

# 刚强约束的主轴结构设计研究

尚欣<sup>1\*</sup> 陈宇<sup>2</sup>

1. 宁夏大学材料与新能源学院, 银川, 750021

2. 宁夏大学机械工程学院, 银川, 750021

**摘要:**针对主轴结构主要由人依据经验进行设计,设计结果与人的经验有很大相关性且不能充分考虑热影响等因素,很难实现智能设计的问题,通过定义主轴结构的几何结构函数,建立主轴结构的强度约束和刚度约束,实现主轴结构的刚强耦合分析,最终建立了主轴结构设计可扩充的数学模型;根据建立的主轴结构数学模型,通过数值求解获得主轴符合刚强耦合要求的主轴外廓形状曲线,然后结合装配要求,利用分段直线拟合的方法,将曲线转化为易加工的直线外廓,从而获得主轴各段的直线外廓,完成基于刚强耦合的主轴结构设计。最后,以一个立式加工中心的主轴结构设计为例,验证了所提方法的正确性和可行性,为主轴结构智能设计提供了基础。

**关键词:**智能设计; 主轴; 结构; 刚强约束; 结构数学模型; 结构设计

**中图分类号:** TH13

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.05.011

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Research on Spindle Structure Design with Stiffness-Strength Constraints

SHANG Xin<sup>1\*</sup> CHEN Yu<sup>2</sup>

1. School of Materials and New Energy, Ningxia University, Yinchuan, 750021

2. School of Mechanical Engineering, Ningxia University, Yinchuan, 750021

**Abstract:** Aiming at the problems that the spindle structure was mainly designed by people based on their experience, the design results had a great correlation with human experience and might not fully consider the thermal influences and other factors, so it was difficult to realize the intelligent design. By defining the geometrical structure functions of the spindle structures, establishing the strength constraints and stiffness constraints of the spindle structures, realizing the stiffness-strength coupling analysis of the spindle structures, and ultimately the expandable mathematical model was established for the design of the spindle structures. According to the established mathematical model of spindle structures, the spindle profile shape curve that meet the rigid-strong coupling requirements was obtained through numerical solving, and then, combined with the assembly requirements, the curve was transformed into a straight line profile that was easy to be processed by using the method of segmented straight line fitting, so as to obtain the straight line profile of each segment for the spindle, and to complete the design of the spindle structures based on the rigid-strong coupling. Finally, the spindle structure design of a vertical machining center was taken as an example to verify the correctness and feasibility of the proposed method, which provides an intelligent basis for spindle structure design.

**Key words:** intelligent design; spindle; structure; stiffness-strength constraint; structural mathematical model; structural design

### 0 引言

机床主轴性能对于机床的性能至关重要<sup>[1]</sup>,而主轴结构是影响主轴性能的关键,因此有必要在设计阶段通过合理设计主轴的结构,为后续根据各种性能进行优化奠定基础,达到减小机床误差、提高加工精度、降低样机成本的目的。

目前,主轴研究主要集中在完成结构设计后

对主轴性能进行分析并建立相关优化模型方面。PORTMAN等<sup>[2]</sup>利用舒尔补全特征值进行刚度评估的方法设计了双倾斜主轴头和带有倾斜旋转工件的工作台;ZHANG等<sup>[3]</sup>为准确预测主轴系统的瞬态温度场和相关热行为,提出了一种考虑固定位置预紧力和润滑油黏温效应的改进型热网络模型;LIU等<sup>[4]</sup>、YAO等<sup>[5]</sup>指出,构建精度高、鲁棒性好的热误差预测模型是实现热误差补偿的重要前提;LI等<sup>[6]</sup>采用粒子群优化算法优化了反

向传播(BP)神经网络的拓扑结构,进一步提高了BP神经网络误差预测模型的预测精度;邓小雷等<sup>[7]</sup>提出了基于不规则元胞的混合元胞自动机法(HCAM)耦合主轴热拓扑优化设计方法;张运涛等<sup>[8]</sup>提出采用基于改进粒子群算法对非对称传动主轴进行多目标优化,针对某特种车辆传动系统由于结构布局限制导致的主轴两侧非等强度设计问题,综合考虑传动主轴-轴承系统内外多源激励,采用集中质量法建立了系统非线性振动模型;何吉祥等<sup>[9]</sup>针对主传动系统中的主轴部件提出一种面向节能的结构优化设计方法;吴永伟等<sup>[10]</sup>以HMC500主轴系统的特有结构为研究对象,建立主轴系统的温度场模型进行优化;LI等<sup>[11]</sup>建立高精度电主轴仿真模型对电主轴进行了优化,以延长电主轴的使用寿命;ABELE等<sup>[1]</sup>总结了主轴单元的发展现状和未来趋势,给出了主轴变形公式;佐田登志夫等<sup>[12]</sup>在机床加工精度热变形的问题上提出了热刚度概念,利用有限元法分析了机床的稳态、非稳态的温度分布和变形;JIANG等<sup>[13]</sup>应用有限元方法建立机床结构连接的数学模型,通过整机有限元模型对连接的位置和数量进行优化;MORI等<sup>[14]</sup>提出一种结合了有限元分析法和Taguchi法的主轴系统热结构优化设计方法来达到减少分析因子组合数目的目的,快速地确定了主轴箱的最佳设计方案;LI等<sup>[15]</sup>在考虑温度影响下对机床结构部件进行拓扑优化。

在静刚度研究方面,叶开沅等<sup>[16-18]</sup>针对超静定梁的问题进行了研究。洪有为<sup>[19]</sup>借助机床主轴系统三维温度场和热变形数学模型,建立了两类机床主轴系统的热特性有限元模型。高尚晗等<sup>[20]</sup>认为完善的模型包括主轴单元的非线性摩擦、结合部刚度和阻尼的非线性变化以及系统性的热-弹性耦合等效模型的建立。范晋伟等<sup>[21]</sup>建立了基于能量输入与耗散反馈原理的机床主轴热变形预报模型。庞静珠等<sup>[22]</sup>提出了基于Timoshenko梁理论的主轴热刚度耦合模型,并给出了高速电主轴系统优化方案。田久良等<sup>[23]</sup>建立了一种主轴-轴承系统的热-力耦合模型。邓小雷<sup>[24]</sup>建立了三维多物理场中流体-温度-结构场的稳态和瞬态热特性分析模型。李金华等<sup>[25]</sup>在对精密主轴进行参数化建模的基础上,利用有限元扫描分析了各设计变量对状态变量和目标函数的影响。在电主轴方面,蒋书运等<sup>[26]</sup>建立了电主轴转子-轴承-外壳系统动力学模型,提出了电主轴整机临界转速、电主轴轴端动态刚度的计算方法。熊万里等<sup>[27]</sup>在对主动磁悬浮电主轴的发展

历史进行系统性回顾的基础上,从磁轴承载能力、系统动力学建模、磁轴承控制器设计和控制系统响应特性等方面对主动磁悬浮电主轴的关键技术进行了较深入的综述分析,且提出了未来主动磁悬浮电主轴的发展趋势。黄华等<sup>[28]</sup>提出了基于热弹性理论与温度场积分中值定理的热误差建模方法,利用热弹性理论建立了电主轴轴承热变形模型,得到了关键点温度-轴向热变形的线性模型,且仅需一个传感器测量关键点温度即可得到主轴末端伸长量。由于主轴设计中存在不确定性<sup>[29]</sup>,目前有关主轴智能设计方面的文献报道较少。

由于主轴结构设计包含有不确定信息,设计中有余,故目前结构设计通常是基于经验进行的,因此与主轴结构设计直接相关的文献报道较为有限,大部分文献都是在初步完成主轴结构设计的基础上进行各种性能优化和建立系统模型优化,如进行热变形和热误差补偿等研究,且这些研究都是单独针对某一特性进行的。主轴的结构设计直接影响主轴及系统的工作性能,是主轴针对各种性能优化的基础,而目前主轴的研究主要集中在对经验设计的主轴结构进行静态、动态和热态特性的分析和优化,因此,实现主轴结构设计的智能化,对提升主轴性能有极大的促进作用。

总之,上述研究都是在利用经验初步完成主轴结构设计的基础上进行的,主轴性能受设计者的影响较大,使得实现智能设计受到限制。目前主轴结构设计中主要存在的问题是具有不确定性和冗余,设计中以经验为主,且主要考虑刚度因素,缺乏对热等因素的考虑,如能智能地、合理地、耦合考虑各种因素地设计主轴的结构及尺寸则可以有效解决上述问题。为此,本文从定义主轴结构的几何参数开始,引入广义的强度和刚度约束(广义强度和刚度约束可以扩展为热刚度等),在结构设计中考虑影响主轴性能的热影响因素和针对高速主轴的高速影响因素,然后结合装配需求建立主轴结构设计的数学模型,使设计的主轴结构更合理,为实现主轴结构的智能化设计奠定基础。

