

# 基于非线性模型预测控制的分布式驱动电动汽车 多目标扭矩协调控制

阚小博<sup>1</sup> 赵又群<sup>1\*</sup> 李丹阳<sup>1</sup> 林 菜<sup>1</sup> 何鲲鹏<sup>1,2</sup> 尤庆伸<sup>2</sup>

1.南京航空航天大学能源与动力学院,南京,210000

2.奇瑞新能源汽车股份有限公司,芜湖,241002

**摘要:**针对目前分布式驱动电动汽车存在横摆稳定性控制目标单一的问题,提出了一种基于非线性模型预测控制(MPC)的多目标扭矩协调控制策略。上层控制器为基于七自由度车辆模型的非线性MPC速度及横摆力矩控制器,下层控制器为兼顾稳定性和经济性的多目标扭矩协调控制器,在目标函数中考虑了路面附着利用率和轮毂电机功率损耗,可实现扭矩动态协调分配。最后,选用低附着系数的双移线工况和驾驶循环工况,在CarSim/Simulink联合仿真平台上将所提方法与传统方法相比较。仿真结果表明:所提出的控制策略能够使车辆质心侧偏角、横摆角速度较好地追踪理想值,车辆稳定性较传统方法得到了提高,同时能够降低电机能量损耗,改善车辆的经济性。

**关键词:**分布式驱动电动汽车;横摆稳定性;扭矩协调;经济性;模型预测控制(MPC)

中图分类号:U461.6

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.05.024

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Multi-objective Torque Coordination Control for Distributed Drive Electric Vehicles Based on Nonlinear MPC

KAN Xiaobo<sup>1</sup> ZHAO Youqun<sup>1\*</sup> LI Danyang<sup>1</sup> LIN Fen<sup>1</sup> HE Kunpeng<sup>1,2</sup> YOU Qingshen<sup>2</sup>

1.School of Energy and Power,Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,Nanjing,210000

2.Chery New Energy Vehicle Co.,Ltd.,Wuhu,Anhui,241002

**Abstract:** The control objectives for yaw stability in current distributed drive electric vehicles were relatively simplistic. To address this issue, a multi-objective torque coordination control strategy was proposed based on nonlinear MPC. The upper-level controller was a nonlinear MPC speed and yaw moment controller based on a 7-degree-of-freedom vehicle model. And the lower-level controller focused on both of achieving stability and economic efficiency through multi-objective torque coordination. The road adhesion utilization and hub motor power loss were considered in the objective function to achieve dynamic and coordinated distribution of torques. Finally, using the CarSim/Simulink joint simulation platform, the proposed method was compared with traditional control methods under the double lane change conditions and driving cycle conditions for low adhesion coefficient. The simulation results indicate that the proposed control strategy enables better tracking of the vehicle's sideslip angle and yaw rate to their ideal values, thereby enhancing vehicle stability compared to that of conventional methods. Additionally, motor energy loss is reduced and vehicle economic efficiency is improved.

**Key words:** distributed drive electric vehicle; yaw stability; torque coordination; economic efficiency; model predictive control(MPC)

### 0 引言

近年来,为缓解能源短缺和环境污染问题,从节能、安全、稳定等角度对电动汽车提出了更高的要求。分布式驱动电动汽车(distributed drive electric vehicle, DDEV)是一种典型的过驱动系

统,其控制输入大于系统自由度,具有各个车轮独立可控、结构紧凑、能效高等优点,这种车辆系统结构分布拥有较强的操纵灵活性,能通过横/纵向控制有效改善车辆动力性、经济性与安全性,使其具有更强的直接横摆力矩控制能力,是搭载智能驾驶算法的理想载体,因此DDEV是未来电动汽车发展的主要趋势之一。为提高车辆的操控稳定性以及安全性,诸多辅助系统被安装在车辆的控制单元上,如直接横摆力矩控制(direct yaw-

收稿日期:2024-05-08

基金项目:国家自然科学基金(52472411,52272397);芜湖市重点研发与成果转化项目(2023yf010);南京航空航天大学研究生科研与实践创新计划(xcxjh20240205)

moment control, DYC) 系统、主动前轮转向 (active front steering, AFS) 系统、驱动防滑 (acceleration slip regulation, ASR) 系统等。

SUN 等<sup>[1]</sup>提出了一种用于电动汽车能效和稳定性的 DYC 方法,设计了基于偏航率稳定性的判断规则,在车辆转弯动作中判断安全与非安全的关键边界,进而使用节能型 DYC 或是稳定型 DYC 交替控制。胡金芳等<sup>[2]</sup>分析轮胎纵横向附着裕度建立目标函数,并进行车轮驱动扭矩的在线优化分配以改善车辆转向机动性能,在高速下保证了车辆的行驶稳定性。闵德垒等<sup>[3]</sup>将基于非线性轮胎模型得到的稳态横摆角速度作为车辆稳定性控制的目标参量,以此提高车辆稳定性。PARK 等<sup>[4]</sup>基于滑模控制提高了车辆的转向性能,控制器的稳定性通过李雅普诺夫函数验证。为消除滑模控制存在的高频抖振风险,HE 等<sup>[5]</sup>、DING 等<sup>[6]</sup>提出了自适应二阶滑模控制方法,可以克服传统滑模的抖振问题,并提高控制系统对模型误差和参数不确定性的鲁棒性。GUO 等<sup>[7]</sup>提出了一种实时非线性模型预测控制用于附加横摆力矩的计算,该策略基于广义最小残差在降低计算成本的同时提高了车辆稳定性能。赵又群等<sup>[8]</sup>在上层中通过求解 Popov 积分不等式得到自适应的前馈及反馈增益,在下层中考虑了车辆稳定和路面负荷状态。综合近年来国内外底盘动力学控制的研究现状,研究者们提出了多种控制策略,但目前的 DDEV 扭矩分配方法大多只是以安全性或经济性为目的,扭矩分配方式较为单一,并非基于车辆当前行驶条件。在车辆实际行驶工况复杂多变的情况下,需要根据车辆当前的行驶工况选择最合理的扭矩分配模式以确保车辆的稳定性和驱动效率。

针对目前稳定性控制存在的缺点,以 DDEV 为研究对象,本文提出了一种基于非线性模型预测控制(model predictive control, MPC)的多目标扭矩协调控制策略。上层为基于七自由度车辆模型的非线性 MPC 控制器,对速度和横摆角速度进行跟踪,下层为考虑稳定性和经济性的多目标扭矩协调控制器,以实现扭矩动态分配。最后,在 CarSim/Simulink 联合仿真平台上验证了所提控制策略的有效性。

