

多策略改进粒子群算法的机械臂时间最优轨迹规划

王桂荣 倪志强 周 坤 王斌锐*

中国计量大学机电工程学院,杭州,310018

摘要:针对工业机器人在满足运动学约束的前提下以时间最优为目标完成工作的问题,设计了一种时间最优轨迹规划方案。首先对机械臂进行建模分析并建立运动学方程,引入 3-5-3 多项式函数作为轨迹规划研究基础,并建立了运动学约束下的时间优化目标函数。然后在标准粒子群算法的基础上进行改进优化,采用 tent 混沌映射初始化种群,并引入动态变化学习因子、非线性递减修正惯性权重和遗传算法中的变异操作,提出了一种多策略改进粒子群优化(MIPSO)算法。最后,使用不同算法对机械臂运行时间取优,对比结果表明 MIPSO 算法具有更高的求解精度。将求解得到的最优时间应用到实物机械臂中,得到的关节运动曲线连续无突变,验证了所提方案的可行性。

关键词:工业机器人;3-5-3 多项式;时间最优;多策略改进粒子群算法

中图分类号: TP242.2

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.05.016

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Time-optimal Trajectory Planning of Robotic Arms Based on MIPSO Algorithm

WANG Guirong NI Zhiqiang ZHOU Kun WANG Binrui*

College of Mechanical and Electrical Engineering, China Jiliang University, Hangzhou, 310018

Abstract: For the tasks of industrial robots finishing their work in the quickest possible time while meeting kinematics limitations, a time-optimal trajectory planning scheme was designed. Firstly, the robotic arms were modeled and analyzed, the kinematics equations were established. A 3-5-3 polynomial function was introduced as the research foundation of trajectory planning, and a time-optimal objective function was constructed under kinematics restrictions. Then, based on the improvement and optimization of the standard particle swarm optimization algorithm, a MIPSO algorithm was proposed by using tent chaotic mapping to initialize the population. Additionally, dynamically varying learning factors, nonlinearly decreasing modified inertia weights, and mutation operations in genetic algorithms were introduced. Finally, various algorithms were employed to optimize the robotic arm's operating time, and the comparative results reveal that the MIPSO algorithm achieves a greater level of solution accuracy. The optimal time obtained from the solution is applied to the physical robotic arms, and the joint motion curves obtained are continuous without abrupt changes, which verifies the feasibility of the proposed scheme.

Key words: industrial robot; 3-5-3 polynomial function; time-optimal; multi-strategy improved particle swarm optimization(MIPSO) algorithm

0 引言

随着工业化和智能制造的快速发展,工业机器人的广泛应用对制造业高质量发展产生了深远的影响^[1]。工业机器人运动控制中轨迹优化成为具有重要价值的研究方向,特别是对运行时间的优化,对提高生产效率和减少能耗具有重要意义。时间最优轨迹规划是指机械臂在满足运动学约束下,最大限度地减少机械臂完成预定路径的时间。优化过程分为两个步骤,首先对机械臂进行轨迹规划,然后使用智能优化算法进行时间取优^[2]。针对机械臂码垛、搬运等点到点的工作

场景,优先选择关节空间轨迹规划。

近年来,国内外学者对机械臂关节空间最优轨迹规划进行了许多研究。邱冰等^[3]提出使用 3-5-3 多项式插值进行轨迹规划,并用改进麻雀算法进行时间取优。杜娟等^[4]提出了一种改进粒子群优化(IPSO)算法用于改进三次样条曲线的时间最优轨迹规划。XU 等^[5]提出了基于五次多项式插值的轨迹规划方法,利用改进的哈里斯鹰(Harris hawks)算法对时间最优轨迹求解。谢能斌等^[6]提出利用模拟退火算法优化粒子群算法(PSO-SA)进行 5-7-5 多项式时间最优轨迹规划。ZHAO 等^[7]提出了一种改进的鲸鱼优化和粒子群优化(IWO-PSO)的混合方法用于五次 B 样条

插值轨迹的取优。赵业和等^[8]提出基于多种群竞争松鼠搜索算法对 4-3-4 多项式插值函数进行时间优化。YU 等^[9]提出了自适应遗传算法,利用五次多项式进行运动轨迹规划实现了时间最优的轨迹规划。

在众多智能算法中,粒子群算法因具有优良的鲁棒性和自适应能力而得到广泛的使用。但是标准粒子群算法中使用固定的惯性权重和学习因子,导致算法存在收敛精度较低和收敛速度较慢的问题。国内外学者开展了许多研究对此进行改进。DU 等^[10]提出了将非线性调整惯性权重引入粒子群算法的方法。LASKAR 等^[11]将鲸鱼算法引入粒子群中,提出了一种混合优化算法。YE 等^[12]将粒子种群分为两类提出了一种新的基于动态学习策略的多种群粒子群优化算法,提高了算法的性能。DAS 等^[13]提出了利用改进粒子群优化与改进重力搜索算法杂交的新算法。ZHU 等^[14]使用动态自适应项来执行局部调整过程,提出了新型混合粒子群算法。

由上述文献可知,对粒子群算法的改进主要集中在种群初始化和种群迭代更新。本文在以往学者改进粒子群的基础上,采用 tent 混沌映射初始化种群,引入动态变化学习因子和非线性递减修正惯性权重。同时为进一步增强算法全局搜索能力,加入遗传算法中的变异操作,设计了一种多策略改进粒子群(MIPSO)算法。在分析比较各种规划方案后,关节空间的 3-5-3 多项式轨迹规划得到的关节运动曲线连续且计算量小^[15],所以本文以此作为轨迹规划的基础。利用多项式函数获得平滑轨迹,通过改进算法实现时间最优。最后通过仿真和实物实验验证了时间最优轨迹规划方案的有效性。

1 六自由度机械臂运动学建模

本文选取新松 SR4C 机械臂作为控制对象来研究机械臂时间最优轨迹规划,实物如图 1 所示。该机械臂拥有 6 个自由度,可以实现机械臂末端执行器到达指定位置。



图 1 SR4C 机械臂
Fig.1 Robotic arm of SR4C

通过 D-H 参数法对机械臂进行运动学建模,建立的连杆坐标系如图 2 所示,其中 a_i 为连杆长度, α_i 为连杆扭角, d_i 为连杆偏置, θ_i 为关节变量。新松 SR4C 机械臂的 D-H 参数如表 1 所示。