## 1 主轴结构设计模型建立

### 1.1 主轴的结构函数定义

根据主轴的不同功能需求,对主轴结构的要求会有所不同,但总体来说,需要满足工作性能的要求,包括回转精度、静刚度、动刚度、热刚度以及高速主轴的临界转速、离心效应和陀螺效应等。同时,还需要考虑合适的工件或刀具定位、轴承间隙

的调整、润滑和密封等问题,以适应主轴系统的高速化、高精度化,并满足制造、装配和维修的需求。

传统的主轴设计通常依赖于统计数据 and 经验,或根据静刚度最大原则来设计,将主轴设计为阶梯轴的形式。这需要确定主轴的结构参数,包括主轴直径  $D$ 、内孔直径  $d$ 、主轴悬伸量  $a$  和主轴端部到末端支撑的跨距(即主轴承受弯矩  $M$  作用段的长度)  $l$ ,在设计完关键部分  $l$  后,根据结构工艺性要求,延长形成整个主轴,主轴的总长为  $l_a$ 。阶梯轴的几何结构可用如下函数来表示:

$$F_s = \begin{cases} D(x) & 0 \leq x \leq l_a \\ d(x) & \end{cases} \quad (1)$$

式中: $D(x)$  为主轴的外径尺寸分布; $d(x)$  为主轴的内径尺寸分布,当主轴为实心轴时取  $d(x) = 0$ 。

所以主轴结构的设计过程其实就是根据工况确定式(1)所示的函数的过程,如果是常见的阶梯轴,其表达式则为分段函数。

主轴在一般工况中既承受扭矩又承受弯矩,主轴的结构设计过程就是在获得最小轴颈尺寸的基础上,根据经验、统计数据,结合制造装配要求,确定其余部分尺寸和形状的过程,因此,对于主轴设计,就是在刚强耦合的情况下获取主轴各部分尺寸的过程。

主轴的长度通常根据安装在主轴上的零件、零件之间的距离以及零件端面与箱体端面的距离等因素来估计,因此,主轴结构设计的关键在于在这些基础上合理地确定主轴各部分的直径。由于主轴结构模型中  $D(x)$  为外径,有与零件配合的需求,而  $d(x)$  一般由主轴使用的刀具刀柄等标准所规定,因此,在主轴的结构设计中,这一部分可采用令  $d(x) = D(x) \cdot \theta$  的方法确定, $\theta$  为常数, $d(x)$  随  $D(x)$  变化,或直接令  $d(x)$  为定值以减少未知量,则主轴结构函数(式(1))的求解在相应条件下就变成了求解  $D(x)$  表达式的问题,这可令求解过程简单化,因此,本文对内径采用该方法来处理。

## 1.2 满足强度约束的主轴结构模型

对于任意的主轴结构设计,首先必须满足结构强度的要求,在此基础上再满足主轴结构的其他要求(如刚度要求、高速主轴的稳定性要求等),因此,要设计完成主轴结构,需要建立主轴结构函数的强度约束模型。

### 1.2.1 强度约束表达式

一般在主轴工作时,主轴既承受弯矩作用,也受扭矩作用,同时还有轴向力作用,因轴向力使主轴受压,轴向力对强度和变形影响较小,故在设计

中一般忽略轴向力的作用,主要考虑通过校核主轴上因扭转和弯曲而产生的正应力和切应力是否满足要求。

扭转产生的切应力  $\tau$  的校核方式是确保主轴截面上最大应力小于许用应力,根据材料力学知识,满足切应力的强度约束表达式如下:

$$C_s = \frac{T(x)_{\max}}{W_p[\tau]} \quad (2)$$

$$W_p = \frac{\pi}{16} (D^3(x) - \frac{d^4(x)}{D(x)})$$

式中: $T(x)_{\max}$  为主轴沿轴长分布的每处截面上的最大扭矩; $W_p$  为抗扭截面系数; $[\tau]$  为主轴材料的许用切应力。

而对于弯矩产生的正应力校核,满足正应力的强度约束表达式如下:

$$C_n = \frac{M(x)_{\max}}{W[\sigma]} \quad (3)$$

$$W = \frac{\pi}{32} (D^3(x) - \frac{d^4(x)}{D(x)})$$

式中: $M(x)_{\max}$  为主轴沿轴长分布的每处截面上的最大扭矩; $W$  为抗弯截面系数; $[\sigma]$  为主轴材料的许用正应力。

对于既承受弯矩又承受扭矩的主轴,根据第三强度理论,将  $M(x)_{\max}$  用当量弯矩的形式表达,则将切应力影响转化为正应力影响,因此可用弯扭合成强度作为约束,并在主轴结构设计中的强度约束。

将式(3)展开可以得到

$$D^3(x) - \frac{d^4(x)}{D(x)} \geq \frac{32M(x)_{\max}}{\pi[\sigma]} \quad (4)$$

式(4)即为主轴结构函数的强度约束表达式。

### 1.2.2 满足强度约束的最小尺寸求解

主轴结构设计中,各个部分最小尺寸的确定是主轴结构尺寸确定的基础,根据式(4),每一段计算式取等号时,对应的主轴形式就是主轴结构尺寸最小的等强度模型。

对于等强度主轴,其上每一处的最大应力都等于许用应力,截面每一处的弯矩都是最大弯矩,由此可以得到主轴结构强度约束  $\sigma$  下的尺寸,将其表示为  $D_\sigma(x)$ ,则有

$$D(x) \geq D_\sigma(x) \quad (5)$$

其中,满足式(5)的结构设计尺寸理论上可以被认为满足强度要求,因此,只要主轴结构尺寸大于或等于  $D_\sigma(x)$ ,其设计结果就满足强度约束。

强度设计中一般遵循等强度原则,因此可以得到主轴结构尺寸的等强度表达形式,通过式(5)中  $D_\sigma(x)$  确定主轴结构满足强度的尺寸,并引入主轴的弯矩分布  $M(x)$ 。根据式(4)可以求得等强度主轴结构尺寸模型的表达式为

$$D_s^4(x) - \frac{32 |M(x)|}{\pi[\sigma]} D_s(x) - d^4(x) = 0 \quad (6)$$

式(6)为四次方程,求解复杂困难,所以只给出隐函数的形式,在实践中采用数值方法进行求解。式(6)的求解需要获得主轴承受的弯矩,而弯矩与主轴的支撑结构有关,一般主轴支撑有如下两种情况:对于两支撑的主轴, $M(x)$ 根据材料力学知识很容易求得;而对于属于超静定梁的三支撑主轴,由于其上存在多余支反力,弯矩形式为 $M(x, R)$ ,其中 $R$ 为多余支反力,因此等强度主轴是变截面的,多余支反力 $R$ 又是 $D_s(x)$ 的泛函,导致弯矩求解困难。

唐燮黎等<sup>[18]</sup>基于最小余能原理提出了一种用于求解超静定等强度梁的计算方法,该方法理论上提供了超静定等强度梁刚度分布的解析解:为了求出 $M(x, R)$ ,需要求得多余支反力 $R$ ,利用最小余能原理作为补充方程,在线性弹性和小变形唯一假设下,梁的最小余能原理可以表达为

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \int_0^l \frac{M}{S} \frac{\partial M}{\partial R} dx = 0 \quad (7)$$

式中: $U$ 为梁的余能; $R$ 为超静定梁上多余支反力或多余弯矩; $S$ 为梁的截面弯曲刚度。

根据式(3)中的强度条件,替换 $S$ 引入含有 $R$ 的弯矩方程,可表示为

$$S(x) = EI_z(x) = \varphi(x)W(x) = \varphi(x) \frac{|M(x, R)|}{[\sigma]} \quad (8)$$

式中: $E$ 为弹性模量; $I_z$ 为截面的惯性矩; $\varphi(x)$ 为系数,通常是有关截面尺寸的函数,对于圆环截面的主轴,可取 $\varphi(x) = E \frac{D(x)}{2}$ 。

将式(8)代入式(7)中得到

$$\int_0^l \frac{M(x, R)}{|M(x, R)| D_s(x)} \frac{\partial M(x, R)}{\partial R} dx = 0 \quad (9)$$

其中,对于积分项,判断弯矩为正或为负就能消除 $M(x, R)$ , $M(x, R)$ 对 $R$ 求偏导数也能化简成 $M(x)$ 的形式,所以式(9)即可化简成只含 $D_s(x)$ 的等式。由此,式(9)为三支撑的超静定梁等强度主轴结构 $D_s(x)$ 的隐函数表达式。根据式(9),理论上可以求得超静定等强度主轴结构外径 $D_s(x)$ 。