## 1 车辆动力学建模

### 1.1 二自由度参考模型

在稳定性控制中,通常采用状态量为横摆角速度和质心侧偏角的线性二自由度模型来表示车

辆参考模型,其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\beta} &= \frac{C_f + C_r}{mv_x} \beta + \left( \frac{l_f C_f - l_r C_r}{mv_x^2} - 1 \right) \gamma - \frac{C_f}{mv_x} \delta_f \\ \dot{\gamma} &= \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} \beta + \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z v_x} \gamma - \frac{l_f C_f}{I_z} \delta_f \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $m$  为汽车质量; $C_f$ 、 $C_r$  分别为前后轮的侧偏刚度; $l_f$ 、 $l_r$  分别为前后轴至质心的距离; $\beta$  为质心侧偏角; $\gamma$  为横摆角速度; $v_x$  为质心处纵向速度; $\delta_f$  为汽车前轮转角; $I_z$  为车辆转动惯量。

当汽车进入稳态行驶状态时,其横摆角速度不再变化,此时有  $\dot{\gamma} = 0$ , 将其代入式(1),得到车辆的参考横摆角速度  $\gamma_d$  和参考质心侧偏角  $\beta_d$  分别表示为<sup>[9-10]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \gamma_d &= \frac{v_x}{L} \frac{\delta_f}{1 + K v_x^2} \\ \beta_d &= \frac{l_r/L + m l_f v_x^2 / (C_f L^2)}{1 + K v_x^2} \delta_f \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$K = \frac{m}{L^2} \left( \frac{l_f}{C_r} - \frac{l_r}{C_f} \right) \quad L = l_f + l_r$$

式中: $K$  为稳定性因数。

由于路面附着系数约束需要进行修正,故本文同时进行 15% 的稳定裕量处理。为保证车辆在极限工况下的稳定性,参考文献[11-12]中的设计方法,将参考质心侧偏角  $\beta_d$  设为 0。综上,修正后的参考横摆角速度  $\gamma_d^*$  和参考质心侧偏角  $\beta_d^*$  可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \gamma_d^* &= \min \left( \left| \frac{v_x}{L} \frac{\delta_f}{1 + K v_x^2} \right|, \left| \frac{0.85 \mu g}{v_x} \right| \right) \text{sgn}(\delta_f) \\ \beta_d^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $\mu$  为路面附着系数; $g$  为重力加速度。

### 1.2 车辆七自由度动力学模型

车辆的七自由度动力学模型(图 1)具有更高的精度且更接近实际车辆的动力学特征,为控制器的设计提供了更准确的车辆运动表征。

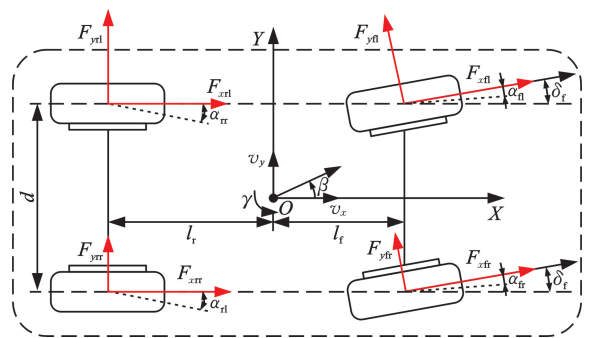


图 1 七自由度车辆模型

Fig.1 Seven degrees of freedom vehicle model

如图 1 所示,不考虑车辆垂向和俯仰运动,忽略转向机构的影响,将前轮转角直接作为输入,并假设左右前轮转角相等,建立七自由度车辆动力学模型,其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned}
 m(\dot{v}_x - v_y\gamma) &= (F_{xfl} + F_{xfr})\cos\delta_f - (F_{yfl} + F_{yfr})\sin\delta_f + F_{xrl} + F_{xrr} \\
 m(\dot{v}_y + v_x\gamma) &= (F_{xfl} + F_{xfr})\sin\delta_f + (F_{yfl} + F_{yfr})\cos\delta_f + F_{yrl} + F_{yrr} \\
 I_z\dot{\gamma} &= l_f[(F_{xfl} + F_{xfr})\sin\delta_f + (F_{yfl} + F_{yfr})\cos\delta_f] + \\
 &\quad d[(F_{xfr} - F_{xfl})\cos\delta_f + (F_{yfl} - F_{yfr})\sin\delta_f] + \\
 &\quad d(F_{xrr} - F_{xrl}) - l_r(F_{yrl} - F_{yrr}) \\
 I_\omega\dot{\omega}_{ij} &= -F_{xij}r_e + T_{ij}
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中： $v_y$  为车辆横向速度； $d$  为轮距； $F_{xfl}$ 、 $F_{xfr}$ 、 $F_{xrl}$ 、 $F_{xrr}$  分别为左前轮、右前轮、左后轮、右后轮的纵向力； $F_{yfl}$ 、 $F_{yfr}$ 、 $F_{yrl}$ 、 $F_{yrr}$  分别为左前轮、右前轮、左后轮、右后轮的侧向力；下标  $ij \in \{fl, fr, rl, rr\}$  分别表示左前轮、右前轮、左后轮、右后轮； $\omega_{ij}$  为车轮旋转角速度； $I_\omega$  为车轮转动惯量； $T_{ij}$  为轮毂电机输出扭矩； $r_e$  为车轮有效滚动半径。

四轮的线速度可表示为

$$\begin{aligned}
 v_{fl} &= (v_x - \frac{d}{2}\gamma)\cos\delta_f + (v_y + l_f\gamma)\sin\delta_f \\
 v_{fr} &= (v_x + \frac{d}{2}\gamma)\cos\delta_f + (v_y + l_f\gamma)\sin\delta_f \\
 v_{rl} &= v_x - \frac{d}{2}\gamma \quad v_{rr} = v_x + \frac{d}{2}\gamma
 \end{aligned}$$

四轮的垂向载荷为

$$\begin{aligned}
 F_{zfl} &= \frac{mgl_r}{l_f + l_r} - \frac{ma_x h_g}{l_f + l_r} - \frac{ma_y}{d} \frac{h_g l_r}{l_f + l_r} \\
 F_{zfr} &= \frac{mgl_r}{l_f + l_r} - \frac{ma_x h_g}{l_f + l_r} + \frac{ma_y}{d} \frac{h_g l_r}{l_f + l_r} \\
 F_{zrl} &= \frac{mgl_l}{l_f + l_r} + \frac{ma_x h_g}{l_f + l_r} - \frac{ma_y}{d} \frac{h_g l_r}{l_f + l_r} \\
 F_{zrr} &= \frac{mgl_l}{l_f + l_r} + \frac{ma_x h_g}{l_f + l_r} + \frac{ma_y}{d} \frac{h_g l_r}{l_f + l_r}
 \end{aligned}$$

