

移动载荷作用下输电线路的动力响应分析

张申廷 雷金 贾文兴 张昕煜 金鹏 秦新燕*

石河子大学机械电气工程学院,石河子,832003

摘要:针对巡检设备对输电线路振动激励大、振动机理不明确的问题,通过研究移动载荷对输电线路的动力学特性,探究其动力响应及振动规律。提出了一种三维动态非线性柔索模型,并对巡检机器人进行了动力学建模;采用联合拉格朗日-里兹法对移动载荷输电线路耦合系统的动力学方程进行离散,利用MATLAB进行数值仿真,分析了非线性效应对输电线路的影响;针对移动载荷速度和输电线路安装高差的典型工况进行了仿真计算。结果表明,在移动载荷作用下,输电线呈非线性大位移特性并具有端部效应,轴向力增量的非线性因子最高达1.677;增大移动荷载速度(0.5~2 m/s),横向位移、纵向位移和轴向力增量分别增大2.4%、3.9%和4.4%,端部效应振幅分别增大140%、138%和225%;增大安装高差(0~10 m),输电线下垂距离减小,纵向位移与轴向力增量分别减小7.3%和6.2%,端部效应振频最大降低50%。研究成果可为移动载荷作用下柔索结构的相关工程设计提供理论参考。

关键词:动力响应分析;输电线;移动载荷;非线性效应

中图分类号: TM75; TP242

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.09.025

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Dynamic Response Analyses of Power Transmission Lines under Moving Loads

ZHANG Shenting LEI Jin JIA Wenxing ZHANG Xinyu JIN Peng QIN Xinyan*

College of Mechanical and Electrical Engineering, Shihezi University, Shihezi, Xinjiang, 832003

Abstract: Given the substantial vibrational excitation caused by inspection equipment on transmission lines and unclear vibration mechanism, the dynamic characteristics of power transmission lines under the influences of moving loads was investigated to explore their dynamic responses and vibration patterns. A three-dimensional dynamic nonlinear cable model was developed, and dynamics modeling of the inspection robots was conducted. Using the combined Lagrange-Ritz method, dynamics equations of the coupled systems of moving loads and power transmission lines were discretized. Numerical simulations were performed with MATLAB to analyze the impacts of nonlinear effects on the power transmission lines. Simulations were conducted for typical scenarios involving varying speeds of moving loads and different installation height differences of the power transmission lines. The results show that under the influences of moving loads, the power transmission lines exhibit significant nonlinear large-displacement characteristics and terminal effectiveness, with a maximum nonlinearity factor for axial force increments reaching 1.677. Increase the moving load speeds(0.5~2 m/s) results in increases of 2.4%, 3.9%, and 4.4% in lateral displacement, longitudinal displacement and axial force increments, respectively, with terminal effect amplitudes increasing by 140%, 138%, and 225%. Increasing the installation height difference (0~10 m) reduces the vertical sag distance of the transmission lines, with longitudinal displacement and axial force increments decreasing by 7.3% and 6.2% respectively, and a maximum reduction in terminal effect vibration frequency of 50%. These findings provide theoretical reference for the engineering designs of similar cable structures under moving loads.

Key words: dynamic response analysis; power transmission line; moving load; nonlinear effectiveness

0 引言

输电线路作为电力系统中的关键基础设施,

负责电力的传输任务。这些线路往往铺设在自然环境恶劣的区域,例如沙漠、山脉、森林及河流周边,容易受到雨雪和温度波动的影响,从而加速线路的老化和物理损伤。为了保障电力系统的稳定运行和安全性,对输电线路进行定期巡检至关重要^[1]。当前,输电线路的巡检方法主要包括人工巡检、直升机巡检以及机器人巡检。其中,机器人

收稿日期:2024-08-07

基金项目:国家自然科学基金(62163032,62063030);兵团财政科技计划(2022CB011,2022CB002-07);石河子大学成果转化与技术推广计划(CGZH202306,CGZH202307)

巡检因其高效性和经济性而备受青睐^[2]。特别是具备飞行和攀爬能力的混合型机器人,例如飞走双模输电线路巡检机器人^[3],能够在复杂环境中迅速且精准地执行巡检任务,显著提高了巡检效率和安全性。

输电线路作为一种典型的柔索结构,在自然悬挂状态下呈弧垂特性。大量的研究已经对柔索结构(如电缆)的动力学进行了广泛探讨,尤其是在下垂索的非线性动力学方面。IRVINE^[4]系统地分析了拉紧扁平电缆的非线性模型。随后,学者们对悬索的几何非线性及其对振动的影响进行了研究。HAGEDORN等^[5]揭示了运动方程中非线性项对重力作用下弹性柔索振动的第一模态的影响。REGA等^[6]研究了对称振动模态和反对称振动模态的频幅关系,并对非线性现象进行了数值仿真。WU等^[7]考虑了水平悬挂在支承之间并由一个移动的集中质量加载的可伸长电缆,利用有限元单元法进行了振动分析。WANG^[8]给出了斜拉索在移动加速质量作用下的振动的解析和数值研究。此外,一些学者对柔索的面内外振动问题进行了探讨^[9-11]。TAKAHASHI等^[12]和LEE等^[13]扩展到对柔索的三维非线性振动的研究。LUO等^[14]开发了可以模拟任意下垂移动电缆响应的三维模型。WARMINSKI等^[15]探讨了电缆交叉处的振动问题。REGA^[16]提供了一个关于弹性索动态特性最新进展的全面概述。

综上所述,现有关于输电线路受外载荷影响的研究主要集中在风载荷^[17-18]和自激振动引起的舞动现象^[19-20],而对巡检机器人等作为移动外载荷的影响研究相对不足。本文以移动载荷作用下的输电线路为研究对象,通过理论分析与数值仿真,揭示了输电线路在巡检机器人等移动载荷作用下的动力响应及振动规律。

1 输电线路结构及巡检工况分析

1.1 基本假设与约定

输电线路通常采用高导电性材料(例如铜、铝或钢芯铝绞线)制成,实现从发电站到各用电点的电能输送。在分析输电线路的力学性能时,我们常将其视为具有较低抗弯刚度的柔性体。为简化计算,我们采用了以下基本假设:①输电线路可以视为理想的柔性体,不考虑其抗弯刚度及抗扭刚度;②假设输电线路的材料特性遵循胡克定律,只考虑弹性形变(忽略非机械效应)即在其弹性极限范围

内,材料的应力与应变之间保持线性关系。

当输电线路承受均匀分布的恒定负载时,其自然形态呈抛物线,这种状态下的输电线路形状分析被称为抛物线理论。若在输电线路形变后,恒定负载仍沿其曲线均匀分布,则输电线路形态遵循悬链线形状,相应的分析方法称为一般悬链线理论。而在输电线路形变前,若恒定负载已均匀分布且保持不变,此时的输电线路形状分析被称为精确悬链线理论^[21]。

1.2 自然悬垂状态下的输电线路静力学方程

根据1.1节中的假定,输电线路段在自重作用下,其形态和变形特性符合悬链线理论,且应力与应变成线性关系。

如图1所示,单跨柔性输电线路悬挂于节点*i*和*j*之间,在自重和预张力的作用下,其静态轮廓可认为位于全局笛卡儿坐标系的XZ平面内。

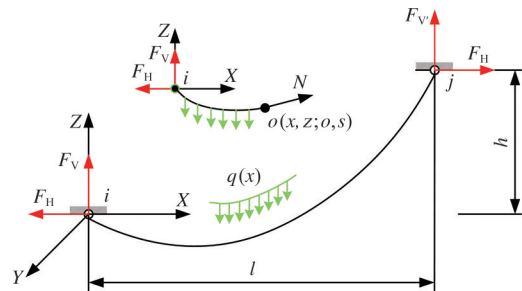


图1 自然悬垂状态下单跨输电线路的一般模型

Fig.1 Model of a single-span power line in natural sag configuration

柔性输电线路段受均匀分布的自重荷载 $q(x)$ 作用,弹性模量为 E ,横截面积为 A ,两悬挂点的跨度和高差分别为 l 和 h ,输电线路段的无应力初始长度为 S_0 ,该长度不必严格大于 $\sqrt{l^2 + h^2}$,而 S 表示变形后的实际长度。在输电线路的*i*端,受力可分解为水平分力 F_H 与竖向分力 F_V ,而在*j*端则有竖向分力 F_V 与沿线段切线方向的轴向力 N' 。在二维平面内,可用拉格朗日法来分析输电线路的线型变化。定义*i*端为笛卡儿及拉格朗日坐标系的原点,输电线路的任意点*O*在未形变时,其无应力长度对应的拉格朗日坐标为 s ;当受到自重 $q(x)$ 的作用后,该点移至输电线路段轮廓线新的位置,即拉格朗日坐标 o 以及笛卡儿坐标 (x, z) 。

根据力的平衡条件,可以建立如下输电线路段力平衡方程:

$$\left. \begin{aligned} N \frac{dx}{do} = F_H \quad N \frac{dz}{do} = F_V - Q(s) \\ Q(s) = q(x)s \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $Q(s)$ 为输电线路段在区间 $(0, s)$ 内所受的自重荷载。

根据胡克定律,轴向力与应变的关系为

$$N = EA\epsilon = EA\left(\frac{do}{ds} - 1\right) \quad (2)$$

在约束条件下,任意拉格朗日坐标位置的轴向力满足

$$N(s) = [F_H^2 + (F_V - Q)^2]^{0.5} \quad (3)$$

通过积分运算,可以得到输电线纵向位置 $x(s)$ 和竖向位置 $z(s)$ 与拉格朗日坐标的关系:

$$x(s) = \frac{F_H s}{EA} + \frac{F_H}{q} [\ln(F_V + \sqrt{F_H^2 + F_V^2}) - \ln(F_V - Q + \sqrt{F_H^2 + (F_V - Q)^2})] \quad (4)$$

$$z(s) = \frac{2F_V s - qs^2}{2EA} + \frac{1}{q} [\sqrt{F_H^2 + F_V^2} - \sqrt{F_H^2 + (F_V - qs)^2}] \quad (5)$$

