

基于动态输出反馈的汽车横摆与侧倾稳定性控制

尹夕志^{1,2,3} 胡三宝^{1,2,3} 冯智勇^{1,2,3*}

1.武汉理工大学现代汽车零部件技术湖北省重点实验室,武汉,430070

2.武汉理工大学汽车零部件技术湖北省协同创新中心,武汉,430070

3.新能源与智能网联汽车湖北省工程技术中心,武汉,430070

摘要:为提高轮毂电机驱动电动汽车在高速、低附着等极限工况下的横摆与侧倾稳定性,建立了车辆横向动力学三自由度多胞型模型,并提出一种鲁棒分层控制策略。通过迭代搜索求得上层降阶动态输出反馈控制器的局部最优解,以同时满足极点配置和 H_∞ 性能约束。以轮胎综合负荷率最小为优化目标,求得下层最优的四轮转矩。Simulink和CarSim联合仿真表明:该控制策略能明显提高车辆的稳定性,且对系统参数变化和外界干扰保持鲁棒性。

关键词:电动汽车;动态输出反馈;鲁棒控制;横摆稳定性;侧倾稳定性

中图分类号:U461;TP273

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.07.007

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Vehicle Yaw and Roll Stability Control Based on Dynamic Output Feedback

YIN Xizhi^{1,2,3} HU Sanbao^{1,2,3} FENG Zhiyong^{1,2,3*}

1.Hubei Key Laboratory of Advanced Technology of Automotive Components,Wuhan University of Technology,Wuhan,430070

2.Auto Components Technology Hubei Collaborative Innovation Center,Wuhan University of Technology,Wuhan,430070

3.Hubei Technology Research Center of New Energy and Intelligent Connected Vehicle Engineering,Wuhan,430070

Abstract: In order to improve the yaw and roll stability of in-wheel motor drive electric vehicles under extreme conditions such as high speed and low adhesion, a 3-DOF multi-cell model of vehicle lateral dynamics was established, and a robust layered controller was proposed. The local optimal solution of the upper-level reduced-order dynamic output feedback controller was obtained by iterative search, with the demands for the pole configuration and H_∞ performance constraints at the same time. With the optimization objective of minimizing the comprehensive tire load rate, the optimal torque of the lower four wheels was obtained. Simulink and CarSim co-simulation results show that this control strategy may significantly improve vehicle stability under different working conditions, and maintain robustness to system parameter variations and external disturbances.

Key words: electric vehicle; dynamic output feedback; robust control; yaw stability; roll stability

0 引言

与集中式车辆相比,轮毂电机驱动的电动汽车省去了传动轴等机械连接机构,具有传动链短、结构紧凑、传动效率高、空间布置利用率高等特点,有利于提高车辆的稳定性及经济性^[1]。车辆操纵稳定性主要包括纵向稳定性、横摆稳定性和侧倾稳定性^[2]。轮毂电机驱动的电动汽车可通过协调4个轮毂电机的转矩实现横摆力矩控制、驱动防滑控制等多种主动安全控制功能,提高操纵稳定性^[3]。因此,基于轮毂电机驱动的技术特点和现有控制方法,控制车辆的横摆角速度、质心侧

偏角和车身侧倾角在理想阈值内,对避免侧滑、激转和侧翻失稳具有重要意义^[4]。

轮毂电机可通过差动驱动产生的附加横摆力矩帮助汽车跟随理想横摆角速度和质心侧偏角,提高轮毂电机驱动电动汽车的横摆稳定性。一些学者从路面附着系数^[5]、电机能量损耗^[6]、轮胎力饱和^[7]等方面着手,进一步提高控制器的综合性能。附加横摆力矩还能通过改变侧向加速度来间接控制车身侧倾,祁炳楠等^[8]基于能量法设计了防侧翻控制方法。金智林等^[9-10]提出一种基于二次预测型横向载荷转移率的汽车侧翻预警方法,并考虑非簧载质量对侧倾稳定性的影响,有效提高了车辆在不平整路面行驶时的防侧翻能力。张

利鹏等^[11]考虑横摆和侧倾稳定性,提出了基于空间运动解耦的横摆和侧倾运动转矩协调控制方法,在保证横摆稳定性的同时抑制车身的侧倾运动。HAJILOO 等^[12]考虑道路坡度和路面附着系数对车辆的影响,提出了考虑优先级的模型预测控制方法,并通过仿真和整车实验进行了验证。

上述控制方法均采用状态反馈设计控制器。由于大部分车辆的状态参数难以直接获得或传感器较为昂贵,因此应用在量产汽车上的稳定性控制系统多采用简单的逻辑控制^[13]。基于线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)的输出反馈鲁棒控制逐渐受到研究人员的重视^[14-17]。输出反馈可分为静态输出反馈(static output feedback, SOF)和动态输出反馈(dynamic output feedback, DOF),其中,DOF 能根据系统状态的变化动态调整其输出,控制策略更灵活,但高阶 DOF 控制器实现成本高、可靠性差,且存在数值误差和维护问题^[18]。系统或控制器的降阶技术能降低 DOF 控制器阶数,但无法保证闭环系统性能;直接设计降阶 DOF 控制器能在降低控制器阶数的同时确保闭环性能^[19]。

为提高轮毂电机驱动电动汽车在高速、低附着等极限工况下的横摆与侧倾稳定性,本文提出一种鲁棒分层控制策略。考虑车辆纵向车速的时变性,建立车辆横向动力学三自由度多胞型模型。上层控制器采用降阶 DOF 控制器,为保证系统具有良好的动态和稳态性能,上层控制器的设计同时考虑了系统的区域极点配置和 H_∞ 性能约束。通过推导得到了满足约束控制器的 LMI 充分条件,并通过搜索与迭代求解得到降阶 DOF 控制器的局部最优解。下层控制器以轮胎综合负荷率最小为目标,优化分配四轮转矩。最后通过 Simulink 和 CarSim 联合仿真验证所设计控制策略的可行性和有效性。

1 车辆三自由度动力学模型

1.1 整车动力学模型

本文主要研究分布式驱动电动汽车的横向动力学,只考虑汽车的侧向运动、横摆运动和侧倾运动,建立的整车动力学模型如图 1 所示,图中, a 、 b 分别为汽车重心到前后轴的距离, F_{xi} 、 F_{yi} 分别为轮胎的纵向力和侧向力 ($i = fl, fr, rl, rr$, 分别对应左前轮、右前轮、左后轮和右后轮), α_1 、 α_2 分别为前后轮侧偏角, δ 为车辆前轮转角, M_z 为横摆力矩, ω_r 为横摆角速度, u 为纵向速度, v 为横向速度, V 为车辆合成速度, h 为侧倾中心到重心的距