式中： $a_x$ 、 $a_y$  分别为车辆纵向、横向加速度； $h_g$  为车辆质心距地面高度。

由于轮胎力应满足附着椭圆，所以轮胎的纵向力和侧向力被分别修正为

$$\left. \begin{aligned}
 F_{xij} &= F_{xij0} \psi_{xij} / \psi_{ij} \\
 F_{yij} &= F_{yij0} \psi_{yij} / \psi_{ij}
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\psi_{ij} = \sqrt{\psi_{xij}^2 + \psi_{yij}^2} \quad \psi_{xij} = -\frac{\lambda_{ij}}{1 + \lambda_{ij}}$$

$$\psi_{yij} = -\frac{\tan\alpha_{ij}}{1 + \lambda_{ij}}$$

其中， $ij \in \{fl, fr, rl, rr\}$ ， $F_{xij0}$ 、 $F_{yij0}$  可由魔术轮胎公式模型计算得到。魔术轮胎公式模型如下：

$$\left. \begin{aligned}
 F_{xij0} &= D_x \sin(C_x \arctan(B_x \phi_x)) + S_{vx} \\
 \phi_x &= (1 - E_x)\lambda_{ij} + (E_x/B_x)\arctan(B_x \lambda_{ij}) \\
 F_{yij0} &= D_y \sin(C_y \arctan(B_y \phi_y)) + S_{vy} \\
 \phi_y &= (1 - E_y)\alpha_{ij} + (E_y/B_y)\arctan(B_y \alpha_{ij})
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中： $\alpha_{ij}$  为轮胎侧偏角； $\lambda_{ij}$  为轮胎滑移率； $B_x$ 、 $B_y$  为刚度因子； $C_x$ 、 $C_y$  为形状因子； $D_x$ 、 $D_y$  为峰值因子； $E_x$ 、 $E_y$  为曲率因子； $S_{vx}$ 、 $S_{vy}$  为曲线垂直侧偏因子。

为了验证本文采取的七自由度车辆模型的准

确性，将其与 CarSim 中的相应内置车辆模型进行比较。车辆的转向盘转角输入  $\delta_s$  为图 2 所示的正弦波信号，幅值为  $90^\circ$ ，周期为 8 s。车辆以 50 km/h 的速度匀速行驶在路面附着系数为 0.85 的道路上。仿真验证结果如图 3 所示。

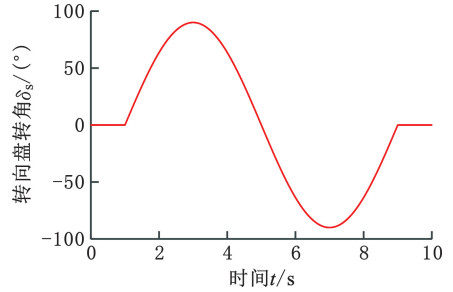
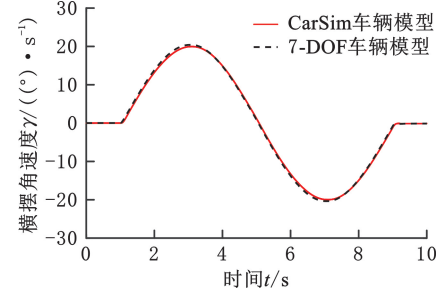
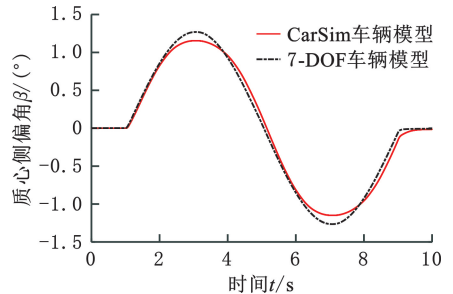


图 2 转向盘转角输入

Fig.2 Steering wheel angle input



(a) 横摆角速度



(b) 质心侧偏角

图 3 模型验证结果

Fig.3 Model verification result

由图 3 可以看出，基于 Simulink 搭建的七自由度(7-DOF)车辆模型与 CarSim 中的相应内置车辆模型的横摆角速度和质心侧偏角度变化状态基本一致，七自由度车辆模型表现出了较高的精度，具有合理性。

## 2 扭矩控制算法设计

本文扭矩控制算法的框架如图 4 所示。

### 2.1 非线性 MPC 控制器设计

由于车辆系统是一个高度耦合的非线性系统，为达到更好的控制效果，本项目设计了一种基于七自由度车辆模型的控制器。由于轮胎模型的非线性特点，控制器的求解可转化为一个多约束

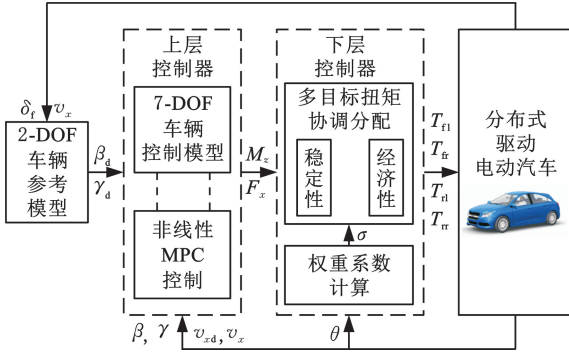


图 4 基于非线性 MPC 的分布式电动汽车多目标扭矩协调控制算法框架

Fig.4 Multi-objective torque coordination control algorithm framework for distributed electric vehicles based on nonlinear MPC

的非线性问题。随着车辆嵌入式平台的计算能力不断提高,非线性 MPC 已经成为扭矩分配的一个可行的解决方案<sup>[13]</sup>,因此本文采用非线性 MPC 进行求解<sup>[14-16]</sup>。