而输电线段在区间 $(0, s)$ 内的变形后长度 $o(s)$ 、弦线的倾斜角 $\theta(s)$ 、伸长量 $\Delta(s)$ 、两悬挂点的跨度 l 及高差 h 则可分别表示为

$$o(s) = s + \Delta(s) \quad \theta(s) = \arctan\left(\frac{F_V - qs}{F_H}\right) \quad (6)$$

$$\Delta(s) = \frac{1}{2EAq} [F_V \sqrt{F_V^2 + F_H^2} + (F_V - qs) \sqrt{(F_V - qs)^2 + F_H^2} + F_H^2 \ln \frac{F_V + \sqrt{F_V^2 + F_H^2}}{F_V - qs + \sqrt{(F_V - qs)^2 + F_H^2}}] \quad (7)$$

$$l = \frac{F_H S_0}{EA} + \frac{F_H}{q} [\ln(F_V + \sqrt{F_H^2 + F_V^2}) - \ln(F_V - Q + \sqrt{F_H^2 + (F_V - Q)^2})] \quad (8)$$

$$h = \frac{2F_V S_0 - QS_0}{2EA} + \frac{1}{q} [\sqrt{F_H^2 + F_V^2} - \sqrt{F_H^2 + (F_V - Q)^2}] \quad (9)$$

综上所述,对于已知无应力长度的输电线段,一旦确定其中一个悬挂点的内力 F_H 和 F_V , 则可确定其跨度及两悬挂点之间的高差;反之,若已知输电线段的跨度及两悬挂点的高差,则可计算出输电线段任意位置的内力。这表明内力与输电线的几何形态之间存在明确的对应关系,内力的确定性与线形的确定性是相互依存的,这与文献[22]中的结论一致。

1.3 巡检工况分析

架空输电线路主要由输电导线、地线、塔架以及绝缘子、防振锤、悬垂线夹等关键组件构成,这些组件对保障输电线路的稳定运行具有重要作用。同时,周围的开阔环境为飞走巡检机器人提供了理想的起降条件。架空输电线路的结构如图2所示。地线不仅提供防雷保护,还因其非导电特性为机器人提供了安全的巡检路径,并且它位于输电线上方,能够提供更好的视角和检测效

果。安装在地线上的防振锤虽能有效减小风对导线的影响,但也会阻碍巡检机器人在线上的移动,增大了巡检的难度。

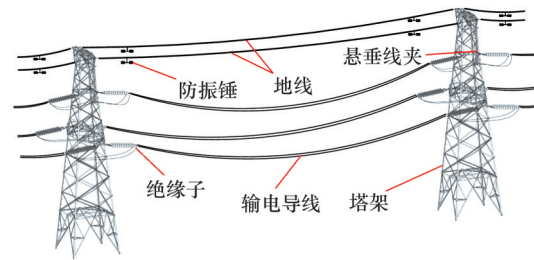


图2 架空输电线路结构示意图

Fig.2 Schematic diagram of overhead transmission line structure

图3展示了输电线路巡检机器人的工作原理。以飞走式输电线路巡检机器人为例,该机器人通过飞行方式上线并挂线,随后沿线路进行巡检,对下方的输电线路进行故障检测。在巡检过程中,若遇到障碍物,机器人会采用飞行或行走的方式穿越障碍物。完成某一档段的巡检任务后,机器人将飞越杆塔,前往下一个档段。任务结束后,机器人通过飞行方式下线,完成巡检工作。

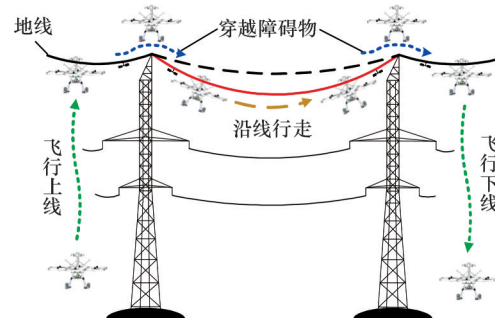


图3 输电线路巡检机器人工作原理

Fig.3 Working principle of power transmission line inspection robot

2 移动外载荷下的输电线模型

2.1 初始静力平衡状态及变形假定

输电线在受到除自重外的载荷作用下可能会向任意方向倾斜,因此初始静力平衡构型会脱离原有状态(仅自重)形成新的平衡状态,但仍遵守上述对输电线路的基本假设与约定。

本节将单跨输电线两邻近悬挂点用节点 i 和 j 表示。如图4所示,弦长为 l_c 的单跨输电线在全局笛卡儿坐标系 XYZ 任意方向上倾斜一定的角度,两悬挂点连接线(输电线段弦长)确定为局部坐标系 xy 中 x 轴的方向。输电线的弹性模量 E 和有效截面积 A 在输电线纵向上是恒定的。

1)在空间输电线振动分析中,初始静力平衡

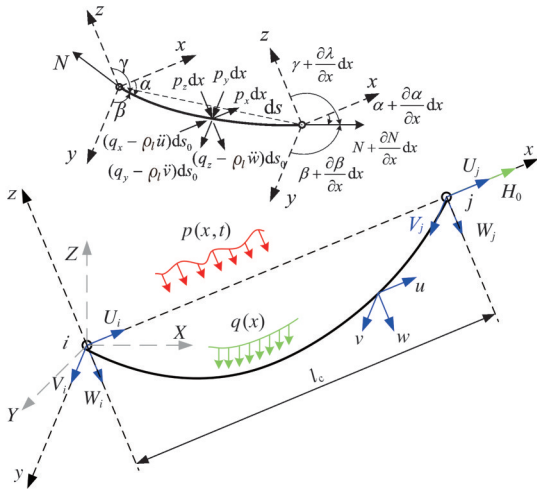


图4 移动载荷作用下单跨输电线路模型

Fig.4 Analytical model of a single-span power transmission line under moving load

构型是一种参考状态,其中:①输电线自重载荷 $q(x)$ 沿输电线线形均匀分布;②输电线加载有任意分布的倾斜恒定外载荷,在 l_c 上每单位弦长载荷强度为 $p_0(x)$;③输电线末端悬挂点 j 加载有预张力 H_0 ,方向沿局部坐标 x 轴正方向;④输电线静态轮廓曲线在 xz 平面内运行,该平面相较于垂直平面呈任意角度倾斜,输电线轮廓可用函数 $z(x)$ 来描述;⑤输电线垂度不受低垂跨比的限制;⑥在静荷载 $q(x)$ 、 $p_0(x)$ 作用下,由于输电线的初始预张力 H_0 、轴向力 $N_0(x)$ 在输电线中出现,分别在悬挂点 i 和 j 节点处存在反作用力 R_{0i} 和 R_{0j} 。

2)变形状态下有如下假定:①输电线还附加了任意分布的随时间变化的倾斜外载荷,在 l_c 上每单位弦长载荷强度为 $\Delta p(x,t)$;②在运动学上激励两悬挂节点 i 和 j ,它们的运动由位移分量 $U_i(t)$ 、 $V_i(t)$ 、 $W_i(t)$ 和 $U_j(t)$ 、 $V_j(t)$ 、 $W_j(t)$ 来定义;③由分布主动动载荷 $\Delta p(x,t)$ 引起的索位移和支架的运动由沿局部坐标系的 x 、 y 、 z 轴测量的3个分量 $u(x,t)$ 、 $v(x,t)$ 、 $w(x,t)$ 来描述;位移参照初始静态构型 $z(x)$ 测量;④输电线段位移导致沿输电线的轴向动力增量 $\Delta N(x,t)$ 和支撑处的力分别在节点 i 和节点 j 上增加反作用力 $\Delta R_{0i}(t)$ 和 $\Delta R_{0j}(t)$ 。

因此,作用在输电线上的总外部载荷 $p(x,t)$ 在沿 x 、 y 、 z 方向的分力为静载荷和动载荷在各分量上的和,可表示为

$$\left. \begin{aligned} p_x(x,t) &= p_{0x}(x) + \Delta p_x(x,t) \\ p_y(x,t) &= p_{0y}(x) + \Delta p_y(x,t) \\ p_z(x,t) &= p_{0z}(x) + \Delta p_z(x,t) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

在两悬挂点 i 和 j 上的反作用力的分量为

$$\left. \begin{aligned} R_{ix}(t) &= R_{0ix} + \Delta R_{ix}(t) \\ R_{iy}(t) &= R_{0iy} + \Delta R_{iy}(t) \\ R_{iz}(t) &= R_{0iz} + \Delta R_{iz}(t) \\ R_{jx}(t) &= R_{0jx} + \Delta R_{jx}(t) \\ R_{jy}(t) &= R_{0jy} + \Delta R_{jy}(t) \\ R_{jz}(t) &= R_{0jz} + \Delta R_{jz}(t) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

输电线中的总轴向力为初始轴向力与轴向力动态增量之和:

$$N(x,t) = N_0(x) + \Delta N(x,t) \quad (12)$$

根据胡克定律可知,输电线轴向力的动态增量 $\Delta N(x,t) = EA\Delta\epsilon(x,t)$,其中输电线纵向应变的增量 $\Delta\epsilon(x,t)$ 可由格林-拉格朗日公式定义:

$$\Delta\epsilon(x,t) = \cos^2\alpha_0 [u' + z'w' + (u')^2/2 + (v')^2/2 + (w')^2/2] \quad (13)$$

式中: α_0 为初始静力平衡下 x 轴与输电线切线的方向角, $\alpha_0 = \alpha_0(x)$; u' 、 v' 、 w' 、 z' 分别为各变量对 x 的一阶偏导。

2.2 变形状态下动力平衡方程

输电线的动力平衡方程基于微元输电线段力平衡的连续模型推导得出,如图4中的微分输电线单元所示,在笛卡儿坐标系下其左边缘坐标设为 (x,y,z) ,右边缘坐标为 $(x+dx,y+dy,z+dz)$ 。

