

超大规格面齿轮实测齿面数值滚检

李光俊^{1,2} 马敬^{1,2*} 段宏^{1,2} 胡锡文^{1,2} 徐磊^{1,2} 毛世民³ 彭先龙⁴

1.中国核电工程有限公司,北京,100840

2.核退役治理技术创新中心,北京,100840

3.西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室,西安,710049

4.西安科技大学机械工程学院,西安,710054

摘要:某反应器是乏燃料后处理的关键设备,超大规格面齿轮传动是该设备的核心技术。在获得面齿轮实测齿面后,将面齿轮的实测齿面拟合为非均匀有理 B 样条(NURBS)曲面,使该样条曲面与圆柱齿轮齿面啮合进行数值滚检,依据数值滚检的印痕和传动误差对圆柱齿轮齿面实施修形设计,以解决超大规格面齿轮加工精度不易控制从而降低啮合性能的问题。建立了圆柱齿轮的双向修形齿面模型,构造了由面齿轮实测齿面坐标拟合的样条曲面,给出了数值齿面啮合接触分析的模型。数值算例表明,面齿轮实测齿面与圆柱齿轮双向修形齿面的啮合能够获得较理想且稳定的接触印痕和传动误差,数值与实验滚检结果一致,证明圆柱齿轮双向修形可补偿面齿轮的加工误差且面齿轮传动的数值滚检是可行的。

关键词:超大规格面齿轮;数值滚检;接触印痕;传动误差;乏燃料后处理

中图分类号:TH132.41

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.05.012

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Numerical Rolling Tests of Actual Measured Tooth Surfaces for Oversized Face Gears

LI Guangjun^{1,2} MA Jing^{1,2*} DUAN Hong^{1,2} HU Xiwen^{1,2} XU Lei^{1,2}
MAO Shimin³ PENG Xianlong⁴

1.China Nuclear Power Engineering Co.,Ltd.,Beijing,100840

2.Innovation Center for Nuclear Facilities Decommissioning and Radioactive Waste Management Technology,Beijing,100840

3.State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering,Xi'an Jiaotong University, Xi'an,710049

4.College of Mechanical Engineering,Xi'an University of Science and Technology,Xi'an,710054

Abstract: The reactor was the key equipment for the spent fuel reprocessing, and the oversized face gear drive was the core technology of the reactor. After obtaining the actual measured tooth surfaces of the face gear, the actual measured tooth surfaces were fitted into the non-uniform rational B-spline(NURBS) surfaces, numerical rolling tests were performed for the B-spline surface in mesh with the tooth surfaces of the mating cylindrical pinion, and modification design for the tooth surfaces of the cylindrical pinion was carried out according to the contact patterns and transmission errors of the numerical rolling tests, aiming to solve the reduced meshing performance problems which raised from not easy to control the machining precision of the oversized face gear tooth surfaces. A double crowning model of the cylindrical pinion was established, the spline surfaces fitted by the actual measured tooth surface coordinates of the face gear was constructed, and the model of numerical tooth surface meshing contact analysis was given. Numerical examples show that the meshing of the actual measured tooth surfaces of the face gear and the double crowned surfaces of the cylindrical pinion was capable of obtaining perfect and stable contact patterns and transmission errors. The results respectively obtained from the numerical rolling tests and experimental rolling tests are consistent, which proves that the double crowning of the pinion surfaces may compensate the machining errors of face gear tooth surfaces, and the numerical rolling test for face gear drives is feasible.

Key words: oversized face gear; numerical rolling test; contact pattern; transmission error; spent fuel reprocessing

0 引言

核能具有安全、清洁、低碳排放等特点,随着

国家能源需求的不断增加,国家对碳达峰、碳中和有限制,核电在我国能源结构中的占比必将稳步提高。据不完全统计,我国核电站累计产生乏燃料近 7000 t,2025 年将超过 14 000 t^[1]。乏燃料

收稿日期:2024-07-21

基金项目:乏燃料后处理科研专项(KY22002)

后处理作为核燃料闭式循环的重要组成部分,可对乏燃料进行减容处理,同时可以回收铀、钚等放射性核素,目前世界上核电大国均有在乏燃料后处理设施,并在持续开发先进的乏燃料后处理技术^[2]。

某反应器是乏燃料后处理的关键设备,可实现连续处理工艺流程,圆柱齿轮和超大规模面齿轮啮合构成的传动副是该反应器的核心部件。超大规模面齿轮的尺寸与质量大、负载重,长期处于高放射性及硝酸环境中运行,其运行维修只能通过远距离操作设备实现,导致面齿轮副的啮合调整十分不便,安装精度不易保证,因此,评价该面齿轮副的实际齿面啮合稳定性对指导该设备制造及远距离检修操作具有十分重要的意义。

自20世纪90年代以来,面齿轮传动在欧美引起了关注,LITVIN等^[3]阐述了面齿轮传动的啮合原理,并对齿面修形、空载与承载接触分析等特性进行了研究。近年来,我国面齿轮传动在航空和机械传动领域已得到了较为充分的研究。为提高面齿轮传动功率分流的精确性,ZHOU等^[4]提出了锥形面齿轮传动。LEE^[5]将cosine圆柱齿轮与面齿轮啮合,提高了该面齿轮副的齿根强度。SHENG等^[6]设计了一种相对低滑动率的面齿轮齿面。为提高许用可变轴夹角和轴向安装误差,LIU等^[7]将渐开线球齿轮与面齿轮相啮合。

由于面齿轮齿面的复杂性,面齿轮齿面简便高效磨削加工既是一大难题,也是目前研究的热点。HE等^[8]提出了蜗杆砂轮的成形修整方法,通过补偿修整变形和安装误差,磨齿精度可达到国标5级。GUO等^[9]设计了蜗杆砂轮的近似曲面,提出了非线性接触修整及偏差补偿方法,磨齿齿廓精度达到了国标6级。WANG等^[10]研究了蜗杆砂轮位姿误差对齿面精度的影响。WANG等^[11]利用5自由度数控机床和立方氮化硼(CBN)盘形砂轮磨削面齿轮,通过修正工艺参数满足了航空传动的精度要求。为优化工艺参数以提高齿面的完整性,MA等^[12]建立了盘形砂轮磨削面齿轮的磨削力模型。CAI等^[13]依据法向磨削深度构建了磨削残留模型,为评估磨齿精度提供了依据。

齿面修形设计是提高齿轮副啮合稳定性的重要措施之一。ZSCHIPPANG等^[14]研究了修形对斜齿面齿轮副接触性能的影响。PENG等^[15]基于齿面主动修形优化了面齿轮副的动态特性。在其他齿轮传动领域,修形依然被作为复杂工况下改善承载性能的关键措施。SIMON^[16]将加工参

