

# 固结与游离磨粒协同作用硬脆材料 磨抛加工机理

罗晨阳<sup>1,2</sup> 郭磊<sup>1,2\*</sup> 曹维清<sup>2</sup> 曹蕾蕾<sup>3</sup> 施鹏飞<sup>1,2</sup>

1.长安大学道路施工与技术装备教育部重点实验室,西安,710064

2.芜湖哈特机器人产业技术研究院有限公司,芜湖,241007

3.广西制造系统与先进制造技术重点实验室,桂林,530003

**摘要:**为了揭示硬脆材料弹性磨抛加工过程中固结与游离磨粒协同作用下的材料去除机理,设计了一种硅胶基体金刚石砂纸磨抛工具,通过配备不同浓度金刚石抛光浆料进行磨抛加工。研究了弹性工具-工件间的接触应力场、速度场分布以及磨粒-工件间的接触力学,建立了硬脆材料弹性磨抛加工过程中的材料去除模型。以SiC工件为加工对象,以磨抛压力、磨具转速、磨料浓度等工艺参数为影响因素完成单点磨抛加工验证实验,对磨抛加工表面材料去除轮廓进行表征。实验结果表明,建立的材料去除模型与实际材料去除深度的误差范围为4.68%~8.22%,材料去除深度与磨抛压力、磨具转速和磨料浓度成正相关,所建模型能够较好地预测弹性磨抛加工材料去除行为。

**关键词:**硬脆材料;材料去除机理;弹性磨抛工具;固结磨粒;游离磨粒

**中图分类号:**TG58

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.06.003

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Grinding and Polishing Mechanism of Hard and Brittle Materials under Cooperation of Fixed and Free Abrasive Grains

LUO Chenyang<sup>1,2</sup> GUO Lei<sup>1,2\*</sup> CAO Chuqing<sup>2</sup> CAO Leilei<sup>3</sup> SHI Pengfei<sup>1,2</sup>

1.Key Laboratory of Road Construction and Technical Equipment(Ministry of Education), Chang'an University, Xi'an, 710064

2.Wuhu HIT Robot Technology Research Institute Co., Ltd., Wuhu, Anhui, 241007

3.Guangxi Key Lab of Manufacturing System and Advanced Manufacturing Technology, Guilin, Guangxi, 530003

**Abstract:** To investigate the material removal mechanism of hard and brittle materials during elastic grinding and polishing involving fixed and free abrasive grains, a diamond sandpaper grinding and polishing tool integrated with silicone rubber matrix was developed. The elastic tool was paired with varying concentrations of diamond polishing slurry. The contact stress and velocity distributions between the elastic tool and workpiece, as well as the abrasive grain-workpiece contact mechanics were analyzed to establish the material removal models for hard and brittle materials. Subsequently, silicon carbide workpieces were used as test samples, with grinding and polishing pressure, tool speed, and abrasive concentration as processing parameters in single-point experiments, which were conducted to characterize the material removal profile on the machined surfaces. The experimental results reveal that the discrepancies between the established material removal models and the actual material removal depth range from 4.68% to 8.22%. The removal depth is positively correlated with grinding and polishing pressure, tool speed, and abrasive concentration. The established models may accurately predict material removal behaviors in elastic grinding and polishing processes.

**Key words:** hard and brittle material; material removal mechanism; elastic grinding and polishing tool; fixed abrasive grain; free abrasive grain

### 0 引言

石英玻璃、蓝宝石、碳化硅陶瓷等硬脆材料具

有高硬度、高温稳定性、化学稳定性等优异的材料性能以及良好的透光、吸波性能,被广泛应用于光学元件、半导体芯片等高端精密装备<sup>[1-2]</sup>。相比金属材料,硬脆材料在受到外力与冲击作用时极易产生断裂破碎,基于传统刚性加工系统与刚性工具的工艺方法难以满足硬脆材料日益增长的加工

收稿日期:2024-05-11

基金项目:国家自然科学基金(51805044);陕西省自然科学基金基础研究计划(2022JM-254);广西制造系统与先进制造技术重点实验室开放基金(22-35-4-S010)

效率与加工精度需求。

磨削与抛光是降低工件表面粗糙度、去除损伤层,从而获得高精度与表面完整性的磨粒加工方法,也是目前应用最为广泛的硬脆材料超精密加工方法。根据加工过程中磨粒不同的运动状态,磨粒加工方法可分为游离磨粒加工与固结磨粒加工<sup>[3]</sup>,在理论研究中被认为是通过二体磨粒磨损与三体磨粒磨损行为来实现材料表面形貌创成。游离磨粒加工表面平整性较好,但磨粒运动行为的随机性导致其加工工艺稳定性差、加工效率不足<sup>[4]</sup>;固结磨粒加工中磨粒运动轨迹可控性好,材料去除函数较为准确且磨抛效率较高,但固结磨粒加工过程多为刚性接触,磨粒切削深度大,在硬脆材料加工过程中易对工件表面及亚表面造成损伤,影响加工表面质量与完整性。