变形前无穷小输电线段长度为 ds_0 ,质量为 $\rho_l ds_0$,其中 ρ_l 为输电线的线密度;加载有自重载荷 $q(x)ds_0$ 以及初始静载荷 $p_0(x)ds_0$,并有初始轴向力 N_0 和 $N_0 + dN_0$ 在两边缘预张紧,其两边缘与局部坐标系各轴的方向角分别为 $\alpha_0 = \alpha_0(x)$, $\beta_0 = \beta_0(x)$, $\gamma_0 = \gamma_0(x)$ 和 $\alpha_0 + d\alpha_0$, $\beta_0 + d\beta_0$, $\gamma_0 + d\gamma_0$;变形状态下输电线单元长度为 ds ,其位置由边缘部分的位移决定,左边缘位移分量分别为 $u(x,t)$ 、 $v(x,t)$ 、 $w(x,t)$;右边缘位移分量分别为 $u + (\partial u/\partial x)dx$ 、 $v + (\partial v/\partial x)dx$ 、 $w + (\partial w/\partial x)dx$;其左边缘与局部坐标系各轴的方向角分别为 $\alpha = \alpha(x,t)$, $\beta = \beta(x,t)$, $\gamma = \gamma(x,t)$;其右边缘与局部坐标系各轴的方向角则为 $\alpha + (\partial\alpha/\partial x)dx$, $\beta + (\partial\beta/\partial x)dx$, $\gamma + (\partial\gamma/\partial x)dx$ 。加载有移动外载荷 $p(x,t)dx$ 以及由位移分量引起的惯性力 $-\rho_l \ddot{u}ds_0$ 、 $-\rho_l \ddot{v}ds_0$ 、 $-\rho_l \ddot{w}ds_0$,其中 \ddot{u} 、 \ddot{v} 、 \ddot{w} 为位移分量 $u(x,t)$ 、 $v(x,t)$ 、 $w(x,t)$ 对时间 t 的二阶偏导。 q_x 、 q_y 、 q_z 为输电线自重载荷 $q(x)$ 沿 x 、 y 、 z 方向的分力;轴向力 $N(x,t)$ 、 $N + (\partial N/\partial x)dx$ 作用在输电线单元两端。

考虑变形状态下作用在微分输电线单元上的力的平衡条件,得到下式:

$$0 = -N \cos \alpha + (N + \frac{\partial N}{\partial x} dx) \cos(\alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx) - \rho_l \ddot{u} ds_0 + q_x ds_0 + p_x dx \quad (14)$$

$$0 = -N \cos \beta + (N + \frac{\partial N}{\partial x} dx) \cos(\beta + \frac{\partial \beta}{\partial x} dx) - \rho_l \ddot{u} ds_0 + q_y ds_0 + p_y dx \quad (15)$$

$$0 = -N \cos \gamma + (N + \frac{\partial N}{\partial x} dx) \cos(\gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial x} dx) - \rho_l \ddot{v} ds_0 + q_z ds_0 + p_z dx \quad (16)$$

由于无穷小输电线单元的方向角变化极其微小,因此方向角的余弦为

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{dx}{ds} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{ds} \\ \cos(\alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx) &\cong \cos \alpha - \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \beta &= \frac{dx}{ds} \frac{dv}{dx} \\ \cos(\beta + \frac{\partial \beta}{\partial x} dx) &\cong \cos \beta - \sin \beta \frac{\partial \beta}{\partial x} dx \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma &= \frac{dz}{ds} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{ds} \\ \cos(\gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial x} dx) &\cong \cos \gamma - \sin \gamma \frac{\partial \gamma}{\partial x} dx \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

假设输电线单元的纵向应变动态增量 ϵ 远小于 1, 即 $\epsilon = (ds - ds_0)/ds_0 \ll 1$, 则 $ds_0/ds = 1/(1 + \epsilon) \approx 1$, 因此可以得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= \frac{dx}{ds_0} \frac{ds_0}{ds} = \frac{dx}{ds_0} = \cos \alpha_0 \\ \frac{dz}{ds} &= \frac{dz}{ds_0} \frac{ds_0}{ds} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{ds_0} = z' \cos \alpha_0 \\ \cos \alpha_0 &= (1 + z')^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: z' 为输电线轮廓曲线 $z(x)$ 上对应点的 z 坐标相对于坐标 x 的一阶导数。

因此,方向角的余弦值可定义为

$$\cos \alpha = (1 + u') \cos \alpha_0 \quad (21)$$

$$\cos \beta = v' \cos \alpha_0 \quad (22)$$

$$\cos \gamma = (z' + w') \cos \alpha_0 \quad (23)$$

代入式(14)~式(16),考虑二阶效应并忽略高阶分量可得到输电线单元变形状态下的动态平衡方程:

$$-[(N_0 + \Delta N)(1 + u') \cos \alpha_0]' + \rho_l (\cos \alpha_0)^{-1} \ddot{u} = q_x (\cos \alpha_0)^{-1} + p_{0x} + \Delta p_x \quad (24)$$

$$-[(N_0 + \Delta N)v' \cos \alpha_0]' + \rho_l (\cos \alpha_0)^{-1} \ddot{v} = q_y (\cos \alpha_0)^{-1} + p_{0y} + \Delta p_y \quad (25)$$

$$-[(N_0 + \Delta N)(z' + w') \cos \alpha_0]' + \rho_l (\cos \alpha_0)^{-1} \ddot{w} = q_z (\cos \alpha_0)^{-1} + p_{0z} + \Delta p_z \quad (26)$$

初始静力平衡状态下,动载荷 $\Delta p(x, t)$ 和位移 $u(x, t), v(x, t), w(x, t)$ 均为 0, $\Delta N(x, t) = 0$, 则式(24)~式(26)有如下形式:

$$-(N_0 \cos \alpha_0)' = q_x (\cos \alpha_0)^{-1} + p_{0x} \quad (27)$$

$$0 = q_y (\cos \alpha_0)^{-1} + p_{0y} \quad (28)$$

$$-(z' N_0 \cos \alpha_0)' = q_z (\cos \alpha_0)^{-1} + p_{0z} \quad (29)$$

其中式(27)确定了输电线所需的初始张力 $H_0 =$

$H_0(x) = N_0(x) \cos \alpha_0$; 由式(28)可知输电线构件所产生的作用力 $q_y (\cos \alpha_0)^{-1}$ 需要用外载荷 p_{0y} 来进行补偿,但自然悬垂状态下($q_y = 0$)除外;式(29)可以得到输电线静力状态下的构型平面 $z(x)$ 。

将式(27)~式(29)代入式(24)~式(26)可以得到描述空间输电线振动的最终偏微分方程:

$$\Delta p_x = -[N_0 \cos \alpha_0 u' + \Delta N \cos \alpha_0 (1 + u)']' + \rho_l (\cos \alpha_0)^{-1} \ddot{u} \quad (30)$$

$$\Delta p_y = -[N_0 \cos \alpha_0 v' + \Delta N \cos \alpha_0 v']' + \rho_l (\cos \alpha_0)^{-1} \ddot{v} \quad (31)$$

$$\Delta p_z = -[N_0 \cos \alpha_0 w' + \Delta N \cos \alpha_0 (z' + w)']' + \rho_l (\cos \alpha_0)^{-1} \ddot{w} \quad (32)$$

运动方程式(30)~式(32)构成了在时间和空间中定义的耦合非线性偏微分方程。该方程包括初始条件和边界条件,描述了移动荷载下单跨输电线的动态数学模型。其中:

$$N_0 \cos \alpha_0 u' + \Delta N \cos \alpha_0 (1 + u)' = \Delta N_x \quad (33)$$

$$N_0 \cos \alpha_0 v' + \Delta N \cos \alpha_0 v' = \Delta N_y \quad (34)$$

$$N_0 \cos \alpha_0 w' + \Delta N \cos \alpha_0 (z' + w)' = \Delta N_z \quad (35)$$

将由胡克定律和式(13)求得的轴向力增量代入式(33)~式(35)则可得到沿局部坐标系轴的 3 个方向的轴向力分量的动态增量:

$$\begin{aligned} \Delta N_x &= N_0 \cos \alpha_0 u' + EA (\cos \alpha_0)^3 [(u' + z'w') + \frac{1}{2} EA (\cos \alpha_0)^3 [(u')^2 + (v')^2 + (w')^2] + EA (\cos \alpha_0)^3 [(u')^2 + z'u'w'] + \frac{1}{2} EA (\cos \alpha_0)^3 [(u')^3 + u'(v')^2 + u'(w')^2]] \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta N_y &= N_0 \cos \alpha_0 v' + EA (\cos \alpha_0)^3 [(u'v' + z'v'w') + \frac{1}{2} EA (\cos \alpha_0)^3 [(u')^2 v' + (v')^3 + v'(w')^2]] \quad (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta N_z &= N_0 \cos \alpha_0 w' + EA (\cos \alpha_0)^3 [z'u' + (z')^2 w'] + \frac{1}{2} EA (\cos \alpha_0)^3 [z'(u')^2 + z'(v')^2 + z'(w')^2] + EA (\cos \alpha_0)^3 [u'w' + z'(w')^2] + \frac{1}{2} EA (\cos \alpha_0)^3 [(u')^2 w' + (v')^2 w' + (w')^3] \quad (38) \end{aligned}$$

式中出现了二次项(单下划线)及三次项(双下划线),若忽略所有单下划线的非线性分量,则可得简单的线性运动方程。本文的非线性分析包括了单下划线的二次项分量。

2.3 联合拉格朗日-里兹法及时域运动矩阵方程

由于上述耦合偏微分方程为非线性,无法求其闭式解,因此需要通过离散化手段对连续输电线模型进行求解。本文采用了联合拉格朗日-里兹法,通过位移近似和拉格朗日方程相结合,对动力学方程进行离散化处理。该方法通过构造满足

边界条件的基函数来近似输电线的位移场,然后将其代入拉格朗日方程,将动力学问题从空间-时间描述转换为时域的有限维离散方程,简化了复杂非线性问题的求解过程。

鉴于输电线与柔索结构具有相似性,本文选择基函数时参考了柔索结构分析的相关文献。其中常用的位移近似方法包括:①与拉紧弦的特征模态相同的正弦函数;②由 IRVINE^[4], TRIAN-TAFYLLOU 等^[23]给出的小垂度无阻尼自由振动的解析振型;③修正 Irvine 公式^[24]。