本文采用的扭矩协调算法为分层结构,将上层控制器的系统输入定义为  $\mathbf{u} = (F_x, M_z)^T$ ,其中纵向力  $F_x = F_{xfl} \cos \delta_f + F_{xfr} \cos \delta_f + F_{xrl} + F_{xrr}$ ,附加横摆力矩  $M_z = F_{xfl} (l_f \sin \delta_f - \frac{1}{2} d \cos \delta_f) + \frac{d}{2} (F_{xrr} - F_{xrl}) + F_{xfr} (l_f \sin \delta_f + \frac{1}{2} d \cos \delta_f)$ ,将其代入七自由度车辆模型可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = & \left( \frac{1}{m} [F_x - (F_{yfl} + F_{yfr}) \sin \delta_f] + v_y \gamma, \right. \\ & \frac{1}{m} [(F_{xfl} + F_{xfr}) \sin \delta_f + (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f + \\ & F_{yrl} + F_{yrr}] - v_x \gamma, \frac{1}{I_z} [l_f (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f - \\ & l_r (F_{yrl} - F_{yrr}) + M_z + \frac{d}{2} (F_{yfl} - F_{yfr}) \sin \delta_f] \left. \right) \quad (7) \end{aligned}$$

$$\mathbf{x} = (v_x, v_y, \gamma)^T$$

为求解约束跟踪问题,基于欧拉模型以  $k = \text{int}(t/T_s)$  为采样时间将上述模型离散化为

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= f^{(k)}(x(k), u(k)) \cdot T_s + x(k) \\ y(k) &= \mathbf{C} \cdot x(k) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\mathbf{y} = (v_x, \beta, \gamma)^T \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/v_x(k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$v_x(k+1) = T_s \left\{ \frac{1}{m} [(F_{xfl} + F_{xfr}) \cos \delta_f - (F_{yfl} + F_{yfr}) \sin \delta_f + F_{xrl} + F_{xrr}] + v_y(k) \gamma(k) \right\} + v_x(k)$$

$$v_y(k+1) = T_s \left\{ \frac{1}{m} [(F_{xfl} + F_{xfr}) \sin \delta_f + (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f + F_{yrl} + F_{yrr}] - v_x(k) \gamma(k) \right\} + v_y(k)$$

$$\gamma(k+1) = T_s \left[ \frac{l_f}{I_z} (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f - \frac{l_r}{I_z} (F_{yrl} - F_{yrr}) + \right.$$

$$\left. \frac{d}{2I_z} (F_{yfl} - F_{yfr}) \sin \delta_f + M_z(k) \right] + \gamma(k)$$

式中:  $T_s$  为控制步长。

根据当前时刻  $k$  的状态, 综上所述得到预测的后  $N_p$  步状态可表示为

$$x(k + N_p) = f(x(k), u(k), u(k+1), \dots, u(k + N_c), \dots, u(k + N_p - 1)) \quad (9)$$

式中:  $N_c$  为控制时域;  $N_p$  为预测时域。

当采样时间超过控制时域时, 假设控制输入在预测时域内保持不变, 即

$$\Delta u(k | k + N_c) = \Delta u(k | k + N_c + 1) = \dots = \Delta u(k | k + N_p - 1) \quad (10)$$

控制输入序列  $\mathbf{U}(k)$ 、控制输出序列  $\mathbf{Y}(k)$ 、参考输出序列  $\mathbf{R}(k+1)$ 、输入控制变化序列  $\Delta \mathbf{U}(k)$  分别表示如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(k) &= \begin{bmatrix} u(k | k) \\ u(k+1 | k) \\ \vdots \\ u(k + N_c - 1 | k) \end{bmatrix}_{N_c \times 1} \\ \mathbf{Y}(k) &= \begin{bmatrix} y(k+1 | k) \\ y(k+2 | k) \\ \vdots \\ u(k + N_p | k) \end{bmatrix}_{N_p \times 1} \\ \mathbf{R}(k+1) &= \begin{bmatrix} \mathbf{r}(k+1) \\ \mathbf{r}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{r}(k + N_p) \end{bmatrix}_{N_p \times 1} \\ \Delta \mathbf{U}(k) &= \begin{bmatrix} \Delta u(k | k) \\ \Delta u(k+1 | k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_c - 1 | k) \end{bmatrix}_{N_c \times 1} \end{aligned}$$

其中, 参考值  $\mathbf{r}(k+i) = (v_{xd}, \gamma_d, \beta_d)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_p$  由参考模型(式(3))计算得到,  $v_{xd}$  为参考车速。

为实现电动汽车稳定性控制, 设计了非线性 MPC 的目标函数<sup>[17]</sup>, 主要包括以下三个部分:

1) 稳定性控制器的主要目标是保证车辆的稳定性, 即实际的车速(即质心处纵向速度)、横摆角速度和质心侧偏角需要快速收敛到参考车速  $v_{xd}$ 、参考横摆角速度  $\gamma_d$  和参考质心侧偏角  $\beta_d$ , 其目标函数如下:

$$J_1^{\text{up}} = \|\mathbf{Y}(k+i) - \mathbf{R}(k+i)\|_2^2 \quad (11)$$

2) 为减小下层控制器的消耗, 设定目标函数减小控制输入:

$$J_2^{\text{up}} = \|\mathbf{U}(k)\|_R^2 \quad (12)$$

3) 为保证控制的平滑性, 设定目标函数减少控制输入的变化:

$$J_3^{\text{up}} = \|\Delta \mathbf{U}(k)\|_S^2 \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{S}$  为权重矩阵。

考虑到车辆动力学的约束, MPC 可表示为以下最优控制问题, 其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{U}(k)} J(x(k), \mathbf{U}(k), N_c, N_p) \\ & \text{s.t. } \beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \\ & \gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max} \\ & \lambda_{\min} \leq \lambda_{ij} \leq \lambda_{\max} \\ & v_{x\min} \leq v_x \leq v_{x\max} \\ & M_{z\min} \leq M_z \leq M_{z\max} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

采用非线性规划方法来求解式(14)的非线性规划问题。在求解得到最优控制序列后, 在  $k$  时刻下, 仅将一个元素作用于系统, 然后将预测时域移动到  $k+1$  时刻。不断地求解最优化问题, 从而实现了对车辆持续控制。

### 2.2 基于多目标的扭矩协调控制

下层控制器的目标是计算每个车轮的电机驱动或制动扭矩<sup>[18]</sup>, 以提供上层控制器计算出的附加横摆力矩  $M_z$  和车辆纵向力之和  $F_x$ , 具体表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{1}{r_e} (T_{fl} \cos \delta_f + T_{fr} \cos \delta_f + T_{rl} + T_{rr}) \\ M_z &= \frac{1}{r_e} \left[ \left( -\frac{d}{2} \cos \delta_f + l_f \sin \delta_f \right) T_{fl} + \right. \\ & \quad \left. \left( \frac{d}{2} \cos \delta_f + l_f \sin \delta_f \right) T_{fr} - \frac{d}{2} T_{rl} + \frac{d}{2} T_{rr} \right] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中:  $T_{ij}$  为四轮扭矩,  $ij \in \{fl, fr, rl, rr\}$ 。