为了应对固结磨粒磨削与游离磨粒抛光工艺无法兼顾硬脆材料表面加工质量与加工效率的共性问题,近年来国内外学者通过不同方法探寻融合磨削与抛光工艺优势的可控柔性磨抛加工技术,如应力盘抛光<sup>[5]</sup>、气囊抛光<sup>[6]</sup>、百叶轮磨抛<sup>[7]</sup>、弹性体磨抛<sup>[8-9]</sup>等弹性工具磨抛加工方法。以上工艺方法在保证加工效率的同时对硬脆材料磨抛加工过程中的表面及亚表面损伤有所改善,然而针对此类具有柔性特点的磨抛加工方法研究仍处于起步阶段,其磨抛加工机理研究尚不完善,尤其磨抛加工过程中由磨粒运动状态主导的加工表面创成机制对加工质量、加工效率与表面完整性的影响有待深入研究。

目前,对柔性磨抛加工的研究主要从微观去除机理、材料去除函数、加工质量预测等方面展开。ZHU等<sup>[10]</sup>对基于弹性工具的形状自适应磨削工艺(shape adaptive grinding, SAG)材料去除机理开展研究,建立了考虑工具弹性形变行为的磨具-工件与磨粒-工件跨尺度力学接触模型,分析了磨粒划擦、犁耕、切削行为之间的转变机制。VERMA等<sup>[11]</sup>进一步结合弹性接触理论计算了气囊抛光过程有效参与磨粒数量,对作用在单个磨粒上的法向力、剪切力和摩擦力进行建模,并依据磨粒切入深度建立了偏差为11.8%~16.5%的气囊抛光表面粗糙度预测理论模型。

对于固结磨粒的材料去除机制,TAO等<sup>[12]</sup>设计了磨粒尺寸、形状、位置随机分布的固结磨粒磨抛工具,基于弹性理论对硅晶圆材料塑性侧流、弹性回弹、脆性断裂等综合效应进行分析。CHEN等<sup>[13]</sup>采用固结磨料垫(fixed abrasive pads, FAPs)研磨蓝宝石晶片,建立了研磨垫-磨

粒-工件的力学接触模型,并基于弹塑性理论和修正的球冠模型分析了材料去除机制。

对于游离磨粒的材料去除机制,YAO等<sup>[14]</sup>采用聚氨酯抛光软垫结合游离氧化铝磨粒抛光圆柱滚子轴承,并通过正交试验验证了基于Hertz理论和G-W模型的多尺度材料去除模型。TIAN等<sup>[15]</sup>采用小口径永磁球头对熔融石英玻璃工件进行抛光,研究了抛光坑的形貌并对抛光坑偏移现象进行了解释。

在固结磨粒与游离磨粒材料去除机制研究的基础上,TREZONA等<sup>[16]</sup>对固结磨粒主导的二体磨粒加工与游离磨粒主导的三体磨粒加工之间的转变机制进行了初步讨论,并通过微尺度磨损实验对二体磨粒与三体磨粒协同作用的现象进行了表征。RAJENDHRAN等<sup>[17]</sup>采用游离磨粒加工陶瓷工件,发现随着磨粒粒径的增大,材料去除机制逐渐从三体磨粒加工向二体磨粒加工转变。

对于硬脆材料磨削机理和磨粒状态转变机制,以往研究多侧重于固结磨粒加工或游离磨粒加工的单独讨论,对固结与游离磨粒协同作用下的磨抛加工过程材料去除机理涉及较少,现有研究亦多以实验方法进行定性分析,定量研究集中于硬脆材料磨抛加工的表面粗糙度预测,对其磨粒状态影响下的材料去除函数研究尚需深入。本研究以碳化硅材料为加工对象,设计了基于弹性工具的固结磨粒与游离磨粒协同作用磨抛加工实验。本研究首先从宏观尺度对弹性磨具与工件间的力学接触行为进行分析,然后分别解析固结金刚石磨粒和游离金刚石磨粒对工件的作用力,进而基于单颗金刚石磨粒材料去除体积建立了磨抛加工过程的材料去除轮廓预测模型,最后通过碳化硅定点磨抛实验验证了理论模型的准确性。

## 1 弹性工具磨抛加工过程

本研究涉及的弹性工具磨抛加工系统如图1所示,主要由电主轴、弹性磨具、蠕动泵、测力系统、磁力搅拌器和抛光浆料等装置组成。具体磨抛加工过程为:弹性磨具表面由固结金刚石磨粒砂纸覆盖,在加工过程中由主轴带动转动并以固结磨粒二体加工形式工作;抛光浆料中的游离磨粒通过蠕动泵经由喷嘴泵入加工区域,在磨具与工件相对运动带动下以三体磨粒加工形式参与磨抛。为防止抛光浆料中的磨粒沉积,磨抛加工过程中采用磁力搅拌器持续搅拌磨抛浆料,磨具与工件间的作用力通过测力仪采集。