本文采用正弦函数作为基函数来假设位移近似,并将有限正弦级数叠加于边界位移的线性分布上。其位移近似形式如下所示:

$$u(x, t) = (1 - \frac{x}{l_c})U_i(t) + \frac{x}{l_c}U_j(t) + \sum_{k=1}^n \sin \frac{k\pi x}{l_c} q_u(t) \quad (39)$$

$$v(x, t) = (1 - \frac{x}{l_c})V_i(t) + \frac{x}{l_c}V_j(t) + \sum_{k=1}^n \sin \frac{k\pi x}{l_c} q_v(t) \quad (40)$$

$$w(x, t) = (1 - \frac{x}{l_c})W_i(t) + \frac{x}{l_c}W_j(t) + \sum_{k=1}^n \sin \frac{k\pi x}{l_c} q_w(t) \quad (41)$$

式中: n 为有限元总数; k 为自然数。

所提出的近似位移满足边界运动条件:

$$\left. \begin{aligned} u(0, t) &= U_i(t) \\ v(0, t) &= V_i(t) \\ w(0, t) &= W_i(t) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} u(l_c, t) &= U_j(t) \\ v(l_c, t) &= V_j(t) \\ w(l_c, t) &= W_j(t) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

为方便计算,可将位移近似以矩阵形式来表述,因此可将与时间有关的输电线坐标以列块矩阵表示: $q_c = \text{col}(r_i, r_j, q_u, q_v, q_w)$, 它由边界位移向量 $r_i = (U_i, V_i, W_i)^T$, $r_j = (U_j, V_j, W_j)^T$ 以及广义坐标向量 q_u, q_v, q_w 组成。位移近似可以写成以下矩阵形式:

$$u(x, t) = (1 - \xi)e_u^T r_i(t) + \xi e_u^T r_j(t) + s^T(\xi) q_u(t) = f_u^T(\xi) q_c(t) \quad (44)$$

$$v(x, t) = (1 - \xi)e_v^T r_i(t) + \xi e_v^T r_j(t) + s^T(\xi) q_v(t) = f_v^T(\xi) q_c(t) \quad (45)$$

$$w(x, t) = (1 - \xi)e_w^T r_i(t) + \xi e_w^T r_j(t) + s^T(\xi) q_w(t) = f_w^T(\xi) q_c(t) \quad (46)$$

$$\xi = x/l_c \quad e_u = (1, 0, 0)^T \quad e_v = (0, 1, 0)^T \\ e_w = (0, 0, 1)^T \quad s = [\sin \pi \xi, \sin 2\pi \xi, \dots, \sin n\pi \xi]^T$$

$$f_u = \text{col}((1 - \xi)e_u, \xi e_u, s, 0, 0)$$

$$f_v = \text{col}((1 - \xi)e_v, \xi e_v, 0, s, 0)$$

$$f_w = \text{col}((1 - \xi)e_w, \xi e_w, 0, 0, s)$$

在求解动力学方程时,选择合适的积分变分方法尤为重要。常见的积分变分方法包括里兹法和伽辽金法,二者的主要区别在于微分方程是否具有明确的能量泛函形式。在固体力学中,能量泛函通常为系统的总能量。当泛函存在时,优先采用里兹法,而当泛函不存在时,可使用伽辽金法进行推导。例如, BRYJA 等^[25]将里兹法应用到多跨索道模型中得到如下方程组:

$$B\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) - R(q) \quad (47)$$

KNAWA-HAWRYSZKÓW 等^[26]将伽辽金法应用到非线性索模型中得到如下方程组:

$$B_c \ddot{q}_c + C_c \dot{q}_c + (K_c + K_c^{nl}) q_c = F_c + R_{ci} + R_{cj} \quad (48)$$

矩阵的详细含义可参考相关文献。

本文采用联合拉格朗日-里兹法,将式(30)~式(32)从空间-时间的描述转化为时域描述。上文提到该方法的出发点是动力系统的能量平衡,但在处理非线性系统时,势能的计算较为复杂。我们将系统的主作用力、惯性力和弹性力视为平衡条件,首先分离弹性力,再应用变分原理计算势能变化。这一变化等同于静态反作用力对虚拟位移所做的功。总能量表达式为

$$E_p = E_p^l + E_p^{nl} = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{l_c} N_0 \cos \alpha_0 [(u')^2 + (v')^2 + (w')^2] dx + EA \int_0^{l_c} \cos^3 \alpha_0 (u' + z'w')^2 dx \right\} + \frac{1}{2} EA \int_0^{l_c} \{ \cos^3 \alpha_0 (u' + z'w') [(u')^2 + (v')^2 + (w')^2] \} dx \quad (49)$$

总能量 E_p 分为 E_p^l 和 E_p^{nl} 两个部分,分别由弹性输电线响应的线性和非线性分量(忽略二阶及以上分量)产生。

输电线系统总动能及外部载荷所做的功可表示为

$$E_k = \frac{1}{2} \int_0^{l_c} \frac{\rho_l}{\cos \alpha_0} [(\dot{u})^2 + (\dot{v})^2 + (\dot{w})^2] dx \quad (50)$$

$$W_{\text{ext}} = \int_0^{l_c} (p_x u + p_y v + p_z w) dx \quad (51)$$

考虑到输电线与两塔架悬挂点处均为固定点,因此 $U_i(t) = 0, U_j(t) = 0, V_i(t) = 0, V_j(t) = 0, W_i(t) = 0, W_j(t) = 0$ 。式(39)~式(41)及式(44)~式(46)可改写为

$$u(x, t) = s^T(\xi) q_u(t) \quad (52)$$

$$v(x, t) = s^T(\xi) q_v(t) \quad (53)$$

$$w(x, t) = s^T(\xi) q_w(t) \quad (54)$$

将能量式(49)~式(51)与假定的位移近似式(52)~式(54)代入拉格朗日方程,并考虑阻尼,得到时域的常微分方程组。所考虑的结构运动方程用类似式(47)的矩阵形式表示:

$$B\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) - Q^{nl}(q) \quad (55)$$

考虑到式(30)及式(32)描述了输电线面内的振动,而式(31)描述了面外的运动,因此这里将矩阵 q 中块的顺序设置为 $q = col(q_w, q_u, q_v)$ 以便更好地讨论面内外的有关问题。非线性力 $Q^{nl}(q)$ 是由方程中位移和应变之间的非线性关系以及在振动过程中由输电线轮廓变化对轴向力的二阶效应影响所引起的输电线的广义弹性反应, $Q^{nl}(q) = K^{nl}(q)q$, $K^{nl}(q)$ 为几何(非线性)刚度矩阵。

结构质量矩阵 B 和刚度矩阵 K 如下所示:

$$B = \begin{bmatrix} B^{ww} & B^{wu} & B^{wv} \\ B^{uw} & B^{uu} & B^{uv} \\ B^{vw} & B^{vu} & B^{vv} \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$K = \begin{bmatrix} K^{ww} & K^{wu} & K^{wv} \\ K^{uw} & K^{uu} & K^{uv} \\ K^{vw} & K^{vu} & K^{vv} \end{bmatrix}$$

B 的子矩阵块可定义为

$$B^{ww} = B^{uu} = B^{vv} = (\rho_l l_c / 2) I \quad (57)$$

$$B^{wu} = B^{uw} = B^{wv} = B^{vw} = B^{vu} = B^{uv} = 0 \quad (58)$$

$$I = \text{diag}(1, \dots, 1) \quad \dim I = n$$

K 的子矩阵块可定义为

$$K^{ww} = \left(\frac{H_0}{2l_c} + \frac{\rho_l g \sin \varphi}{2l_c} l_c \right) d^2 + \frac{EA}{l_c} dJ_2 d - \rho_l g \sin \varphi dJ_3 d \quad (59)$$

$$K^{uu} = \left(\frac{H_0}{2l_c} + \frac{\rho_l g \sin \varphi}{2l_c} l_c \right) d^2 + \frac{EA}{l_c} dJ_0 d - \rho_l g \sin \varphi dJ_3 d \quad (60)$$

$$K^{vv} = \left(\frac{H_0}{2l_c} + \frac{\rho_l g \sin \varphi}{2l_c} l_c \right) d^2 - \rho_l g \sin \varphi dJ_3 d \quad (61)$$

$$\left. \begin{aligned} K^{wu} &= K^{uw} = \frac{EA}{l_c} dJ_1 d \\ K^{uv} &= K^{vu} = K^{vw} = K^{wv} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

$$J_0 = \int_0^1 \cos^3 \alpha_0 c c^T d\xi, J_1 = \int_0^1 z' \cos^3 \alpha_0 c c^T d\xi$$

$$J_2 = \int_0^1 z^2 \cos^3 \alpha_0 c c^T d\xi, J_3 = \int_0^1 \xi \cos^3 \alpha_0 c c^T d\xi$$

$$d = \text{diag}(\pi, \dots, n\pi)$$

$$c(x) = col(\cos \pi \xi, \dots, \cos n\pi \xi)$$

式中: φ 为输电线两节点之间的坡度。

在一般黏性阻尼假设成立的前提下,根据瑞利耗散函数定义了系统的阻尼。阻尼矩阵为 $C = \mu B + \kappa K$,其中, μ, κ 为量纲阻尼因子。斜跨输电线的广义非线性弹性反力向量的一般形式为 $Q^{nl} = col(Q_w, Q_u, Q_v)$,其中:

$$Q_w = \text{grad}_{q_w}(E_p^{nl}) = \frac{EA}{l_c^2} \int_0^1 \cos^3 \alpha_0 [aa^T q_w f + z' a e] d\xi \quad (63)$$

$$Q_u = \text{grad}_{q_u}(E_p^{nl}) = \frac{EA}{l_c^2} \int_0^1 \cos^3 \alpha_0 [aa^T q_u f + a e] d\xi \quad (64)$$

$$Q_v = \text{grad}_{q_v}(E_p^{nl}) = \frac{EA}{l_c^2} \int_0^1 \cos^3 \alpha_0 [aa^T q_v f] d\xi \quad (65)$$

$$f = f(\xi, q) = a^T(q_u + z' q_w) \quad a = dc$$

$$e = e(\xi, q) = (q_u^T a a^T q_u + q_w^T a a^T q_w + q_v^T a a^T q_v) / 2$$

时变激励向量 $F(t) = col(F_w, F_u, F_v)$,其中 F_w, F_u, F_v 为其子向量。作用在输电线上的载荷是由一个电力巡线机器人以恒定速度沿着输电线路行驶的运动引起的。机器人可用一个单自由度的物理摆来表示,它在 xz 平面上的摇摆运动用一个旋转角度来描述。