### 1.3 满足刚度约束的主轴结构模型

主轴作为机械的重要结构件,刚度不足会导致变形过大,从而使轴线偏离支撑中心引起振动,致使机械的各种性能降低,导致支撑在轴上的零件的工作环境恶化,因此,主轴结构设计还必须满足刚度要求,静刚度是分析其他刚度的基础,故本文以静刚度为依据进行设计。

虽然强度要求得到满足,但刚度不一定符合工作要求,特别是对于机床主轴,传统的轴颈尺寸选择依靠功率和机床类型选型,且认为内外径之比大于0.7时,主轴刚度会急剧下降,从而会影响机床的正常工作。

通过强度约束获得主轴结构尺寸的等强度曲线后,主轴的结构尺寸并不能保证主轴使用时满足刚度要求,因此,在强度约束的基础上,本文引入了主轴的刚度约束,以实现刚强耦合,从而获得满足刚度和强度要求的主轴曲线外廓。

由于前文通过强度推导了结构函数,因此,根据使用条件即主轴内径既定,可以通过修正外径尺寸来使主轴结构满足使用刚度要求。即针对式(1)所示的数学模型,假设它已满足式(5)所示的强度条件,则本文希望获得满足刚度约束条件的表达式。

#### 1.3.1 刚度约束表达式

主轴设计涉及不同类型的刚度,如静刚度、动刚度和热刚度,但无论哪种刚度,都涉及对主轴在特定工况下的变形量进行限制,即

$$\delta(x) \leq [\delta] \quad (10)$$

其中, $\delta(x)$ 为主轴沿轴向的变形分布, $[\delta]$ 为允许的最大变形量。根据主轴所受的力形式, $\delta(x)$ 可以表示位移或角度。

主轴结构的实际设计中,强度指标 $\sigma(x)$ 要求主轴截面的每一处取值不小于最小值,而对于刚度,刚度变形并不关心 $\delta(x)$ 的分布形式,而只关心 $\delta(x)$ 在特定位置的取值不能大于给定的值,如机床主轴中最常见的就是主轴与加工刀具配合的端面位置。

由于静刚度是进行精度分析和其他类型刚度优化的基础,因此在结构设计中,本文目前将刚度概念限定为静刚度。计算中使用主轴的挠度作为弯曲刚度的指标,将主轴端面扭转角作为扭转刚度的指标,并忽略轴向力引起的变形。

由前文所得到的等强度主轴结构模型 $D_s(x)$ (表示连续变化的尺寸分布),根据卡斯蒂利亚诺第二定理以及式(7),当主轴上承受切削力 $P$ 作用时,可以得到该处弯曲刚度的约束表达式为

$$\delta_p = \frac{\partial U}{\partial P} = \int_0^l \frac{M}{S} \frac{\partial M}{\partial P} dx \leq [\delta_p] \quad (11)$$

式中: $\delta_p$ 为主轴上力 $P$ 作用点的挠度; $[\delta_p]$ 为作用力 $P$ 位置的允许挠度。

以主轴端面扭转变形为扭转刚度的衡量标准,其约束表达式如下:

$$\delta_T = \int_0^{l'} \frac{T}{GI_p} dx \leq [\delta_T] \quad (12)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad I_p = \frac{\pi}{32}(D^4(x) - d^4(x))$$

式中： $\delta_T$ 为扭矩  $T$  作用下的端面扭转角； $l'$ 为主轴受扭矩  $T$  作用段的长度； $[\delta_T]$ 为端面的允许扭转角； $G$ 为材料的切变模量； $\nu$ 为泊松比； $I_p$ 为截面的极惯性矩。

### 1.3.2 满足刚度约束的最小尺寸求解

为获得满足刚度要求的最小结构尺寸，参照  $D_\sigma(x)$  的确定方法，对式(11)和式(12)取等号，将满足两等式的结构设计尺寸分别记为  $D_{\delta P}(x)$  和  $D_{\delta T}(x)$ ，则上述两值即分别为满足弯曲刚度和扭转刚度的最小设计尺寸。根据式(11)和式(12)，在设计过程中由于  $\delta_P$  和  $\delta_T$  都只是对端面单一位置的计算，则  $D_{\delta T}(x)$  可视为恒值，而与弯曲变形挠度有关的  $D_{\delta P}(x)$  存在按一定形式分布的情况。

对于  $D_{\delta P}(x)$ ，由于刚度约束条件函数是关于  $D(x)$  的积分，这说明在数学上满足刚度条件的最小尺寸分布  $D_{\delta P}(x)$  不唯一且有多个解。而考虑到主轴结构尺寸的强度约束条件是必须满足的条件，故不是每种符合条件的结构分布都有实用价值，因此，为得到实用的刚度分布，在满足端面刚度要求的条件下，每个位置的积分项的取值需为正且满足  $D_\delta(x)$  大于或等于  $D_\sigma(x)$  时才认为尺寸分布  $D_\delta(x)$  是刚度合理分配的尺寸。

满足刚度约束条件的  $D_\delta(x)$  的具体分布形式由式(11)和式(12)很难求出解析解，需要根据具体的设计要求进行分析。但刚度作为约束条件的功能依然有效，所以可认为在后续的设计中，只需满足

$$D(x) \geq D_\delta(x) \quad (13)$$

则该设计的主轴结构尺寸对刚度条件就是必然满足的。其中， $D_\delta(x)$  可以由下式确定：

$$D_\delta(x) = \max(D_{\delta P}(x), D_{\delta T}(x), \dots) \quad (14)$$

式(14)中的省略号表明该模型可以对更多的刚度内涵适用，因此，可以扩展到其他类型刚度概念。将相应截面系数代入式(11)和式(12)后，则  $D_{\delta P}(x)$  和  $D_{\delta T}(x)$  的表达式可分别由下式确定：

$$\int_0^{l'} \frac{M(x)}{E \frac{\pi}{64}(D_{\delta P}^4(x) - d^4(x))} \frac{\partial M(x)}{\partial P} dx = [\delta_P] \quad (15)$$

$$\int_0^{l'} \frac{T(x)}{G \frac{\pi}{32}(D_{\delta T}^4(x) - d^4(x))} dx = [\delta_T] \quad (16)$$

## 1.4 主轴结构设计过程的数学模型

根据前文推导，主轴的结构设计过程就是对

式(1)与式(4)、式(11)以及式(12)联立求解的过程，这个过程将原本基于经验和统计数据的主轴结构设计转变为方程组的联合数值求解过程，数值求解获得满足方程组要求的曲线分布后，通过分段线性回归拟合将曲线分布转换为阶梯直线形式，然后，根据制造装配要求、经济性、标准化以及相关轴径尺寸的修正，实现求解过程的信息化，从而为主轴结构设计的智能化奠定基础，若简化设计目标  $D(x)$ ，则主轴的阶梯结构设计过程可以简化为如下数学模型：

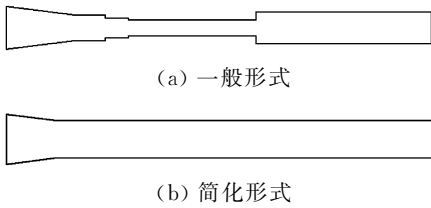
$$\left. \begin{aligned} \max D(x) &\geq (D_\sigma(x), D_\delta(x), \dots) \\ D(x) &= \begin{cases} D_1(x) = \beta_1(x - x_1) & x_1 < x \leq x_2 \\ D_2(x) = \beta_2(x - x_2) & x_2 < x \leq x_3 \\ \vdots & \vdots \\ D_n(x) = \beta_n(x - x_{n-1}) & x_{n-1} < x \leq x_n \end{cases} \\ 0 &\leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中， $D_1(x) \sim D_n(x)$  为主轴分段为  $n$  段时每段对应的直径， $x_1 \sim x_n$  为各段对应的主轴长度方向上的尺寸， $\beta_1 \sim \beta_n$  为各段直径表示为对应分段函数时的系数。式(17)所示为主轴结构设计过程的数学模型，可以简称为主轴结构设计数学模型。式(17)中的省略号表明该数学模型的约束条件可以扩充，以适用考虑更多设计影响因素的情况(如引入热变形约束、高速主轴的陀螺效应约束等)，通过对式(17)进行求解即可获得主轴结构在不同约束组合条件下的外廓尺寸，使设计的主轴结构更加能够满足性能需求，从而实现多目标约束条件下主轴结构设计的智能化。

## 2 立式加工中心主轴结构设计实例

主轴支承通常分为静定支承和超静定支承两种类型。由于静定支承梁的求解相对简单，所以本文以超静定支承梁为例进行验证。根据建立的主轴结构设计数学模型，本文选择某立式加工中心的主轴作为研究对象进行结构设计。为适应特定工况，本文将数学模型中的基本约束表达式具体化，以得到主轴结构的设计模型，并进行详细求解。