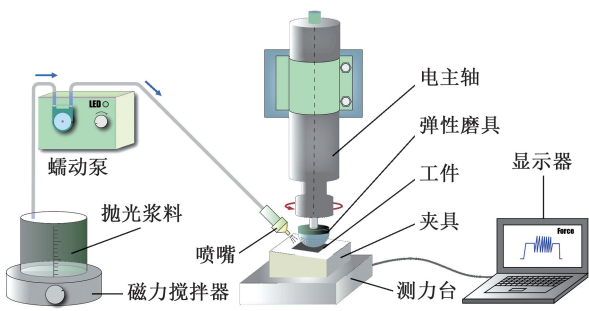


图1 弹性磨抛加工示意图

Fig.1 Grinding and polishing with elastic tool

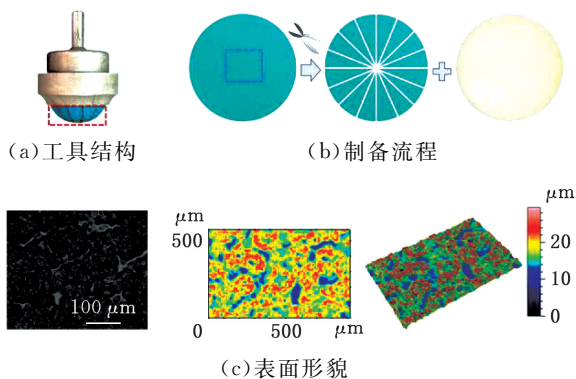


图3 弹性磨抛工具

Fig.3 Elastic polishing tool

## 2 弹性磨抛加工材料去除模型

为研究弹性磨具磨抛加工过程的材料去除模型,本研究在不同尺度上对磨具-磨粒-工件进行接触分析。在宏观尺度上,基于 Hertz 接触理论分析弹性磨抛工具与工件的弹性接触情况,求出其压力分布和速度分布;在微观尺度上,考虑单颗磨粒对工件材料的去除,通过计算实际参与加工的磨粒数量,叠加求得总的材料去除体积,进一步求得工件表面的材料去除深度和材料去除率。对相关因素作以下假设以简化模型:①金刚石磨粒的圆度近似为 0.91,接近球体,假设磨粒形状为球体;②不考虑磨抛过程中固结磨粒的脱落和磨损;③磨粒在弹性基体中和抛光浆料中分布均匀;④磨粒呈刚性,在磨抛过程中不发生变形。建立的材料去除理论模型计算流程如图 2 所示。

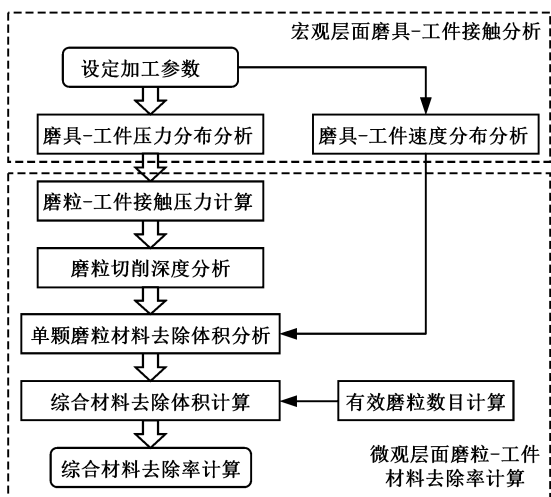


图2 材料去除建模流程图

Fig.2 Material removal modeling flow chart

### 2.1 磨抛工具

本研究采用的弹性磨具结构及表面形貌如图 3 所示。弹性磨具由 3D 打印的铝合金夹具与硅胶半球组合而成,如图 3a 所示。硅胶半球的组成如图 3b 所示,金刚石砂纸被裁剪并粘接在硅胶半球上,以保证磨具在具备较好变形能力的同时磨粒均匀分布。

金刚石砂纸上磨粒大小、高度分布的显微形貌如图 3c 所示,可以看到,砂纸上磨粒的数量分布相对均匀,然而由于砂纸上的磨粒大小、分布位置不一,导致砂纸上磨粒的出露高度不尽相同。在计算整个砂纸上磨粒的切削深度时,应当考虑该因素导致的部分磨粒不参与磨抛过程的影响,有研究通过实验和数学统计的方式计算了此类抛光磨具上的磨粒出露高度的分布函数,近似服从于正态分布,概率分布函数可表示为<sup>[18]</sup>

$$\varphi(z_g) = \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_g - \mu_g}{\sigma_g}\right)^2\right) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_g &= (z_{gmax} - z_{gmin})/6 \\ \mu_g &= (z_{gmax} + z_{gmin})/2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $z_g$  为砂纸上的每颗磨粒出露高度; $\sigma_g$ 、 $\mu_g$  分别为  $z_g$  的标准差和期望;下标 max、min 分别表示最大和最小。

联立式(1)、式(2)可得磨粒出露高度的概率分布,通过与后续计算的磨粒总数、材料去除体积等参数的积分可以求得实际参与加工的磨粒对工件表面的材料去除体积。

### 2.2 宏观接触分析

由于弹性磨抛工具与工件接触区域内的应力分布直接影响磨抛区域内所有参与加工过程磨粒的切削深度,从而影响工件表面的材料去除体积,因此首先对弹性磨具-工件之间的接触压力分布进行求解。由于该接触模型是在毫米尺度上建立的,工件表面的粗糙度和磨粒粒径远小于磨具与工件的接触半径,且工件硬度远大于弹性磨具,主轴施加在弹性磨具上的法向压力也较小,接触区域内的应力分布远小于工件的屈服强度,故工件在与弹性磨具的宏观接触过程中不发生塑性变形。为了简化模型,弹性磨具与硬脆平面工件的接触可以看作是弹性球体和刚性理想平面的接触,磨具与工件之间的接触应力可根据 Hertz 接触理论求解。根据 Hertz 接触理论计算出磨具与工件接触区域内的压力分布,若接触点处曲面曲

率半径远大于磨具半径,接触区域形貌可近似看作为圆形。磨具与工件接触区域内压力分布  $p(x, y)$  可根据下式<sup>[19]</sup> 求得:

$$p(x, y) = p \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{b^2}} \quad (3)$$

$$b = \left(\frac{3F_n R}{4E^*}\right)^{1/3} \quad p = \frac{3F_n}{2\pi b^2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_w} \quad \frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_w^2}{E_w}$$