离, m_s 为簧载质量, φ 为簧载质量侧倾角, a_y 为整车侧向加速度, g 为重力加速度。

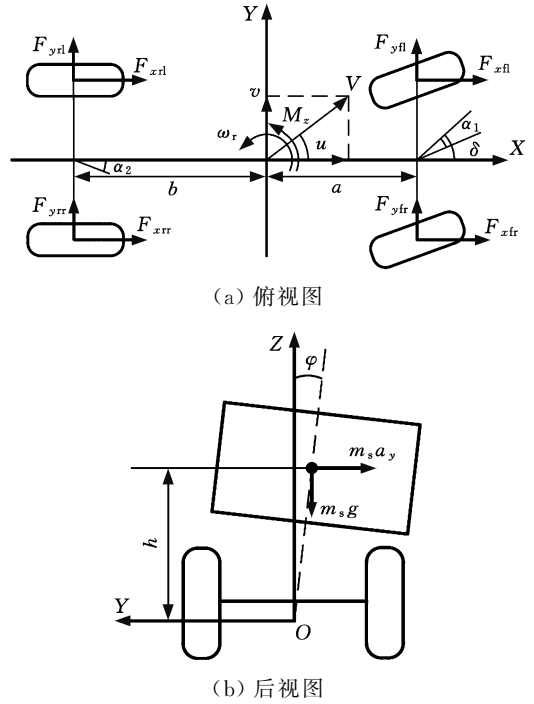


图 1 汽车整车三自由度模型

Fig.1 Three degrees of freedom model of automobile

考虑侧向运动、横摆运动和侧倾运动之间的耦合,建立车辆横向动力学模型:

侧向运动

$$m a_y - m_s h \ddot{\varphi} = F_{yfl} + F_{yfr} + F_{yrl} + F_{yrr} \quad (1)$$

横摆运动

$$I_z \dot{\omega}_r + I_{xz} \ddot{\varphi} = a(F_{yfl} + F_{yfr}) - b(F_{yrl} + F_{yrr}) + M_z \quad (2)$$

侧倾运动

$$I_x \ddot{\varphi} - m_s h a_y + I_{xz} \dot{\omega}_r = (m_s g h - k_\varphi) \varphi - c_\varphi \dot{\varphi} \quad (3)$$

式中: I_x 为簧载质量的侧倾转动惯量; I_z 为横摆转动惯量; I_{xz} 为簧载质量对 X 轴和 Z 轴的惯性积; k_φ 、 c_φ 分别为悬架的等效侧倾刚度和等效侧倾阻尼系数; m 为整车质量。

由侧向及横摆运动耦合关系可得汽车质心位置侧向加速度

$$a_y = u(\varphi + \dot{\beta}) \quad (4)$$

1.2 轮胎动力学模型

考虑侧倾转向、侧倾外倾对轮胎侧向特性的影响,可得到前后轮的侧偏角:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \beta + a\omega_r/u - \delta - E_r \varphi \\ \alpha_2 &= \beta - b\omega_r/u - E_f \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: β 为质心侧偏角; E_f 、 E_r 分别为前后侧倾转向系数。

汽车质心侧向速度较小时,质心侧偏角 $\beta = v/u$, 则可得 $u = V$ 。

车辆正常行驶时,轮胎处于线性工作区,左右车轮的侧偏角近似相等,则前后轮侧向力可表示为

$$\left. \begin{aligned} F_{yfl} &= F_{yfr} = -2k_f \alpha_1 \\ F_{yrl} &= F_{yrr} = -2k_r \alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中： k_f, k_r 分别为前后轮的有效侧偏刚度。

1.3 期望输出

三自由度汽车操纵稳定性的控制目标主要是：① 零化质心侧偏角（对应汽车的横摆稳定性）；② 跟踪理想横摆角速度（对应汽车的轨迹跟踪能力）；③ 零化侧倾角与侧倾角速度（对应汽车的侧倾稳定性）。本文三自由度模型控制的期望输出如下：

汽车理想质心侧偏角

$$\beta^* = 0 \quad (7)$$

汽车理想横摆角速度

$$\omega_{ref} = \frac{u\delta}{(1 + ku^2)L} \quad (8)$$

$$k = \frac{m}{2L^2} \left(\frac{b}{k_f} - \frac{a}{k_r} \right)$$

式中： k 为车辆稳定性因数； L 为汽车轴距。

路面附着系数影响轮胎侧向力的最大值，进而影响横摆角速度。横摆角速度与路面附着系数之间存在如下关系：

$$\omega_r \leq |0.85\mu g/u| \quad (9)$$

式中： μ 为地面附着系数。

考虑路面附着限制后的汽车最终理想横摆角速度为

$$\omega_r^* = \min\{|\omega_r|, |\omega_{ref}|\} \text{sgn } \omega_{ref} \quad (10)$$

汽车最终的理想侧倾角为

$$\varphi^* = 0 \quad (11)$$

汽车最终的理想侧倾角速度为

$$\dot{\varphi}^* = 0 \quad (12)$$

1.4 电机模型

假设 4 个轮毂电机的动态特性没有差异，为简化分析，本文采用二阶系统模拟电机的动态特性。电机的实际输出转矩可表示为^[20]

$$T_{dm} = \frac{n_p \Phi_r R_s}{(L_m - L_s)s + R_s} \frac{T_{di}}{t_p s + 1} = \frac{T_{di}}{2\xi^2 s^2 + 2\xi s + 1} \quad (13)$$

式中： n_p 为极对数； Φ_r 为转子磁通量； R_s 为定子电阻； T_{di} 为控制器的目标转矩； L_m 为定子互感； L_s 为定子自感； s 为拉普拉斯变换中的复变量； t_p 为时间常数； ξ 为电机特性参数，与电机自身结构有关。

1.5 状态空间模型

选取系统状态变量 $\mathbf{x} = [\omega_r \quad \beta \quad \dot{\varphi} \quad \varphi]^T$ ，将式(4)～式(6)代入式(1)～式(3)，整理可得系统状态空间模型：

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_m \mathbf{x} + \mathbf{B}_{1m} \delta + \mathbf{B}_{2m} M_z \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_m = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \quad \mathbf{B}_{1m} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}_{1n} \quad \mathbf{B}_{2m} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}_{2n}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_z & 0 & I_{xz} & 0 \\ 0 & mV & -m_s h & 0 \\ I_{xz} & -m_s h V & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{C} =$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & 2(ak_f - bk_r) & 0 & 2(bk_r E_r - ak_f E_f) \\ C_{21} & 2(k_f + k_r) & 0 & -2(k_r E_r + k_f E_f) \\ -m_s h V & 0 & c_\varphi & k_\varphi - m_s h g \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$C_{11} = \frac{2(a^2 k_f + b^2 k_r)}{V} \quad C_{21} = mV + \frac{2(ak_f - bk_r)}{V}$$

$$\mathbf{B}_{1n} = [2ak_f \quad 2k_f \quad 0 \quad 0]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_{2n} = [1000 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (18)$$