数作为齿面修形的变量,采用多目标优化了准双曲面锥齿轮副的接触应力、传动误差等指标。LIU等^[17]通过齿面修形以补偿人字齿轮副的轴变形。目前缺乏针对面齿轮的测量和滚检技术,WANG等^[18]提出了在现有测量机上测量齿面的方法,进而利用拟合曲面完成数值滚检,可减少齿面设计的迭代次数。

乏燃料后处理某反应器的面齿轮副是超大规模的传动系统,其面齿轮直径可达4 m,这对齿轮副设计制造以及啮合性能稳定性设计,都带来了巨大挑战。本文在获得面齿轮实际加工齿面的基础上,通过数值滚检法对圆柱齿轮齿面进行双向修形,从而提高其啮合稳定性,并通过实验进行验证。本文研究成果也可为斜齿、偏置等类型面齿轮的设计—制造—测量—数值滚检—配对小齿轮齿面修形以及改善实际接触特性提供参考。

1 反应器的面齿轮传动

1.1 面齿轮传动

反应器的面齿轮传动机构如图1所示,它由渐开线圆柱齿轮和面齿轮(当锥齿轮的轴夹角为 90° 时,其节锥面变为平面,轮齿分布在平面上,因此称其为面齿轮)构成。相对于锥齿轮传动,面齿轮传动无需过高的安装精度且圆柱齿轮无轴向力,具有支撑结构简单、传动比可达6~20、可选轴夹角范围宽等优点。

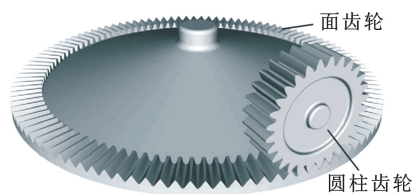


图1 面齿轮传动原理图

Fig.1 Schematic diagram of face gear drive

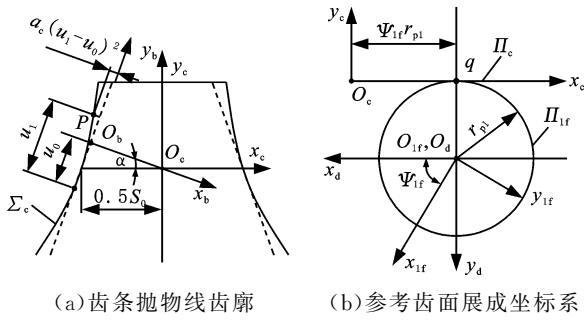
1.2 面齿轮副的齿面

由于圆柱齿轮修形齿面的设计是一个反向过程,因此需建立圆柱齿轮的修形齿面理论模型。为评价面齿轮加工齿面的误差,需要以其理论齿面为参考,因此需给出该齿面的表达式。

1.2.1 圆柱齿轮修形齿面

圆柱齿轮的双向修形齿面一般以失配(非)渐开线成形砂轮做抛物线运动进行加工。图2所示为圆柱齿轮失配渐开线的定义坐标系,首先将齿条的直线廓形替换为抛物线廓形,然后将该抛物线廓形齿条展成圆柱齿轮,即可使得圆柱齿轮获得失配的渐开线齿廓。

由图2a可知,齿条抛物线齿廓在坐标系 $\{S_c\}$



(a) 齿条抛物线齿廓 (b) 参考齿面展成坐标系

图 2 抛物线齿廓齿条展成圆柱齿轮参考齿面

Fig.2 Generation of pinion reference surface by rack parabolic profile

中可表示为

$$\mathbf{R}_c = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & X_{c0} \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & Y_{c0} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a_c(u_1 - u_0)^2 \\ u_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$X_{c0} = -0.5S_0 \cos^2 \alpha \quad Y_{c0} = 0.5S_0 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$S_0 = \pi m / 2$$

式中: α 为压力角; S_0 为齿槽宽; m 为面齿轮副的模数; a_c 为齿廓修形抛物线的修形参数; u_0 为用于控制抛物线顶点位置的参数; u_1 为齿条廓形曲线的参数。

齿条的法向矢量 \mathbf{n}_c 可表示为

$$\mathbf{n}_c = \frac{\partial \mathbf{R}_c}{\partial u_1} \times [0 \ 0 \ 1] \quad (2)$$

由图 2b 可知, 抛物线在参考坐标系 $\{S_{1f}\}$ 中的曲线族可表示为

$$\mathbf{R}_{1f} = \mathbf{M}_{1fc}(\Psi_{1f})\mathbf{R}_c \quad (3)$$

其中, \mathbf{M}_{1fc} 为 $\{S_c\}$ 到 $\{S_{1f}\}$ 的坐标变换矩阵; Ψ_{1f} 为圆柱齿轮齿面展成过程中的转角, 可表示为

$$\Psi_{1f} = \frac{R_{cy}n_{cx} - R_{cx}n_{cy}}{r_{pl}n_{cy}} \quad (4)$$

式中: R_{ci} 、 n_{ci} ($i=x, y$) 分别为位置矢量 \mathbf{R}_c 、法向矢量 \mathbf{n}_c 在其坐标轴 i 上的投影; r_{pl} 为圆柱齿轮分度圆的半径。

将式(4)代入式(3)即为失配渐开线, 当 $a_c = 0$ 时, 则为标准渐开线。

如图 3a 所示, 将圆柱齿轮的齿槽失配渐开线定义成形铣刀的工作曲面, 令该齿槽失配渐开线绕成形铣刀的轴线 x_k 旋转, 如图 3b 所示, 即可确定成形铣刀的工作曲面, 设其旋转参数为 Ψ_k , 则成形铣刀工作曲面 \mathbf{R}_k 可表示为

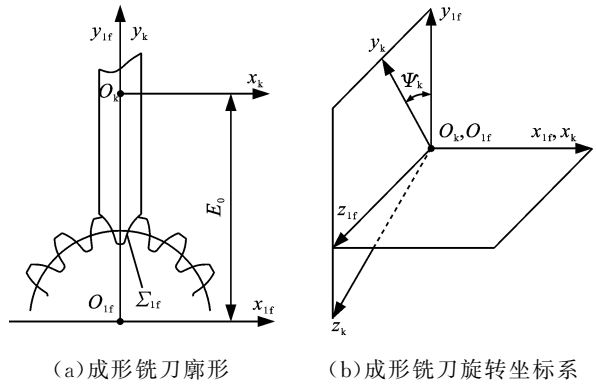
$$\mathbf{R}_k = \mathbf{M}_{k1f}(\Psi_k)\mathbf{R}_{1f} \quad (5)$$

式中: \mathbf{M}_{k1f} 为 $\{S_{1f}\}$ 到 $\{S_k\}$ 的坐标变换矩阵。

成形铣刀工作曲面的单位法向矢量 \mathbf{n}_k 为

$$\mathbf{n}_k = \frac{\partial \mathbf{R}_k}{\partial u_1} \times \frac{\partial \mathbf{R}_k}{\partial \Psi_k} \Big/ \left| \frac{\partial \mathbf{R}_k}{\partial u_1} \times \frac{\partial \mathbf{R}_k}{\partial \Psi_k} \right| \quad (6)$$