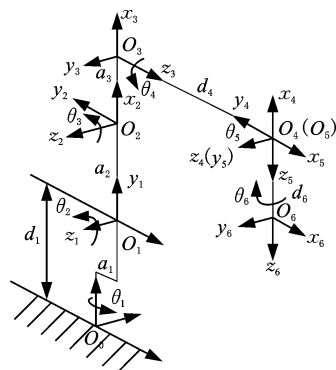


图 2 SR4C 连杆坐标系

Fig.2 Link coordinate system of SR4C

表 1 机械臂 D-H 参数

Tab.1 D-H Parameters of robotic arm

连杆	$\theta_i / (^\circ)$	d_i / mm	a_i / mm	$\alpha_i / (^\circ)$
1	θ_1	$d_1 (330)$	$a_1 (40)$	90
2	θ_2	0	$a_2 (315)$	0
3	θ_3	0	$a_3 (70)$	90
4	θ_4	$d_4 (310)$	0	-90
5	θ_5	0	0	90
6	θ_6	$d_6 (70)$	0	0

机器人正运动学是根据各个关节给定的关节角度推导出末端执行器的位姿。根据 D-H 法建立相邻坐标系的连杆变换矩阵,其表达式如下:

$${}^{i-1}T = Rot(z_{i-1}, \theta_i) Trans(0, 0, d_i) Trans(a_i, 0, 0) Rot(x_i, \alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $Rot(z_{i-1}, \theta_i)$ 表示绕 z_{i-1} 轴转 θ_i 角度,逆时针为正,顺时针为负; $Trans(0, 0, d_i)$ 表示沿 z_i 轴正向平移 d_i 距离; $Trans(a_i, 0, 0)$ 表示沿 x_i 轴正向平移 a_i 距离; $Rot(x_i, \alpha_i)$ 表示绕 x_i 轴转 α_i 角度。将表 1 中各连杆的 D-H 参数代入式(1),再根据正运动学表达式,将 6 个齐次变换矩阵依次相乘可得到机械臂末端的位姿矩阵为

$${}^0T = {}^0T_1 T_1^2 T_2^3 T_3^4 T_4^5 T_5^6 T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,三维矩阵 $[n \ o \ a]$ 和矢量 p 分别表示末端执行器相对于基座坐标系三个坐标方向上的姿态和位置。

机器人逆运动学是已知机械臂末端执行器相对于基座坐标系的位姿来求解各个关节的关节角的问题,可以通过几何投影法和解析法求解^[16]。

2 多项式轨迹规划

2.1 3-5-3 多项式函数的建立

在机械臂关节空间轨迹规划中,常用的轨迹规划方式有多项式曲线、样条曲线等^[17]。多项式插值能够平滑地规划出轨迹,但阶次过低会导致加速度曲线不连续,阶次过高会增加计算量并产生振动^[18]。为保证关节角位移、角速度和角加速度连续,同时降低计算复杂度,本文采用了 3-5-3 多项式函数进行轨迹规划,其表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{j1}(t) &= k_{10} + k_{11}t + k_{12}t^2 + k_{13}t^3 \\ \theta_{j2}(t) &= k_{20} + k_{21}t + k_{22}t^2 + k_{23}t^3 + k_{24}t^4 + k_{25}t^5 \\ \theta_{j3}(t) &= k_{30} + k_{31}t + k_{32}t^2 + k_{33}t^3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中, t 为时间, θ_{j1} 、 θ_{j2} 、 θ_{j3} 分别为机械臂第 j 关节在第一、二、三段轨迹中的角位移, $k_{10} \sim k_{33}$ 为参数。这种插值方法能够在保证连续性和降低振动的同时,保证机械臂在关节空间运动下的运动曲线连续平滑无突变。插值轨迹示意如图 3 所示,其中 t_{j1} 、 t_{j2} 、 t_{j3} 分别为每段轨迹第 j 关节的运行时间, x_{j0} 、 x_{j1} 、 x_{j2} 、 x_{j3} 分别为第 j 关节起始点、中间点 1、中间点 2、终止点的关节目标位置。

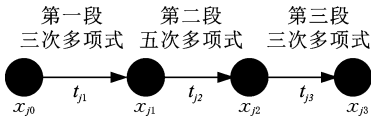


图 3 3-5-3 多项式插值示意

Fig.3 Interpolation diagram of 3-5-3 polynomial

在已知 4 个插值路径点关节信息的情况下,为保证机械臂运动过程中的连续稳定,还需引入约束条件来求解多项式系数。约束条件包括:起始点和终止点需满足角速度和角加速度为 0;中间点满足前后关节位置、角速度、角加速度相等,可表示为

$$\left. \begin{aligned} \theta_{j1}(0) &= x_{j0} & \dot{\theta}_{j1}(0) &= 0 & \ddot{\theta}_{j1}(0) &= 0 \\ \theta_{j1}(t_{j1}) &= \theta_{j2}(0) = x_{j1} \\ \dot{\theta}_{j1}(t_{j1}) &= \dot{\theta}_{j2}(0) & \ddot{\theta}_{j1}(t_{j1}) &= \ddot{\theta}_{j2}(0) \\ \theta_{j2}(t_{j2}) &= \theta_{j3}(0) = x_{j2} \\ \dot{\theta}_{j2}(t_{j2}) &= \dot{\theta}_{j3}(0) & \ddot{\theta}_{j2}(t_{j2}) &= \ddot{\theta}_{j3}(0) \\ \theta_{j3}(t_{j3}) &= x_{j3} & \dot{\theta}_{j3}(t_{j3}) &= 0 & \ddot{\theta}_{j3}(t_{j3}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, $\dot{\theta}$ 为角速度, $\ddot{\theta}$ 为角加速度,其下标 $j1$ 、 $j2$ 、 $j3$ 分别表示第一、二、三段轨迹。式(4)一共有 14 个约束条件,可以解得参数 $k_{10} \sim k_{33}$ 的值。令

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} t_1^3 & t_1^2 & t_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3t_1^2 & 2t_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6t_1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_2^5 & t_2^4 & t_2^3 & t_2^2 & t_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5t_2^4 & 4t_2^3 & 3t_2^2 & 2t_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20t_2^3 & 12t_2^2 & 6t_2 & 2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_3^3 & t_3^2 & t_3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3t_3^2 & 2t_3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6t_3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{k} = (k_{13}, k_{12}, k_{11}, k_{10}, k_{25}, k_{24}, k_{23}, k_{22}, k_{21}, k_{20}, k_{33}, k_{32}, k_{31}, k_{30})^T \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\theta}_j = (0, 0, 0, 0, 0, 0, x_{j3}, 0, 0, 0, x_{j0}, 0, 0, x_{j2}, x_{j1})^T \quad (7)$$