2 控制器设计

搭建图 2 所示的纵-横协同分层控制架构。上层控制器中，纵向控制为 PID 控制器，根据目标车速和实际车速的差值计算纵向期望力矩 T_m ；横向控制为降阶 DOF 控制器，通过横摆角速度误差、侧倾角误差、侧倾角速度误差计算期望横摆力矩 M_z ，理想横摆角速度 ω_r^* 、理想侧倾角 φ^* 和理想侧倾角速度 $\dot{\varphi}^*$ 通过目标前轮转角 δ 、实际车速 u 和地面附着系数 μ 计算得到。下层控制器通过转矩分配算法计算 4 个轮毂电机的期望输出转矩。

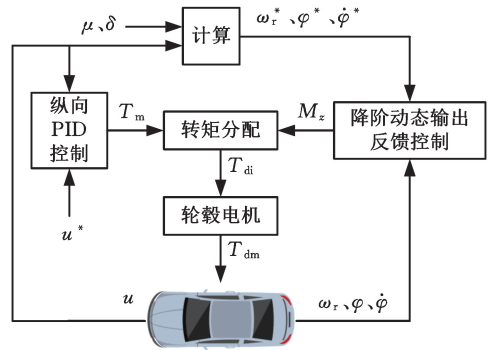


图 2 纵-横协同控制架构

Fig.2 Vertical-horizontal collaborative control architecture

2.1 车辆动力学多胞模型

为保证实际横摆角速度能跟踪理想横摆角速度，并使质心侧偏角和侧倾角的理想值与实际值的差值尽量小，选取横摆角速度、质心侧偏角与侧倾角跟踪误差为系统的控制输出：

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_{1m} \mathbf{x} + \mathbf{D}_{11m} \delta \quad (19)$$

$$\mathbf{C}_{1m} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{D}_{11m} = \left[\frac{V}{L(1 + kV^2)} \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

横摆角速度、侧倾角速度和侧倾角可由组合惯性导航系统中的陀螺仪测量，选取它们的理想值与实际值的差值为系统的测量输出：

$$y = C_{2m}x + D_{21m}\delta \quad (21)$$

$$C_{2m} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$D_{21m} = \begin{bmatrix} \frac{V}{L(1+kV^2)} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

由式(14)~式(16)可知,系统状态方程中同时存在 V 和 $1/V$, 由于车速 V 随时间变化, 系统会呈现出非线性。为方便控制器设计, 采用多胞型模型表示该非线性系统, 可定义时变参数:

$$\theta = [\theta_1 \ \theta_2]^T = [V \ 1/V]^T \quad (23)$$

则状态空间模型参数为

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} I_z & 0 & I_{xz} & 0 \\ 0 & m\theta_1 & -m_s h & 0 \\ I_{xz} & -m_s h\theta_1 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$C(\theta) =$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & 2(ak_f - bk_r) & 0 & 2(bk_r E_r - ak_f E_f) \\ C_{21} & 2(k_f + k_r) & 0 & -2(k_r E_r + k_f E_f) \\ -m_s h\theta_1 & 0 & c_\varphi & k_\varphi - m_s h g \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$C_{11} = 2(a^2 k_f + b^2 k_r)\theta_2$$

$$C_{21} = m\theta_1 + 2(ak_f - bk_r)\theta_2$$

可得

$$\left. \begin{aligned} A_m(\theta) &= -M^{-1}(\theta)C(\theta) \\ B_{1m}(\theta) &= M^{-1}(\theta)B_{1n} \\ D_{11m} &= D_{21m} = \begin{bmatrix} 1 \\ (\theta_2 + k\theta_1)L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ B_{2m} &= M^{-1}(\theta)B_{2n} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

令 $\omega = \delta, u_r = M_z$, 考虑参数不确定性的三自由度车辆模型可改写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A_m(\theta)x + B_{1m}(\theta)\omega + B_{2m}(\theta)u_r \\ z &= C_{1m}x + D_{11m}(\theta)\omega \\ y &= C_{2m}x + D_{21m}(\theta)\omega \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

模型的系数矩阵受规划参数 θ 的影响。以 θ_1 为横坐标, θ_2 为纵坐标, 则 θ 存在的矢量空间为图 3 中矩形 $PGMT$ 所围区域。由于参数 θ_1, θ_2 并不完全独立, θ 落在曲线 $l: \theta_2 = 1/\theta_1$ 上, 导致模型系数矩阵具有非线性, 为消除非线性并降低控制器的保守性, 采用图 3 中梯形 $PMSR$ 所围区域来表示 θ 的取值范围。

图 3 中, 直线 RS 与直线 PM 平行, 直线 MS, PR 分别与曲线 l 相切于点 M 和 P 。点 P, R, S, M 的坐标 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ 如下:

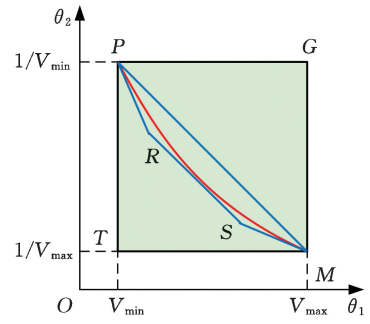


图 3 θ 存在的矢量空间

Fig.3 The vector space where θ exists

$$\left. \begin{aligned} (x_1, y_1) &= (V_{\min}, 1/V_{\min}) \\ (x_2, y_2) &= \left(\frac{2V_{\min}V_{\max}}{\sqrt{V_{\min}V_{\max}} + V_{\min}}, \frac{\sqrt{V_{\min}V_{\max}} + V_{\min}}{V_{\min}^2 V_{\max}} \right) \\ (x_3, y_3) &= \left(\frac{2V_{\min}V_{\max}}{\sqrt{V_{\min}V_{\max}} + V_{\max}}, \frac{\sqrt{V_{\min}V_{\max}} + V_{\max}}{V_{\min}V_{\max}^2} \right) \\ (x_4, y_4) &= (V_{\max}, 1/V_{\max}) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

令采样时间 $T_s = 0.01$ s, 对 θ 在顶点 P, R, S, M 处取值时的系统状态空间模型进行离散化, 可得

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_{1d}\omega(k) + B_{2d}u_r(k) \\ z(k) &= C_{1m}x(k) + D_{11d}\omega(k) \\ y(k) &= C_{2m}x(k) + D_{21d}\omega(k) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} A_d &= \sum_j \alpha_j A_{dj} \\ B_{1d} &= \sum_j \alpha_j B_{1dj} \\ D_{11d} &= D_{21d} = \sum_j \alpha_j D_{11mj} \\ B_{2d} &= \sum_j \alpha_j B_{2dj} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\alpha_j \geq 0 \text{ 且 } \sum_j \alpha_j = 1 \quad j = P, R, S, M$$

式中: $A_{dj}, B_{1dj}, B_{2dj}, D_{11mj}$ 为顶点 j 处的系数矩阵。

由式(30)可知, 考虑车速不确定的汽车三自由度模型(式(29))是一个多胞型模型, 梯形 $PMSR$ 内任意一点处的系统的系数矩阵可表示为各顶点处系数矩阵的线性组合。