式中:  $b$  为弹性磨抛工具与平面工件接触区域内的接触半径;  $F_n$  为施加在磨具上的法向压力;  $R$  为弹性磨抛工具与工件的等效曲率半径,其数值可近似等同为弹性磨具的半径大小;  $E^*$  为弹性磨抛工具与工件的等效弹性模量;  $R_1, E_1, \nu_1$  分别为弹性磨抛工具的半径、弹性模量和泊松比,  $R_1 = 15 \text{ mm}, E_1 = 5.8 \text{ MPa}, \nu_1 = 0.47$ ;  $R_w, E_w, \nu_w$  分别为工件的半径、弹性模量和泊松比;  $p$  为弹性磨抛工具与工件接触中心处的压力。

接触区域内压力分布情况如图 4a 所示,接触压力  $p(x, y)$  从接触中心至边缘逐渐减小,呈高斯分布。为直观地观测磨具与工件之间的压力分布,将法向压力、弹性模量和泊松比随机赋予一定数值,利用 MATLAB 对式(3) 进行数值仿真,得到接触区域内压力分布的三维函数轮廓,如图 4b 所示,可以看到,根据 Hertz 接触理论数值仿真得到的压力分布和图 4a 一致,呈中心处压力大、边缘区域压力小的高斯分布。

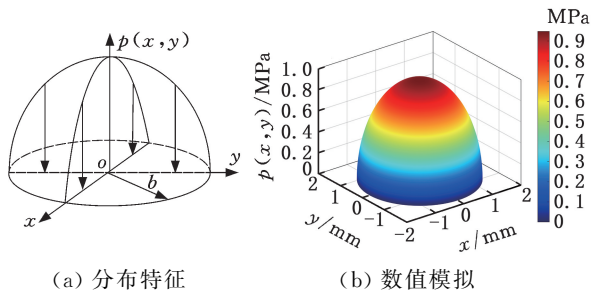


图 4 接触区域应力分布  
Fig.4 Stress distribution in the contact area

### 2.3 材料去除机理

#### 2.3.1 磨粒运动状态

弹性磨具磨抛硬脆材料时,工件表面的材料去除源于多磨粒协同作用。该过程属于微米级去除,需先建立单磨粒压入工件模型,当磨粒压入深度达到临界值时,材料开始去除。结合有效作用磨粒数量叠加单颗去除效应,可得到一次加工过程中的材料去除量,进一步推导出材料去除模型。同时,表面形貌分析需以材料去除深度为关键参数,表征加工后表面状态,因此要分析工件磨抛后表面形貌,首先需要得到材料去除深度。

硬脆材料磨抛过程中,固结磨粒与游离磨粒共

同主导材料去除。前者固结在磨具表面,随着磨具压入工件表面,实现切深有规律的材料去除;后者(脱落的磨粒和抛光液中的一部分磨粒)夹持在磨具与工件表面之间的缝隙中,由蠕动泵上连接的喷嘴泵入到弹性磨具与工件的接触区域内参与加工,不同粒度大小的磨粒对工件表面产生深度不一的凹痕。两种状态的磨粒去除形式如图 5 所示。

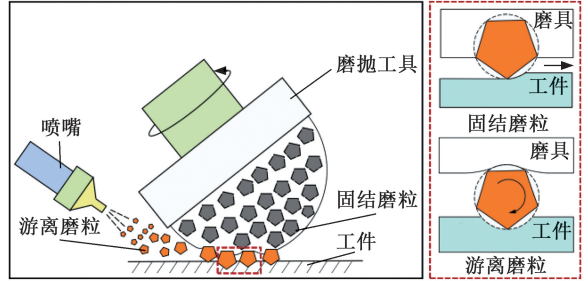


图 5 不同接触状态的磨粒

Fig.5 Abrasive grains with different contact modes

由于固结磨粒和游离磨粒与磨具的接触面积不同,因此所受到来自磨具的压力也不同,应当单独分析两种不同接触状态的磨粒与工件之间的接触情况,本研究对两种磨粒分别建立单颗磨粒-工件材料去除模型。

此外,只有当磨粒与工件的接触形式达到塑性阶段时,工件表面的材料才能被磨粒去除,故应先计算碳化硅工件弹塑性变形的临界去除深度  $\delta_p$ ,表达式为<sup>[12]</sup>

$$\delta_p = \left(\frac{3\pi k_{gw} H_w}{4E_{gw}^*}\right)^2 R_g \quad (4)$$

$$\frac{1}{E_{gw}^*} = \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} + \frac{1 - \nu_w^2}{E_w}$$

式中相关参数含义及数值大小如表 1 所示。

表 1 磨粒-工件接触计算参数含义及数值

Tab.1 Significance and numerical values of contact calculation parameters between abrasive grain and workpiece

参数	数值
工件表面平均接触因子 $k_{gw}$	0.02
碳化硅工件硬度 $H_w/\text{GPa}$	21.8
磨粒平均半径 $R_g/\mu\text{m}$	15
金刚石磨粒弹性模量 $E_g/\text{GPa}$	1141
金刚石磨粒泊松比 $\nu_g$	0.07
碳化硅工件弹性模量 $E_w/\text{GPa}$	410
碳化硅工件泊松比 $\nu_w$	0.16