3 移动巡检机器人的建模

3.1 巡检机器人的位移和运动方程

如图5所示,作用在斜跨输电线的运行载荷是由移动巡检机器人引起的,该类移动载体可看作作为一个物理摆。在初始静态配置中,输电线初始张力高,输电线下垂很小,基于这个事实,可假设巡检机器人沿输电线 x 轴方向匀速运动;同理,在输电线载荷定义中可假设 $\cos \alpha_0 \approx 1$ 。巡检机器人沿输电线自由滚动,可以认为输电线在 x 方向上的位移和巡检机器人的这些位移是独立的。移动载荷作用在输电线悬挂平面 xz 上,巡检机器人沿 x 轴的运动可用函数 $x(t) = a + vt$ 来表示,其中 a 为巡检机器人初始挂线位置, v 为巡线速度;沿 z 轴的运动为两个运动的总和:① $z(t) = z[x(t)]$,这是巡检机器人沿着倾斜的输电线轨道行走产生的;② $w(t) = z[x(t), t]$,这与输电线在 $x(t)$ 点的运动相同。

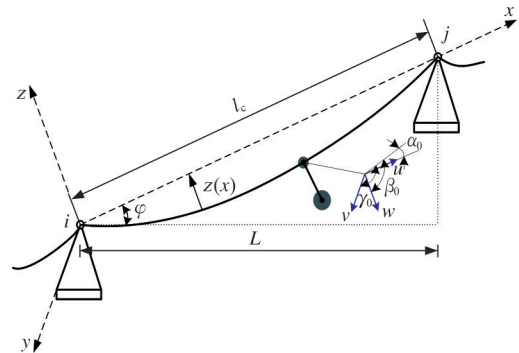


图5 移动载荷作用下输电线系统简化模型

Fig.5 Simplified model of a power transmission line system under moving load

巡检机器人的主体部分被视为一个等效刚体,通过刚性连接臂与行走轮相连。巡检机器人的分布质量可简化为两个集中质量单元:行走轮 m_w 及具有转动惯量 J_R 的带臂机器人 m_R 。因此,巡检机器人可由一个单自由度摆表示,它在输电线平面上的摆动运动由旋转角度 θ 定义,如图6所示。

物理摆的运动方程由作用在机器人单元上的力的力矩平衡条件产生,包括在垂直于 x 轴方向上

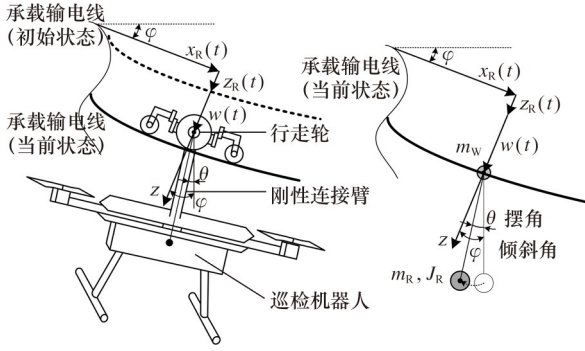


图6 用物理摆模拟巡检机器人

Fig.6 Physical pendulum model representation of an inspection robot

的输电线上运动而产生的惯性力。图7a中示出了作用在巡检机器人的集中单元上的所有力。

为了提高巡检机器人的抗风阻能力及降低线上行走过程中的摆动幅度,一般会在机器人连接臂处加装阻尼器。假设摆的摆动幅度很小,则有 $\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$ 。引入阻尼器特性 c 及整个摆的一般参数;转动质量惯性矩 $J = J_R + m_R r^2$ 和静态质量矩 $m_R r$, 我们可以得到关于转动中心 O 计算力矩的平衡条件:

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + gm_R r\theta = -m_R r \sin \varphi \ddot{w} + m_R r \cos \varphi \ddot{w}\theta \quad (66)$$

等号右侧描述了由输电线运动引起的钟摆振动的运动学激励,它的两个组成部分描述了承载输电线和运动钟摆之间的相互作用,第一个分量是线性的,只出现在倾斜的输电线上;第二个分量是非线性的,不管输电线的倾角如何都存在。

3.2 承载输电线载荷

如图7所示,由带臂机器人的反力 $R = m_R(g - \ddot{w} \cos \varphi) \cos \theta - m_R \ddot{w} \sin \varphi \sin \theta$ 构成了承载输电线上的载荷,其中行走轮重力为 $m_w g$, 惯性力为 $-m_w \ddot{w}$ 。本文以巡检机器人在线上巡检为例,只考虑 xz 平面内的力,忽略风偏等面外影响因素,因此可假设承载输电线上的 $p_y(x, t) = 0$, 子矢量 $F_v = 0$ 。集中的输电线载荷为

$$p(t) = m_w(g \cos \varphi - \ddot{w}) + R \cos \theta \cos \varphi + R \sin \theta \sin \varphi \quad (67)$$

将反力 R 代入式(67),并加入条件 $\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$, 则有

$$p(t) = (m_R + m_w)g \cos \varphi + (m_R \sin \varphi)\theta - (m_R \cos \varphi)\theta^2 - (m_w + m_R \cos^2 \varphi + m_R \theta \sin 2\varphi + m_R \theta^2 \sin^2 \varphi - m_R \theta^2 \cos^2 \varphi)\ddot{w} \quad (68)$$

$$\ddot{w} = s^T \ddot{q}_w + (2v/l_c)c^T d\dot{q}_w - (v^2/l_c^2)s^T d^2 q_w$$

式中: \ddot{w} 为 $x(t)$ 横截面处输电线的运动加速度。

当仅考虑承载输电线横向位移 $w(x, t)$ 所带来的影响时,忽略较小的纵向位移 $u(x, t)$, 可以

得到

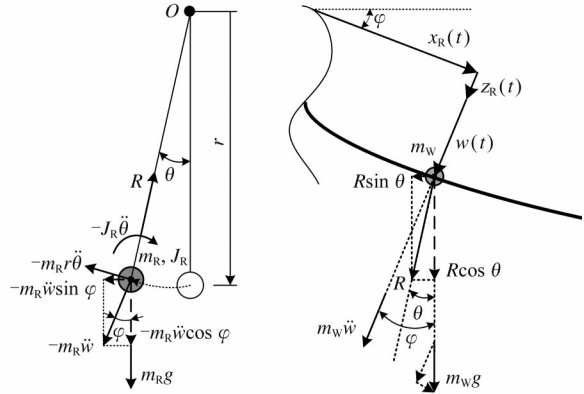
$$W_{\text{ext}} = \int_0^{l_c} p_x(x, t)w(x, t)dx = p(t)w(t) \quad (69)$$

其中 $w(t) = q_w^T s(t)$, 而 W_{ext} 又可表示为

$$W_{\text{ext}} = q_w^T s p(t) = q^T F \quad (70)$$

因此子向量 F_w 可定义为

$$F_w = (m_w + m_R)g \cos \varphi s + m_R g \sin \varphi s \theta - m_R g \cos \varphi s \theta^2 - s [\cos^2 \varphi m_R + m_w + \sin 2\varphi m_R \theta + (\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi) m_R \theta^2] [s^T \ddot{q}_w + (2v/l_c)c^T d\dot{q}_w - (v^2/l_c^2)s^T d^2 q_w] \quad (71)$$



(a) 机器人单元受力分析图 (b) 输电线负载示意图

图7 作用在示例单元上的重力及惯性力

Fig.7 Gravitational and inertial forces acting on a sample unit

4 仿真分析

4.1 仿真参数的选取

在本研究中首先进行了找形计算,以确定输电线在重力作用下的初始曲线构型。所用材料为截面积 200 mm^2 的钢芯铝绞线,具有 1.5 kg/m 的等效线密度和 75 GPa 的弹性模量。线路跨距设置为 100 m , 理论安装应力定为 90 MPa , 预紧力设置为 18000 N 。通过此计算,得出的理论初始长度为 100.14 m 。计算结果(表1)与悬链线的理论解基本一致,验证了模型的准确性。此外,本文模型还考虑了输电线的伸长变形,因此最大弧垂略大于理论解。

表1 找形计算结果

Tab.1 The results of form finding

		本文计算模型	悬链线解析解
高差 $h=0$	最大弧垂/m	2.496	2.233
	安装应力/MPa	88.7	90.0
高差 $h=10 \text{ m}$	最大弧垂/m	1.153	1.027
	安装应力/MPa	88.7	90.0

此外,本文中的移动载荷为飞走式巡检机器人,相关参数如下:行走轮质量 $m_w = 2 \text{ kg}$, 带臂机器人质量 $m_R = 38 \text{ kg}$, 转动惯量 $J_R = 11 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,