2.2 鲁棒降阶 DOF 控制器设计

本文采用的降阶 DOF 控制器为

$$\left. \begin{aligned} x_c(k+1) &= A_c x_c(k) + B_c y(k) \\ u_r(k) &= C_c x_c(k) + D_c y(k) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

控制器状态量 x_c 的阶次低于系统状态量 x 的阶次。为方便控制器求解, 将降阶 DOF 控制问题转换为 SOF 控制问题^[21]。令状态量 $x_{cl} = [x^T \ x_c^T]^T$, 联立式(29)、式(31), 可得增广系统:

$$\left. \begin{aligned} x_{cl}(k+1) &= A x_{cl}(k) + B_1 \omega(k) + B_2 u_r(k) \\ z(k) &= C_1 x_{cl}(k) + D_{11} \omega(k) \\ y(k) &= C_2 x_{cl}(k) + D_{21} \omega(k) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1d} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_{2d} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_1 &= [\mathbf{C}_{1m} \quad \mathbf{0}] \\ \mathbf{C}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_{2m} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{11} &= \mathbf{D}_{11d} \\ \mathbf{D}_{21} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{21d} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

转化后的 SOF 控制率 $u_r(k) = \mathbf{K}\mathbf{y}(k)$, 其中, $\mathbf{K} =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_c & \mathbf{B}_c \\ \mathbf{C}_c & \mathbf{D}_c \end{bmatrix}. \text{ 由式(30)、式(33) 可得对应顶点处}$$

系统的系数矩阵:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_j &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{dj} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{1j} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1dj} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{2j} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_{2dj} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{1j} &= [\mathbf{C}_{1m} \quad \mathbf{0}] \\ \mathbf{C}_{2j} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_{2m} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{11j} &= \mathbf{D}_{11dj} \\ \mathbf{D}_{21j} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{21dj} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

将 $u_r(k) = \mathbf{K}\mathbf{y}(k)$ 代入式(32) 可得闭环系统:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{cl}(k+1) &= \mathbf{A}_{cl}\mathbf{x}_{cl}(k) + \mathbf{B}_{cl}\omega(k) \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}_{cl}(k) + \mathbf{D}_{11}\omega(k) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_{cl} &= \mathbf{A} + \mathbf{B}_2\mathbf{K}\mathbf{C}_2 \\ \mathbf{B}_{cl} &= \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2\mathbf{K}\mathbf{D}_{21} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

由式(34)、式(36) 可知

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_{clj} &= \mathbf{A}_j + \mathbf{B}_{2j}\mathbf{K}\mathbf{C}_{2j} \\ \mathbf{B}_{clj} &= \mathbf{B}_{1j} + \mathbf{B}_{2j}\mathbf{K}\mathbf{D}_{21j} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

定义 T_{zw} 为闭环系统(式(35)) 中从 ω 到 z 的闭环传递函数, 则汽车稳定性控制系统的控制目标为: 对于给定的正数 γ , 为开环系统(式(29)) 找到一个合适的鲁棒 H_∞ 降阶 DOF 控制器即为增广系统找到一个合适的 SOF 控制器 $\mathbf{K}\mathbf{y}(k)$, 使闭环系统(式(35)) 渐近稳定且满足 $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$; 将闭环系统的极点配置在以 $(-a, 0)$ 为圆心, b 为半径的圆形区域 D 内. 为降低控制器成本并提高其鲁棒性, 本文采用降阶的 DOF 控制器(阶次为 2).

SOF 控制器的设计问题可转化为双线性矩

阵不等式 (bilinear matrix inequality, BMI) 的求解问题. BMI 的求解问题是非凸且 NP 难题, 因此本文使用带有块三角结构约束的松弛变量技术^[21], 将 BMI 的求解问题转化为 LMI 的求解问题. 为进一步提高汽车抵抗系统参数变化和外界干扰的能力, 控制器的设计同时考虑了极点配置和 H_∞ 性能约束. 考虑到车速时变不确定性, 参考文献[22-23] 的定理 1, 得到鲁棒 H_∞ 降阶 DOF 控制器的 LMI 充分条件.

对于给定的正实数 γ , 闭环系统(式(35)) 渐近稳定, 且其系统矩阵 \mathbf{A}_{cl} 所有的特征值位于圆形区域 D 内; 从 ω 到 z 的闭环传递函数 T_{zw} 满足 $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ 的充分条件是存在正定矩阵 $\bar{\mathbf{P}}_i \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, 以及矩阵 $\bar{\mathbf{S}}_i = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_{i,1} & \bar{\mathbf{S}}_{i,2} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{S}}_{i,3} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}, \bar{\mathbf{L}} =$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{L}}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 5}, \text{ 其中, } \bar{\mathbf{S}}_{1,1}, \bar{\mathbf{S}}_{i,2}, \bar{\mathbf{S}}_{i,3} \in \mathbf{R}^{3 \times 3} (i = 1, 2), \bar{\mathbf{L}}_1 \in \mathbf{R}^{3 \times 5}, \text{ 满足下式:}$$

$$\begin{bmatrix} -b\bar{\mathbf{P}}_1 & \bar{\mathbf{A}}_{1j}^T \bar{\mathbf{S}}_1^T + a\bar{\mathbf{S}}_1^T + \bar{\mathbf{C}}_{21j}^T \bar{\mathbf{L}}^T \\ * & -b(\bar{\mathbf{S}}_1 + \bar{\mathbf{S}}_1^T - \bar{\mathbf{P}}_1) \end{bmatrix} < 0 \quad (38)$$

$j = 1, 2, 3, 4$

$$\begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{P}}_2 & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{A}}_{2j}^T \bar{\mathbf{S}}_2^T + \bar{\mathbf{C}}_{22j}^T \bar{\mathbf{L}}^T & \bar{\mathbf{C}}_{1j}^T \\ * & -\gamma \mathbf{I} & \bar{\mathbf{B}}_{1j}^T \bar{\mathbf{S}}_2^T + \bar{\mathbf{D}}_{21}^T \bar{\mathbf{L}}^T & \bar{\mathbf{D}}_{11}^T \\ * & * & \bar{\mathbf{P}}_2 - \bar{\mathbf{S}}_2 - \bar{\mathbf{S}}_2^T & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}_{ij} &= \mathbf{T}_{bij} \mathbf{A}_j \mathbf{T}_{bij}^{-1} \\ \bar{\mathbf{C}}_{2ij} &= \mathbf{C}_2 \mathbf{T}_{bij}^{-1} \\ \bar{\mathbf{B}}_{1j}^T &= \mathbf{T}_{b2j} \mathbf{B}_{1j} \\ \bar{\mathbf{C}}_{1j} &= \mathbf{C}_1 \mathbf{T}_{b2j}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

式中: \mathbf{T}_{bij} 为考虑参数不确定性的非奇异坐标变换矩阵; * 表示矩阵中的对称项; 矩阵小于 0 表示该矩阵为负定矩阵.