在设计要求中，内孔尺寸  $d(x)$  通常是根据配套刀具的刀柄确定的，一般的形式如图 1a 所示，其中端部内孔锥度要满足刀柄莫氏锥度的要求，也就是内径由配套刀具的尺寸决定，因此，本文可以将其简化为图 1b 所示的内径形式。基于式(17)建立的模型，设计的内容即为求解主轴在给定工况下的  $D_\sigma(x)$  和  $D_\delta(x)$ 。

图 1 主轴内孔  $d(x)$  的分布简图Fig.1 Distribution diagram of the inner hole  $d(x)$  of the spindle

## 2.1 主轴设计中 $D_e(x)$ 的设计方法

根据式(6)给出的  $D_e(x)$  隐函数表达式,需要求出主轴弯矩方程  $M(x)$ 。为此,本文根据建立的主轴受力分析图对主轴模型进行简化。由于轴向力对主轴产生了压缩作用,故本文仅考虑主轴的径向支撑。同时,鉴于主轴上同步带传递的动力相对于切削力来说很小,可将其忽略。在力的施加方面,由于刀尖尺寸非常小,本文将刀具的切削力简化为施加在轴端面上的集中力,最终得到主轴的力学模型如图 2 所示,其中  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  分别为支撑 1、2、3 的支反力,  $l'$  为主轴端部到扭矩施加位置的距离,它由主轴的  $l$  段考虑制造工艺自然延伸形成,  $b$  为主轴端部到第二个支撑的距离。

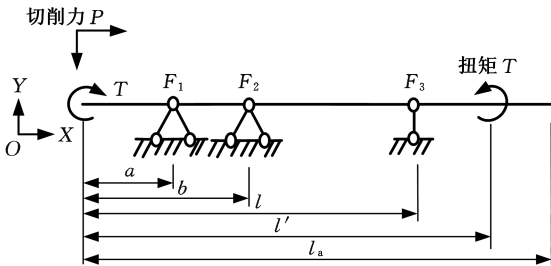


图 2 主轴受力分析图

Fig.2 Main spindle force analysis diagram

基于主轴的力学模型,可以将主轴的弯矩公式表达为

$$M(x) = Px + F_1 \langle x - a \rangle^1 + F_2 \langle x - b \rangle^1 \quad (18)$$

$$0 \leq x \leq l$$

其中,支反力的正方向被选为使弯矩为正的方向,  $\langle x - a \rangle^1$ 、 $\langle x - b \rangle^1$  表示 Heaviside 符号函数,以  $\langle x - a \rangle^1$  为例,其定义如下:

$$\langle x - a \rangle^1 = \begin{cases} 0 & x < a \\ x - a & x \geq a \end{cases} \quad (19)$$

根据边界条件  $M(l) = 0$ ,可以得到

$$F_2 = \frac{-Pl - F_1(l - a)}{l - b} \quad (20)$$

将式(20)代入式(18)后,消去未知变量,得到只含有一个未知支反力  $F_1$  的弯矩方程,其表达式如下:

$$M(x) = Px + F_1 \langle x - a \rangle^1 +$$

$$[-F_1(l - a) - Pl] \frac{\langle x - b \rangle^1}{l - b} \quad (21)$$

$$0 \leq x \leq l$$

考虑到实际工况中主轴的  $l$  段受到弯扭合成作用,根据第三强度理论,采用当量弯矩的方式进行推导,当量弯矩公式为

$$M_D = \sqrt{M^2 + (\alpha T)^2} \quad (22)$$

式中:  $M_D$  为弯扭合成强度条件下的当量弯矩;  $\alpha$  为考虑到弯曲正应力和扭转切应力不同循环特性而设的折系数,当扭转切应力是脉动循环变应力时取  $\alpha = 0.6$ 。

由图 2 可知,主轴的结构是三支撑超静定梁结构,弯矩方程中必然含有未知支反力。由于  $D_e(x)$  必然是连续变化的函数,根据唐燮黎等<sup>[18]</sup>给出的计算方法,可以用最小余能原理求解。

在材料线弹性范围内,先只考虑主轴的  $l$  段,其弯扭受力状态下余能  $U$  的表达式如下:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{(\sqrt{M^2 + (\alpha T)^2})^2}{S} dx =$$

$$\frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2 + (\alpha T)^2}{S} dx = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{S} dx + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{(\alpha T)^2}{S} dx \quad (23)$$

由于主轴承受的扭矩是常量,因此式(23)中的  $\frac{1}{2} \int_0^l \frac{(\alpha T)^2}{S} dx$  与长度变量无关,对长度变量的偏导数为零,表明等强度外径主要由弯矩变化决定,轴段上的扭矩只是决定了主轴的最小尺寸,故主轴的最小余能原理表达式如下:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1} = \int_0^l \frac{M}{S} \frac{\partial M}{\partial F_1} dx = 0 \quad (24)$$

对于该受力形式的主轴,可以根据叶开沅等<sup>[17]</sup>对超静定等强度梁提出的数值迭代计算方法进行弯矩方程求解。计算思路为:由于超静定梁中多余支座反力  $R$  是刚度  $S(x)$  的函数,可以通过最小余能条件迭代求得,故将支座反力暂时静定化,此时支座反力将与刚度分布无关,任意的初始刚度分布  $S(x)$  通过式(24)得到的支反力  $F_1$  即为等强度梁的多余支座反力的一个近似值,将  $F_1$  代入式(21)所求得的  $S(x)$  即为等强度设计的一个近似解,然后循环迭代直至所得到的结果无限接近于超静定等强度梁刚度分布的数值解,根据上述思路,具体计算过程如下。

根据余能原理,多余支反力的初值是  $F_1$ ,则将式(21)可改写为

$$M(x) = F_1 (\langle x - a \rangle^1 - \frac{l - a}{l - b} \langle x - b \rangle^1) +$$

$$(Px - Pl) \frac{\langle x - b \rangle^1}{l - b} \quad (25)$$

引入中间变量  $f$ 、 $h$ 、 $g$ ,则式(25)可简化为

$$M(x) = F_1 f + Ph = F_1 f + g$$

其中,  $f$  为  $F_1$  的系数函数,  $h$  为  $P$  的系数函数。

根据最小余能原理表达式(式(24)), 可以推导出圆环截面主轴的支反力  $F_1$  是弯曲刚度  $S(x)$  的函数, 其迭代关系式如下:

$$S^{(n)}(x) = \frac{|M(F_1^{(n)}, x)|}{[\sigma]} \varphi(x) \quad (26)$$

其中,  $S^{(n)}(x)$  为第  $n$  次迭代的刚度,  $F_1^{(n)}$  为第  $n$  次迭代所得多余支反力的近似值。在迭代过程中, 为了避免主轴截面尺寸出现零值, 考虑到主轴同时受扭切应力, 故将扭切强度作为主轴最小尺寸约束, 最终得到三支撑等强度设计主轴完整的弯矩表达式。将该弯矩表达式代入式(6)即可求出  $D_\sigma(x)$ 。但式(6)为四次方程, 解析求解困难, 故需求出  $D_\sigma(x)$  的离散数值解。

### 2.2 主轴设计中 $D_\sigma(x)$ 的计算过程与结果

已知该主轴材料为 40Cr 钢, 并从机械设计手册中获取了相关参数: 在对称循环状态下, 许用正应力为 70 MPa, 许用切应力为 50 MPa, 弹性模量为 210 GPa。主轴的弯矩方程如式(18)所示, 其中所需转矩为同步带大带轮传递的 17.16 N·m, 同时承受切削力为 2046 N 的作用。切削力可以分解成轴向力、径向力和切向力三个方向的力, 忽略轴向力的影响, 本文取径向力和切向力的合力 1975.74 N 作为端面切削力, 将支反力的位置取为轴承受力中心的位置。

根据上述数值和迭代计算方法, 首先得到初始支反力的数值, 根据等截面梁模型计算结果初始支反力为 4070.2 N, 方向与载荷方向相反。为进行积分计算, 本文将主轴沿轴向等分为 1000 份, 并采用复化梯形求积公式进行计算。为了便于计算, 本文使用 Mathematica 编写程序进行计算, 计算流程如图 3 所示。

在上述计算过程中, 引入了满足主轴扭转强度为最初尺寸  $D_{\min}$  的约束条件, 以求得在满足弯扭合成强度时的弯矩方程  $M(x)$ , 计算迭代过程如图 4 所示, 其中, 横坐标表示数值计算迭代的次数, 纵坐标表示多余支反力  $F_1$  在迭代过程中的取值, 每个原点表示每一次迭代后  $F_1$  的取值, 连线表示取值变化的趋势。从图 4 中可以看出, 迭代计算过程收敛很快, 查阅计算数据结果发现, 在迭代次数为 7 时  $F_1$  的取值已经在小数点后两位保持稳定, 稳定值为 3908.72 N。