图 4 所示为用具有失配渐开线廓形的成形铣刀加工圆柱齿轮的坐标系, 其中 $\{S_k\}$ 与成形铣刀固连, $\{S_1\}$ 与圆柱齿轮固连, $\{S_1\}$ 可视为固定的



(a) 成形铣刀廓形 (b) 成形铣刀旋转坐标系

图 3 成形铣刀工作齿面的定义

Fig.3 Definition of the working flank of milling cutter

参考坐标系。采用成形法加工, 当铣削任一齿槽时圆柱齿轮固定不动, 只有齿槽铣削完成后才进行一次分度运动, 再铣削另一齿槽。成形铣刀沿圆柱齿轮的轴向移动并绕自身轴线做旋转运动以铣削齿槽, 该运动不影响齿面的形成, 因此图 4 中未表示出该运动。铣刀沿圆柱齿轮轴向移动的同时, 还在圆柱齿轮的径向做抛物线运动, 该运动将改变齿槽的切深, 从而对齿面进行齿向修形, 所获得的双向修形齿面如图 5 所示。

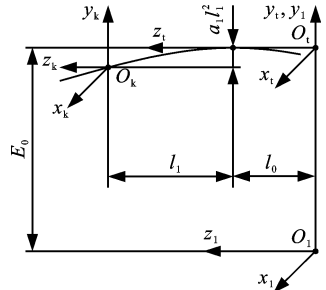


图 4 成形铣刀加工圆柱齿轮双向修形齿面的坐标系

Fig.4 Coordinate systems for forming milling cutter generating pinion double crowning tooth surface

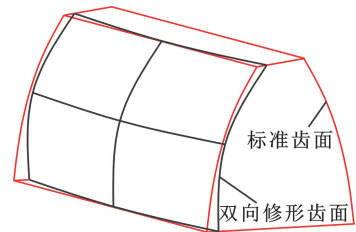


图 5 圆柱齿轮双向修形齿面示意图

Fig.5 Schematic diagram of pinion double crowning tooth surface

上述齿廓修形和齿向修形是相互独立的, 齿廓修形就是将渐开线修形为失配渐开线, 齿廓渐开线失配的程度取决于修形参数 a_c , 失配渐开线与标准渐开线相切点的位置取决于 u_0 。齿向修形也是将齿向直线修形为抛物线, 该抛物线与齿向直线的偏离长度决定于修形参数 a_1 , 两者的切点位置取决于 l_0 。这些修形参数的确定是结合

下文齿面接触分析的输出结果,是基于经验并通过试凑法获得的。

由图 4 可知,成形铣刀工作曲面的曲面族在坐标系 $\{S_1\}$ 中可表示为

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_k + [0 \ E_0 - a_1 l_1^2 \ l_1 + l_0 \ 0]^T \quad (7)$$

式中: a_1 为齿向修形抛物线的修形系数; l_1 为齿向运动参数; l_0 为控制齿向修形抛物线顶点位置的参数; E_0 为坐标系 $\{S_1\}$ 到 $\{S_k\}$ 的距离。

成形铣刀加工圆柱齿轮的啮合方程为

$$f_{ik}(u_1, \Psi_k, l_1) = \mathbf{n}_k^T \cdot [0 \ -2a_1 l_1 \ 1 \ 0] = 0 \quad (8)$$

式中: $[0 \ -2a_1 l_1 \ 1 \ 0]$ 为图 4 中成形铣刀相对于圆柱齿轮的运动速度矩阵,其中 $-2a_1 l_1$ 为齿高方向的速度分量, 1 为齿宽方向的速度分量。

由式(8)可解得 Ψ_k , 并表示为

$$\Psi_k = \Psi_k(u_1, l_1) \quad (9)$$

将式(9)代入式(7)即可得到圆柱齿轮的两参数双向修形齿面,该齿面的单位法向矢量可表示为

$$\mathbf{n}_1 = \frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial u_1} \times \frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial l_1} \Big/ \left| \frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial u_1} \times \frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial l_1} \right| \quad (10)$$

式(7)和式(9)即为圆柱齿轮双向修形齿面模型。

1.2.2 面齿轮齿面

LITVIN 等^[3]对面齿轮的齿面给出了较为充分的论述,本文直接列出面齿轮的齿面方程,其表达式如下:

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} x_s \cos \varphi_2 \cos \varphi_s - y_s \cos \varphi_2 \sin \varphi_s - u_s \sin \varphi_2 \\ -x_s \sin \varphi_2 \cos \varphi_s + y_s \sin \varphi_2 \sin \varphi_s - u_s \cos \varphi_2 \\ x_s \sin \varphi_2 + y_s \cos \varphi_s \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} x_s &= r_{bs}(\sin(\theta + \theta_0) - \theta \cos(\theta + \theta_0)) \\ y_s &= r_{bs}(\sin(\theta + \theta_0) - \theta \cos(\theta + \theta_0)) \end{aligned}$$

$$\theta_0 = 0.5\pi/N_s - \tan \alpha + \alpha \quad \varphi_2 = \varphi_s N_s / N_2$$

式中: r_{bs} 为展成面齿轮的插齿刀的基圆半径; N_s 为该插齿刀的齿数; θ 为插齿刀渐开线的展角; φ_2 、 φ_s 分别为面齿轮齿面展成过程中面齿轮转角、插齿刀转角; N_2 为面齿轮的齿数; u_s 为插齿的齿向运动参数。

u_s 、 φ_s 满足如下关系:

$$u_s = \frac{r_{bs} N_2}{N_s \cos(\varphi_s + \theta_0 + \theta)} \quad (12)$$

面齿轮齿面的法向矢量表示为

$$\mathbf{n}_2 = \frac{\partial \mathbf{R}_2}{\partial \theta} \times \frac{\partial \mathbf{R}_2}{\partial \varphi_s} \Big/ \left| \frac{\partial \mathbf{R}_2}{\partial \theta} \times \frac{\partial \mathbf{R}_2}{\partial \varphi_s} \right| \quad (13)$$

式(11)和式(13)分别给出了面齿轮齿面的位置矢量和单位法向矢量。

2 面齿轮实测齿面的拟合曲面

2.1 齿面测点分布

运用齿轮测量中心进行齿面测量时,测点的分布会直接影响后续齿面拟合的精度,即测点越

密,拟合精度越高,但耗时过长,效率低。格里森公司的经验是一般取 45 个测点,即齿高方向 5 个,齿长方向 9 个。本文的面齿轮直径过大,我国尚未找到如此大规格的测量机,因此,本文研究过程中在切削机床上将刀具更换为测头,以测量齿面的坐标。总测点为 135,沿齿高方向 e 和齿宽方向 f 的测点分布如图 6 所示。