SOF 控制器的控制增益为

$$\mathbf{K} = \bar{\mathbf{S}}_{1,1}^{-1} \bar{\mathbf{L}}_1 \quad (41)$$

DOF 控制器可以通过联立式(31)、式(33) 和式(41) 计算得到.

由于式(40) 中 \mathbf{T}_{bij} 的选取会影响上述 LMI 条件的解, 故直接根据某一固定 \mathbf{T}_{bij} 求解上述 LMI 充分条件得到的控制器存在过于保守的问题. 为降低保守性, 通过迭代求解以下的问题 1 来逼近降阶 DOF 控制器的局部最优解.

问题 1: 找到合适的坐标变换矩阵 \mathbf{T}_{bij} 使 γ 最小:

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{s.t.} \left\{ \begin{aligned} & \begin{bmatrix} -b\bar{P}_1 & \bar{A}_{1j}^T \bar{S}_1^T + a\bar{S}_1^T + \bar{C}_{21j}^T \bar{L}^T \\ * & -b(\bar{S}_1 + \bar{S}_1^T - \bar{P}_1) \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} -\bar{P}_2 & \mathbf{0} & \bar{A}_{2j}^T \bar{S}_2^T + \bar{C}_{22j}^T \bar{L}^T & \bar{C}_{1j}^T \\ * & -\gamma \mathbf{I} & \bar{B}_{1j}^T \bar{S}_2^T + D_{21}^T \bar{L}^T & D_{11}^T \\ * & * & \bar{P}_2 - \bar{S}_2 - \bar{S}_2^T & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (42)$$

首先运用 NM-HS 混合算法^[24] 搜索满足极点配置的初始 SOF 控制器增益 K_1 , 由 K_1 计算初始的 T_{bij} ; 然后综合运用文献[22]的算法 3 和文献[23]的算法, 并考虑系统多性能约束和参数不确定性, 迭代初始的常数矩阵 T_{bij} , 同时求解问题 1, 得到局部最优解; 接着根据式(41)求得需要的 SOF 控制器。最后根据 K 的表达式求得 DOF 控制器, 记为 DOF-V。

2.3 转矩优化分配

为满足上层纵向期望力矩 T_m 和横向期望横摆力矩 M_z 的需求, 下层控制器需开发转矩优化分配算法, 得到 4 个轮毂电机的驱动转矩。轮毂电机转矩应满足下式:

$$\left. \begin{aligned} T_{xfl} + T_{xfr} + T_{xrl} + T_{xrr} &= T_m \\ \frac{B}{2R}(T_{xfr} - T_{xfl} + T_{xrl} - T_{xrr}) &= M_z \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

式中: T_{xfl} 、 T_{xfr} 、 T_{xrl} 、 T_{xrr} 分别为左前轮、右前轮、左后轮和右后轮处轮毂电机的期望转矩; B 为同轴左右轮的间距; R 为车轮滚动半径。

电机转速较小时, 实际输出转矩不能超过最大转矩。转速增加时, 输出功率逐渐增大, 但不能超过峰值输出功率。因此, 各轮毂电机期望转矩满足如下约束:

$$\left| T_{xfl} \right|, \left| T_{xfr} \right|, \left| T_{xrl} \right|, \left| T_{xrr} \right| \leq \min(T_{\max}, \frac{9550P_{\max}}{n}) \quad (44)$$

轮胎纵向力与侧向力耦合在附着椭圆内, 可通过减小轮胎纵向力来提高汽车稳定性裕度。以轮胎综合负荷率最小为优化目标, 则转矩优化分配问题可表示为

$$\left. \begin{aligned} & \min \gamma_1 \|W_o(B_o U_o - V_o)\|^2 + \|W_u U_o\|^2 \\ & \text{s.t.} \left| T_{xfl} \right|, \left| T_{xfr} \right|, \left| T_{xrl} \right|, \left| T_{xrr} \right| \leq \\ & \min(T_{\max}, \frac{9550P_{\max}}{n}) \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$$U_o = (T_{xfl}, T_{xfr}, T_{xrl}, T_{xrr})^T \quad V_o = (T_m, M_z)^T$$

$$B_o = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{B}{2R} & \frac{B}{2R} & -\frac{B}{2R} & \frac{B}{2R} \end{bmatrix}$$

$$W_o = \text{diag}(W_{Tm}, W_{Mz})$$

$$W_u = \text{diag}(\frac{c_{fl}}{\mu_{fl} F_{zfl}}, \frac{c_{fr}}{\mu_{fr} F_{zfr}}, \frac{c_{rl}}{\mu_{rl} F_{zrl}}, \frac{c_{rr}}{\mu_{rr} F_{zrr}})$$

其中, $\|W_o(B_o U_o - V_o)\|^2$ 为实际控制力矩与上层期望控制力矩差值的代价函数; $\|W_u U_o\|^2$ 为电机转矩的代价函数; γ_1 为优化权重系数; W_o 、 W_u 为加权矩阵; c 为车轮的优化权重系数; μ 、 F_z 分别为车轮的路面附着系数和垂直载荷。车辆稳定性优先级比动力性优先级高, 设置 $W_{Mz} > W_{Tm}$ 。

该优化分配问题(式(45))是典型的含不等式约束的凸二次规划问题, 利用 MATLAB 自带的 quadprog 函数可直接求解。

3 仿真结果及分析

3.1 仿真条件

在 Simulink 和 CarSim 联合仿真环境下验证鲁棒 H_∞ 降阶 DOF 控制器的性能。将 Protean Electric 公司的 PD18 永磁同步轮毂电机作为驱动电机, 将 CarSim 中自带的 D 级 SUV 燃油车改装成轮毂电机驱动电动汽车。车辆主要参数如表 1 所示。

表 1 仿真车辆主要参数表

Tab.1 Main parameters of simulated vehicles

参数	取值	参数	取值
m/kg	1590	h/m	0.35
m_s/kg	1266	$k_\varphi/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	84 609
a/m	1.05	$c_\varphi/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	6200
b/m	1.61	E_f	0.05
$k_{fl}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	54 117	E_r	0.05
$k_{fr}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	39 960	ξ	0.05
$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2359.2	R/m	0.347
$I_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	700.7	B/m	1.575

纵向 PID 控制器的参数为: $K_{p1} = 500$, $K_{i1} = 200$, $K_{d1} = 30$ 。

仿真工况选择蛇形转向、鱼钩转向和 J-turn。对比鲁棒 H_∞ 降阶 DOF 控制器、鲁棒 H_∞ PD 控制器和线性二次调节器 (linear quadratic regulator, LQR) 控制器的控制效果, 以验证鲁棒 H_∞ 降阶 DOF 控制器的优越性。

3.2 低附着系数路面蛇形转向

车辆在低附着系数路面连续转弯时很容易发生失稳, 因此采用蛇形转向测试车辆横摆稳定性控制性能。在 CarSim 中设置路面附着系数为 0.3, 目标车速为 90 km/h, 驾驶员转向盘转角输入如图 4 所示。