将以上参数值代入式(4)中,计算得到金刚石磨粒与碳化硅工件接触的弹塑性转变临界切削深度  $\delta_p = 0.167 \text{ nm}$ ,当金刚石磨粒的切入深度大于  $0.167 \text{ nm}$  时,碳化硅工件表面材料开始以塑性去除的方式脱落。在加工过程中,磨粒切入工件的深度一般大于该深度,即磨粒切入工件的初始

阶段便可实现对工件表面的材料去除。

### 2.3.2 固结磨粒

部分金刚石磨粒最初固结在金刚石砂纸上，随着弹性磨具向下运动压入工件，对工件表面进行材料去除。其作用形式如图 6 所示，设定单颗固结磨粒受到来自磨具的法向压力为  $F_{gn}$ ，磨粒的瞬时切向速度为  $v$ 。

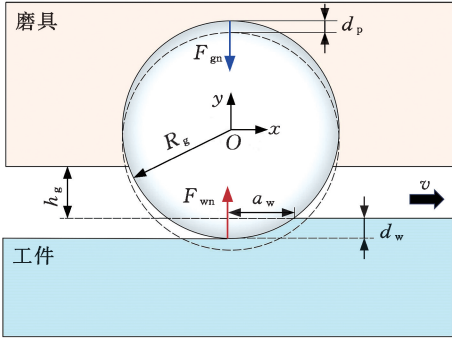


图 6 固结磨粒接触模型

Fig.6 Contact model of the fixed abrasive grain

磨粒切入工件时受到来自工件的法向反作用力  $F_{wn}$ ，其大小与工件自身的显微硬度  $H_w$  和磨粒-工件之间的接触面积  $A$  有关，可以表示为<sup>[20]</sup>

$$F_{wn} = H_w A \quad (5)$$

其中，接触面积  $A$  为半径为  $a_w$  的圆的面积，接触半径  $a_w$  和切削深度  $d_w$  存在如下几何关系：

$$a_w = \sqrt{R_g^2 - (R_g - d_w)^2} \approx \sqrt{2R_g d_w} \quad (6)$$

则单颗磨粒切入工件表面的法向接触面积

$$A = \pi a_w^2 = 2\pi R_g d_w \quad (7)$$

故第  $i$  颗磨粒与工件接触时受到来自工件的法向压力  $F_{wni}$  以及受到磨具所施加的法向压力  $F_{gni}$  可表示为工件显微硬度、磨粒半径的函数：

$$F_{wni} = 2\pi H_w R_g d_{wi} \quad (8)$$

$$F_{gni} = \pi R_g^2 p(x_i, y_i) \quad (9)$$

磨具作用在单颗磨粒上的法向压力  $F_{gni}$  和工件作用在磨粒上的法向压力  $F_{wni}$  相互平衡，即

$$F_{wni} = F_{gni} \quad (10)$$

根据式(8)~式(10)，可得第  $i$  颗磨粒切削深度  $d_{wi}$  与  $p(x_i, y_i)$  之间的函数关系：

$$d_{wi} = \frac{R_g}{2H_w} p(x_i, y_i) \quad (11)$$

由于磨具相比于磨粒具有较大的弹性，故磨粒在受到磨具施加的法向压力后会使其本身发生一定的形变，磨粒会产生退让。假定其退让距离为  $d_p$ ，它与法向压力的数学关系可由赫兹理论求得：

$$F_{gn} = \frac{4}{3} E_{gt}^* R_g^{\frac{1}{2}} d_p^{\frac{3}{2}} \quad (12)$$

$$\frac{1}{E_{gt}^*} = \frac{1-\nu_t^2}{E_t} + \frac{1-\nu_g^2}{E_g}$$

式中： $E_{gt}^*$  为金刚石磨粒与弹性磨具的相对弹性模量。

根据式(10)、式(12)，计算得到加工区域内第  $i$  颗磨粒切削深度与其在磨具中退让量的关系：

$$d_{pi} = \left( \frac{3\pi H_w R_g^{\frac{1}{2}}}{2E_{gt}^*} d_{wi} \right)^{2/3} \quad (13)$$

得到单颗磨粒的切削深度后，可进一步求得磨粒在工件内切削部分的凹槽横截面积，单颗磨粒去除工件材料的体积可由该横截面积和切削过程中磨粒运动的路径长度相乘来计算，加工过程中磨粒运动路径长度为接触区域内切向速度和加工时间的乘积。接触区域内的切向速度分布  $v(x, y)$  可根据文献[21]的运动学模型求得。

如图 7 所示，弹性磨抛工具以一定的偏角  $\theta$  由电主轴带动旋转，接触区域内任意一点  $N(x, y, 0)$  处的速度  $v_N$  可由角速度  $\omega$  和磨具中心点  $M$  到点  $N$  处的向量  $MN$  的向量积求得：

$$v_N = \omega \times MN \quad (14)$$

将  $\omega = (0, -\omega \sin \theta, \omega \cos \theta)$ 、 $MN = (x, y, -\sqrt{R_t^2 - b^2})$  代入式(14)得

$$v_N = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & -\omega \sin \theta & \omega \cos \theta \\ x & y & -\sqrt{R_t^2 - b^2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