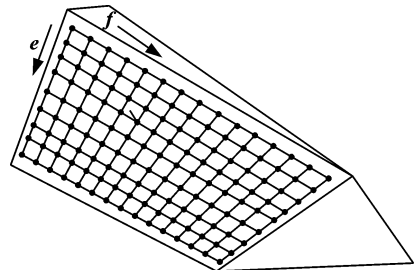


图 6 面齿轮加工齿面上的测点分布

Fig.6 Distribution of measuring points in face gear tooth surface

2.2 实测齿面的拟合

二阶连续的双三次非均匀有理 B 样条曲面(NURBS)的表达式 $\mathbf{R}(e, f)$ 可表示为

$$\mathbf{R}(e, f) = \frac{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q N_{i,3}(e) N_{j,3}(f) W_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q N_{i,3}(e) N_{j,3}(f) W_{i,j}} \quad (14)$$

式中: p 、 q 分别为 e 、 f 方向的控制顶点个数,本文取 $p = 9$ 、 $q = 15$; $P_{i,j}$ 为曲面的控制顶点; $W_{i,j}$ 为 $P_{i,j}$ 的权因子; $N_{i,3}$ 、 $N_{j,3}$ 分别为 e 、 f 方向的三次 B 样条基函数。

基于测点数据先由 $e(f)$ 向计算得到各条 NURBS 曲线的控制顶点,再将求得的控制顶点作为新的型值点沿 $f(e)$ 向计算,得到所有 NURBS 曲面的控制顶点,代入式(14)即可获得双三次 NURBS 曲面。无论是从齿轮测量中心获得的齿面坐标还是本文在切削机床上测得的齿面坐标,通常不在边界上,如图 6 所示,但可通过对外插值方法将数据延伸到齿面的有效边界,这对反算的控制矩阵影响很小,因此可以保证齿面接触分析的精度。最后经过插值反算可得到逼近实际齿面的数值齿面,并简记为^[18]

$$\mathbf{R}_2^N = \mathbf{R}_2^N(\mu, \lambda) \quad (15)$$

其中, μ 、 λ 为拟合齿面上的插值参数,分别对应图 6 中 e 和 f 方向,其含义区别于式(11)中的连续变量 θ 、 u_s ,是在区间 $[0, 1]$ 内由控制顶点决定的分段连续变量。

确定上述 NURBS 齿面后即可通过差分计算齿面上的一、二阶参数,确定各点法向矢量、曲率、主方向等参量用于齿面接触分析。

2.3 拟合齿面的精度验证

由于 NURBS 曲面为构造齿面,构造齿面上

各点除控制顶点外,其他位置均由拟合算法计算所得,因此必须对 NURBS 拟合精度按如下步骤进行验证:

1)按上述同样规律在相同范围内取 NURBS 理论齿面上 9×15 个点,拟合得到理论齿面的数值齿面;

2)求出理论齿面上所取 9×15 个点中所有相邻 4 个点构成的曲面片的中点(8×14 个点);

3)计算理论齿面上这些中点与其对应的数值齿面上点的法向距离,其中最大法向距离即为最大拟合误差;

4)以 $ij (i=1,2,\dots,8;j=1,2,\dots,14)$ 方式对这些曲面片的中点进行排序,并绘制拟合误差。

基于上述实测齿面的拟合方法和拟合精度检验步骤,以某超大规格面齿轮为例,其基本参数见表 1。图 7 所示为该面齿轮的理论齿面及其坐标点,以及由实测齿面坐标经曲面拟合和向外插值(只在齿高方向上进行了插值以保证实测齿面不丧失重合度;在齿宽方向上,由于测量边界至设计边界的长度只占齿宽的 $5\% \sim 10\%$,因此未插值)得到的拟合点,拟合曲面上的点与理论齿面上的点能够重合,直观上可以看出拟合精度较高。

表 1 面齿轮副参数

Tab.1 Parameters of face gear pair

参数	数值	参数	数值
面齿轮齿数 N_2	300	压力角 $\alpha / (^\circ)$	20
插齿刀齿数 N_s	26	模数 m / mm	12.74
圆柱齿轮齿数 N_1	25	面齿轮内半径 R_{in} / mm	1845
轴夹角 $\gamma / (^\circ)$	90	面齿轮外半径 R_{out} / mm	1975

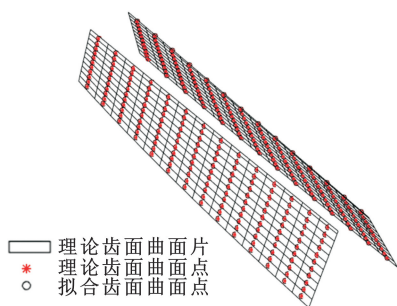


图 7 曲面拟合精度的检验点

Fig.7 Test points for surface fitting accuracy

图 8 中检验点的拟合误差为图 7 所示的理论齿面曲面片的中点与拟合齿面曲面片的中点在其法向上的坐标差值,拟合误差在 $-0.10 \sim 0.05 \mu\text{m}$ 之间,因此,拟合精度足以满足齿面接触分析所需精度。该误差与文献[19]中摆线准双曲面齿轮齿面拟合误差的水平相当,摆线准双曲面齿轮凹凸齿面分别处于 $0.08 \sim 0.10 \mu\text{m}$ 和 $0.02 \sim 0.04 \mu\text{m}$ 的水平,但该类齿轮的齿面不对称,因此其两侧齿

面拟合误差会显示出差别[19]。本文以直齿面齿轮理论齿面检验拟合精度,而直齿面齿轮的左右两侧理论齿面是对称的,因此由图 8 可以看出其左右两侧齿面检验点的拟合误差基本相同。

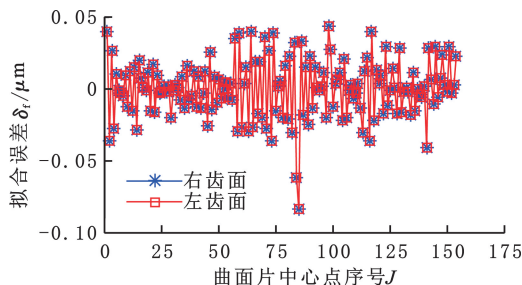


图 8 检验点的拟合精度

Fig.8 Fitting precision of test points

3 面齿轮实测齿面的数值滚检

3.1 实测齿面接触分析

图 9 所示为圆柱齿轮双向修形齿面 Σ_1 与面齿轮实测齿面 NURBS 拟合曲面 Σ_2^N 啮合接触分析的坐标系,其中 L_0 为面齿轮的中径, B 为插齿刀分度圆半径 r_{ps} 与圆柱齿轮分度圆半径 r_{p1} 之差(即 $B=r_{ps}-r_{p1}$), ϕ_1, ϕ_2 分别为齿面 Σ_1, Σ_2^N 随动坐标系 $\{S_1\}, \{S_2\}$ 在固定坐标系 $\{S_f\}$ 中转过转角。