不考虑车速时变性, 参考文献[25]中方法, 计算得到鲁棒 H_∞ PD 控制器的具体参数:

$$K_p = [-5.688 \quad 7.459 \quad 57.925]$$

$$K_d = [-1.889 \quad 16.7549 \quad -93.859]$$

不考虑车速时变性, 极点配置区域选择以 (0, 0) 为圆心, 0.95 为半径的圆形区域, 求得鲁棒 H_∞

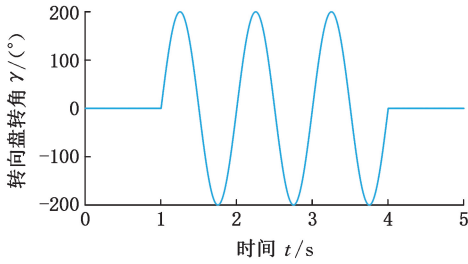


图4 蛇形转向工况转向盘转角输入
Fig.4 Steering wheel angle input under Serpentine steering

降阶 DOF 控制器的具体参数:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0.824 & 0.257 \\ 0.305 & 0.352 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} -1.897 & 2.124 & 3.506 \\ -0.032 & -4.528 & -29.824 \end{bmatrix}$$

$$C_c = [-6.945 \quad 18.320]$$

$$D_c = [-8.213 \quad 115.908 \quad 825.642]$$

LQR 控制器的设计参考文献[26],其反馈增益 $K_{LQR} = [6.9954 \quad -45.7142 \quad -1.9921 \quad -92.2144]$ 。

图5中, NULL、PD、DOF、LQR 分别对应不控制、PD控制、降阶 DOF 控制和 LQR 控制。由图5a、图5b可知,3种控制均可大幅减小车辆质心侧偏角和横摆角速度,提高车辆横摆稳定性,但 DOF 的控制效果最好;对于侧倾的控制,PD、LQR 与未控制没有明显差异;DOF 控制的最大侧倾角绝对值为 0.9° ,较不控制的 1.33° 减小32.3%。

3.3 高附着系数路面变车速鱼钩转向

车辆在高附着路面高速急转弯时易发生侧翻,因此采用鱼钩转向测试车辆侧倾稳定性控制性能。在 CarSim 中将道路附着系数设置为 0.85,目标车速从 60 km/h 匀加速到 100 km/h。驾驶员转向盘转角输入如图6所示。

考虑车速时变性,参考文献[23-25]的方法,计算得到鲁棒 H_∞ PD 控制器 PD-V 的具体参数:

$$K_{pv} = [0.873 \quad 4.724 \quad 58.047]$$

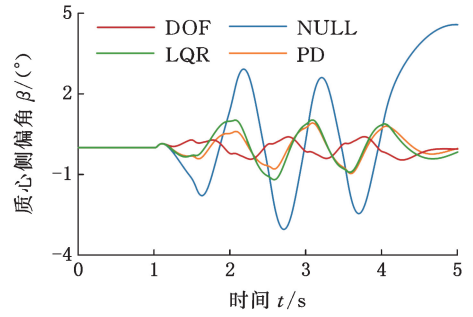
$$K_{dv} = [-4.232 \quad 38.870 \quad 158.016]$$

事先离线计算出不同车速下的 LQR 控制器系数,形成数据表,根据实时车速查表来确定 LQR-V 控制器的实际系数。考虑车速时变性,极点配置区域是以 (0,0) 为圆心、0.95 为半径的圆形区域,应用 NM-HS 混合搜索及迭代算法求解问题1,得到 DOF-V 控制器的具体参数:

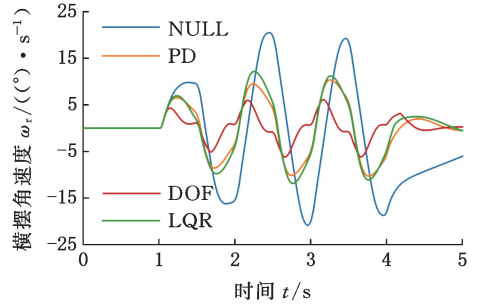
$$A_{cv} = \begin{bmatrix} -1.294 & 0.381 \\ -7.438 & 2.195 \end{bmatrix}$$

$$B_{cv} = \begin{bmatrix} 0.404 & -7.090 & 32.459 \\ 0.501 & -24.721 & 98.638 \end{bmatrix}$$

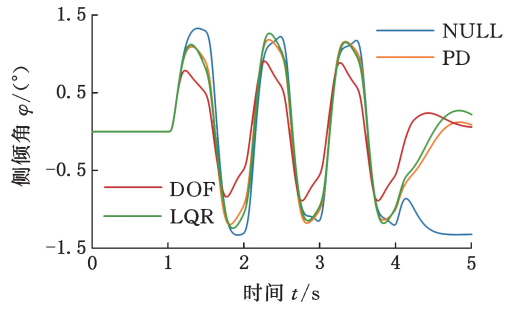
$$C_{cv} = [31.338 \quad -5.202]$$



(a) 质心侧偏角



(b) 横摆角速度



(c) 侧倾角

图5 蛇形转向工况仿真对比

Fig.5 Comparison of Serpentine steering simulation

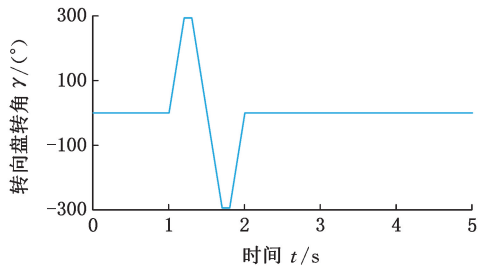
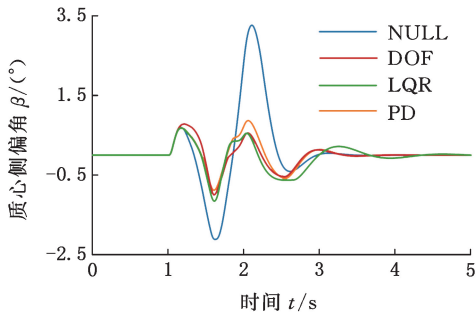