基于上述结果, 得到了超静定等强度主轴弯矩方程的完整表达式。弯矩为负值, 在主轴上的分布情况如图 5 所示, 对应的主轴上截面的弯曲刚度分布如图 6 所示。通过对比图 5 和图 6 可以

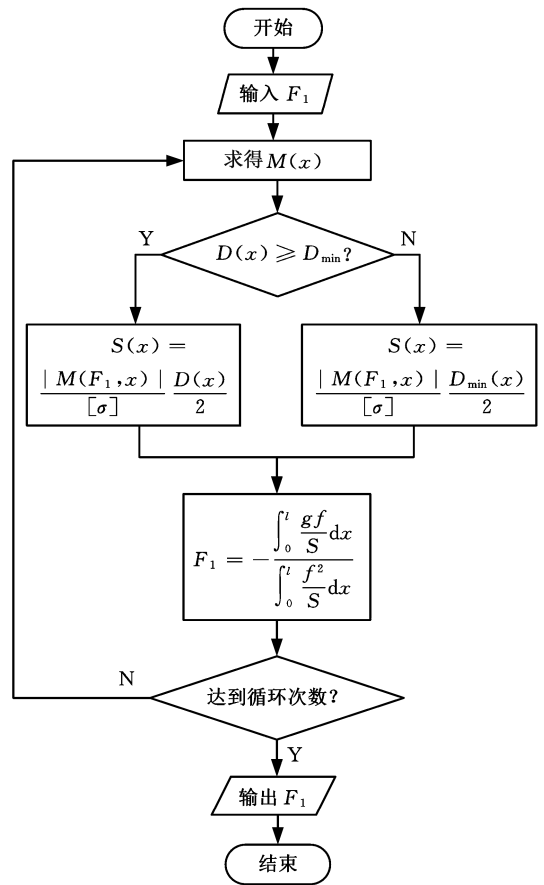


图 3 超静定等强度主轴多余支反力数值计算流程图  
Fig.3 Numerical calculation flow chart of excess support reaction force for statically determined and equal strength spindle

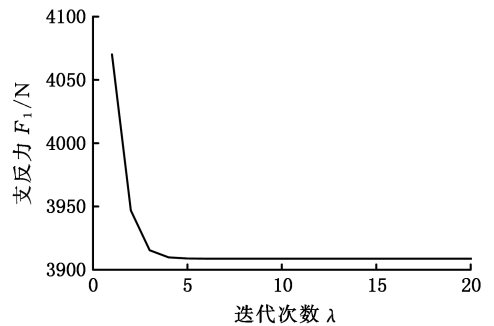


图 4 超静定梁多余支反力收敛情况  
Fig.4 Value of excess support reaction force in statically indeterminate beams

发现, 在前支撑位置, 主轴的弯矩和弯曲刚度较大, 而在其他部分则较为平稳。在等强度主轴中, 弯矩较大的区域对应着较大的截面弯曲刚度。

采用数值方法得到的  $D_\sigma(x)$  是一组离散的数值, 本文将其与  $d(x)$  进行对比, 如图 7 所示。

图 7b 是图 7a 中端部虚线圈所示细节的放大图。由于采用编程程序中的数组, 图 7b 横坐标位置中段开始部分(对应横坐标 1 的位置)对应实际模型中的端面位置。图 7b 表明等强度主轴的尺寸分布是根据弯矩分布而生成的。受到满足扭

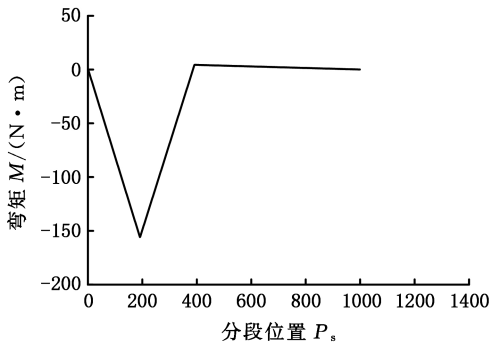


图 5 超静定等强度主轴的弯矩分布

Fig.5 Bending moment distribution of statically indeterminate equal strength spindle

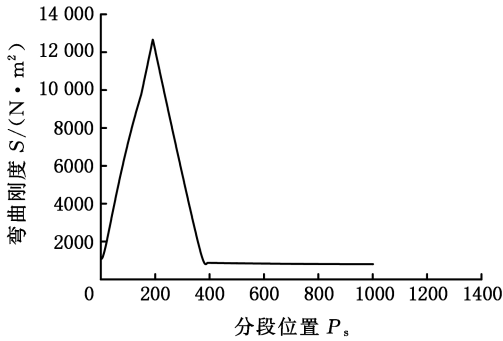
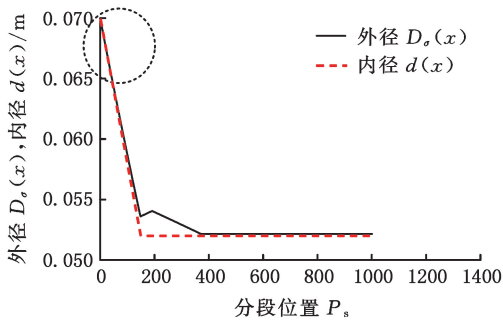
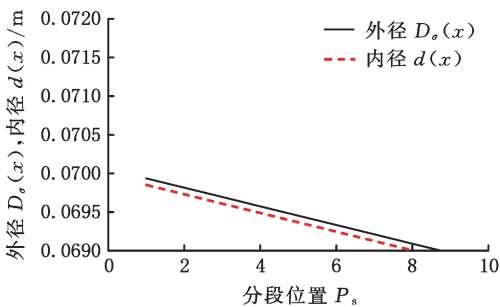


图 6 超静定等强度主轴的截面弯曲刚度分布

Fig.6 Distribution of cross-sectional bending stiffness of statically indeterminate equal strength spindle



(a) 整体分布



(b) 局部细节

图 7 等强度主轴的外径  $D_o(x)$  和内径  $d(x)$  的整体分布与局部细节

Fig.7 The overall distribution and local details of the outer diameter of equal strength spindle  $D_o(x)$  and inner diameter  $d(x)$

切应力的保障,最小尺寸不会因弯矩零点的存在而导致设计结果出现零尺寸这一不合理情况。

由图 7a 可见,整体而言,对于给定内径尺寸的主轴,等强度主轴的外径尺寸分布  $D_o(x)$  的取值非常小。这是因为外径尺寸分布  $D_o(x)$  作为首要最小尺寸约束条件,符合等强度设计中材料最少消耗的特性。但也同时证明了在机床主轴的传统经验设计中不考虑强度因素是合理的,因为在实际工况中,由于刚度等其他约束条件的存在,设计结果的尺寸必定远远大于  $D_o(x)$ 。

### 2.3 主轴设计中 $D_o(x)$ 的设计方法

$D_o(x)$  设计结果包含了扭转变形和弯曲变形两部分内容。对于主轴扭转变形,由于受到的扭矩通常是常量,因此尺寸分布  $D_{\delta T}(x)$  也为恒值。而对于主轴弯曲变形,其分布随所受弯矩大小变化。与强度计算一样,需确定该立式加工中心主轴的弯矩方程表达式,并将迭代求解的最终多余支反力作为多余支反力代入,其表达式为

$$F_1^{(n+1)} = \frac{\int_0^l \frac{(Px - Pl \frac{\langle x - b \rangle^1}{l - b}) (\langle x - a \rangle^1 - \frac{l - a}{l - b} \langle x - b \rangle^1)}{S(x)^{(n)}} dx}{\int_0^l \frac{(\langle x - a \rangle^1 - \frac{l - a}{l - b} \langle x - b \rangle^1)}{S(x)^{(n)}} dx} \quad (27)$$

其中,  $F_1^{(n+1)}$  为第  $n + 1$  次迭代所得多余支反力的近似值,并将式(25) 改写为

$$M(x) = F_1^{(n+1)} (\langle x - a \rangle^1 - \frac{l - a}{l - b} \langle x - b \rangle^1) + P(x - l \frac{\langle x - b \rangle^1}{l - b}) \quad (28)$$