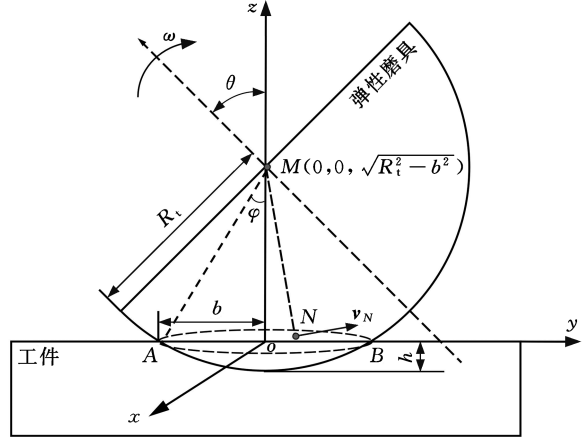


图 7 磨具-工件相对速度模型

Fig.7 Relative velocity model of the abrasive tool and the workpiece

计算接触区域内的总材料去除量还需得到弹性磨具与工件接触区域内的速度分布，速度分布  $v(x, y)$  为  $v_N$  在  $x$  轴的速度分量  $v_{Nx}$  与  $y$  轴的速度分量  $v_{Ny}$  的合速度，其函数关系可以表示为

$$v(x, y) = \sqrt{v_{Nx}^2 + v_{Ny}^2} = \omega \sqrt{(y \cos \theta - \sqrt{R_t^2 - b^2} \sin \theta)^2 + (x \cos \theta)^2} \quad (16)$$

根据式(6)、式(11)、式(16)，单颗固结磨粒在一次加工过程中(加工时间为  $T$ )对工件表面的材料去除体积  $\Delta V_{MRg}$  可以近似表示为磨粒切削深度  $d_w$ 、切削宽度  $a_w$  和磨削路径长度  $L_w$  的函数：



$$F_{wnej} = \frac{1}{2} H_w \pi R_y \delta_{wj} (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) \quad (26)$$

根据  $F_{wne}$  与  $F_{an}$  的相互平衡关系,可得磨粒退让深度  $\delta_m$  和磨粒切入工件深度  $\delta_w$  的函数关系式:

$$\delta_w = \frac{8E_{gt}^* \delta_m^{\frac{3}{2}}}{3H_w \pi R_y^{\frac{1}{2}} (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)} \quad (27)$$

由式(25)~式(27)可得到单颗磨粒的切削深度  $\delta_w$ ,要求得游离磨粒对工件的总材料去除体积,还需知抛光浆料内参与磨抛的总磨粒数  $N_{th}$ 。抛光浆料中的金刚石磨粒密度为  $C_a$ ,浆料中加入的金刚石磨粒总质量为  $M_{at}$ ,载体介质的总质量为  $M_{ct}$ ,载体的密度为  $C_c$ ,则浆料中金刚石磨粒的体积分数

$$\varphi = \frac{V_{at}}{V_{at} + V_{ct}} \quad (28)$$

$$V_{at} = M_{at}/C_a \quad V_{ct} = M_{ct}/C_c$$

式中: $V_{at}$ 为抛光浆料中金刚石磨粒的总体积; $V_{ct}$ 为载体介质的总体积。

通过已知金刚石磨粒体积分数及接触区抛光浆料总体积,即可计算参与磨抛的游离金刚石磨粒数量。接触区域内磨粒分布简化模型如图9所示,假设磨抛过程中弹性磨具与工件之间的接触区域内只有单层金刚石磨粒作用,其接触半宽为  $b$ ,高度为单颗游离金刚石磨粒的直径  $D$ 。

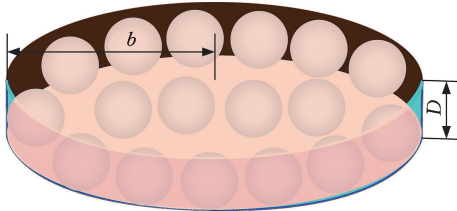


图9 接触区域内游离磨粒分布示意图

Fig.9 Schematic diagram of the free abrasive grain distribution within the contact area

根据图9所示磨粒排布以及式(28),可计算得到此接触区域内浆料的体积  $V_t$ 、金刚石磨粒总体积  $V_j$  和实际参与加工的游离金刚石磨粒总数  $N_{th}$ :

$$V_t = \pi b^2 D \quad (29)$$

$$V_j = V_t \varphi \quad (30)$$

$$N_{th} = \frac{V_j}{V_a} = \frac{3b^2 M_{at} C_c}{2R_y^2 (M_{at} C_c + M_{ct} C_a)} \quad (31)$$

式中: $V_a$ 为单颗金刚石磨粒的体积,其大小可简化计算为

$$\frac{4}{3} \pi R_y^3。$$

结合式(16)、式(25)、式(27)、式(28)、式(31)可计算出游离金刚石磨粒的材料去除总量:

$$V_{MRy} = \frac{6b^2 M_{at} C_c R_y \omega T}{M_{at} C_c + M_{ct} C_a} \left\{ \left[ \frac{p(x, y)}{H_w (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)} \right]^3 \cdot \right.$$

$$\left. \left[ (y \cos \theta - \sin \theta \sqrt{R_t^2 - b^2})^2 + (x \cos \theta)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