图6 鱼钩转向工况转向盘转角输入

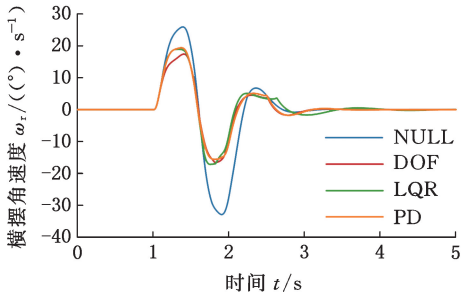
Fig.6 Steering wheel angle input under Fishhook

$$D_{cv} = [-5.877 \quad 108.035 \quad -342.984]$$

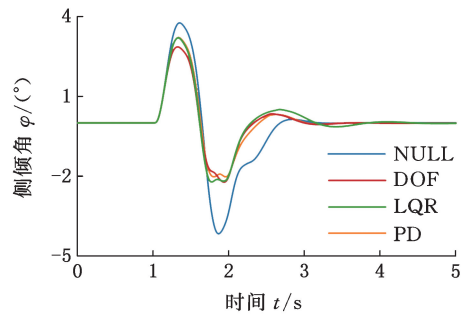
图7中, NULL、PD-V、DOF-V、LQR-V 分别对应不控制、考虑速度不确定性 PD 控制、考虑速度不确定性降阶 DOF 控制、考虑速度不确定性的 LQR 控制。由图7可知,3种控制均能有效提高汽车横摆与侧倾稳定性,但 DOF-V 的控制效果稍优于其他两种控制器;未控制时,侧倾角绝对值的最大值达到 4.16° ,采用 DOF-V 控制后则变为 2.86° ,减小了 31.25%。



(a) 质心侧偏角



(b) 横摆角速度



(c) 侧倾角

图 7 鱼钩转向工况仿真对比

Fig.7 Comparison of Fishhook simulation

3.4 高附着系数路面 J-turn

为测试本文控制器对横摆与侧倾稳定控制的有效性和优越性,选取 J-turn 进行仿真试验。在 CarSim 中设置路面附着系数 0.85,目标车速为 90 km/h,驾驶员转向盘转角输入如图 8 所示。

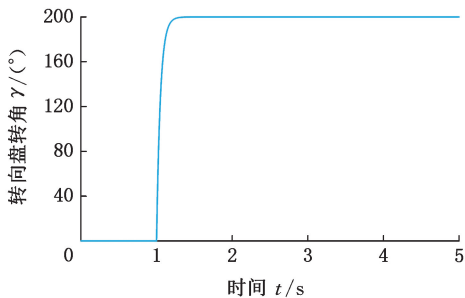
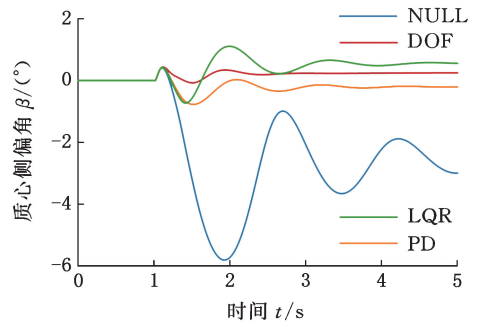


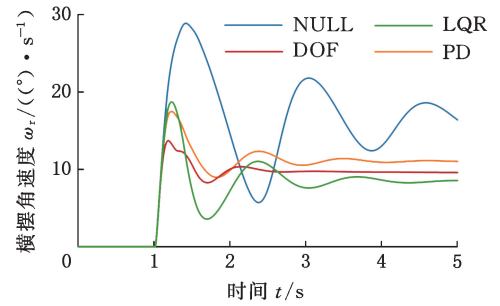
图 8 J-turn 工况转向盘转角输入

Fig.8 Steering wheel angle input under J-turn

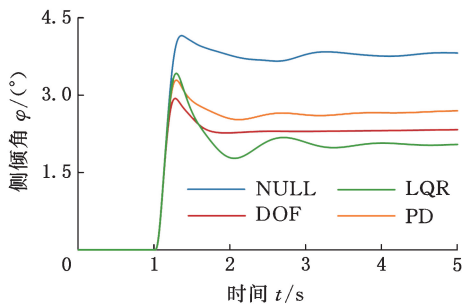
如图 9 所示,3 种控制器均能明显提高车辆的横摆与侧倾稳定性,从质心侧偏角、横摆角速度、侧倾角的绝对值最大值来看,DOF 控制器比其他控制器的控制效果更好。



(a) 质心侧偏角



(b) 横摆角速度



(c) 侧倾角

图 9 J-turn 工况仿真对比

Fig.9 Comparison of J-turn simulation

4 结论

为提高轮毂电机驱动电动汽车在高速、低附着工况下的横摆与侧倾稳定性,提出了基于降阶 DOF 的鲁棒分层控制策略。首先,结合线性参变理论建立车辆横向动力学三自由度多胞型模型,以处理系统车速的时变不确定性。然后,在上层鲁棒 H_{∞} 降阶 DOF 控制器的设计中考虑了极点配置,以提高系统的动态与稳态性能。应用坐标变换矩阵与松弛变量得到多性能约束问题的线性矩阵不等式充分条件,通过搜索与迭代得到多性能约束问题的局部最优解。下层控制器以轮胎综合负荷率最小为目标,考虑电机外特性约束,优化分配四轮转矩。最后,通过 Simulink 和 CarSim 联合仿真平台对提出的降阶 DOF 鲁棒分层控制方法进行验证。仿真结果表明:低附着恒速蛇形转向、高附着变速鱼钩转向、高附着恒速 J-turn 工况下,鲁棒 H_{∞} 降阶 DOF 控制器均能减小车辆

的横摆角速度、质心侧偏角和侧倾角,提高车辆横摆与侧倾稳定性。相较于鲁棒 H_∞ PD 控制器和 LQR 状态反馈控制器,鲁棒 H_∞ 降阶 DOF 控制器具有更优的性能。

参考文献:

[1] 邹渊, 郭宁远, 张旭东, 等. 分布式电驱动车辆力矩分配控制研究现状综述[J]. 中国公路学报, 2021, 34(9): 1-25.
ZOU Yuan, GUO Ningyuan, ZHANG Xudong, et al. Review of Torque Allocation Control for Distributed-drive Electric Vehicles[J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(9): 1-25.

[2] 张雷, 徐同良, 李嗣阳, 等. 全线控分布式驱动电动汽车底盘协同控制研究综述[J]. 机械工程学报, 2023, 59(20): 261-280.
ZHANG Lei, XU Tongliang, LI Siyang, et al. Overview on Chassis Coordinated Control for Full X-by-wire Distributed Drive Electric Vehicles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(20): 261-280.

[3] LIANG Jinhao, FENG Jiwei, LU Yanbo, et al. A Direct Yaw Moment Control Framework through Robust T-S Fuzzy Approach Considering Vehicle Stability Margin[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2024, 29(1): 166-178.

[4] 张利鹏, 任晨辉, 李韶华. 轮毂电机驱动汽车侧向稳定性底盘协同控制[J]. 机械工程学报, 2019, 55(22): 153-164.
ZHANG Lipeng, REN Chenhui, LI Shaohua. Chassis Cooperative Control for Improving Lateral Stability of In-wheel Motors Drive Electric Vehicle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(22): 153-164.

[5] HOU Rufe, ZHAI Li, SUN Tianmin, et al. Steering Stability Control of a Four In-wheel Motor Drive Electric Vehicle on a Road with Varying Adhesion Coefficient [J]. IEEE Access, 2019, 7: 32617-32627.