将弯矩方程(式(28)) 代入式(11) 可得

$$[\delta_P] = \int_0^l \frac{F_1 f h + Ph^2}{S} dx \quad (29)$$

由于式(24) 所示的最小余能定理对主轴依然成立,因此根据最小余能条件得出的式(27) 经简化后代入式(29) 可以消去  $F_1$ , 则有

$$[\delta_P] = \int_0^l \frac{1}{S} (-\int_0^l \frac{Phf}{S} dx) fh + Ph dx \quad (30)$$

$$S = E \frac{\pi}{64} (D_{\delta P}^4(x) - d^4(x))$$

式(29) 是该主轴在刚度约束条件下结构尺寸  $D_{\delta P}(x)$  的关系式。由前文分析可知,  $D_{\delta P}(x)$  有多解并不唯一,因此要得到满足实际条件的可行方案,还需要引入其他设计约束条件,如主轴需要满足的强度条件。

首先,需确定计算得到的  $D_o(x)$  符合刚度约束要求。刚度模型的评估包括弯曲刚度和扭转刚

度两个方面,分别以主轴端面挠度值和端面扭转角为评估指标。根据式(30)等号右侧部分的算式,通过 Mathematica 编程计算,在主轴端部受到 1975.74 N 的载荷时,可得到等强度主轴的端部挠度值。然后,查阅现代实用机床设计手册,以确定该类型机床主轴的端面最大挠度应满足的要求。采用式(12)提供的方法,已知 40Cr 的切变模量为 80.77 GPa,计算主轴模型的每段在受到传动扭矩为 17.16 N·m 时的端面扭转变形。根据机械设计手册的信息,通常主轴的扭转变形要求小于  $1^\circ/\text{m}$ ,而对于精密稳定的机床主轴,其要求更为严格,扭转变形应小于  $0.5^\circ/\text{m}$ 。最后,将等强度主轴的计算结果与允许值一同列入表 1 进行综合评估。

表 1 等强度主轴的刚度验算

Tab.1 Stiffness check of equal strength spindle

尺寸	挠度 /mm	扭转变形 /( $^\circ \cdot \text{m}^{-1}$ )
$D_\sigma(x)$	0.0766	1.0814
允许值	0.0672	0.5 ~ 1.0

注:扭转变形允许值根据轴零件精密程度的不同而在该范围内变动,下同。

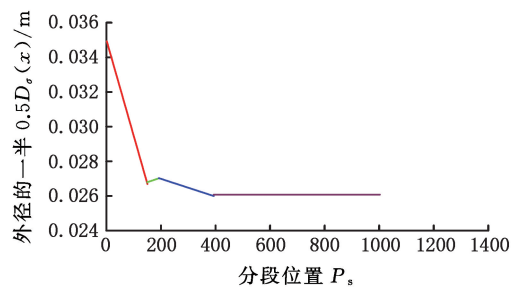
由表 1 中的数据可以得出,等强度主轴模型作为最小尺寸模型,其刚度未能满足要求。然而,直接通过式(29)求得  $D_{\delta P}(x)$  过于复杂,且应考虑主轴  $D_{\delta P}(x)$  必须满足大于或等于  $D_\sigma(x)$ 。尽管  $D_\sigma(x)$  整体尺寸相对较小导致刚度不足,但  $D_\sigma(x)$  尺寸分布比例在主轴上是合理的。由此可知,可以在弯矩较大的区域适度增大截面弯曲刚度  $S(x)$ ,而在弯矩较小的区域适度减小  $S(x)$ ,以近似满足刚度分布的合理性原则。考虑以  $D_\sigma(x)$  为基础,并结合其他设计条件(如工艺和装配等约束条件),从而进一步修正  $D_\delta(x)$ 。

## 2.4 主轴设计中 $D_\delta(x)$ 的计算过程与结果

在  $D_\sigma(x)$  的计算中,如图 2 所示,通过弯矩的影响计算只给出  $l$  段,通过扭矩的影响计算只给出  $l'$  段,而主轴总长为  $l_a$  段,可以对之前的 1000 段进行等距扩充以适应设计需要。

通过扩充后可获得图 8 所示的主轴外径结构,它由一系列离散的点组成,仅代表主轴设计的理论解。为使主轴外径适用于实际加工,本文使用直线拟合方法对这些离散数值进行拟合。

尽管在这种比例下主轴外径尺寸  $D_\sigma(x)$  是连续变化的,但从趋势上可以判断尺寸存在转折点。这些转折点的位置必然与弯矩的极值或内径尺寸分布趋势改变的位置相关,因此,根据获得的主轴尺寸发生转折的位置,本文将主轴外径分为四段,并对每一段离散的外径分布取值进行直线拟合,得到了图 8 所示的外径分布形式。此时,主

图 8 基于  $D_\sigma(x)$  的  $l$  段主轴外径拟合曲线Fig.8 Fitting curve of the outer diameter of the  $l$ -segment spindle based on  $D_\sigma(x)$ 

轴由四条直线边组成,其中每一段的拟合直线方程为

$$0.5D_\sigma(x) = \begin{cases} 0.034\ 925\ 72 - 5.526\ 895 \times 10^{-6}x & 0 \leq x \leq 0.068\ 13 \\ 0.026\ 798\ 34 + 5.318\ 556 \times 10^{-6} \times (x - 0.149) & 0.068\ 13 < x < 0.079\ 27 \\ 0.027\ 029\ 02 + 5.127\ 974 \times 10^{-6} \times (x - 0.191) & 0.079\ 27 < x < 0.162\ 68 \\ 0.026\ 077\ 51 + 1.274\ 801 \times 10^{-20} \times (x - 0.392) & 0.162\ 68 \leq x \leq 0.415 \end{cases} \quad (31)$$

图 8 中显示了前文步骤中设计出的等强度主轴外径的直线拟合结果,由于其刚度分配比例合理,因此可以在此基础上设计满足刚度条件的主轴。

对于由式(31)获得的主轴模型,尽管外径已经是直线,但外表面存在斜面和凹面,导致加工困难。此外,轴颈变化方向不一致也会造成轴承装配和定位的问题。从毛坯选择的角度来看,轴颈尺寸差异大会引起应力集中,增加切削量,导致加工成本提高。为了解决这些问题,需要对该模型进行修正。

考虑到主轴需要较高的刚度,修正的思路是采用增大尺寸的方式。对于外径尺寸连续变化的主轴模型,将其近似替代为具有高实际加工可行性的阶梯轴形式,并确保轴颈尺寸朝同一方向减小以便于零件安装。修正的方法是基于之前得到的满足刚度合理分配的理论模型,在 MATLAB 中采用 stairs 函数进行等距阶梯化处理,根据实际要求,阶梯化时所有段的尺寸都会增大,从而得到图 9 所示的形式。对于相同外径尺寸分布的主轴模型,可以选择不同的近似阶梯形式。图 9a 和 9b 所示分别为拟合较密的阶梯形式和较稀疏的阶梯形式。较密的阶梯保留了原分布尺寸比例,但加工程序较为繁琐且需要更大的切削量。较稀疏的阶梯形式虽然与原分布比例的近似程度较低,

但切削量较少,更容易加工。修正的基本过程可以根据不同的重点选择,本文主要考虑切削成本,故选择图 9b 所示的阶梯形式作为阶梯轴的近似形式。对于该初步形式的阶梯轴,在 Mathematica 中编程计算其端部挠度和端部扭转变形量,将检验结果列于表 2。

面扭转变形最小为优化目标会导致优化求解过程不收敛,同时优化变量取无限大意味着主轴体积无限大,也不符合现实情况,因此以主轴端面扭转变形量和最小许用值之间的差值为优化目标,其完整的优化数学模型如下:

$$\begin{cases} \min |\delta_T(D_1, D_2, D_3, D_4) - [\delta_T]| \\ \text{s.t. } D_1 \geq 0.069\ 852\ \text{m} \\ D_2 \geq 0.061\ 616\ \text{m} \\ D_3 \geq 0.055\ 628\ \text{m} \\ D_4 \geq 0.052\ 143\ \text{m} \\ D_1 > D_2 > D_3 > D_4 \end{cases} \quad (32)$$

本研究采用 Mathematica 软件中自带的“FindMinimum”命令进行优化计算,初值取边界尺寸,并将其结果列于表 3。

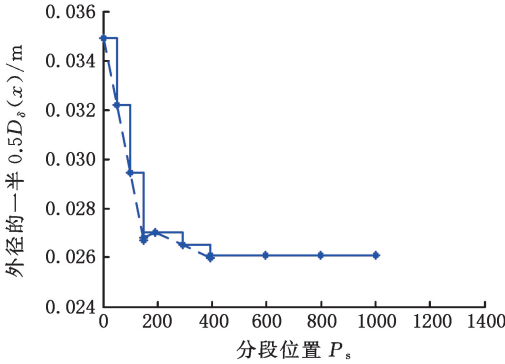
表 3 阶梯轴扭转变形优化的结果

Tab.3 Results of optimization of torsional deformation of stepped spindle m

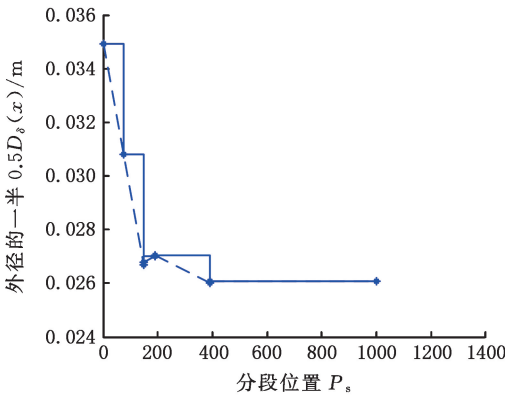
项目	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
阶梯轴	0.069 852	0.061 616	0.055 628	0.052 143
允许值	0.070 852	0.062 616	0.056 628	0.053 143