则有 $\boldsymbol{\theta}_j = \mathbf{A}\mathbf{k}$, 当 4 个路径点对应关节角和每段运动时间已知时,可求得所有的系数 $\mathbf{k} = \mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{\theta}_j$ 。其中 t_1 、 t_2 、 t_3 分别为机械臂三段轨迹运行的时间。

2.2 时间优化目标函数和约束条件

工业机器人的实际作业包括抓取、搬运和放置等。为了追求效率,在满足机械臂运动学约束的条件下,寻找最短的运动时间具有较大的实际价值。因此本文的优化目标是在 3-5-3 多项式的基础上求解机械臂最优运行时间。为保证机械臂稳定运行,各关节每段的运动时间应保持一致,所以选取每段轨迹中运行时间的最大值作为所有关节的运动时间,优化目标函数如下:

$$\psi = \min(t_1 + t_2 + t_3) \quad (8)$$

机械臂在实际运动中需要考虑运动学约束条件。时间最优轨迹规划需要在满足运动学条件下进行,这样可以减少机械损坏、碰撞、失控等问题的发生,提高机械臂的工作效率和可靠性。最优轨迹的关节约束条件如下:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{j\min} &\leq \theta_j(t) \leq \theta_{j\max} \\ |\dot{\theta}_j(t)| &\leq \dot{\theta}_{j\max} \\ |\ddot{\theta}_j(t)| &\leq \ddot{\theta}_{j\max} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $\theta_{j\min}$ 、 $\theta_{j\max}$ 分别为机械臂第 j 关节运动过程中允许的最小和最大角位移; $\dot{\theta}_{j\max}$ 、 $\ddot{\theta}_{j\max}$ 分别为机械臂第 j 关节运动过程中允许的最大角速度和最大角加速度。

3 粒子群算法及其改进

3.1 基本粒子群算法原理

粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法是一种智能优化算法,最初由 Kennedy

和 Eberhart 提出^[19]。他们受到鸟群觅食行为的启发,通过模拟鸟群中个体之间的信息共享和合作来搜索最优解。问题的解即粒子在搜索区域中的位置,设每个粒子所处位置 $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, 每个粒子的速度为 $\mathbf{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$, 每个粒子都有独自的位置和速度,根据个体最优的向量 $\mathbf{p}_{i, \text{pbest}} = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ 和全局最优 $\mathbf{p}_{d, \text{gbest}} = (g_1, g_2, \dots, g_D)$ 来确定粒子下一步迭代的移动方向,通过不断地迭代来寻找最优位置。粒子速度更新如下:

$$\mathbf{v}_i^{(k+1)} = \omega \mathbf{v}_i^{(k)} + c_1 r_1 (\mathbf{p}_{i, \text{pbest}} - \mathbf{x}_i^{(k)}) + c_2 r_2 (\mathbf{p}_{d, \text{gbest}} - \mathbf{x}_i^{(k)}) \quad (10)$$

位置更新公式如下:

$$\mathbf{x}_i^{(k+1)} = \mathbf{x}_i^{(k)} + \mathbf{v}_i^{(k+1)} \quad (11)$$

式中: $i (i = 1, 2, \dots, N)$ 为粒子序号; N 为最大序号索引; D 为单个粒子的最大维度; k 为当前迭代次数; c_1, c_2 分别为个体学习因子和群体学习因子; ω 为惯性权重; r_1, r_2 为区间 $[0, 1]$ 内均匀分布的随机数。

3.2 多策略改进粒子群算法

在算法优化中,种群初始化决定了算法搜索的起始位置。普通粒子群算法采用随机初始化策略,但存在分布不均匀的缺点,从而影响算法的收敛性和稳定性的问题。由基本粒子群速度更新公式可以看出,惯性权重 ω 和学习因子 c_1, c_2 在粒子群迭代过程中起着重要作用,但基本粒子群采用固定的参数设置会导致粒子群出现陷入局部最优解、收敛速度慢等问题。针对以上问题,本文采用 tent 混沌映射初始化种群位置,在种群迭代过程中使用动态变化学习因子和非线性递减惯性权重来提高算法的收敛性和稳定性,同时为进一步增强粒子群的全局搜索能力,引入遗传算法中的变异操作。基于上述改进方法本文提出了一种多策略改进粒子群(MIPSO)算法。

3.2.1 tent 混沌映射

在标准粒子群算法中,随机初始化种群易导致种群分布不均匀,限制了搜索空间的覆盖范围,从而易陷入局部最优解。通过 tent 混沌映射在种群初始分布中引入的随机性,使得种群初始分布更加均匀^[20-21]。通过在区间 $[0, 1]$ 内生成分布序列 $f(z_{id})$, 在搜索空间中完成种群的初始化,表达式如下:

$$z'_{id} = f(z_{id}) = \begin{cases} \frac{z_{id}}{\lambda} & z_{id} \in [0, \lambda) \\ \frac{1 - z_{id}}{1 - \lambda} & z_{id} \in [\lambda, 1] \end{cases} \quad (12)$$

$$x_{id}^{(1)} = f(z_{id}) \cdot (b_u - b_l) + b_l \quad (13)$$

式中: λ 为区间 $[0, 1]$ 中的任意值; z_{id}, z'_{id} 分别为混沌映射前后第 i 个 d 维变量的状态; b_u, b_l 分别为搜索空间的上

限和下限; $x_{id}^{(1)}$ 为 tent 混沌映射后的第 i 个粒子 d 维的初始位置,当前迭代次数 $k = 1$ 。

为验证 tent 混沌映射比普通随机映射具有更好的分布效果,通过比较频率分布直方图,可以直观地了解 tent 混沌映射初始化方法和随机初始化映射方法生成的种群的差异,从而验证 tent 混沌映射方法在随机多样性和分布均匀性上的优势。设置 tent 混沌映射参数 $\alpha = 0.499, b_u = 1.0, b_l = 0, N = 500$, 在区间分 10 个等步长的 $[0, 1]$ 区间计算其种群分布频数,对比结果如图 4 所示。

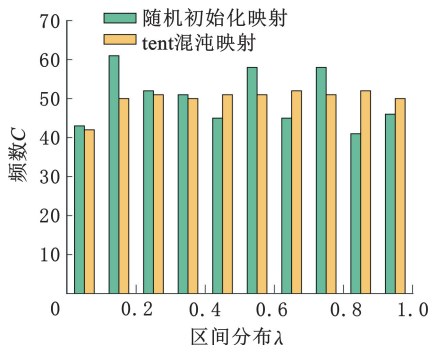


图4 初始化种群对比

Fig.4 Initialize population comparison

由图4可以看出, tent 混沌映射与随机初始化映射相比, tent 混沌映射的种群分布更加均匀, 所以本文选用 tent 混沌映射初始化种群。

3.2.2 动态变化的学习因子和惯性权重

基本粒子群算法采用固定的学习因子 c_1, c_2 参数和惯性权重 ω , 导致算法在迭代求解过程中出现收敛速度慢、陷入局部最优等问题, 因此本文引入动态变化的学习因子和惯性权重来优化粒子群算法。

