间与 E_e 和 G 快速变化区间不同。

3 齿轮超结构在减振领域的应用前景

将机械超结构应用到减振设备中, 一方面要保证原结构有足够的强度, 同时还要赋予结构力学性能连续可调的能力, 以提高原设备的稳定性与适应性。本文所设计的齿轮机械超结构可保持稳定、强度和高承载能力, 同时具有原位可调性, 可编程性强且易于实现。齿轮组提供了广阔的设计空间, 允许超结构的可定制性能, 除已研究的弹性模量、形状变形和剪切模量外, 可调性还可扩展到其他弹性性能, 如冲击保护、泊松比、强度、变形模式甚至阻尼系数。通过高分辨率和大规模 3D 打印, 可以将齿轮基超结构进一步制造与集成。以齿轮构建的减振装置在智能与自适应设备中具有独特优势。

如图 19a 所示, 以外啮合齿轮胞为核心元素, 设计了用于装配的辅助框架和对应的承载平板, 形成适合平面结构减振的超结构, 如将其应用在减振地基中。如图 19b 所示, 分别将辅助框架设计成平面结构、弧形结构, 其内部装配多组经齿形优化的内啮合行星齿轮^[14], 通过调节行星齿轮的位置, 使框架具备连续调节的力学性能, 从而提高了齿轮超结构在各种结构中的适用性。此外, 齿轮机械超结构在机器人等智能设备领域具备广阔的应用前景。例如, 在机器人的腿部躯干上应用这种超结构可以有效减少执行跳跃任务时的大幅振动。同样, 将这种超结构应用在机器人关节处可以增强其对频繁肢体摆动和扭转的适应性, 通

过主动调节重新配置系统参数,进而优化系统动态性能^[15]。图 19c 中,利用多组外啮合齿轮演示了多源调节,实现了更精确的调节能力,中间的圆孔提高了减振结构的装配性能,为超结构的减振设计带来了更多可能性。人工智能的不断发展将加速齿轮力学可调超结构实现智能化和自适应,进一步增强其在各种设备中的功能性与适应性。

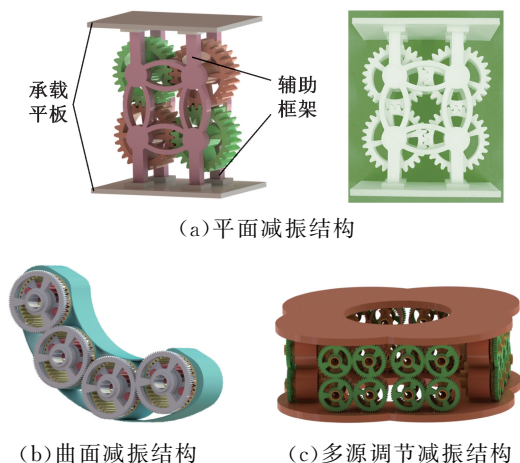


图 19 应用齿轮机械超结构设计减振结构

Fig.19 Application of gear metastructure to design vibration reduction structure

4 结论

基于齿轮的强耦合和内置可变性,使用轮辐式齿轮和内啮合行星齿轮作为核心组成元素,提出一种可编程性能装置的非传统设计方案,为机械超结构的设计拓宽道路,结论如下:

(1)基于齿轮元胞的机械超结构能够实现力学性能连续稳态调节,这种调节方式是有源主动的,并且得益于齿轮的稳定传动,因此齿轮元胞超结构具备良好的动态稳定性。

(2)所设计的两种齿轮超结构具有相当可观的性能调节范围,十字轮辐式齿轮胞的弹性模量调节范围为 14.4 倍,其剪切模量调节范围达到了 2.4 倍;单个行星齿轮元胞和由其组成的行星齿轮晶胞具有相近的拉-压性能,它们的弹性模量调节范围分别达到 268 倍和 231 倍,对应的剪切模量调节范围为 4.5 倍和 4 倍。

(3)基于模态分析发现三种微观齿轮单元的固有特性是连续可调的,通过形态的变化可以实现齿轮胞固有频率和模态的调节,此外,齿轮机械超结构在激励下的频幅响应是不同的,这为避振、减振装置的设计提供了新的思路。

(4)由微观齿轮单元构成的机械超结构具有广阔的潜在应用,通过调整齿轮的结构、尺寸,合

理设计辅助框架,可以设计出多种减振装置,从而帮助更多智能设备实现减振及动态性能优化。

参考文献:

- [1] LEVINE D J, TURNER K T, PIKUL J H. Materials with Electroprogrammable Stiffness [J]. *Advanced Materials*, 2021, 33(35):2007952.
- [2] ZHENG X Y, LEE H, WEISGRABER T H, et al. Ultralight, Ultrastiff Mechanical Metamaterials [J]. *Science*, 2014, 344:1373-1377.
- [3] HAN Zhengtong, WEI Kai. Multi-material Topology Optimization and Additive Manufacturing for Metamaterials Incorporating Double Negative Indices of Poisson's Ratio and Thermal Expansion [J]. *Additive Manufacturing*, 2022, 54:102742.
- [4] GAO Jie, WANG Lin, XIAO Mi, et al. An Isogeometric Approach to Topological Optimization Design of Auxetic Composites with Tri-material Microarchitectures [J]. *Composite Structures*, 2021, 271:114163.
- [5] CHENG Xian, ZHANG Yi, REN Xin, et al. Design and Mechanical Characteristics of Auxetic Metamaterial with Tunable Stiffness [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2022, 223:107286.
- [6] 程基彬,戴宁,郭培,等.基于力学超材料的柔性机械臂设计技术[J].*中国机械工程*,2023,34(16):1900-1906.
CHENG Jibin, DAI Ning GUO Pei, et al. Design Techniques of Soft Robot Arms Based on Mechanics Metamaterials [J]. *China Mechanical Engineering* 2023,34(16):1900-1906.
- [7] GAO Jie, CAO Xiaofei, XIAO Mi, et al. Rational Designs of Mechanical Metamaterials: Formulations, Architectures, Tessellations and Prospects [J]. *Materials Science and Engineering:R:Reports*, 2023, 156:100755.
- [8] JI J C, LUO Q T, YE K. Vibration Control Based Metamaterials and Origami Structures; a State-of-the-art Review [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 161:107945.
- [9] MAO Jiajia, WANG Shuai, TAN Wen, et al. Modular Multistable with Reprogrammable Mechanical Properties [J]. *Engineering Structures*, 2022, 272:114976.
- [10] ZHANG Xiangyu, REN Xin, ZHANG Yi, et al. A Novel Auxetic Metamaterial with Enhanced Mechanical Properties and Tunable Auxeticity [J]. *Thin-Walled Structures*, 2022, 174:109162.

(下转第 887 页)