表 3 所示为依据扭转变形优化后的主轴各段的尺寸,可以看出各尺寸满足允许值要求,但没有考虑装配、制造和定位要求,故需要考虑这些因素并对主轴外径尺寸进一步优化。

如图 10 所示,由于主轴外径在结构上是对称结构,故只需表示出主轴外径的一半即可反映主轴整体的结构尺寸,图 10 中黑色实线表示依据表 3 获得的主轴外径尺寸分布,红色虚线表示考虑主轴端面刀具安装要求时的外径尺寸分布,绿色实线表示考虑制造、装配、定位要求后获得主轴外径尺寸分布。



(a) 较密的阶梯形式



(b) 较稀疏的阶梯形式

图 9 主轴理论模型修正到阶梯轴形式

Fig.9 Correction of the spindle theoretical model to a stepped spindle form

表 2 初步阶梯轴的刚度验算

Tab.2 Stiffness checks for preliminary stepped spindle

项目	端部挠度 /mm	扭转变形 /((°) · m <sup>-1</sup> )
阶梯轴	0.0255	1.0789
允许值	0.0672	0.5 ~ 1.0

由表 2 可以看出,初步设计的阶梯轴在挠度方面满足要求,但其扭转变形不符合要求。初步分析结果表明,这是因为平均扭转变形的变化相对较大,所以需要对手轴进行尺寸优化以改善这一性能。

图 9b 所示的是四段阶梯形式的主轴,其阶梯外径从主轴端部到末端支撑(即  $l$  段)依次设为  $D_1, D_2, D_3, D_4$ ,将这四个参数作为优化变量,其取值不能小于当前尺寸。同时,为了保证主轴的装配,也尽可能多地保留截面刚度分配的信息,还需满足  $D_1 > D_2 > D_3 > D_4$  的条件。

考虑到四个优化变量值只有下限,以主轴端

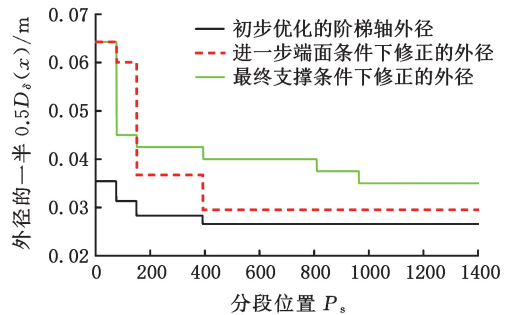


图 10 考虑端面刀具、轴承配合条件的主轴外径设计过程

Fig.10 Design process of spindle outer diameter considering the matching conditions of end face cutting tools and bearings

在实际应用中,主轴是与零件配合使用的。主轴在轴端有刀具,在轴上有轴承,而且这些零件往往都是标准件,在设计中还要考虑这些条件对

尺寸作进一步地调整。

首先,根据主轴端面形式的标准。已知对轴端的要求是采用锥度号 50 的形式,根据国家标准 GB3837<sup>[3]</sup>,将端面外径尺寸增大  $\Delta D_1 = 0.05778 \text{ m}$  至符合标准的形式。其他轴段若也按等比例增大,虽然保留了刚度分配的比例,但会导致主轴整体偏大,因此采用下式计算其他三段的增大量:

$$\Delta D_i = \Delta D_1 \frac{\Delta l_1}{l_a} \frac{l_a}{\Delta l_i} \quad i = 2, 3, 4 \quad (33)$$

式中: $\Delta l_1$  为表 3 所示主轴  $D_1$  段对应的轴长; $\Delta l_i (i = 2, 3, 4)$  为其他三段的轴长。

通过式(33)可以使在同一变化形式下轴段较短处的外径增大速率相对快,而轴段较长处的外径增大速率相对缓慢,将具体尺寸结果列于表 4,尺寸分布如图 10 中红色虚线所示。

表 4 阶梯轴根据端面刀具配合条件修正后的尺寸

Tab.4 Dimensions of stepped spindle corrected for end tool fit conditions m

项目	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
初始值	0.069 852	0.061 616	0.055 628	0.052 143
扭转变形优化	0.128 570	0.121 026	0.073 442	0.059 026

其次,考虑主轴轴上零件配合的标准。已知主轴的前轴承和中轴承采用 7017C 角接触球轴承,而后轴承采用 7015C 角接触球轴承,采用轴肩定位。同时,主轴通过键与同步带连接。根据图 2, $D_1$  段为轴端外伸部分。 $D_3$  段与中间轴承配合,需要圆整到标准值。 $D_2$  段定位前轴承,尺寸适当地减小。 $D_4$  段考虑制造和功能需求,可以分为三个功能区,第一段与后轴承配合起定位轴承作用,第二段安装轴承,且对带轮定位,第三段为带轮安装段。考虑轴承、带轮定位,安装顺序, $D_4$  段可以分为保留的  $D_4$ 、安装轴承定位带轮的  $D_5$ 、带轮安装固定段  $D_6$  三段。其中, $D_5$  段与后轴承配合,圆整到标准值; $D_4$  段定位后轴承,尺寸适当调整; $D_6$  段上面有键槽,已知开键槽深度为 6 mm,主轴直径需要大于键槽深度且主轴刚度和强度不削弱,并且考虑到对刚度有削弱,主轴直径尺寸要增大 10%,对结果圆整。将得到的尺寸列于表 5,得到的主轴外径尺寸分布如图 10 中绿色实线所示。

表 5 阶梯轴根据轴上零件配合条件修正后的尺寸

Tab.5 Dimensions of stepped spindle corrected for fit conditions of parts on the spindle m

项目	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$
修正后尺寸	0.128 57	0.09	0.085	0.08	0.075	0.07

最后考虑内径。由图 1b 可知,其简化形式选取的是最大尺寸,现在恢复到图 1a 所示的通用形

式,不会减损主轴的强度和刚度。最终得到的主轴如图 11 所示。

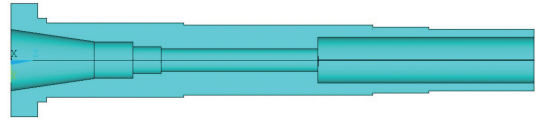


图 11 修正得到的主轴模型

Fig.11 Revised spindle model

根据本文主轴设计的理论模型的约束条件,通过修正最终得到图 11 所示的能够满足加工制造使用的阶梯轴模型。

### 3 结论

1)通过建立基于刚强耦合结构设计的数学模型,将主轴结构设计从原来的经验设计转变为推理设计过程,以实现结构设计中不确定性和冗余的解耦,同时设计中使用的强度和刚度约束条件可以是广义的,这样,在结构设计中可以考虑主轴的热变形以及高速主轴的陀螺效应等影响约束,使结构设计考虑的因素更全面,也使设计的结构更合理。

2)通过建立主轴结构函数,分析了约束主轴结构的强度约束、刚度约束、装配等约束,建立了利用计算机进行主轴结构设计的数学模型,使主轴结构设计可以实现智能化设计。

3)通过对某加工中心主轴的结构设计进行实例验证,验证了本文方法的可行性,同时克服了主轴设计中依赖经验和统计方法的局限性。

#### 参考文献:

- [1] ABELE E, ALTINTAS Y, BRECHER C. Machine Tool Spindle Units[J]. CIRP Annals: Manufacturing Technology, 2010, 59(2):781-802.
- [2] PORTMAN V T, KUSHNIR E. Drives' Stiffness of 5-Axis Machine Designs: Evaluation and Comparison by Schur Complement Eigenvalues[J]. Procedia CIRP, 2023, 118:169-174.
- [3] ZHANG Xiaohong, CHEN Xiaoming, YAN Ke, et al. Transient Thermal Properties Investigation for Precision Bearing-spindle System Considering Fixed-position Preload and Lubricant Viscosity-temperature Effect[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2023, 96(30):41-53.
- [4] LIU Yunsheng, MIAO Enming, LIU Hui, et al. Robust Machine Tool Thermal Error Compensation Modelling Based on Temperature-sensitive Interval Segmentation Modelling Technology[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 106:655-669.