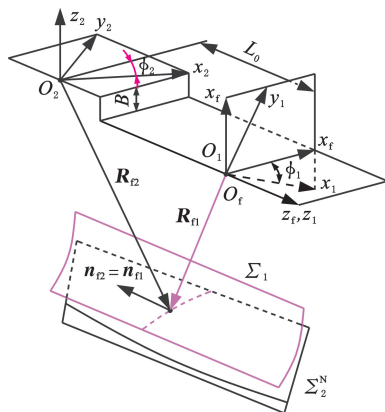


图 9 实测齿面接触分析坐标系

Fig.9 Coordinate system for contact analysis of actual measurement tooth surface

动坐标系 $\{S_1\}, \{S_2\}$ 到固定坐标系 $\{S_f\}$ 中的坐标变换矩阵可分别表示为

$$M_{f1} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$M_{f2} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & B \\ \sin \phi_2 & -\cos \phi_1 & 0 & -L_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

两齿面接触需满足如下方程:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{f1}(u_1, l_1, \phi_1) &= \mathbf{M}_{f1}(\phi_1) \mathbf{R}_1(u_1, l_1) = \\ \mathbf{R}_{f2}(\mu, \lambda, \phi_2) &= \mathbf{M}_{f2}(\phi_2) \mathbf{R}_2^N(\mu, \lambda) \\ \mathbf{n}_{f1}(u_1, l_1, \phi_1) &= \mathbf{M}_{f1}(\phi_1) \mathbf{n}_1(u_1, l_1) = \\ \mathbf{n}_{f2}(\mu, \lambda, \phi_2) &= \mathbf{M}_{f2}(\phi_2) \mathbf{n}_2^N(\mu, \lambda) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中： \mathbf{R}_{f1} 、 \mathbf{n}_{f1} 分别为圆柱齿轮修形齿面的位置矢量和法向矢量； \mathbf{R}_{f2} 、 \mathbf{n}_{f2} 分别为面齿轮拟合齿面的位置矢量和法向矢量； \mathbf{n}_2^N 为面齿轮拟合齿面 Σ_2^N 的单位法向矢量。

当选定 ϕ_2 作为离散输入变量时，矢量方程(式(18))包含的 5 个标量方程组可解，从而可确定图 9 所示的接触轨迹。利用两齿面接触点的主曲率、主方向等确定接触椭圆，利用 ϕ_1 、 ϕ_2 的数值可确定传动误差。

3.2 圆柱齿轮齿面修形参数的确定

利用式(18)求解面齿轮实测齿面与圆柱齿轮齿面的接触路径，假设接触路径的位置具有均匀性、传动误差具有连续性，调整圆柱齿轮的修形参数 a_c 、 u_0 、 a_1 、 l_0 以获得较理想且稳定的啮合性能，并确定最终修形参数。

4 算例分析与实验验证

4.1 面齿轮实测齿面误差分布

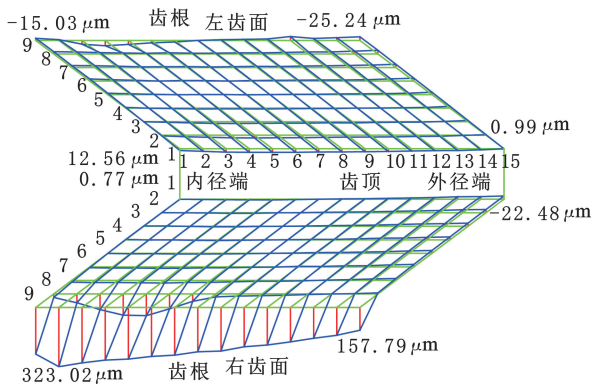
图 10 所示为表 1 中参数对应面齿轮的实测齿面误差分布。根据齿槽坐标测量基准将测量坐标旋转，从而将齿槽齿面转换为轮齿齿面，并将理论齿面与实测齿面的坐标对比，计算它们的法向距离，即为实测齿面的误差。图 10 中的误差绘制比例相同，标注的数值为对应齿面上 4 个顶点的实测齿面误差而非齿面误差的最大值。

如图 10 所示，在测量范围内参考圆柱齿轮的国家标准 GB/T10095—2001 所规定的齿廓总偏差，左齿面的齿面误差未超过 $35 \mu\text{m}$ ，接近 6 级加工精度，对于右齿面，尤其在齿根部位，加工齿面误差较大，最大误差大于 $323.02 \mu\text{m}$ ，平均误差大于 $116.25 \mu\text{m}$ ，其加工精度在 7 级以下。

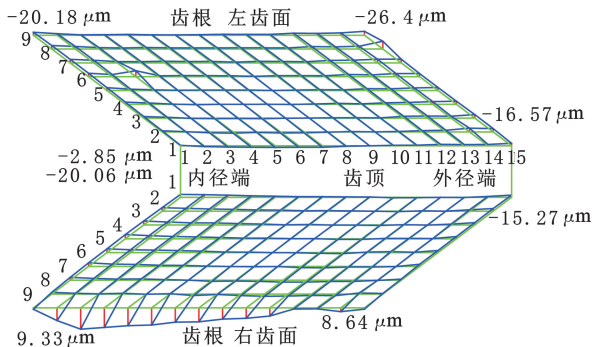
由于左齿面的加工精度较高，右齿面的加工精度较低，因此本文数值滚检和圆柱齿轮的修形主要以右齿面为例，当右齿面能够获得较稳定的接触印痕时，则左齿面亦可以。由于右齿面的误差分布具有较大的随机性，因此以平均齿面确定圆柱齿轮的修形参数，然后检验实测齿面的接触印痕，以获得较为稳定的啮合接触性能。

4.2 算例分析

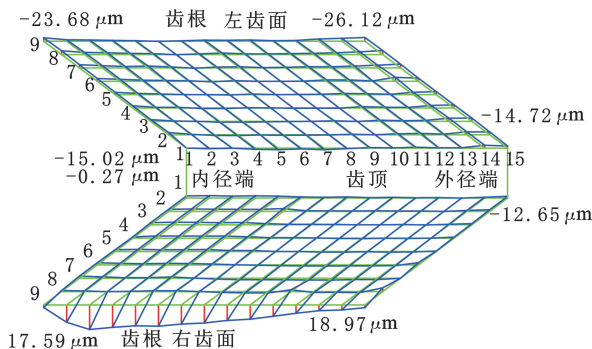
表 2 给出了 4 种设计案例下圆柱齿轮齿面的修形参数。图 11 所示为表 2 中设计案例 1 圆柱齿轮标准齿面与面齿轮右齿面的平均齿面啮合的接触情况，此时插齿刀齿数与圆柱齿轮齿数的齿