如图5所示, 在算法迭代的初期应扩大搜索范围和增强粒子全局搜索能力, 所以学习因子 c_1 较大, c_2 较小; 在算法迭代的后期为提高算法的收敛性和粒子的局部搜索能力, 应使 c_1 较小, c_2 较大。学习因子的更新策略如下:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 2 \cos^2 \left(\frac{\pi k}{2k_{\max}} \right) \\ c_2 &= 2 - c_1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: k_{\max} 为最大迭代次数。

粒子群算法中的惯性权重是关键参数, 影响全局和局部搜索的平衡。本文选择了一种非线性递减惯性权重策略, 相比于线性递减惯性权重策略, 可以在迭代初期权重减少幅度较为缓慢, 在迭代后期权重减少幅度加快, 从而有利于算法的收敛。这种策略能够更好地平衡全局和局部搜索, 提高算法的效率和收敛性。惯性权重非线性递减策略通过以自然常数为底数的幂函数实现了

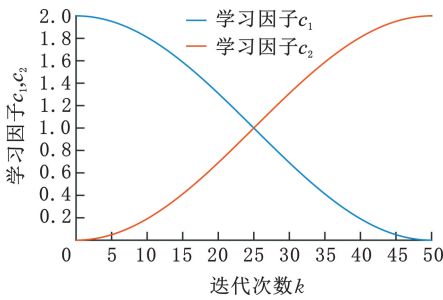


图 5 学习因子动态变化

Fig.5 Dynamic change of learning factors

惯性权重的非线性递减,其表达式如下:

$$\omega = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \exp\left(1 - \frac{k}{k_{\max}}\right) \quad (15)$$

式中: ω_{\max} 、 ω_{\min} 分别为最大和最小惯性权重值。

3.2.3 遗传算法的变异操作

受算法融合提高算法性能启发,为进一步改善算法的全局搜索能力,防止算法陷入局部最优解,本文引入了遗传算法中的变异操作^[22]。

1) 变异操作。为了增加种群的多样性,变异操作是在个体的某些基因上引入小的随机改变。在实数编码的遗传算法中,变异通常涉及对选定基因的值进行随机的调整。本文采用均匀变异,即选定的基因值被随机替换为定义域内的任意值,其表达式为

$$x'_{id} = b_1 + (x_{id} - b_1)V_{\text{rand}} \quad (16)$$

式中: x'_{id} 为变异后的个体; V_{rand} 为 $[0,1]$ 范围内的随机值。

2) 变异概率优化。在遗传算法中,遗传迭代过程就是保留优良个体并最终获得最优个体,所以应尽可能保存优良基因,降低变异的概率。本文使用的变异概率 p_m 为

$$p_m = \begin{cases} \frac{p_{m1}(f - f_{\min})}{f_{\text{avg}} - f_{\min}} & f < f_{\text{avg}} \\ p_{m2} & f \geq f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (17)$$

式中: p_{m1} 、 p_{m2} 为初设的变异概率定值; f_{avg} 、 f_{\min} 分别为种群中所有个体的平均适应度值和最小适应度值; f 为当前个体的适应度值。

根据变异得到的个体适应度值判断是否更新个体位置,判断式如下:

$$x_{id} = \begin{cases} x_{id} & f(x_{id}) < f(x'_{id}) \\ x'_{id} & f(x_{id}) \geq f(x'_{id}) \end{cases} \quad (18)$$

式中: $f(x_{id})$ 、 $f(x'_{id})$ 分别为变异前后的个体适应度值。

3.3 算法求解流程

多策略改进粒子群(MIPSO)算法的流程如图 6 所示,将该算法用于最优时间求解的步骤如下:

1) 设置算法基本参数,包括种群数量、最大迭代次数、粒子的速度及位置边界参数等。

2) 使用 tent 混沌映射得到粒子种群的初始

位置。

3) 根据初始种群计算出式(6)所示的系数向量 k ,得到关节轨迹多项式。计算种群各个粒子在满足速度和加速度约束情况下的适应度值并进行比较,得到初始种群的全局最优值。

4) 算法开始迭代。根据式(14)计算学习因子 c_1 、 c_2 ,根据式(15)计算惯性权重值 ω ,然后更新粒子的速度和位置,计算出种群的个体和全局最优值,并与之前保存的个体和全局最优值进行比较,从而更新个体和全局最优值。

5) 若满足条件 $V_{\text{rand}} < p_m$,则进行式(16)所示的变异操作。

6) 判断是否达到最大迭代次数。若迭代次数 k 达到最大迭代次数则停止迭代,输出得到每段轨迹的运行时间,否则继续迭代。

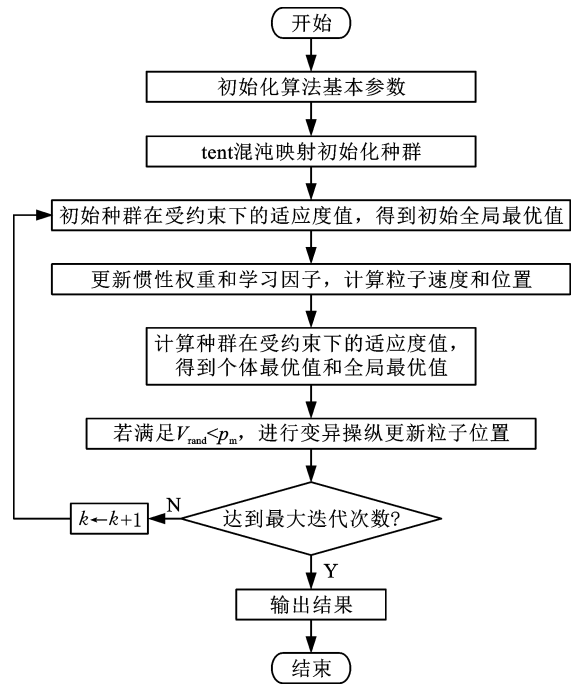


图 6 算法流程图

Fig.6 Algorithm flow chart

3.4 改进算法有效性验证

为验证改进算法中每个部分对算法有效性的影响,本文采用消融实验进行分析验证。将 MIPSO 算法分别删除 tent 混沌映射、动态变化的学习因子和惯性权重、变异操作得到的算法依次命名为 PSO1、PSO2、PSO3,将其与 MIPSO 算法进行对比。定义消融因子 γ 以定量评估缺失策略的重要程度,其计算公式为

$$\gamma = f_{\text{PSO}i} / f_{\text{MIPSO}} \quad (19)$$

其中, $f_{\text{PSO}i}$ 、 f_{MIPSO} 分别为不完全改进 PSO 算法 i (i 分别代表 PSO1、PSO2、PSO3) 和 MIPSO 算法的最佳适应度平均值, γ 越大,表明对照算法的寻优性能越差,即所缺少策略对改善原始算法性能