将式(15)改写为矩阵形式, 则有

$$\mathbf{b} = \mathbf{B}_b \mathbf{u}_c \quad (16)$$

$$\mathbf{b} = [F_x \quad M_z]^T \quad \mathbf{u}_c = [T_{fl} \quad T_{fr} \quad T_{rl} \quad T_{rr}]^T$$

$$\mathbf{B}_b = 1/r_e \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_f & \cos \delta_f & 1 & 1 \\ -\frac{d}{2} \cos \delta_f + l_f \sin \delta_f & \frac{d}{2} \cos \delta_f + l_f \sin \delta_f & -\frac{d}{2} & \frac{d}{2} \end{bmatrix}$$

式中:  $\mathbf{b}$  为上层非线性 MPC 控制器计算得到的纵向力和附加横摆力矩所组成的矩阵;  $\mathbf{u}_c$  为控制器输入, 是四轮扭矩组成的矩阵。

针对大多数研究未考虑经济性问题, 本文在构建目标函数时将同时考虑经济性和稳定性, 并根据当前车辆行驶工况进行经济性和稳定性的多目标控制。轮胎负荷率是车辆稳定性的一个重要性指标, 应尽可能地降低每个轮胎的负荷率, 以确保每个轮胎有较大的富裕, 避免车辆在极限工况下出现轮胎打滑失稳等现象<sup>[19]</sup>。定义轮胎的附着利用率如下:

$$\rho_{ij} = \sum_{ij} \frac{F_{xij}^2 + F_{yij}^2}{(\mu F_{zij} r_e)^2} \quad ij = lf, rf, lr, rr \quad (17)$$

由于车轮的侧向力与车速、车轮角度和轮胎垂向力有关, 不能直接通过控制电机扭矩的变化来进行优化, 因此, 最优目标只考虑纵向力。修正后的目标函数如下:

$$J_1^{\text{low}} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_c^T \mathbf{G} \mathbf{u}_c \quad (18)$$

$$\mathbf{G} = \text{diag} \left( \frac{E_{ij}}{(\mu F_{zij} r_e)^2} \right)_{4 \times 4}$$

式中:  $E_{ij}$  为不同车轮的权重系数, 其中较大的后轮权重系数可以有效提高车辆的操纵稳定性。

当车辆处于较为稳定的工况时, 应当适当考虑经济性, 以确保车辆在不失稳的情况下也能提高轮毂电机的经济性, 因此为降低车辆行驶时轮毂电机的能量损失。本文建立了功率损失模型, 定义的电机损失功耗<sup>[20]</sup>如下:

$$P_{\text{loss}, ij} = \begin{cases} T_{ij} n_{ij} (\eta(T_{ij}, n_{ij}) - 1) & T_{ij} \leq 0 \\ T_{ij} n_{ij} \left( \frac{1}{\eta(T_{ij}, n_{ij})} - 1 \right) & T_{ij} > 0 \end{cases} \quad (19)$$

其中,  $\eta(T_{ij}, n_{ij})$  为轮毂电机的效率, 它与电机的转速  $n_{ij}$  和扭矩  $T_{ij}$  有关, 可以通过查表法获取, 其在 MATLAB/Simulink 中的电机模型数据如图 5 所示。

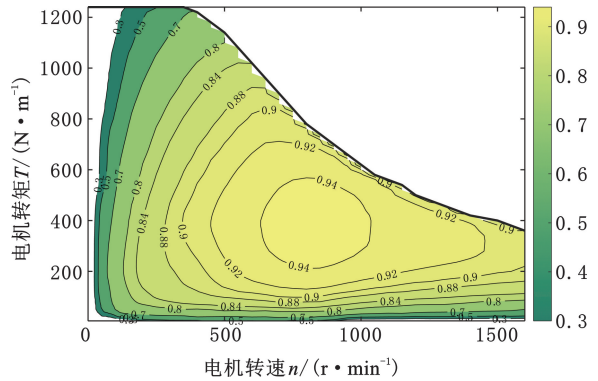


图 5 轮毂电机的效率图和外特性

Fig.5 Efficiency diagram and external characteristics of wheel motor

设计考虑经济性的目标函数如下:

$$J_2^{\text{low}} = \sum_{ij} \left( \frac{P_{\text{loss}, ij}}{P_{\text{max}}} \right)^2 \quad ij = fl, fr, rl, rr \quad (20)$$

式中:  $P_{\text{max}}$  为电机的最大功率。

考虑到电机峰值扭矩的限制, 分配后的扭矩应满足如下关系式:

$$-T_{ij\max} \leq T_{ij} \leq T_{ij\max} \quad (21)$$

除电机本身的限制外, 轮毂电机输出的扭矩还应受到路面附着力的影响, 引入简化地面附着约束如下:

$$-\frac{\mu F_{zij} r_e}{\sqrt{2}} \leq T_{ij} \leq \frac{\mu F_{zij} r_e}{\sqrt{2}} \quad (22)$$

综上所述, 基于多目标控制的扭矩协调控制策略的目标函数包含如下两个部分: 第一部分是保证车辆稳定性设计的二次函数, 第二部分是线性函数, 目的是减小动力总成的功率损失。二次规划的全部约束条件和目标函数如下:

$$\left. \begin{aligned} \min J &= (1-\sigma) \frac{1}{2} J_1 + \sigma J_2 \\ \text{s.t. } B_a u_c &\leq h \\ B_b u_c &= b \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$B_a = [-I \quad I]^T \quad h = [-u_{\min} \quad u_{\max}]^T$$

$$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2$$

$$\sigma_1 = \frac{\theta - (\theta_{\max} + \theta_{\min}) / 2}{|\theta_{\max} - \theta_{\min}|} + \frac{1}{2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\gamma - (\gamma_{\max} + \gamma_{\min}) / 2}{|\gamma_{\max} - \gamma_{\min}|} + \frac{1}{2}$$

式中： $I$  为单位矩阵； $u_{\min}$ 、 $u_{\max}$  分别为轮毂电机输出扭矩的下限和上限； $\sigma$  为车辆稳定性和经济性目标之间的权重系数， $\sigma \in [0, 1]$ ； $\theta$  为车辆横摆角度。

根据式(23)，采用二次规划求解器对所描述的二次规划问题进行求解，并将得到的四轮扭矩输入到车辆模型中。

### 3 仿真实验

根据图 4 所示的控制策略框架，本文基于 CarSim/Simulink 搭建联合仿真平台，对基于非线性 MPC 的多目标扭矩协调控制策略进行仿真验证，选取的车辆模型主要参数如表 1 所示，同时采取如下 4 种不同的控制策略进行对比：

1) LQR-RU。上层采用线性二次型调节器 (linear quadratic regulator, LQR) 最优控制器，下层采用基于规则的前后轴平均 (RU) 分配算法。