[6] LIN Cheng, LIANG Sheng, CHEN Jian, et al. A Multi-objective Optimal Torque Distribution Strategy for Four In-wheel-motor Drive Electric Vehicles [J]. IEEE Access, 2019, 7: 64627-64640.

[7] 魏洪乾, 赵文强, 艾强, 等. 轮毂电机独立驱动电动汽车线性时变模型预测主动安全控制[J]. 机械工程学报, 2023, 59(14): 190-201.
WEI Hongqian, ZHAO Wenqiang, AI Qiang, et al. Line-time-varying Model Predictive Active Safety Control of In-wheel Motor Driven Electric Vehicles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59

(14): 190-201.

[8] 祁炳楠, 王胜, 张思龙, 等. 基于能量法的分布式驱动电动汽车防侧翻控制[J]. 机械工程学报, 2019, 55(22): 183-192.
QI Bingnan, WANG Sheng, ZHANG Silong, et al. Anti-rollover Control of Distributed Drive Electric Vehicle Based on Energy Method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(22): 183-192.

[9] 金智林, 严正华. 基于二次预测型横向载荷转移率的汽车侧翻预警研究[J]. 中国机械工程, 2019, 30(15): 1790-1795.
JIN Zhilin, YAN Zhenghua. Research on Vehicle Rollover Warning Based on Secondary Predictive Lateral Load Transfer Ratio[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(15): 1790-1795.

[10] 金智林, 陈国钰, 赵万忠. 轮毂电机驱动电动汽车的侧翻稳定性分析与控制[J]. 中国机械工程, 2018, 29(15): 1772-1779.
JIN Zhilin, CHEN Guoyu, ZHAO Wanzhong. Rollover Stability and Control of In-wheel Motor Drive Electric Vehicles[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(15): 1772-1779.

[11] 张利鹏, 李亮, 祁炳楠. 轮毂电机驱动电动汽车侧倾稳定性解耦控制[J]. 机械工程学报, 2017, 53(16): 94-104.
ZHANG Lipeng, LI Liang, QI Bingnan. Decoupled Roll Stability Control of In-wheel Motor Drive Electric Vehicle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(16): 94-104.

[12] HAJILOO R, KHAJEPOUR A, KASAEZADEH A, et al. Integrated Lateral and Roll Stability Control of Multi-actuated Vehicles Using Prioritization Model Predictive Control[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(8): 8318-8329.

[13] 李少志, 赵飞, 邓惜仁, 等. 电子稳定控制系统中横摆与侧翻控制综述[J]. 汽车科技, 2021(2): 96-103.
LI Shaozhi, ZHAO Fei, DENG Xiren, et al. Overview of Yaw Rate Stability and Roll Movement Intervention in Electronic Stability Control System [J]. Auto Sci-Tech, 2021(2): 96-103.

[14] 王金湘, 代蒙蒙, 陈南. 考虑参数不确定性的汽车前轮主动转向输出反馈鲁棒控制[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2016, 46(3): 476-482.
WANG Jinxiang, DAI Mengmeng, CHEN Nan. Robust Output Feedback Control for Vehicle Active Front Wheel Steering System Considering Parameter Uncertainties[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2016, 46(3): 476-482.

- [15] WANG Rongrong, JING Hui, HU Chuan, et al. Robust H_∞ Output-feedback Yaw Control for In-wheel Motor Driven Electric Vehicles with Differential Steering[J]. Neurocomputing, 2016, 173: 676-684.
- [16] JING Hui, WANG Rongrong, WANG Junmin, et al. Robust H_∞ Dynamic Output-feedback Control for Four-wheel Independently Actuated Electric Ground Vehicles through Integrated AFS/DYC [J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355 (18): 9321-9350.
- [17] ALTORK B, YAZICI H. Robust Static Output Feedback H_∞ -controller Design for Three Degree of Freedom Integrated Bus Lateral, Yaw, Roll Dynamics Model[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(16): 4545-4568.
- [18] BADRI P, AMINI A, SOJOODI M. Robust Fixed-order Dynamic Output Feedback Controller Design for Nonlinear Uncertain Suspension System [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 80: 137-151.
- [19] KARIMI A, SADABADI M S. Fixed-order Controller Design for State Space Polytopic Systems by Convex Optimization[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2013, 46(2): 683-688.
- [20] WANG Junnian, LUO Zheng, WANG Yan, et al. Coordination Control of Differential Drive Assist Steering and Vehicle Stability Control for Four-wheel-independent-drive EV [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(12): 11453-11467.
- [21] FENG Zhiyong, XU Li, MATSUSHITA S Y, et al. Further Results on Sufficient LMI Conditions for H_∞ Static Output Feedback Control of Discrete-time Systems[J]. SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 2012, 5 (3): 147-152.
- [22] GUO Huiru, FENG Zhiyong, SHE Jinhua. Discrete-time Multivariable PID Controller Design with Application to an Overhead Crane[J]. International Journal of Systems Science, 2020, 51 (14): 2733-2745.
- [23] 毛营忠, 冯智勇, 郭会茹. 考虑多性能约束的车辆主动前轮转向静态输出反馈控制[J]. 上海交通大学学报, 2022, 56(2): 156-164.
- MAO Yingzhong, FENG Zhiyong, GUO Huiru. Static Output Feedback Control of Vehicle Active Front Steering Considering Multiple Performance Constraints[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2022, 56(2): 156-164.
- [24] FENG Zhiyong, GUO Huiru, LIU Zhentao, et al. Hybridization of Harmony Search with Neldermead Algorithm for Combined Heat and Power Economic Dispatch Problem[C]//2017 36th Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2017: 2790-2795.
- [25] PAN Gongwei, FENG Zhiyong, GUO Huiru. Intelligent Vehicle Trajectory Tracking Control Based on H_∞ Proportional-differential Controller[C]//2023 IEEE 6th International Conference on Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS). IEEE, 2023: 1-6.
- [26] 丁海涛, 郭孔辉, 陈虹. 汽车稳定性控制中横摆力矩决策的 LQR 方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2010, 40(3): 597-601.
- DING Haitao, GUO Konghui, CHEN Hong. LQR Method for Vehicle Yaw Moment Decision in Vehicle Stability Control[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2010, 40(3): 597-601.

(编辑 张 洋)

作者简介:尹夕志,男,2001年生,硕士研究生。研究方向为汽车动力学及控制。E-mail:1551787619@qq.com。冯智勇*(通信作者),男,1981年生,副教授、硕士研究生导师。研究方向为鲁棒控制、汽车动力学及控制等。发表学术论文 20 余篇。E-mail: fengge81@163.com。

本文引用格式:

尹夕志,胡三宝,冯智勇.基于动态输出反馈的汽车横摆与侧倾稳定性控制[J].中国机械工程,2025,36(7):1453-1462.

YIN Xizhi, HU Sanbao, FENG Zhiyong. Vehicle Yaw and Roll Stability Control Based on Dynamic Output Feedback[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(7):1453-1462.