根据式(32),计算得到接触区域内游离磨粒的材料去除体积。根据上节所述,工件表面的材料去除深度是材料去除体积与接触区域面积的函数,一次磨抛加工过程中的材料去除率是材料去除深度与加工时间的函数,进一步可计算得到游离金刚石磨粒的材料去除深度  $D_{MRy}$  和材料去除率  $R_{MRy}$ :

$$D_{MRy} = \frac{V_{MRy}}{\pi b^2} \quad (33)$$

$$R_{MRy} = \frac{D_{MRy}}{T} = \frac{V_{MRy}}{\pi b^2 T} \quad (34)$$

综合上述两种不同状态的磨粒对工件表面材料去除的影响,可以得到在一次磨抛过程中碳化硅工件表面总的材料去除体积,其数值大小为游离磨粒和固结磨粒两者材料去除体积的数值叠加:

$$V_{MR} = V_{MRg} + V_{MRy} \quad (35)$$

在MATLAB中对总的材料去除深度  $D_{MR}$  进行数值仿真,通过对式(3)、式(11)、式(13)、式(16)、式(17)、式(20)、式(21)、式(32)~式(35)进行计算,绘制得到理论材料去除函数的三维轮廓,并与后续实验测量的工件表面材料去除轮廓数据进行对比。

### 2.4 材料去除轮廓

为了使材料去除函数具象化,将各参数赋予相应的数值,在MATLAB中按照图10所示流程对材料去除轮廓进行数值模拟,计算得到材料去除深度。由图11可以看到,材料去除轮廓开口处,即弹性磨抛工具与工件的接触区域形状为椭圆

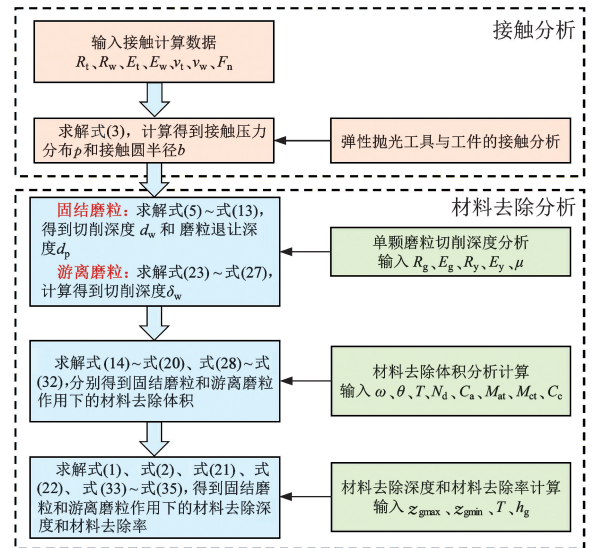


图10 材料去除轮廓数值模拟

Fig.10 Numerical simulation of material removal contour

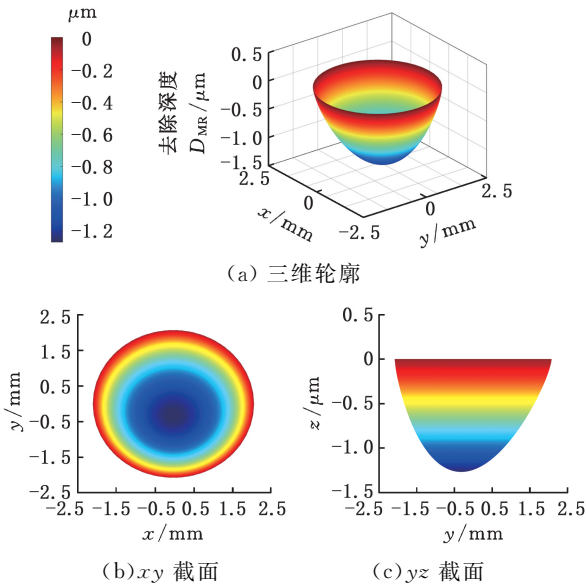


图 11 材料去除轮廓

Fig.11 Material removal profile

圆,材料去除的最深处并不在底部中心,而是偏向磨具旋转的一侧。推测造成此现象的原因可能是加工时磨抛工具与工件之间存在一定偏角,导致压力和速度分布不均匀,使压力较大的一侧材料去除体积较多。

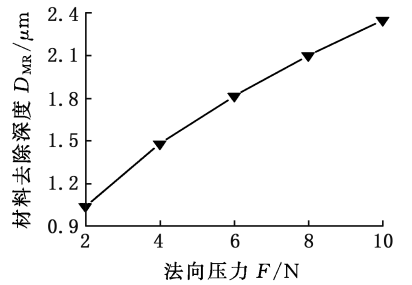
为了探究法向压力  $F$ 、转速  $n$  和磨料浓度(质量分数)  $n_w$  对材料去除深度的交互影响,设置了多组参数组合对材料去除深度进行模拟分析,分别研究了法向压力  $F = 4 \sim 8$  N,磨料浓度(质量分数)  $n_w = 2\% \sim 6\%$ ,主轴转速  $n = 2500 \sim 3500$  r/min 的参数组合下的材料去除深度,模拟结果如表 2 所示。由表 2 可以看到,材料去除深度与法向压力、磨料浓度和主轴转速成正相关,材料去除深度随着这几种加工参数的增加呈现不同程度的增大趋势。

表 2 不同参数组合下的材料去除深度

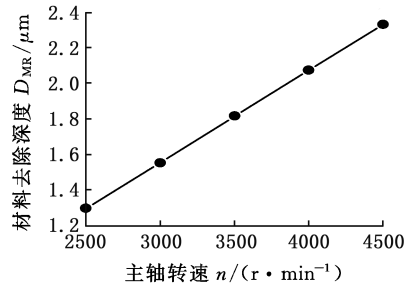
Tab.2 Material removal depth under diverse parameter combinations