2) LQR-MT。上层采用 LQR 最优控制器，下层采用基于多目标的扭矩 (MT) 分配算法。

3) MPC-RU。上层采用基于七自由度车辆模型的非线性 MPC 控制器，下层采用基于规则的前后轴平均分配算法。

4) MPC-MT。上层采用基于七自由度车辆模型的非线性 MPC 控制器，下层采用基于多目标的扭矩分配算法。

表 1 车辆主要参数

Tab.1 Main parameters of vehicle

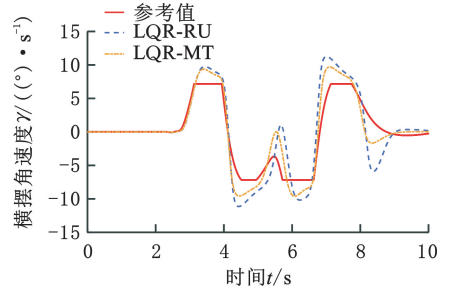
参数	数值
汽车质量 $m/\text{kg}$	1270
前轴至质心的距离 $l_f/\text{m}$	1.015
后轴至质心的距离 $l_r/\text{m}$	1.895
车辆转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1536.7
车轮有效滚动半径 $r_e/\text{m}$	0.325
前后轴至质心的距离之和 $L/\text{m}$	2.91
车辆质心距地面高度 $h_g/\text{m}$	0.54

#### 3.1 双移线工况仿真验证

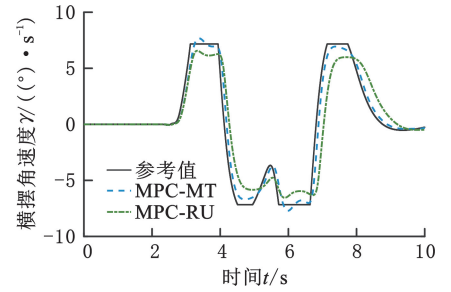
本节选用路面附着系数  $\mu=0.3$  的湿滑路面，在双移线道路上以 72 km/h 的速度行驶，以研究换道转向下的车辆稳定性和经济性。经研究发现，车辆在 7 s 左右开始回正，当无上层控制器作

用时，车辆明显失去横向稳定性。

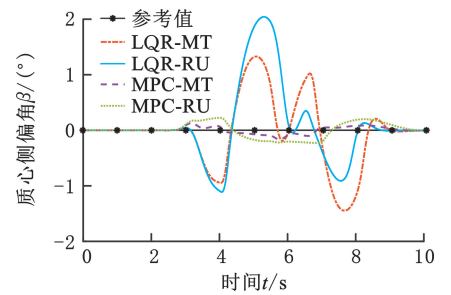
图 6a、图 6b 所示分别为不同控制器作用下车辆的横摆角速度。对比图 6a 和图 6b 可知，基于七自由度车辆模型的 MPC 控制策略能够更好地跟踪参考值，可保证车辆稳定状态。当上层控制器相同时，LQR 和 MPC 两种情况下基于多目标的下层扭矩协调控制算法均比基于规则的前后轴平均分配算法的效果更好。图 6c 为车辆质心侧偏角的变化曲线。与参考值相比，车辆在基于七自由度模型的 MPC 控制方法下的质心侧偏角均值小于  $0.3^\circ$ ，效果明显优于 LQR 控制方法的效果。



(a) 无控制和 LQR 控制器的横摆角速度



(b) MPC 控制器的横摆角速度

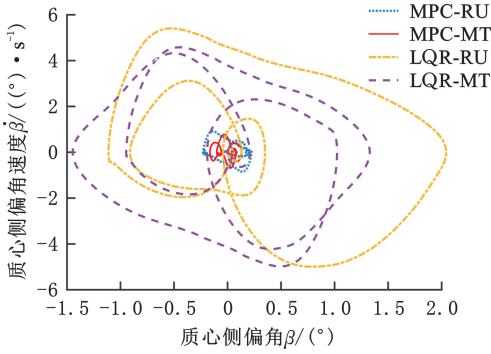


(c) 质心侧偏角

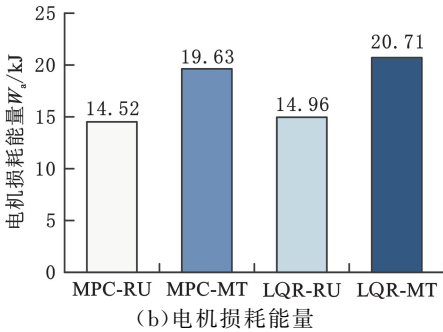
图 6 双移线工况下车辆的稳定性参数变化曲线  
Fig.6 Variation curve of vehicle stability parameter under double shift condition

图 7 所示为双移线工况下的稳定性和经济性指标。由图 7a 可知，MPC-RU 和 MPC-MT 控制下车辆的质心侧偏角-质心侧偏角速度相图的变化范围更小，表明车辆有更好的操作稳定性。由图 7b 可知，上层 LQR 和 MPC 控制策略的电机损耗能量  $W_e$  几乎相等，但基于多目标的扭矩协调分配相比基于规则的前后轴平均分配方法可以减

少约 25% 的能量损耗,表明在保证车辆稳定性的同时也改善了电动汽车的经济性。



(a) 质心侧偏角-质心侧偏角速度相图



(b) 电机损耗能量

图 7 双移线工况下的稳定性和经济性指标

Fig.7 Stability and economic index under double-shift line condition

图 8 为双移线工况下由 MPC-MT 控制的四轮扭矩变化曲线,可以看出产生了  $200 \text{ N} \cdot \text{m}$  的扭矩峰值,并且产生了制动扭矩,表明能够更大程度地改善车辆行驶稳定性。