的作用越大。

CEC2017 测试函数集^[23]作为一种标准化的评价基准,在比较不同优化算法性能方面提供了客观且全面的视角,促进了算法的发展和改进。CEC2017 算法测试函数集一共包含 29 个测试函数,由多种基本测试函数混合构成,其中 f_1 、 f_3 为单峰函数, $f_4 \sim f_{10}$ 为多峰函数, $f_{11} \sim f_{20}$ 为混合函数, $f_{21} \sim f_{30}$ 为复合函数, f_2 函数由于高维的不稳定性已被剔除。本次实验使用 CEC2017 中的 8 个测试函数进行测试,包括单峰函数 f_3 ,多峰函数 f_6 ,混合函数 f_{12} 、 f_{16} 、 f_{17} ,复合函数 f_{22} 、 f_{24} 、 f_{25} ,如表 2 所示。单峰函数 f_3 具有一个全局最优解,它的搜索空间是连续的,可以用于评估算法的收敛速度和精度。多峰函数 f_6 是一个具有多个局部最优解的多峰函数,它对测试算法的局部搜索能力和跳出局部最优的能力非常有用。混合函数是将多个不同形式的单峰或多峰函数组合而成的,可以测试算法在处理混合型问题时的性能。复合函数是将简单的基本函数组合起来形成复杂的优化问题,它们可以评估算法在处理高维、复杂问题时的效果。

表 2 CEC2017 测试函数信息

Tab.2 CEC2017 test function information

函数	函数名	最优值
f_3	Shifted and Rotated Zakharov Function	300
f_6	Shifted and Rotated Expanded Scaffer's F6 Function	600
f_{12}	Hybrid Function 2	1200
f_{16}	Hybrid Function 6	1600
f_{17}	Hybrid Function 6	1700
f_{22}	Composition Function 2	2200
f_{24}	Composition Function 4	2400
f_{25}	Composition Function 5	2500

实验测试环境为 Windows11 64 位操作系统,测试软件为 MATLAB R2021b。测试采用相同的种群数量 100、种群维度 50、迭代次数 500,每个算法运行 30 次,得到的实验结果见表 3。

表 3 消融实验结果

Tab.3 Results of ablation study

函数	PSO1	PSO2	PSO3
f_3	1.31	1.22	1.07
f_6	1.01	1.00	1.04
f_{12}	1.04	1.04	1.07
f_{16}	1.04	1.00	1.02
f_{17}	1.17	1.07	1.25
f_{22}	1.00	1.00	1.01
f_{24}	1.02	1.03	1.00
f_{25}	1.03	1.00	1.01

由上述实验结果可以看出消融因子大于或等于 1,表明改进算法各个部分对算法寻优存在积

极的影响作用。其中,tent 混沌映射和变异操作对大多数测试函数都起到了正面的作用,证明了改进算法的有效性。

4 时间最优轨迹规划实验

4.1 实验设计

在机械臂工作空间内选择 4 个路径点,每个路径点由前 3 位的末端位置坐标(单位:m)和后 3 位的 RPY 角表示的末端姿态(单位:rad)构成,如表 4 所示。通过逆运动学求解得到对应各个关节的位置信息如表 5 所示。

表 4 路径点的位姿

Tab.4 Position of path points

路径点	位置/m(前 3 位坐标),姿态/rad(后 3 位坐标)
路径点 1	(0.2239,0.0531,0.4956,1.8709,-0.5077,-0.7550)
路径点 2	(0.2364,0.1262,0.5953,2.7407,-0.3731,-1.5064)
路径点 3	(-0.0535,0.0148,0.9318,1.3126,0.2472,-2.8149)
路径点 4	(-0.0590,-0.2379,0.8973,1.0536,0,-1.8179)

表 5 关节位置

Tab.5 Joint position

关节	路径点			
	路径点 1	路径点 2	路径点 3	路径点 4
关节 1	0.3927	0.5236	1.0472	1.5709
关节 2	0.1496	0.1745	0.5236	0.7854
关节 3	-0.7854	-0.3491	0.6283	0.7854
关节 4	-0.6489	-0.1365	1.0512	1.3236
关节 5	-0.5236	-0.3491	0.4854	0.5172
关节 6	0	0.5236	2.5133	3.1413

机械臂运动学约束如表 6 所示,实验需要验证满足约束条件下的最短运行时间。

表 6 机械臂各关节运动学约束

Tab.6 Kinematic constraints on the joints of the robotic arm

关节序号	角度约束/ (°)	最大速度/ (°·s ⁻¹)	最大加速度/ (°·s ⁻²)
1	-180~180	90	110
2	-130~80	75	55
3	-70~160	90	60
4	-240~240	90	60
5	-30~200	150	110
6	-360~360	150	90

4.2 仿真实验验证

4.2.1 3-5-3 多项式验证

为验证前文推导的 3-5-3 多项式,设置关节在各区间内的运行时间 t_1 、 t_2 、 t_3 均为 2 s,得到关节 1 到关节 6 的运动曲线分别见图 7~图 9。

4.2.2 基于改进算法的时间最优轨迹

将多策略改进粒子群(MIPSO)与标准粒子群(PSO)、文献[4]的改进粒子群(IPSO)进行对比,以验证本文算法的有效性和优越性。PSO 和

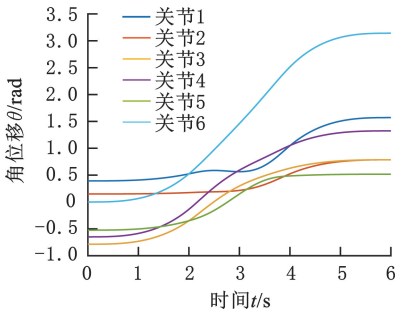


图 7 各关节角位移曲线(仿真实验验证)

Fig.7 Angular displacement curves for each joint (simulation verification)