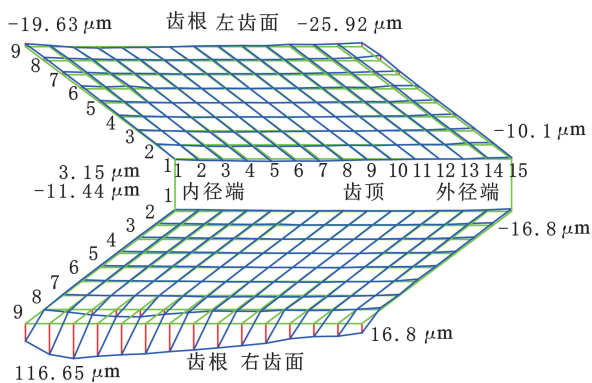
(a) 实测齿面 1 的误差分布



(b) 实测齿面 2 的误差分布



(c) 实测齿面 3 的误差分布



(d) 平均齿面的误差分布

图 10 实测齿面及平均齿面的误差分布

Fig.10 Error distribution of actual measured and average tooth surfaces

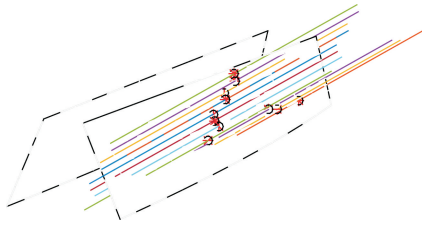
数差为 $1(N_s = 26, N_l = 25)$ ，即齿面修形仅通过齿数差来实现。接触印痕反映出接触点的位置变动大，接触椭圆的长度较大，极易引起边缘接触。

而传动误差是线性的且几乎未相交,反映出出轮的啮入啮出不是很平稳。

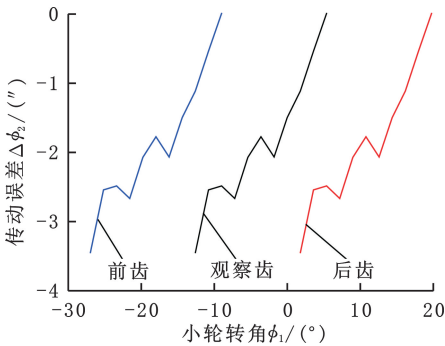
表 2 圆柱齿轮齿面修形参数 ($N_s=26, N_1=25$)

Tab.2 Tooth surface modification parameters of the cylindrical gear ($N_s=26, N_1=25$)

设计案例	a_c/mm^{-2}	u_0/mm	a_1/mm^{-2}	l_0/mm
案例 1	0	0	0	0
案例 2	-2×10^{-4}	5	0	0
案例 3	0	0	-1×10^{-4}	0
案例 4	-2×10^{-4}	5	-1×10^{-4}	-2



(a) 接触印痕



(b) 传动误差

图 11 设计案例 1 的接触印痕及传动误差

Fig.11 Contact pattern and transmission errors in design case 1

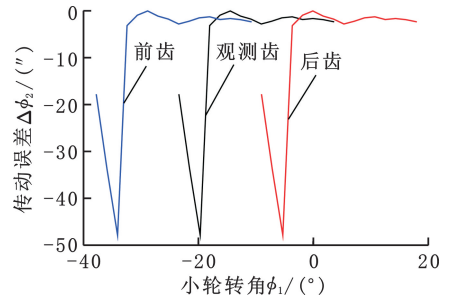
图 12 所示为表 2 中设计案例 2 圆柱齿轮修形齿面与面齿轮右齿面的平均齿面啮合的接触情况,可以看出主要采用了齿廓修形。此时在面齿轮齿面节平面之上,接触点分布相对较均匀,而在齿根部比较集中,几乎在同一接触线上,且椭圆长度较大,印痕的稳定性不好,传动误差虽然是连续的,但是幅度较大。

图 13 所示为表 2 中设计案例 3 圆柱齿轮修形齿面与面齿轮右齿面的平均齿面的接触情况,可以看出仅有齿向修形,在齿顶出现了严重的边缘接触,且在齿顶齿根之间的部位接触点不唯一,椭圆长度较为一致,传动误差虽有重叠,但在轮齿啮合更迭处传动误差幅度很大,反映出存在明显的较大啮入啮出冲击。

图 14 所示为表 2 中设计案例 4 圆柱齿轮双向修形齿面与面齿轮右齿面的平均齿面的接触情况,可以看出接触点均匀分布于齿宽中央,传动误差是连续的抛物线函数,反映出具有较好的啮合接触稳定性。



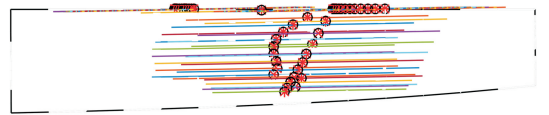
(a) 接触印痕



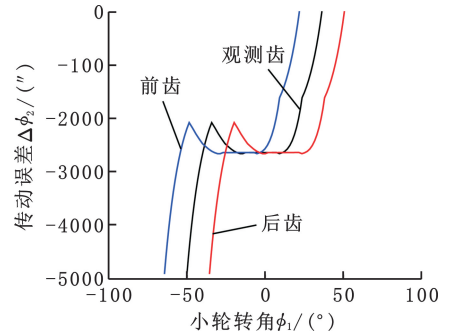
(b) 传动误差

图 12 设计案例 2 的接触印痕及传动误差

Fig.12 Contact pattern and transmission errors in design case 2



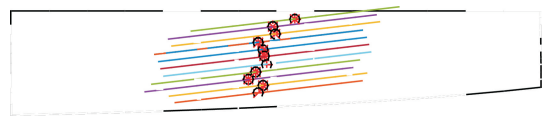
(a) 接触印痕



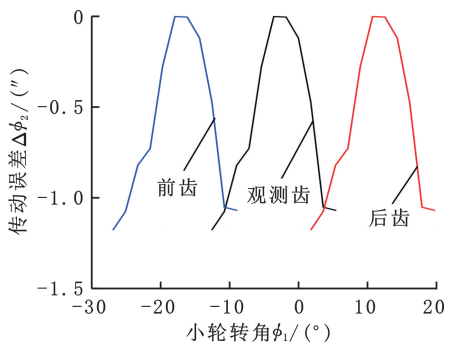
(b) 传动误差

图 13 设计案例 3 的接触印痕及传动误差

Fig.13 Contact pattern and transmission errors in design case 3



(a) 接触印痕



(b) 传动误差

图 14 设计案例 4 的接触印痕及传动误差

Fig.14 Contact pattern and transmission errors in design case 4

图 15 所示为表 2 中设计案例 4 圆柱齿轮双向修形齿面与面齿轮实测右齿面 1 啮合时的接触印痕与传动误差,可以看出其接触点分布较为均匀,齿根齿顶处未出现边缘接触,椭圆长度合理,传动误差基本上是连续的,且幅度较小。