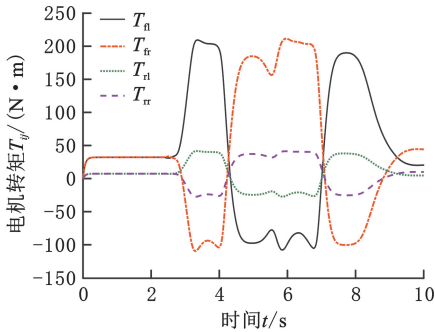


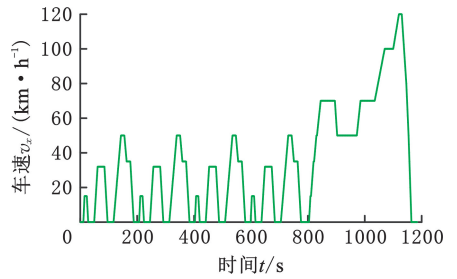
图 8 双移线工况下四轮扭矩变化曲线

Fig.8 Variation curves of four-wheel torque under double-shift line condition

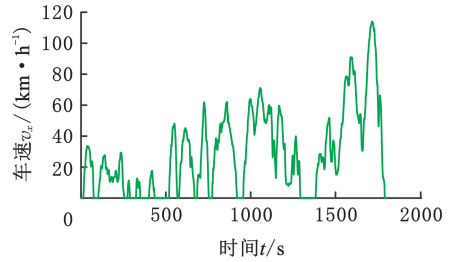
### 3.2 驾驶循环工况仿真验证

为进一步验证下层基于多目标的扭矩协调控制策略的节能效果,分别在 NEDC(new European driving cycle)和 CLTC(China light-duty vehicles test cycle)两种驾驶循环工况下进行电动汽车的经济性测试。驾驶循环工况下的车速变化如图 9 所示。

NEDC 和 CLTC 工况下电机损耗功率  $P_{\text{loss}}^{\text{NEDC}}$  和  $P_{\text{loss}}^{\text{CLTC}}$  变化的测试结果如图 10 所示,可以看出



(a) NEDC 工况

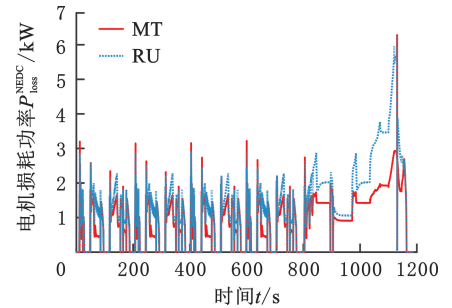


(b) CLTC 工况

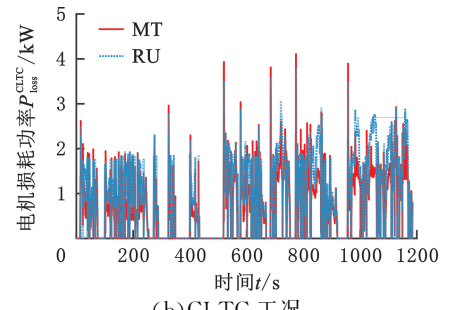
图 9 驾驶循环工况下车速变化

Fig.9 Speed change under driving cycle condition

在两种工况下基于多目标的扭矩协调分配时电机损耗功率的平均值均小于基于规则的前后轴平均分配时的电机损耗功率平均值。尤其在高速场景下,电机在高效率区间工作时的改善情况更为明显。



(a) NEDC 工况



(b) CLTC 工况

图 10 驾驶循环工况下电机损耗功率变化

Fig.10 Motor loss power change under driving cycle condition

驾驶工况下电机损耗能量  $W_b$  的测试结果如图 11 所示,可以看出,与基于规则的前后轴平均分配方法相比,基于多目标的扭矩协调控制方法能够有效减少电机能量的损耗,在 NEDC 工况下减少了 27.7% 的能量损耗,在 CLTC 工况下减少了 23.8% 的能量损耗。

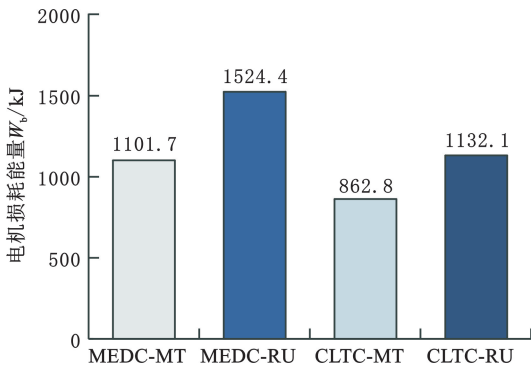


图 11 驾驶循环工况下的电机损耗能量

Fig.11 Motor energy loss under driving cycle condition

## 4 结论

1) 基于车辆七自由度模型设计了一种非线性模型预测控制(MPC)控制器,有效地解决了多变量系统的约束多目标优化问题,以实现车辆纵向车速和横摆稳定性的控制。

2) 基于二次规划的最优扭矩控制设计了考虑路面附着利用率和电机功率损耗的多目标扭矩协调策略,通过稳定性状态实时计算权重系数并兼顾车辆的稳定性和经济性。

3) 建立了 CarSim/Simulink 联合仿真平台。仿真结果表明,所提出的 MPC-MT 控制策略能够保证车辆稳定性的同时提高经济性。与传统 LQR-RU 控制策略相比,本文策略在低附着的双移线工况下,稳定性参数跟踪效果更好的同时,电机损耗降低了 27.6%;在 NEDC 和 CLTC 两种驾驶循环工况下,电机能量损耗分别降低了 27.7% 和 23.8%。

## 参考文献:

[1] SUN P, TRIGELL A S, DRUGGE L, et al. Energy Efficiency and Stability of Electric Vehicles Utilising Direct Yaw Moment Control[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2022, 60(3):930-950.

[2] 胡金芳, 颜春辉, 赵林峰, 等. 分布式驱动电动汽车转向工况扭矩分配控制研究[J]. *中国公路学报*, 2020, 33(8):92-101.

HU Jinfang, YAN Chunhui, ZHAO Linfeng, et al. Reserch on Torque Distribution Control of Distributed Drive Electric Vehicle under Steering Conditions [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2020, 33(8):92-101.

[3] 闵德全, 童汝亭, 危银涛. 考虑轮胎非线性的横摆角速度计算与车辆稳定性控制[J]. *中国机械工程*, 2023, 34(21):2521-2530.

MIN Delei, TONG Ruting, WEI Yintao. Yaw Velocity Calculation and Vehicle Stability Control Con-

sidering Tire Nonlinear[J]. *China Mechanical Engineering*, 2023, 34(21):2521-2530.

[4] PARK G, HAN K, NAM K, et al. Torque Vectoring Algorithm of Electronic-four-wheel Drive Vehicles for Enhancement of Cornering Performance[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(4):3668-3679.

[5] HE S, FAN X, WANG Q, et al. Review on Torque Distribution Scheme of Four-wheel In-wheel Motor Electric Vehicle[J]. *Machines*, 2022, 10(8):619.

[6] DING S, MEI K, YU X. Adaptive Second-order Sliding Mode Control: a Lyapunov Approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 67(10):5392-5399.

[7] GUO N, LENZO B, ZHANG X, et al. A Real-time Nonlinear Model Predictive Controller for Yaw Motion Optimization of Distributed Drive Electric Vehicles[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(5):4935-4946.