连接臂长 $r = 0.5 \text{ m}$, 巡线速度初设为 $v = 1 \text{ m/s}$ 。

这些参数的选取基于实际巡检过程中设备的特性和运行要求, 确保仿真结果符合工程实际情况。

4.2 非线性效应对承载输电线路的影响

4.2.1 非线性效应对位移的影响

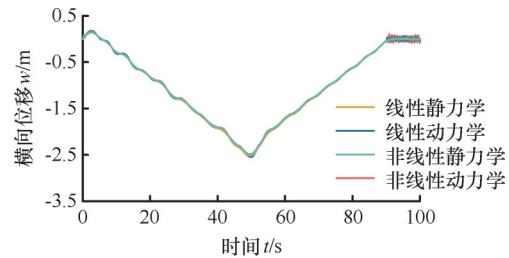
首先分析了输电线的位移状态, 包括在连续截面上得到的输电线响应: 跨的 $1/4$ 、 $1/2$ 和 $3/4$ 处。表 2 比较了等高安装 ($h=0$) 及有高差安装 ($h=10 \text{ m}$) 情况下的输电线最大静态和动态位移 (横向最大位移 w_{\max} 和纵向最大位移 u_{\max}) 的线性解 (l) 和非线性解 (nl)。在此基础上, 计算了静力学中的非线性系数 ψ_s 和动力学中的非线性因素 ψ_d 。非线性系数 $\psi = \max_r X^{\text{nl}} / \max_r X^{\text{l}}$ 是非线性效应的量度, 定义为最大非线性响应与最大线性响应之比, 其中 $X = X(x, t)$ 是分析截面中系统的任一考虑响应。

图 8 和图 9 分别显示了典型的图形解, 即承载输电线中间跨度的横向位移 $w(x = 0.50l_c)$ 和纵向位移 $u(x = 0.50l_c)$ 的时程。作为动态解的背景, 给出了拟静态解的过程, 这些解被假定为输电线上对应于连续力矩的连续位置上的一组集中力。在图 8 中可以看到, 横向位移的准静态解在接近 90 s 后变得稳定, 但动态响应更加明显。图 9 显示, 静态纵向位移值比所考虑的结构中占主导地位的横向位移值低许多倍, 但整个过程受动态响应的影响较横向位移更加明显。表 2 和图 8、图 9 的结果表明, 在巡检机器人移动到输电线末端时, 输电线横纵向位移的动力响应非常明显。由于静力和动力的非线性系数的取值均接近 1.0, 非线性效应对横向位移的影响可以忽略不计。在纵向位移方面, 非线性系数较高, 但由于纵向位移的数量级相对较小, 因此可认为非线性效应的影响有限。

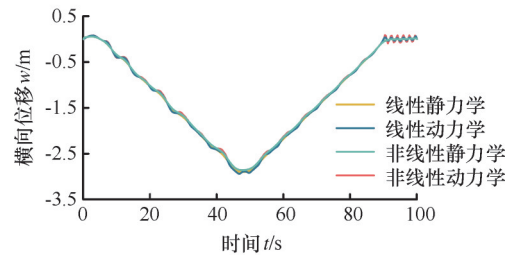
表 2 非线性效应对承载输电线所选截面最大静、动位移 w_{\max} 和 u_{\max} 影响的比较

Tab.2 Comparison of nonlinear effects influence on maximum static and dynamic displacements w_{\max} and u_{\max} in selected cross-sections of carrying cable

输电线截面		横向位移						纵向位移					
		静力学			动力学			静力学			动力学		
		$w_{\max}^{\text{l}}/\text{m}$	$w_{\max}^{\text{nl}}/\text{m}$	ψ_s	$w_{\max}^{\text{l}}/\text{m}$	$w_{\max}^{\text{nl}}/\text{m}$	ψ_d	$u_{\max}^{\text{l}}/\text{m}$	$u_{\max}^{\text{nl}}/\text{m}$	ψ_s	$u_{\max}^{\text{l}}/\text{m}$	$u_{\max}^{\text{nl}}/\text{m}$	ψ_d
高差 0	$x=0.25l_c$	-1.943	-1.943	1.000	-1.967	-1.997	1.015	-0.102	-0.121	1.186	-0.114	-0.132	1.158
	$x=0.50l_c$	-2.508	-2.486	0.991	-2.548	-2.528	0.992	-0.138	-0.152	1.102	-0.139	-0.154	1.108
	$x=0.75l_c$	-1.944	-1.946	1.001	-1.975	-2.002	1.014	-0.106	-0.123	1.160	-0.117	-0.134	1.145
高差 10 m	$x=0.25l_c$	-2.234	-2.236	1.001	-2.275	-2.283	1.004	-0.093	-0.109	1.172	-0.098	-0.112	1.143
	$x=0.50l_c$	-2.902	-2.861	0.986	-2.941	-2.879	0.979	-0.124	-0.138	1.113	-0.127	-0.143	1.126
	$x=0.75l_c$	-2.216	-2.219	1.001	-2.258	-2.262	1.002	-0.107	-0.129	1.206	-0.111	-0.132	1.189



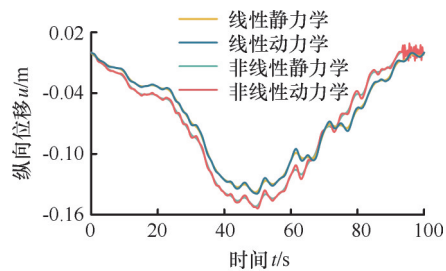
(a) 等高输电线



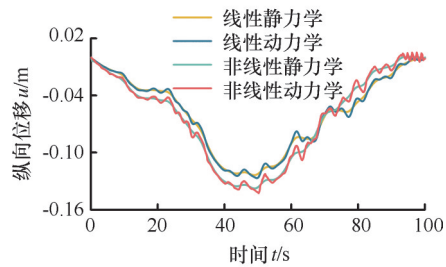
(b) 10 m 高差输电线

图 8 跨中横向位移线性与非线性解的比较

Fig.8 Comparison of linear and nonlinear solutions of transverse displacement in mid-span



(a) 等高输电线



(b) 10 m 高差输电线

图 9 跨中纵向位移线性与非线性解的比较

Fig.9 Comparison of linear and nonlinear solutions of longitudinal displacement in mid-span

4.2.2 非线性效应对轴向力的影响

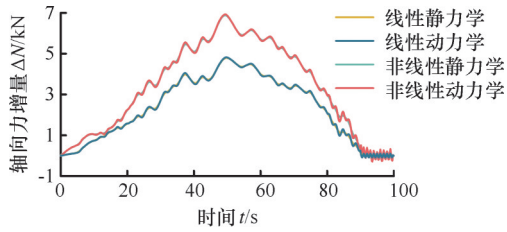
分析了输电线特征横截面(跨的1/4、1/2和3/4处)上 $x=0.50l_c$ 时的响应,如图10所示。在静力学和动力学中,轴向力的最大线性和非线性

增量 ΔN_{\max}^l 和 ΔN_{\max}^{nl} 是由数值仿真得到的解。随后计算了静力和动力非线性系数 ϕ_s 和 ϕ_d ,结果在表3中给出。具有代表性的图形解在图10中给出。

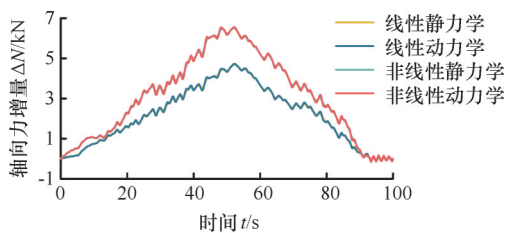
表3 非线性效应对承载输电线所选截面轴向力最大静、动力增量影响的比较

Tab.3 Comparison of nonlinear effects influence on maximum static and dynamic increments of axial forces in selected cross-sections of carrying cable

输电线截面		静力学				动力学		
		N_0/kN	$\Delta N_{\max}^l/\text{kN}$	$\Delta N_{\max}^{nl}/\text{kN}$	ϕ_s	$\Delta N_{\max}^l/\text{kN}$	$\Delta N_{\max}^{nl}/\text{kN}$	ϕ_d
高差 0	$x=0.25l_c$	18.071	5.237	8.557	1.634	5.206	7.615	1.463
	$x=0.50l_c$	18.071	4.784	6.884	1.439	4.823	6.931	1.437
	$x=0.75l_c$	18.071	5.242	8.563	1.634	5.210	7.617	1.462
高差 10 m	$x=0.25l_c$	18.023	5.018	8.414	1.677	5.106	7.482	1.465
	$x=0.50l_c$	18.045	4.680	6.502	1.389	4.721	6.544	1.386
	$x=0.75l_c$	18.090	5.036	8.423	1.673	5.126	7.523	1.468



(a) 等高输电线



(b) 10 m高差输电线

图10 跨中轴向力静力和动力增量线性与非线性解的比较

Fig.10 Comparison of linear and nonlinear solutions of static and dynamic increments of axial force in mid-span

对结果的分析表明,在某些连续横截面上的初始轴力 N_0 略有不同,这是由于分析实例中的输电线安装高差所致。移动载荷的动态效应对线性解和非线性解均较为明显(见图10)。在不同安装高度下,较高的增量均出现在距离跨度末端较近的横截面上。因此可以得出结论:在非线性的静力学解中,最大值均出现在横截面 $x=0.75l_c$ 处,相当于初始轴向力 $N_0=18\text{ kN}$ 的47.6%(等高输电线)和46.7%(10 m高差输电线),这是不可以忽略的。动力学解中被测截面上的非线性因子的取值范围在1.386~1.468之间。在静力学解中,非线性系数的取值范围较大,为1.389~1.677。这意味着在所考虑的输电线体系中,轴向力的非线性效应的影响很大。

综上所述,在移动载荷的作用下,输电线表现出非线性大位移特性,并且存在明显的端部效应,即当移动载荷靠近末端时,输电线的振动会加剧。非线性效应对输电线的位移影响相对较小,但对轴向力的影响则较为明显,其中非线性系数在动力分析中最高达1.468,在静力分析中最高则可达1.677。结果表明,在计算与本文分析的输电线结构相似的柔索结构时,需要充分考虑非线性效应。

4.3 不同工况下的输电线路动态响应分析

移动载荷速度作为外部载荷条件,对输电线的动力响应及振动特性产生直接影响。不同速度的移动载荷将引发输电线不同的动态行为与应力分布,这对评估巡检机器人的运行稳定性具有决定性作用。同时,输电线的安装高差作为结构工况的关键参数,其变化会影响输电线的初始张力分布与形态,进而影响它在移动载荷作用下的动力响应。通过探究不同高差条件下的动态响应,能够优化输电线的设计与安装,从而提高其运行可靠性及安全性。因此,对这两个典型工况的深入分析,有助于全面理解输电线路在复杂工况下的动态行为。