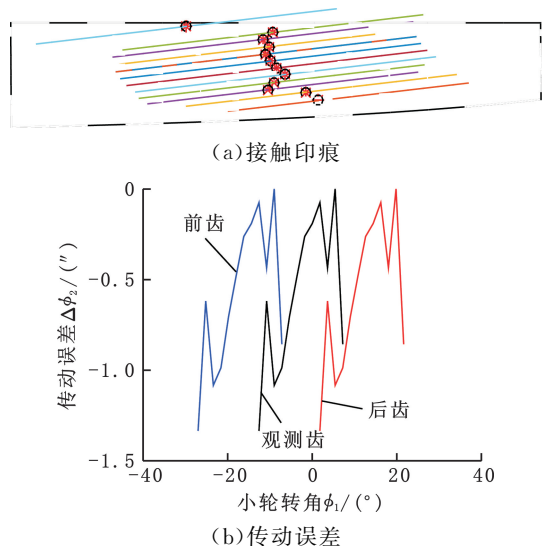


图 15 设计案例 4 与实测齿面 1 的接触印痕及传动误差
Fig.15 Contact pattern and transmission error of measured tooth surface 1 with design case 4

图 16 所示为表 2 中设计案例 4 圆柱齿轮双向修形齿面与面齿轮实测右齿面 2 啮合时的接触印痕与传动误差,可以看出其接触点分布较均匀,齿根齿顶处未出现边缘接触,椭圆长度合理,传动误差基本上是连续的抛物线,且幅度居中,反映出具有较好且稳定的啮合接触性能。

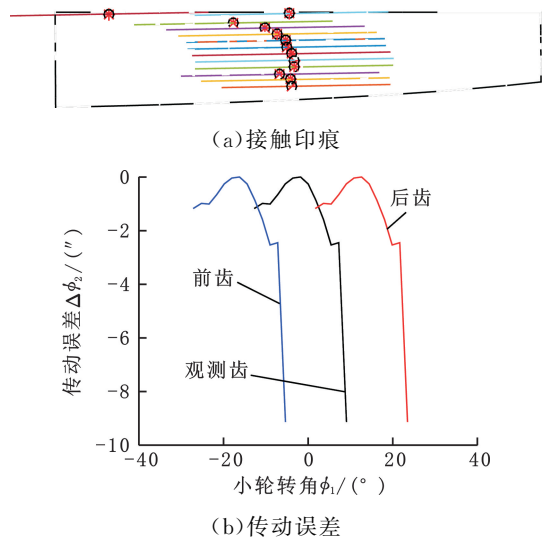


图 16 设计案例 4 与实测齿面 2 的接触印痕及传动误差
Fig.16 Contact pattern and transmission error of measured tooth surface 2 with design case 4

表 2 中设计案例 4 的圆柱齿轮双向修形齿面与面齿轮实测右齿面 3 啮合时的接触情况与图 16 基本类似,因此其接触印痕和传动误差未示

出。这种类似接触情况可从齿面误差分布得到解释,由图 10 可知,实测齿面 2、3 的齿面误差比较接近,远小于实测齿面 1 和平均齿面的误差。

4.3 实验验证

某反应器超大规格面齿轮与圆柱齿轮构成的面齿轮副啮合实物见图 17,基本参数见表 1。圆柱齿轮修形齿面采用图 3a 所示的成形铣刀铣削加工,其中 $E_0=235\text{ mm}$,其修形参数如表 2 中案例 4 所示。面齿轮是在秦川自研机床 QJK007 上加工完成的,首先采用立铣刀开齿槽粗铣齿面,然后采用带一定锥度的平面盘铣刀,基于专利 CN103264198B^[20] 完成齿面的半精铣和精铣。



图 17 实验用面齿轮副

Fig.17 Face gear pair for experiments

本文的面齿轮直径过大,我国尚未找到如此大规格的测量机,因此,本文研究过程中,在切削机床上将刀具更换为测头,以测量面齿轮齿面的坐标。为确定测量的准确性,首先将具有面齿轮齿面的试块在标准测量机上测量,然后在机床上测量该试块的齿面坐标,以确定用机床测量齿面坐标的精度和误差。试块在标准测量机和机床上的测量误差在 $\pm 5\text{ }\mu\text{m}$ 范围内。随后用机床测量面齿轮的齿面,测得的结果如图 10 所示。圆柱齿轮采用标准测量设备进行齿面测量,测量结果如图 18 所示,可以看出其齿顶修形较大,齿根修形较小,齿廓修形小,齿向修形较为宏观,齿廓齿向修形均服从抛物线规律,4 个顶点处的修形深度分别为 $278\text{ }\mu\text{m}$ 、 $247\text{ }\mu\text{m}$ 、 $126\text{ }\mu\text{m}$ 、 $117\text{ }\mu\text{m}$ 。

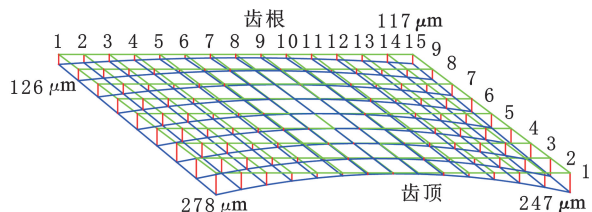


图 18 圆柱齿轮齿面的修形分布

Fig.18 Modification distribution of pinion surface

为检测经修形的面齿轮副的啮合接触性能,在研制过程中搭建了试验台架,通过人力加载缓慢驱动圆柱齿轮,加载扭矩约为 $75\text{ N}\cdot\text{m}$,且在面齿轮外圆周上通过人力拖曳面齿轮来实现面齿

轮的加载,从而检测其接触印痕。

图19所示为修形前的圆柱齿轮与面齿轮啮合的接触印痕,可以看出存在严重偏载,接触印痕在齿宽、齿高方向的长度分别约占齿宽、齿高的3.8%、65%,甚至等同于边缘接触,接触状态条件极为恶劣。

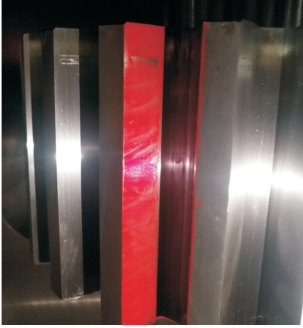


图19 修形前的接触印痕

Fig.19 Contact pattern before tooth surface modification

采用表2中案例4的修形参数进行修形后,其齿面接触印痕如图20所示,可以看出其相邻三齿的接触印痕基本位于齿宽的中央,在齿面上的印痕分布较为均匀,齿顶与齿根未见明显的边缘接触,接触印痕在齿宽、齿高方向的长度分别约占齿宽、齿高的55%和70%,这已达到了7级精度以上齿轮传动的接触印痕要求。对比图14a、图15a、图16a可以看出,面齿轮实测齿面的NURBS曲面与圆柱齿轮的双向修形齿面的啮合接触印痕与实验测得的接触印痕基本一致。