- [5] YAO Xiaopeng, HU Teng, YIN Guofu, et al. Thermal Error Modeling and Prediction Analysis Based on OM Algorithm for Machine Tool's Spindle [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 106:3345-3356.
- [6] LI Guolong, KE Hao, LI Chuazhen, et al. Thermal Error Modeling of Feed Axis in Machine Tools Using Particle Swarm Optimization-based Generalized Regression Neural Network [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2020, 20(2):1-13.
- [7] 邓小雷, 盛泽枫, 张江林, 等. 基于不规则元胞的主轴温度-结构场耦合热拓扑优化设计方法[J]. 浙江大学学报(工学版), 2020, 54(1):23-32.
- DENG Xiaolei, SHENG Zefeng, ZHANG Jianglin, et al. Thermal Topology Optimization Design Method of Spindle under Temperature-Structure Field Coupling Condition Based on Irregular Cell [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2020, 54(1):23-32.
- [8] 张运涛, 李以农, 张志达, 等. 基于改进粒子群算法的非对称传动主轴多目标优化[J]. 振动与冲击, 2022, 41(2):130-139.
- ZHANG Yuntao, LI Yinong, ZHANG Zhida, et al. Multi Objective Optimization of an Asymmetric Transmission Spindle Based on Improved Particle Swarm Optimization [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(2):130-139.
- [9] 何吉祥, 李聪波, 吕岩, 等. 数控车床主轴单元结构节能性优化设计[J]. 中国机械工程, 2021, 32(11):1330-1340.
- HE Jixiang, LI Congbo, LYU Yan, et al. Structural Design Optimization of Spindle Unit of CNC Lathes for Energy Saving [J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(11):1330-1340.
- [10] 吴永伟, 邬再新, 鲍政伟. 卧式 HMC500 主轴系统热特性分析及结构优化 [J]. 中国机械工程, 2018, 29(13):1596-1602.
- WU Yongwei, WU Zaixin, BAO Zhenwei. Thermal Characteristics Analysis and Structural Optimization of Horizontal HMC500 Spindle Systems [J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(13):1596-1602.
- [11] LI Zhaolong, ZHU Wenming, ZHU Bo, et al. Simulation Analysis Model of High-speed Motorized Spindle Structure Based on Thermal Load Optimization [J]. Case Studies in Thermal Engineering, 2023, 44:1-10.
- [12] 佐田登志夫, 佐藤和信, 竹内芳美, 等. 机床结构的刚度分析系统——热刚度分析 [J]. 装备机械, 1979(2):18-25.
- TOSHIFU Sato, TOSHIFU Sato, NOBUNAGA Takeuchi, et al. The Stiffness Analysis System of Machine Tool Structure—Thermal Stiffness Analysis [J]. The Magazine on Equipment Machinery 1979(02):18-25.
- [13] JIANG T, CHIREHDAST M. A Systems Approach to Structural Topology Optimization: Designing Optimal Connections [J]. Journal of Mechanical Design, 2010, 119(1):40-47.
- [14] MORI M, MIZUGUCHI H, FUJISHIMA M, et al. Design Optimization and Development of CNC Lathe Headstock to Minimize Thermal Deformation [J]. CIRP Annals: Manufacturing Technology, 2009, 58(1):331-334.
- [15] LI Q, STEVEN P G, OSVALDO M, et al. Shape and Topology Design for Heat Conduction by Evolutionary Structural Optimization [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1999, 42(17):3361-3371.
- [16] 叶开沅, 唐燮黎. 具有非零最小弯曲刚度梁在多载荷情况作用下的等强度设计 [J]. 应用数学和力学, 1988(2):107-115.
- YE Kaiyuan, TANG Xieli. Uniform Strength Design of Beams with Non-zero Minimum Flexural Rigidity under Multiple Loadings [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1988(2):107-115.
- [17] 叶开沅, 俞焕然. 超静定等强度梁 [J]. 兰州大学学报(自然科学版), 1983(增刊 2):1-9.
- YE Kaiyuan, YU Huanran. Static-indeterminant Equi-strength Beams [J]. Journal of Lanzhou University (Natural Sciences), 1983(S2):1-9.
- [18] 唐燮黎, 叶开沅. 静不定梁的等强度设计 [J]. 应用数学和力学, 1985(12):1053-1059.
- TANG Xieli, YE Kaiyuan. Equi-strength Design for Statically Indeterminate Beams [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1985(12):1053-1059.
- [19] 洪有为. 机床主轴系统热特性建模分析及结构优化设计 [D]. 南京:东南大学, 2005.
- HONG Youwei. System Characteristic of Machine Tool Spindle Modeling and Optimization of the Thermal [D]. Nanjing: Southeast University, 2005.
- [20] 高尚哈, 孟光. 机床主轴系统动力学特性研究进展 [J]. 振动与冲击, 2007(6):103-109.
- GAO Shanghan, MENG Guang. Advances in Research on Dynamic Characteristics of Machine Tool Spindle [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007(6):103-109.
- [21] 范晋伟, 朱晓勇, 杨万然, 等. 应用能量输入与耗散反馈原理的机床主轴热误差分析与研究 [J]. 现代制造工程, 2008(7):9-11.
- FAN Jinwei, ZHU Xiaoyong, YANG Wanran, et

- al. Analysis and Study on Thermal Error of Machine Tool Spindle Based on Feedback Principle of Energy Input and Dissipation[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2008(7):9-11.
- [22] 庞静珠, 李蓓智, 杨建国, 等. 高速磨床电主轴热刚度耦合模型的分析与优化[J]. 东华大学学报(自然科学版), 2012, 38(4):471-474.  
PANG Jingzhu, LI Peizhi, YANG Jianguo, et al. Analysis and Optimization for a Coupled Stiffness and Thermal Model of High-speed Grinding Motorized Spindle[J]. Journal of Donghua University (Natural Science), 2012, 38(4):471-474.
- [23] 田久良, 洪军, 朱永生, 等. 机床主轴-轴承系统热-力耦合模型及其动态性能研究[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(7):63-68.  
TIAN Jiuliang, HONG Jun, ZHU Yongsheng, et al. Thermo-mechanical Coupling Model and Dynamical Characteristics of Machining Spindle-bearing System[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(7):63-68.
- [24] 邓小雷. 数控机床主轴系统多物理场耦合热态特性分析研究[D]. 杭州:浙江大学, 2014.  
DENG Xiaolei. Research on Analysis of Multi-field Coupling Thermal Characteristics for CNC Machine Tool Spindle System [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.
- [25] 李金华, 刘永贤, 仪登丽, 等. 基于有限元的精密主轴多目标优化设计研究[J]. 机床与液压, 2012, 40(13):5-7.  
LI Jinhua, LIU Yongxian, YI Dengli, et al. Study on Multi-objective Optimum Design of Precision Spindle Based on FEM[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2012, 40(13):5-7.
- [26] 蒋书运, 林圣业. 高速电主轴转子-轴承-外壳系统动力学特性研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(13):26-35.  
JIANG Shuyun, LIN Shengye. Study on Dynamic Characteristics of Motorized Spindle Rotor-bearing-housing System[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(13):26-35.
- [27] 熊万里, 孙文彪, 刘侃, 等. 高速电主轴主动磁悬浮技术研究进展[J]. 机械工程学报, 2021, 57(13):1-17.  
XIONG Wanli, SUN Wenbiao, LIU Kan, et al. Active Magnetic Bearing Technology Development in High-speed Motorized Spindles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(13):1-17.
- [28] 黄华, 李旭东, 赵丛林. 基于热弹性理论与温度场积分中值定理的电主轴热误差研究[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(8):109-121.  
HUANG Hua, LI Xudong, ZHAO Conglin. Study on Thermal Error of Motorized Spindle Based on Thermoelastic Theory and Mean-value Theorem of Integral of Temperature Field[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(8):109-121.
- [29] 洪兆溪, 冯毅雄, 娄山河, 等. 复杂产品不确定性智能设计研究综述与展望[J]. 机械工程学报, 2023, 59(19):213-236.  
HONG Zhaoxi, FENG Yixiong, LOU Shanhe, et al. Overview and Prospects of Uncertain Intelligent Design for Complex Products[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(19):213-236.

(编辑 胡佳慧)

---

作者简介:尚欣\*,男,1971年生,教授。研究方向为智能设计、CAE、增材制造。发表论文20余篇。E-mail: xkshangx@163.com。

#### 本文引用格式:

尚欣,陈宇.刚强约束的主轴结构设计研究[J].中国机械工程,2025,36(5):995-1007.

SHANG Xin, CHEN Yu. Research on Spindle Structure Design with Stiffness-Strength Constraints[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(5):995-1007.