4.3.1 移动载荷速度对承载输电线的影响

在实际应用中,巡检机器人的移动速度可能因环境和任务要求而有所不同,这将直接影响输电线的振动特性,因此,有必要对这些影响进行详细讨论。考虑到巡检机器人的工作特点和巡检精度的要求,现有文献表明巡检机器人的移动速度通常在0.3~2 m/s之间^[2]。因此,本文选择了移动速度 v 为0.5 m/s、1 m/s和2 m/s的3种情况来对输电线系统的动态响应进行对比研究。

取跨度的中点,其横纵向位移的变化历程如图11、图12所示,其中 $x=0.50l_c$,为了统一衡量标准,水平坐标用 vt 表示。从图中可以看出,随着巡检机器人移动速度的增大,输电线的横向和纵向位移也相应增大,且在巡检机器人接近输电线末端时振动明显加剧。具体的,横向位移在最大

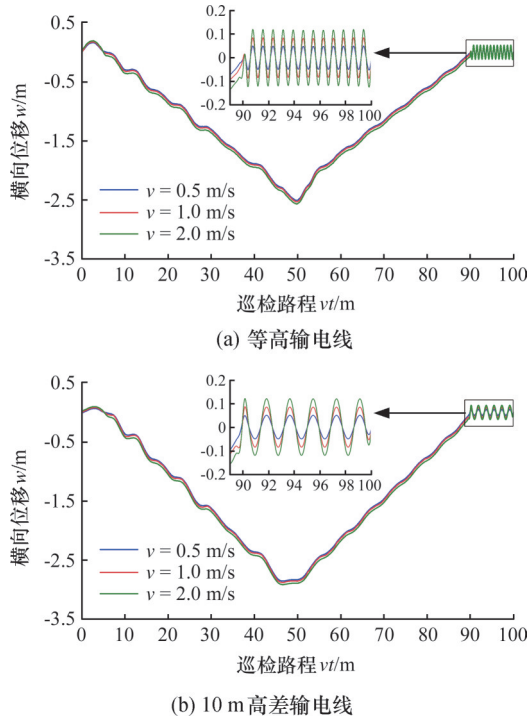


图11 不同移动速度下跨中横向位移的比较

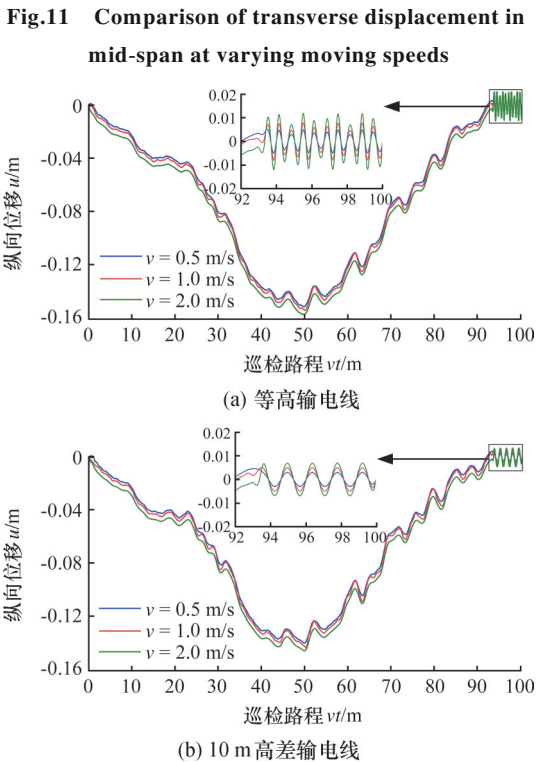


图12 不同移动速度下跨中纵向位移的比较

Fig.12 Comparison of longitudinal displacement in mid-span at varying moving speeds

处增大了2.4%,端部效应的振幅增大约140%。纵向位移在最大处增大了3.9%,端部效应的振幅增大约138%。

图13展示了 $x=0.5l_c$ 时输电线轴向力增量随移动载荷速度变化的情况。结果表明,随着移动速度的增大,输电线的轴向力增量也相应增大。具体来说,轴向力增量在最大值处增大了4.4%,而端部效应的振幅则增大了约225%。

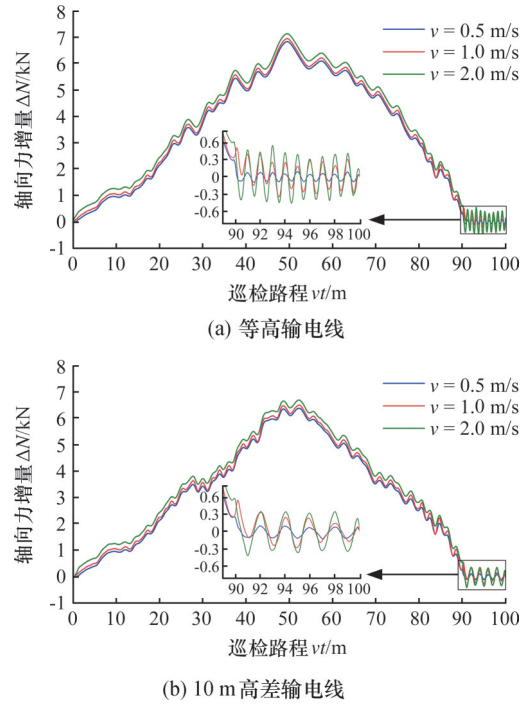


图13 不同移动速度下跨中轴向力增量的比较

Fig.13 Comparison of axial force increment in mid-span at varying moving speeds

综上所述,研究结果表明,无论在何种工况下,移动载荷的速度越大,输电线的位移和轴向力变化越大,端部效应也更明显。具体数据显示,当移动速度从0.5 m/s增至2 m/s时,横向位移在最大值处增大了2.4%,端部效应的振幅增大了约140%;纵向位移在最大值处增大了3.9%,端部效应的振幅增大了约138%;轴向力增量在最大值处增大了4.4%,端部效应的振幅增大了约225%。因此,在实际工程应用中,应考虑控制巡检机器人的移动速度,以减小对输电线路的影响。

4.3.2 安装高差对承载输电线路的影响

根据工程实践和设计要求,输电线的安装高差通常需考虑具体地形和环境条件来确定。在某些典型线路段,115 m跨距的特高压输电线路的安装高差达到了9.6 m^[27]。因此,本文在研究100 m档距的输电线时,选择的最大安装高差为10 m,以确保所选高度差更加贴合实际情况。

图14~图16展示了不同安装高差(h 为0,

5 m, 10 m)下, 输电线在移动载荷作用下的横向位移响应及轴向力增量的变化情况。仿真结果显示, 输电线的横向位移随着安装高差的增大而增大, 其中位移最大值增大了13.9%, 但由于在等高安装($h=0$)情况下, 初始弧垂较大(表1), 因此增大高差后总的下垂距离有所减小; 而纵向位移和轴向力增量则随着安装高差的增大而呈现减小趋势, 具体表现为: 纵向位移最大值减小7.3%, 轴向力增量最大值减小6.2%。此外, 虽然端部效应的振幅变化不大, 但是振频明显降低, 最大降幅达到50%。

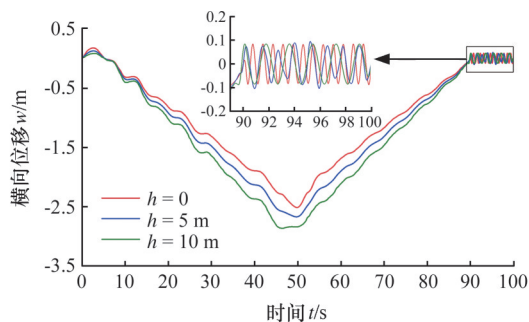


图14 不同安装高差下跨中横向位移的比较

Fig. 14 Comparison of transverse displacement in mid-span under different installation height difference

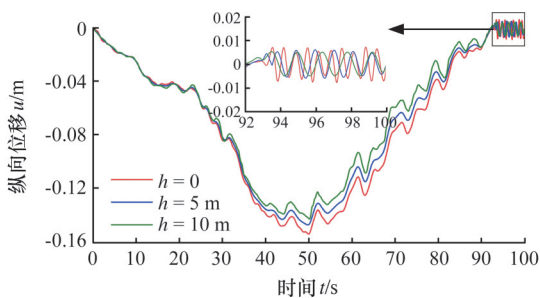


图15 不同安装高差下跨中纵向位移的比较

Fig. 15 Comparison of longitudinal displacement in mid-span under different installation height difference

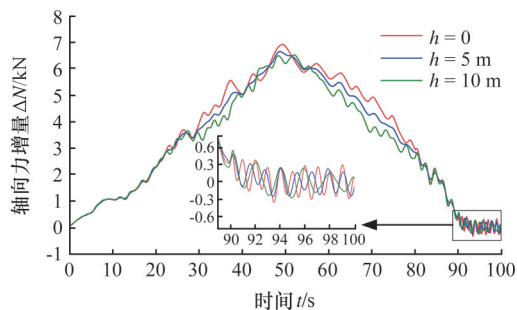


图16 不同安装高差下跨中轴向力增量的比较

Fig. 16 Comparison of axial force increment in mid-span under different installation height difference

研究表明, 输电线两端的安装高差对其动力学响应具有显著影响。适当增大输电线的安装高差可以有效减小巡检机器人引起的振动, 降

低对输电线路的不利影响。这些影响包括减小输电线的下垂距离、纵向位移及轴向力的增量, 同时明显降低了端部效应的振动频率。通过优化安装高差, 能够改善输电线路在巡检过程中所受的动态负荷, 提高系统的整体稳定性和安全性。

5 结论

1) 在移动载荷作用下, 输电线表现出非线性大位移特性, 尤其是当载荷移动至输电线末端时, 由端部效应导致的振动明显增强。非线性效应对位移的直接影响较小, 对轴向力的影响较为明显, 其中非线性因子在动力分析中最高达1.468, 在静力分析中最高达1.677, 这表明在处理类似柔索结构时需充分考虑非线性因素。