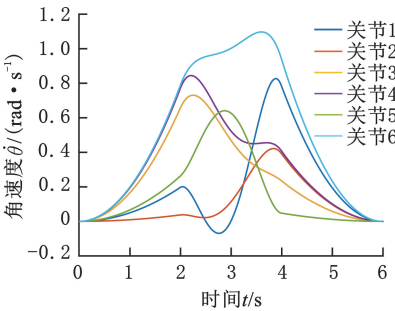


图 8 各关节角速度曲线(仿真实验验证)

Fig.8 Angular velocity curves for each joint (simulation verification)

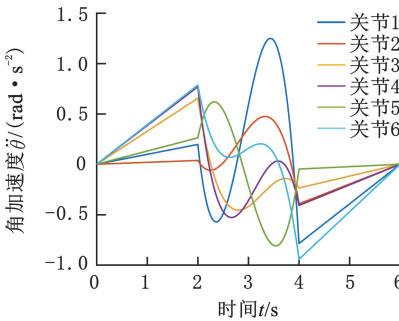


图 9 各关节角加速度曲线(仿真实验验证)

Fig.9 Angular acceleration curves for each joint (simulation verification)

IPSO 算法均采用文献[4]中相同的参数, MIPSO 算法的参数设置如表 7 所示。同时保证各个算法使用相同的迭代次数和种群数量。以第 1 关节为例重复 10 次实验, 结果如表 8 所示。

表 7 算法参数

Tab.7 Algorithmic parameter

种群规模	50
迭代次数	50
tent 混沌映射参数 α	0.499
惯性权重 $\omega_{max}, \omega_{min}$	0.9, 0.4
变异率 p_{m1}	0.1
变异率 p_{m2}	0.2

从表 8 中的实验数据可知, 平均运动时间上 MIPSO 算法相比于 PSO 算法缩短 0.2851 s, 相比于 IPSO 算法缩短了 0.1221 s。为直观地看到算

表 8 各算法的实验结果

Tab.8 Experimental results for each algorithm

实验次数	PSO	IPSO	MIPSO
1	3.5079	3.4688	3.2837
2	3.5419	3.3529	3.2886
3	3.5916	3.4316	3.2824
4	3.6221	3.3752	3.2793
5	3.5801	3.4127	3.2812
6	3.5746	3.3795	3.2788
7	3.5962	3.3788	3.2886
8	3.5823	3.3991	3.2695
9	3.5383	3.3896	3.2632
10	3.5049	3.4215	3.2735
平均值	3.5640	3.4010	3.2789

法在迭代过程中适应度值的变化, 绘制各算法的收敛曲线见图 10。综上所述, MIPSO 算法在求解精度和稳定性上都有一定的提高。

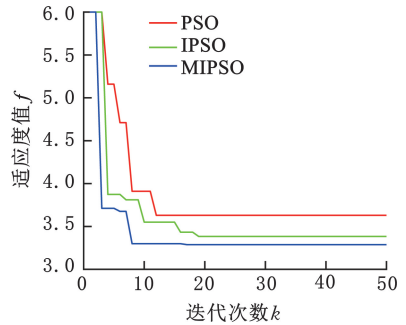


图 10 不同算法的迭代适应度值曲线对比

Fig.10 Comparison of iterative fitness value curves for different algorithms

将 MIPSO 算法运用于 6 个关节, 得到的各关节每段运动时间如表 9 所示。

表 9 各关节轨迹规划运动时间

Tab.9 Planning motion time for each joint trajectory

关节序号	t_1/s	t_2/s	t_3/s	总时间 t/s
1	0.8660	0.6812	1.7331	3.2803
2	0.3946	0.7119	1.2794	2.3859
3	1.5816	1.1265	0.9501	3.6582
4	1.7134	1.1850	1.2503	4.1487
5	0.8944	1.1845	0.3860	2.4649
6	1.5508	1.3975	1.6971	4.6454

为保证机械臂稳定运行, 各关节每段的运动时间应保持一致, 所以选取每段轨迹中运行时间的最大值作为所有关节的运动时间, 则得到 $t_1 = 1.7134$ s, $t_2 = 1.3975$ s, $t_3 = 1.7331$ s, 总时间 $t = 4.8440$ s, 且相比于初始的运动总时间 6 s, 总时间缩短了 1.1560 s。机械臂末端在笛卡儿空间的运动路径如图 11 所示。

为验证本文的改进算法在不同速度约束条件下的优化效果, 以表 5 中第 1 关节的运动为例, 得到不同的速度约束下关节的 3 段运动时间如表 10 所示。

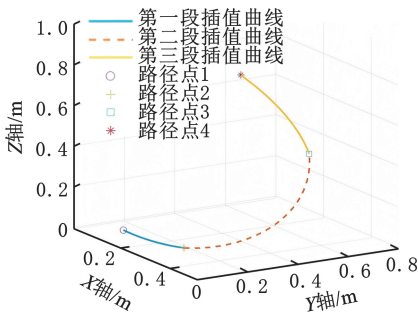


图 11 分段多项式轨迹规划空间曲线

Fig.11 Segmented polynomial trajectory planning for spatial curves

表 10 不同速度约束下关节运动时间

Tab.10 Joint movement times under different speed constraints

速度约束/ ($^{\circ} \cdot s^{-1}$)	t_1/s	t_2/s	t_3/s	总时间 t/s
35	0.8662	0.9329	2.6606	4.4597
45	0.8660	0.7869	2.0901	3.7430
55	0.8660	0.6937	1.7333	3.2930