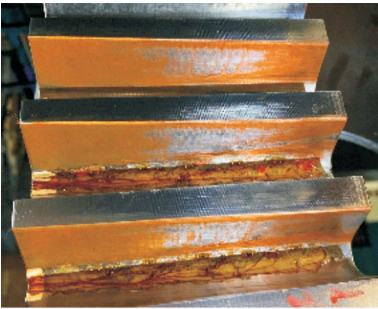


图20 修形后的接触印痕

Fig.20 Contact pattern after tooth surface modification

5 结论

鉴于某反应器的面齿轮结构尺寸大,加工精度不易控制,提出在获得面齿轮加工齿面的实测齿面坐标的基础上,通过对圆柱齿轮进行修形设计来提高啮合稳定性。阐述了圆柱齿轮齿面双向修形原理,建立了面齿轮实测齿面NURBS拟合曲面模型,并基于数值滚检确定了圆柱齿轮齿面的修形参数,齿面接触分析及实验结果表明获得了较为稳定的接触性能,这在直径达4m的超大

规格面齿轮的设计与制造中是首次实践且取得成功,可得出如下结论:

1)在获得面齿轮实测齿面坐标后,利用NURBS拟合曲面可以高精度地描述实际加工齿面,拟合误差小于 $0.1\ \mu\text{m}$,为面齿轮实际加工齿面的数值滚检提供了技术手段。

2)尽管面齿轮的制造误差较大,但通过对圆柱齿轮实施合理的修形能够弥补加工精度的不足,即使齿面误差达到 $150\ \mu\text{m}$,也能获得较为理想且稳定的啮合接触性能。

3)面齿轮的数值滚检接触印痕与其实验滚检接触印痕基本一致,且修形前后齿面接触印痕占齿宽、齿高的比例分别由3.8%、65%提高至55%、70%,啮合稳定性得到了提高。

参考文献:

- [1] 叶国安, 郑卫芳, 何辉, 等. 我国核燃料后处理技术现状和发展[J]. 原子能科学技术, 2020, 54(增刊):75-83.
YE Guoan, ZHENG Weifang, HE Hui, et al. Status and Development of Technology on Reprocessing Spent Nuclear Fuel in China[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2020, 54(S):75-83.
- [2] 肖雨生. 中国核电发展与乏燃料贮存及后处理的关系[J]. 电工技术, 2020(18):24-25.
XIAO Yusheng. Relationship between China's Nuclear Power Development and Spent Fuel Storage and Reprocessing [J]. Electric Engineering, 2020 (18):24-25.
- [3] LITVIN F L, GONZALEZ-PEREZ I, FUENTES A, et al. Design, Generation and Stress Analysis of Face-gear Drive with Helical Pinion[J]. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 2005, 194:3870-3901.
- [4] ZHOU R C, ZHAO N, TAN Z K, et al. Computerized Generation and Meshing Simulation of a Backlash-adjustable Face-gear Drive with a Tapered Involute Pinion[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 140:479-503.
- [5] LEE C K. The Mathematical Model and a Case Study of the Cosine Face Gear Drive that Has a Pre-designed Fourth Order Function of Transmission Errors and a Localized Bearing Contact[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2019, 11(2):1-20.
- [6] SHENG W, ZHAO J, LI Z M Q, et al. Geometric Design of a Face Gear Drive with Low Sliding Ratio [J]. Applied Sciences, 2022, 12:2936.
- [7] LIU L, ZHANG J Z. Meshing Characteristics of a Sphere-face Gear Pair with Variable Shaft Angle[J].

- Advances in Mechanical Engineering, 2019, 11(6): 1-10.
- [8] HE K, HE X H, LI G L, et al. The Continuous Generating Grinding Method for Face Gears Based on General Cylindrical Gear Grinding Machine[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 125:4133-4147.
- [9] GUO H, ZHANG S Y, WU T P, et al. An Approximate Design Method of Grinding Worm with Variable Meshing Angle and Grinding Experiments of Face Gear[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 166:104461.
- [10] WANG J, WANG S L, MA C, et al. Crucial Errors Identification of Worm Grinding Process of Face Gears Based on Tooth Flank Posture Error Model and Their Influences on Tooth Flank Errors [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 119:6177-6192.
- [11] WANG Y Z, LAN Z, HOU L W, et al. A Precision Generating Grinding Method for Face Gear Using CBN Wheel[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 79: 1839-1848.
- [12] MA X F, CAI Z Q, YAO B, et al. Dynamic Grinding Force Model for Face Gear Based on the Wheel-gear Contact Geometry[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2022, 306:117633.
- [13] CAI S J, CAI Z Q, YAO B, et al. Face Gear Generating Grinding Residual Model Based on the Normal Cutting Depth Iterative Method[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 126:355-369.
- [14] ZSCHIPPANG H A, WEIKERT S, KÜÜK K A, et al. Face-gear Drive: Geometry Generation and Tooth Contact Analysis[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 142:103576.
- [15] PENG X L, ZHOU J. Optimization Design for Dynamic Characteristics of Face Gear Drive with Surface-active Modification [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 176:105007.
- [16] SIMON V V. Multi-objective Optimization of the Manufacture of Face-milled Hypoid Gears on Numerical Controlled Machine Tool[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2021, 235(6/7):1120-1130.
- [17] LIU L, MA Q Y, GONG J Y, et al. Tooth Surface Modification of Double-helical Gears for Compensation of Shaft Deflections[J]. Mechanical Sciences, 2021, 12:819-835.
- [18] WANG S H, ZHOU Y S, TANG J Y, et al. Digital Tooth Contact Analysis of Face Gear Drives with an Accurate Measurement Model of Face Gear Tooth Surface Inspected by CMMs[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167:104498.
- [19] 杜进辅, 方宗德, 高洪彪, 等. 摆线齿准双曲面齿轮实际齿面接触分析[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2015, 43(3):35-40.
DU Jinfu, FANG Zongde, GAO Hongbiao, et al. Contact Analysis of Real Tooth Surface of Hypoid Gear with Cycloid Tooth[J]. Journal of South China University of Technology (Nature Science Edition), 2015, 43(3):35-40.
- [20] 毛世民, 曾新宇. 一种面齿轮磨齿方法: CN103264198B[P]. 2015-08-05.
MAO Shimin, ZENG Xinyu. A Tooth Grinding Method for Face Gears:CN103264198B[P]. 2015-08-05.

(编辑 胡佳慧)

作者简介:李光俊,男,1988年生,高级工程师。研究方向为核化工非标设备研发设计。E-mail:644963393@qq.com。马敬* (通信作者),男,1975年生,正高级工程师。研究方向为核化工工艺及设备。E-mail:majing@cnpe.cc。

本文引用格式:

李光俊,马敬,段宏,等.超大规格面齿轮实测齿面数值滚检[J].中国机械工程,2025,36(5):1008-1017.

LI Guangjun, MA Jing, DUAN Hong, et al. Numerical Rolling Tests of Actual Measured Tooth Surfaces for Oversized Face Gears[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(5):1008-1017.