[8] 赵又群, 李宇昊, 邓汇凡, 等. 基于 Popov 超稳定性的分布式电动汽车稳定性控制[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2022, 52(10):2225-2233.

ZHAO Youqun, LI Yuhao, DENG Huifan, et al. Stability Control of Distributed Electric Vehicle Based on Popov Superstability[J]. *Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition)*, 2022, 52(10):2225-2233.

[9] CHUNG T, YI K. An Investigation into Differential Braking Strategies on a Banked Road for Vehicle Stability Control[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2007, 221(4):443-455.

[10] MAMMAR S. Two-degree-of-freedom H8 Optimization and Scheduling for Robust Vehicle Lateral Control[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, 34(6):401-422.

[11] HU C, WANG R, YAN F, et al. Should the Desired Heading in Path Following of Autonomous Vehicles be the Tangent Direction of the Desired Path? [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2015, 16(6):3084-3094.

[12] JI X, HE X, LYU C, et al. A Vehicle Stability Control Strategy with Adaptive Neural Network Sliding Mode Theory Based on System Uncertainty Approximation [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2018, 56(6):923-946.

[13] ZHAO Y, DENG H, LI Y, et al. Coordinated Control of Stability and Economy Based on Torque Distribution of Distributed Drive Electric Vehicle [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engi-*

- neering, 2020, 234(6):1792-1806.
- [14] 高猛. 极限工况下四轮轮毂驱动电动汽车扭矩矢量控制[D]. 长春:吉林大学, 2021.  
GAO Meng. Torque Vector Control of Four-Wheel Hub Drive Electric Vehicle under Extreme Working Conditions[D]. Changchun: Jilin University, 2021.
- [15] IGARASHI Y, YAMAKITA M, NG J, et al. MPC Performances for Nonlinear Systems Using Several Linearization Models [C] // 2020 IEEE American Control Conference (ACC). Denver, 2020:2426-2431.
- [16] YAAKOUBI H, HAGGÈGE J, REZK H, et al. Explicit Hybrid MPC for the Lateral Stabilization of Electric Vehicle System[J]. Energy Reports, 2024, 11:1100-1111.
- [17] ZHANG Z, XIE L, LU S, et al. Vehicle Yaw Stability Control with a Two-layered Learning MPC[J]. Vehicle System Dynamics, 2023, 61(2):423-444.
- [18] JING C, SONG Y, LUO S. Hierarchical Control for Distributed Drive Electric Vehicles Based on Four-wheel Steering[J]. International Journal of Vehicle Noise and Vibration, 2023, 19(3/4):212-243.
- [19] HAN Z, XU N, CHEN H, et al. Energy-efficient Control of Electric Vehicles Based on Linear Quadratic Regulator and Phase Plane Analysis[J]. Applied Energy, 2018, 213:639-657.
- [20] 高华敏, 张卓然, 王晨, 等. 定子无铁心轴向磁场永磁轮毂电机损耗分析及效率优化[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(6):2002-2012.  
GAO Huamin, ZHANG Zhuoran, WANG Chen, et al. Loss Analysis and Efficiency Optimization of Stator Coreless Axial Magnetic Field Permanent Magnet Hub Motor[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(6):2002-2012.
- (编辑 胡佳慧)
- 
- 作者简介:** 阚小博, 男, 2001年生, 硕士研究生。研究方向为车辆主动安全与控制。E-mail: kanxiaobo@nuaa.edu.cn. 赵又群\* (通信作者), 男, 1968年生, 教授、博士研究生导师。研究方向为车辆动态仿真与控制、新型动力与电动车辆等。获国防技术发明二等奖1项。发表论文200余篇。E-mail: yqzhzo@nuaa.edu.cn.
- 本文引用格式:**  
阚小博, 赵又群, 李丹阳, 等. 基于非线性模型预测控制的分布式驱动电动汽车多目标扭矩协调控制[J]. 中国机械工程, 2025, 36(5):1123-1131.  
KAN Xiaobo, ZHAO Youqun, LI Danyang, et al. Multi-objective Torque Coordination Control for Distributed Drive Electric Vehicles Based on Nonlinear MPC[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(5):1123-1131.
- 
- (上接第 1102 页)
- [19] NGAILE G, JAEGER S, ALTAN T. Lubrication in Tube Hydroforming (THF): Part I. Lubrication Mechanisms and Development of Model Tests to Evaluate Lubricants and Die Coatings in the Transition and Expansion Zones[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2004, 146(1):108-115.
- [20] XU Xuefeng, WU Kongwei, WU Yiwang, et al. A Novel Lubrication Method for Hydroforming of Thin-walled Aluminum Alloy T-shaped Tube[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 102:2265-2273.
- [21] 范玉斌, 徐雪峰, 王磊, 等. T型管内高压成形差异化润滑优化[J]. 塑性工程学报, 2022, 29(3):44-52.  
FAN Yubin, XU Xuefeng, WANG Lei, et al. Differential Lubrication Optimization of T-tube Hydroforming[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2022, 29(3):44-52.
- [22] 门向南, 刘昊, 邓涛, 等. 5A02铝合金变径管电磁成形工艺及材料性能[J]. 锻压技术, 2024, 49(5):115-124.  
MEN Xiangnan, LIU Hao, DENG Tao, et al. Electromagnetic Forming Process and Material Properties of 5A02 Aluminium Alloy Reducer Pipe [J]. Forging & Stamping Technology, 2024, 49(5):115-124.
- [23] 付敏敏, 亢涛涛, 王强, 等. 5A06铝合金锥形壳体挤压成形工艺研究与试验验证[J]. 锻压技术, 2024, 49(6):126-133.  
FU Minmin, KANG Taotao, WANG Qiang, et al. Research and Experimental Verification on Extrusion Forming Process of 5A06 Alminum Alloy Conical Shell[J]. Forging & Stamping Technology, 2024, 49(6):126-133.
- (编辑 胡佳慧)
- 
- 作者简介:** 徐勇, 男, 1983年生, 研究员。研究方向为塑性加工先进技术。E-mail: yxu@imr.ac.cn. 解文龙\* (通信作者), 男, 1995年生, 助理研究员。研究方向为复杂薄壁构件的成形理论及工艺开发。E-mail: xiewenlong77@163.com.
- 本文引用格式:**  
徐勇, 张驰, 解文龙, 等. 分区差异润滑对5A02铝合金三通管成形质量的影响[J]. 中国机械工程, 2025, 36(5):1094-1102.  
XU Yong, ZHANG Chi, XIE Wenlong, et al. Influences of Differential Lubrication on Forming Quality for 5A02 Aluminum Alloy T-shape Tubes[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(5):1094-1102.