将求解得到的机械臂各段运动时间代入 3-5-3 多项式中, 得到位移、速度和加速度曲线分别见图 12~图 14。

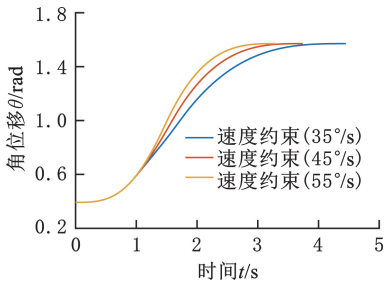


图 12 不同速度约束下关节角位移曲线

Fig.12 Joint angular displacement curves under different velocity constraints

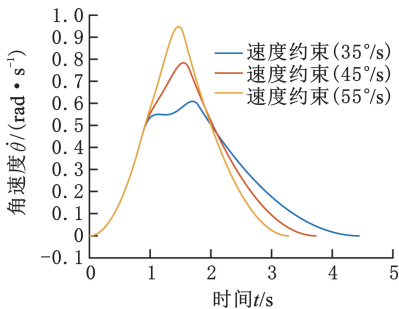


图 13 不同速度约束下关节角速度曲线

Fig.13 Joint angular velocity profiles under different velocity constraints

4.3 实物实验验证

4.3.1 实验平台的搭建

为验证时间最优轨迹规划的有效性, 将仿真得到的实验数据应用于实物平台, 实验平台如图 15 所示。实物平台由主控器、示教器、伺服控制

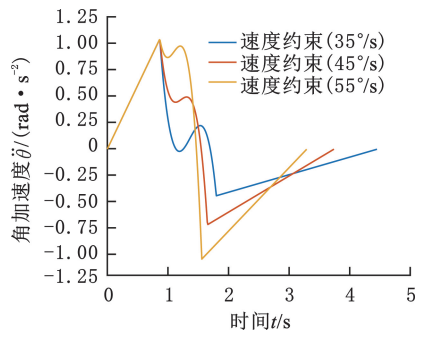


图 14 不同速度约束下关节角加速度曲线

Fig.14 Joint angular acceleration curves under different velocity constraints

柜和机械臂本体组成, 各部分之间由通信线缆连接。示教器负责控制参数的输入, 主控器负责接收示教器的运动控制参数指令并生成输出电机控制指令, 伺服控制柜实现伺服电机控制, 机器臂本体包含 6 个伺服电机对应 6 个关节。

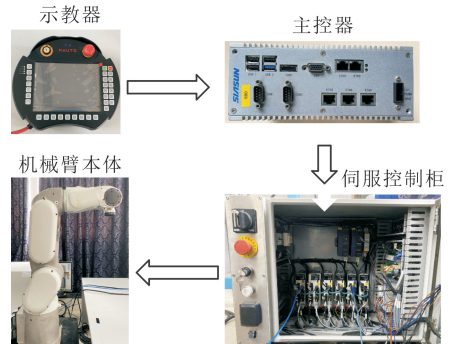


图 15 实验平台

Fig.15 Experimental platforms

机械臂控制流程如下: 在示教器中输入路径点和控制参数信息, 通过 TCP/IP 协议传输到主控器。主控器接收来自示教器的控制指令, 然后进行求解运算得到每个控制周期内伺服电机的运动信息并通过周期性的 EtherCAT 报文传输到伺服控制柜中的各个伺服驱动器。伺服驱动器负责解析 EtherCAT 报文, 得到每个周期的控制信息并驱动伺服电机运动, 从而实现了机械臂的运动控制。

4.3.2 实物验证

将路径点和仿真计算得到的最优时间输入主控器中, 主控器求解得到每个周期的控制信息并发送控制指令, 以实现机械臂的最优时间控制。机械臂运行经过中间路径点如图 16 所示。将主控器每个周期的控制信息导出得到各关节的角位移、角速度和角加速度情况分别如图 17~图 19 所示。各关节的运动曲线连续平滑, 缩短运行时间后关节 1 和关节 5 的加速度出现明显的增大, 但仍在约束范围之内, 这验证了时间最优轨迹规划方案的可行性。

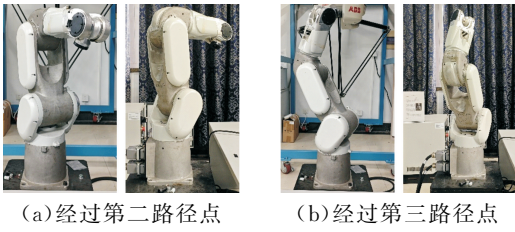


图 16 机械臂运动过程

Fig.16 Robotic arm movement process

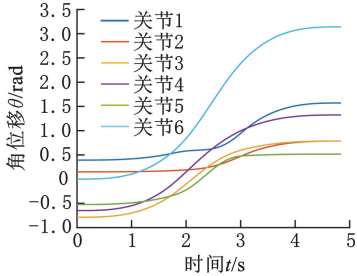


图 17 各关节角位移曲线(实物验证)

Fig.17 Angular displacement curves for each joint (physical verification)

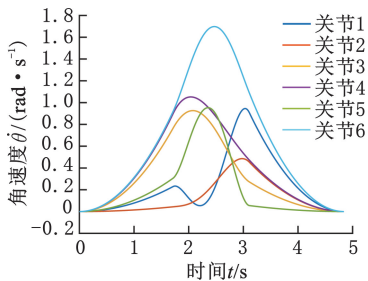


图 18 各关节角速度曲线(实物验证)

Fig.18 Angular velocity curves for each joint (physical verification)

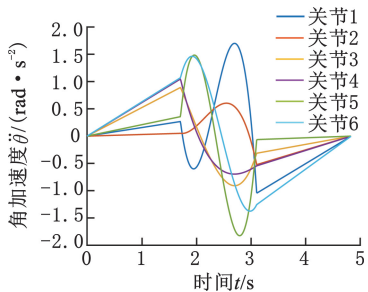


图 19 各关节角加速度曲线(实物验证)

Fig.19 Angular acceleration curves for each joint (physical verification)

5 结语

本文以新松 SR4C 机械臂为研究对象,基于 3-5-3 多项式进行关节空间的时间最优轨迹规划。以 3-5-3 多项式为轨迹规划研究基础,引入路径点的约束条件求解多项式系数,并建立运动学约束下的时间优化目标函数。然后在标准粒子群的基础上进行改进优化,采用 tent 混沌映射初始化种群,并且引入动态变化学习因子、惯性权重和遗传算法中的变异操作,提出了一种多策略改进粒

子群算法。应用改进后的算法对机械臂运行时间取优,并与标准粒子群算法和其他文献中的改进粒子群算法进行对比。实验结果表明,得到的关节运动曲线连续无突变,验证了多策略改进粒子群算法应用于 3-5-3 多项式时间最优轨迹规划中的可行性。

参考文献:

- [1] 王青, 王宇璐. 工业机器人应用对制造业高质量发展的影响研究[J]. 工业技术经济, 2023, 42(2): 115-124.
WANG Qing, WANG Yulu. Research on the Impact of Industrial Robot Application on the High-quality Development of Manufacturing Industry[J]. Industrial Technology and Economy, 2023, 42(2): 115-124.
- [2] NAGY Á, VAJK I. Nonconvex Time-optimal Trajectory Planning for Robot Manipulators[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2019, 141(11):111007.
- [3] 邱冰, 李小兵, 石志新, 等. 多策略改进麻雀算法在机械臂时间最优轨迹规划中的应用[J]. 机械科学与技术, 2024, 43(10):1714-1722.
QIU Bing, LI Xiaobing, SHI Zhixin, et al. Application of Multi-strategy Improved Sparrow Algorithm for Time-optimal Trajectory Planning of Robotic Arm[J]. Mechanical Science and Technology, 2024, 43(10):1714-1722.
- [4] 杜娟, 宋易奇, 陈峙, 等. 基于 IPSO 算法的改进三次样条机器人轨迹规划[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2023(11):6-10.
DU Juan, SONG Yiqi, CHEN Zhi, et al. Improved Cubic Spline Robot Trajectory Planning Based on IPSO Algorithm[J]. Combined Machine Tools and Automated Machining Technology, 2023(11):6-10.
- [5] XU J, REN C, CHANG X. Robot Time-optimal Trajectory Planning Based on Quintic Polynomial Interpolation and Improved Harris Hawks Algorithm[J]. Axioms, 2023, 12(3):245.
- [6] 谢能斌, 辛绍杰. 基于 PSO-SA 的机器人关节空间轨迹规划[J]. 计算机应用与软件, 2023, 40(1): 122-128.
XIE Nengbin, XIN Shaojie. Spatial Trajectory Planning of Robot Joints Based on PSO-SA[J]. Computer Applications and Software, 2023, 40(1):122-128.
- [7] ZHAO J, ZHU X, SONG T. Serial Manipulator Time-jerk Optimal Trajectory Planning Based on Hybrid IWOA-PSO Algorithm[J]. IEEE Access, 2022, 10:6592-6604.

- [8] 赵业和, 刘达新, 刘振宇, 等. 基于多种群竞争松鼠搜索算法的机械臂时间最优轨迹规划[J]. 浙江大学学报(工学版), 2022, 56(12):2321-2329.
ZHAO Yehe, LIU Daxin, LIU Zhenyu, et al. Time-optimal Trajectory Planning of Robotic Arm Based on Multiple Swarm Competitive Squirrel Search Algorithms[J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Edition), 2022, 56(12): 2321-2329.
- [9] YU H, MENG Q, ZHANG J, et al. Time-optimal Trajectory Planning of Robot Based on Improved Adaptive Genetic Algorithm [C] // 2018 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Shenyang:IEEE, 2018:6397-6402.
- [10] DU S, CUI J. An Improved Strategy of PSO for Solving Multimodal and Higher Dimensional Complicated Optimization Problems[C]//2015 International Conference on Computational Intelligence and Communication Networks (CICN). Jabalpur, 2015:1229-1234.
- [11] LASKAR N M, GUHA K, CHATTERJEE I, et al. HWPSO: a New Hybrid Whale-particle Swarm Optimization Algorithm and Its Application in Electronic Design Optimization Problems [J]. Applied Intelligence, 2019, 49(1):265-291.
- [12] YE W, FENG W, FAN S. A Novel Multi-swarm Particle Swarm Optimization with Dynamic Learning Strategy[J]. Applied Soft Computing, 2017, 61:832-843.
- [13] DAS P K, BEHERA H S, PANIGRAHI B K. A Hybridization of an Improved Particle Swarm Optimization and Gravitational Search Algorithm for Multi-robot Path Planning[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2016, 28:14-28.
- [14] ZHU S P, KESHTEGAR B, BEN SEGHER M E A, et al. Hybrid and Enhanced PSO: Novel First Order Reliability Method-based Hybrid Intelligent Approaches [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 393:114730.
- [15] 郭勇, 赖广. 工业机器人关节空间轨迹规划及优化研究综述[J]. 机械传动, 2020, 44(2):154-165.
GUO Yong, LAI Guang. A Review on Spatial Trajectory Planning and Optimization of Industrial Robot Joints[J]. Mechanical Drives, 2020, 44(2): 154-165.
- [16] 冷舒, 吴克, 居鹤华. 机械臂运动学建模及解算方法综述[J]. 宇航学报, 2019, 40(11):1262-1273.
LENG Shu, WU Ke, JU Hehua. A Review of Kinematic Modeling and Solution Methods for Robotic Arms [J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(11):1262-1273.
- [17] 李黎, 尚俊云, 冯艳丽, 等. 关节型工业机器人轨迹规划研究综述[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(5):36-50.
LI Li, SHANG Junyun, FENG Yanli, et al. A Review of Research on Trajectory Planning for Articulated Industrial Robots [J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(5):36-50.
- [18] 龙樟, 李显涛, 帅涛, 等. 工业机器人轨迹规划研究现状综述[J]. 机械科学与技术, 2021, 40(6): 853-862.
LONG Zhang, LI Xiantao, SHUAI Tao, et al. A Review on the Current Status of Industrial Robot Trajectory Planning Research[J]. Mechanical Science and Technology, 2021, 40(6):853-862.
- [19] WANG D, TAN D, LIU L. Particle Swarm Optimization Algorithm:an Overview[J]. Soft Computing, 2018, 22(2):387-408.
- [20] 王坚浩, 张亮, 史超, 等. 基于混沌搜索策略的鲸鱼优化算法[J]. 控制与决策, 2019, 34(9):1893-1900.
WANG Jianhao, ZHANG Liang, SHI Chao, et al. Whale Optimization Algorithm Based on Chaotic Search Strategy[J]. Control and Decision, 2019, 34(9):1893-1900.
- [21] ZHANG C, DING S. A Stochastic Configuration Network Based on Chaotic Sparrow Search Algorithm[J]. Knowledge-Based Systems, 2021, 220: 106924.
- [22] GONG Y J, LI J J, ZHOU Y, et al. Genetic Learning Particle Swarm Optimization [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(10):2277-2290.
- [23] AWAD N H, ALI M Z, SUGANTHAN P N. Ensemble Sinusoidal Differential Covariance Matrix Adaptation with Euclidean Neighborhood for Solving CEC2017 Benchmark Problems [C] // 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Donostia, 2017:372-379.

(编辑 胡佳慧)

作者简介:王桂荣,女,1975年生,副教授。研究方向为交直流电机控制控制,机器人运动控制。E-mail:lilygrwang@cjlu.edu.cn。
王斌锐*(通信作者),男,1978年生,教授、博士研究生导师。研究方向为仿生机器人智能控制。E-mail:wangbrpaper@163.com。

本文引用格式:

王桂荣,倪志强,周坤,等.多策略改进粒子群算法的机械臂时间最优轨迹规划[J]. 中国机械工程,2025,36(5):1044-1053.
WANG Guirong, NI Zhiqiang, ZHOU Kun, et al. Time-optimal Trajectory Planning of Robotic Arms Based on MIPSO Algorithm [J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(5):1044-1053.