2) 随着移动荷载速度的增大, 输电线的振动更加剧烈。当移动速度从0.5 m/s增加到2 m/s时, 横向位移、纵向位移和轴向力增量分别增大了2.4%、3.9%和4.4%。此外, 3个指标的端部效应振幅明显增强, 分别增大了140%、138%和225%。因此, 在工程实践中应控制巡检机器人的移动速度以降低振动对输电线路的负面影响。

3) 输电线的动力学响应与其安装高差相关。当安装高差从0增加到10 m时, 输电线的下垂距离随之减小; 纵向位移与轴向力增量也分别减小了7.3%和6.2%; 端部效应振频最大降低50%, 有效缓解了振动问题。因此, 增加输电线的安装高差可以提高输电系统的动力稳定性, 确保输电线路在多变环境中的持续安全运行。

参考文献:

- [1] YANG Lei, FAN Junfeng, LIU Yanhong, et al. A Review on State-of-the-art Power Line Inspection Techniques[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(12):9350-9365.
- [2] ALHASSAN A B, ZHANG Xiaodong, SHEN Haiming, et al. Power Transmission Line Inspection Robots: a Review, Trends and Challenges for Future Research [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2020, 118:105862.
- [3] QIN Xinyan, JIA Bo, LEI Jin, et al. A Novel Flying-walking Power Line Inspection Robot and Stability Analysis Hanging on the Line under Wind Loads[J]. Mechanical Sciences, 2022, 13(1):257-273.
- [4] IRVINE H M. Cable Structures[M]. Cambridge: The MIT Press, 1981.
- [5] HAGEDORN P, SCHÄFER B. On Non-linear

- Free Vibrations of an Elastic Cable[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 1980, 15(4/5): 333-340.
- [6] REGA G, VESTRONI F, BENEDETTINI F. Parametric Analysis of Large Amplitude Free Vibrations of a Suspended Cable[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1984, 20(2):95-105.
- [7] WU J S, CHEN C C. The Dynamic Analysis of a Suspended Cable Due to a Moving Load[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1989, 28(10):2361-2381.
- [8] WANG Yiming. The Transient Dynamics of a Cable-mass System Due to the Motion of an Attached Accelerating Mass[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2000, 37(9):1361-1383.
- [9] BENEDETTINI F, REGA G. Non-linear Dynamics of an Elastic Cable under Planar Excitation[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 1987, 22(6):497-509.
- [10] VISWESWARA RAO G, IYENGAR R N. Internal Resonance and Non-linear Response of a Cable under Periodic Excitation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 149(1):25-41.
- [11] PERKINS N C. Modal Interactions in the Non-linear Response of Elastic Cables under Parametric/External Excitation[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 1992, 27(2):233-250.
- [12] TAKAHASHI K, KONISHI Y. Non-linear Vibrations of Cables in Three Dimensions, Part I: Non-linear Free Vibrations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, 118(1):69-84.
- [13] LEE C, PERKINS N C. Three-dimensional Oscillations of Suspended Cables Involving Simultaneous Internal Resonances[M]// *Advances in Nonlinear Dynamics: Methods and Applications*. Dordrecht: Springer Netherlands, 1995:45-63.
- [14] LUO A C J, MOTE C D. Equilibrium Solutions and Existence for Traveling, Arbitrarily Sagged Elastic Cables[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2000, 67(1):148-154.
- [15] WARMINSKI J, ZULLI D, REGA G, et al. Revisited Modelling and Multimodal Nonlinear Oscillations of a Sagged Cable under Support Motion[J]. *Meccanica*, 2016, 51(11):2541-2575.
- [16] REGA G. Theoretical and Experimental Nonlinear Vibrations of Sagged Elastic Cables[M]// *Nonlinear Dynamic Phenomena in Mechanics*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012:159-210.
- [17] ZHOU Chao, LIU Yibing. Modeling and Mechanism of Rain-Wind Induced Vibration of Bundled Conductors[J]. *Shock and Vibration*, 2016, 2016(1):1038150.
- [18] 胡鑫. 架空线路风偏多刚体模型研究与动态响应防治分析[D]. 北京:华北电力大学, 2022.
- HU Xin. Research on Multi-rigid-body Model for Wind-induced Deflection of Overhead Lines and Analysis of Dynamic Response Prevention[D]. Beijing:North China Electric Power University, 2022.
- [19] 刘小会, 胡友, 张路飞, 等. 任意高差的多档输电线动刚度理论建模[J]. *应用力学学报*, 2020, 37(1):272-279.
- LIU Xiaohui, HU You, ZHANG Lufei, et al. Theoretical Modeling of Dynamic Stiffness for Multi-span Transmission Line with Arbitrary Height Difference [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2020, 37(1):272-279.
- [20] 包婉玉, 闵光云, 刘小会, 等. 离散方法对覆冰输电线主共振的影响分析[J]. *力学季刊*, 2024, 45(2):506-518.
- BAO Wanyu, MIN Guangyun, LIU Xiaohui, et al. Analysis of the Influence of Discrete Method on the Principal Resonance of Iced Transmission Line[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2024, 45(2): 506-518.
- [21] 陈太聪, 马海涛, 苏成. 拉索静力状态的高精度无迭代求解方法研究[J]. *工程力学*, 2013, 30(3): 244-250.
- CHEN Taicong, MA Haitao, SU Cheng. Study on High-accuracy and Non-iteration Methods for Determining Static Status of a Cable[J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(3):244-250.
- [22] 唐茂林. 大跨度悬索桥空间几何非线性分析与软件开发[D]. 成都:西南交通大学, 2003.
- TANG Maolin. 3D Geometric Nonlinear Analysis of Long-span Suspension Bridge and Its Software Development [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2003.
- [23] TRIANTAFYLLOU M S, GRINFOGEL L. Natural Frequencies and Modes of Inclined Cables[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1986, 112(1): 139-148.
- [24] WU Q, TAKAHASHI K, NAKAMURA S. Formulae for Frequencies and Modes of In-plane Vibrations of Small-sag Inclined Cables [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 279(3/4/5): 1155-1169.
- [25] BRYJA D, KNAWA M. Computational Model of an Inclined Aerial Ropeway and Numerical Method for Analyzing Nonlinear Cable-car Interaction [J]. *Computers & Structures*, 2011, 89(21/22): 1895-

- 1905.
- [26] KNAWA-HAWRYSZKÓW M, PROKOPOWICZ D, BRYJA D. Multipurpose Nonlinear Cable Model for Dynamic Response of Structures under Moving Load [J]. *Computers & Structures*, 2021, 257: 106642.
- [27] 王炜, 杨浩, 王强, 等. 特重冰区特高压直流线路导线脱冰跳跃高度及杆塔受力特征研究[J]. *重庆大学学报*, 2025, 48(6):25-33.
WANG Wei, YANG Hao, WANG Qiang, et al. Mechanical Characteristics of Tower and Conductor Jump Height of UHV DC Lines in Ultra-heavy Ice Zone after Ice-shedding [J]. *Journal of Chongqing University*, 2025, 48(6):25-33.
- (上接第 2125 页)
- [7] ZHAO Jing, ZHANG Hao, ZHANG Ziqiang, et al. A Multi-functional Engineering Attachment for Clamping, Cutting, and Grasping with a Single Degree of Freedom Variable Topology Mechanism: US20210354216[P]. 2021-11-18.
- [8] CHEN Yuli, QIAO Chuan, QIU Xinming, et al. A Novel Self-locked Energy Absorbing System [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2016, 87:130-149.
- [9] DAI Xiaomeng, ZONG Liang, DING Yang, et al. Experimental Study on Seismic Behavior of a Novel Plug-in Self-lock Joint for Modular Steel Construction [J]. *Engineering Structures*, 2019, 181: 143-164.
- [10] GENG Dai, ZHANG Shimin, WANG Deguo. Research on Sealing Ring for Intelligent Plug in High-pressure Pipeline [C] //ICPTT 2009. Shanghai, 2009:1934-1942.
- [11] ZHUPANSKA O I. Adhesive Full Stick Contact of a Rigid Cylinder with an Elastic Half-space [J]. *International Journal of Engineering Science*, 2012, 55:54-65.
- [12] MISHRA M, EGBERTS P, BENNEWITZ R, et al. Friction Model for Single-asperity Elastic-Plastic Contacts [J]. *Physical Review B—Condensed Matter and Materials Physics*, 2012, 86 (4): 045452.
- [13] HAO S, KEER L M. Rolling Contact between Rigid Cylinder and Semi-infinite Elastic Body with Sliding and Adhesion [J]. *Journal of Tribology*, 2007, 129(3):481-494.
- [14] XU Kefei, CHU N R, JACKSON R L. An Investigation of the Elastic Cylindrical Line Contact Equations for Plane Strain and Stress Considering Friction [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part J—Journal of Engineering Tribology*, 2022, 236(9):1889-1897.
- [15] JACKSON ROBERT L. A Solution of Rigid Perfectly Plastic Cylindrical Indentation in Plane Strain and Comparison to Elastic-Plastic Finite Element Predictions with Hardening [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2018, 85(2):024501.
- [16] SHARMA A, JACKSON R L. A Finite Element Study of an Elasto-Plastic Disk or Cylindrical Contact Against a Rigid Flat in Plane Stress with Bilinear Hardening [J]. *Tribology Letters*, 2017, 65 (3) : 112.
- (编辑 王昱玥)
- 作者简介:王旭东,男,1998年生,硕士研究生。研究方向为新型救援装备。E-mail:15726243965@163.com。赵京(通信作者),男,1961年生,教授、博士研究生导师。研究方向为人机交互、超冗余度机器人系统、异构机器人遥操作、智能救援装备、非标自动化设备。E-mail:zhaojing@bjut.edu.cn.
- 本文引用格式:
王旭东,赵京.自锁状态下钳剪抓一体属具接触性能研究[J].*中国机械工程*,2025,36(9):2117-2125.
WANG Xudong, ZHAO Jing. Research on Contact Properties of Clamp-Shear-Grab Integrated Attachments under Self-locked States [J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36 (9) : 2117-2125.