法向压力 /N	磨料浓度 /%	主轴转速 / ( $r \cdot \min^{-1}$ )	材料去除深度 / $\mu\text{m}$
4	2	3000	1.24
4	6	3000	1.26
4	4	2500	1.04
4	4	3500	1.46
6	2	2500	1.26
6	6	2500	1.30
6	2	3500	1.77
6	6	3500	1.80
8	2	3000	1.76
8	6	3000	1.80
8	4	2500	1.48
8	4	3500	2.07

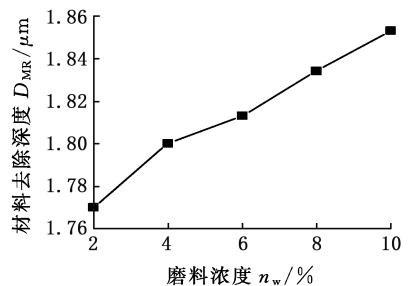
为了探究影响材料去除深度的主要参数,分别对这三种因素对材料去除深度的影响进行了数值计算,最大材料去除深度随着法向压力、主轴转速和磨料浓度变化的模拟计算结果如图 12 所示。如图 12a 所示,在磨料浓度  $n_w = 6\%$ 、转速  $n = 3500$  r/min 的情况下,分别模拟了压力为 2、4、6、8、10 N 时的材料去除深度值,可以看到,随着压力从 2 N 增至 10 N,材料去除深度从  $1.04 \mu\text{m}$  增至  $2.35 \mu\text{m}$ ,增量为  $1.31 \mu\text{m}$ 。如图 12b 所示,在压力  $F = 6$  N、游离磨料浓度  $n_w = 6\%$  的情况下,随着转速从 2500 r/min 增至 4500 r/min,材料去除深度从  $1.3 \mu\text{m}$  增至  $2.33 \mu\text{m}$ ,增量为  $1.03 \mu\text{m}$ 。如图 12c 所示,在压力  $F = 6$  N、转速  $n = 3500$  r/min 的情况下,随着游离磨料浓度从 2% 增至 10%,材料去除深度从  $1.77 \mu\text{m}$  增至  $1.85 \mu\text{m}$ ,增量为  $0.08 \mu\text{m}$ 。从以上三组数据可以得到,材料去除深度随着法向压力变化的增量最大,随着磨料浓度变化的增量最小。由此可推测:影响材料去除深度的主要因素为法向压力和磨具转



(a) 去除深度随法向压力变化



(b) 去除深度随主轴转速变化



(c) 去除深度随磨料浓度变化

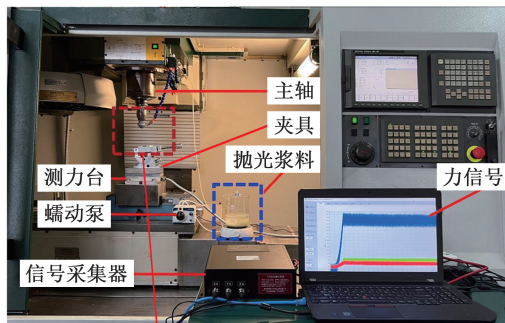
图 12 不同仿真参数对 MRD 的影响  
Fig.12 The impact of various simulation parameters on MRD

速,游离磨料浓度对工件表面的材料去除影响较小,对加工过程的材料去除率起辅助作用。

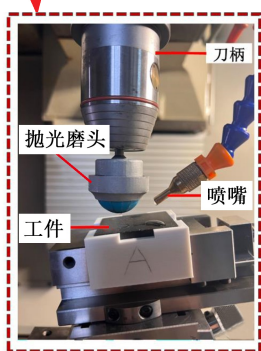
### 3 实验验证

#### 3.1 实验设置

本研究以碳化硅工件为加工对象,设置磨抛实验验证所建立的材料去除理论模型的合理性,实验装置如图 13 所示。



(a) 实验装置



(b) 磨抛加工区域

图 13 弹性磨抛加工实验

Fig.13 Grinding and polishing experiment with elastic tool

材料去除理论模型的验证实验在 CNC 数控加工中心上进行,整体磨抛加工实验装置如图 13a 所示,平面碳化硅工件放置在万向虎钳上,其几何尺寸为  $50\text{ mm} \times 50\text{ mm} \times 4\text{ mm}$ ,相关材料属性如表 3 所示。为了避免弹性磨具旋转中心处速度为零,调整夹具偏角为  $15^\circ$ ,万向虎钳下方放置测力台,在加工过程中实时监测抛光压力的大小以控制磨具的下压深度,通过显示器显示力信号。磨抛工具采用弹性硅胶半球头和金刚石抛光垫组合而成,它与工件的装夹设置情况如图 13b

表 3 碳化硅材料属性参数

Tab.3 Physical properties of silicon carbide

材料属性	数值	材料属性	数值
密度 / ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )	3.21	弹性模量 / GPa	410
泊松比	0.16	硬度 / GPa	21.8
断裂韧性 / ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )	4.5	热导率 / ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	110

所示,弹性磨具一侧设置喷嘴,用于补充游离磨料。游离金刚石磨料混入装有切削液的烧杯中,分别配置了  $2\% \sim 6\%$  的浓度,游离磨料通过蠕动泵经由喷嘴泵入到弹性磨抛工具与工件的间隙中参与辅助加工。

#### 3.2 工艺参数

本研究通过考虑法向压力、磨料浓度和主轴转速三种加工因素对材料去除深度的影响,以碳化硅工件为加工对象设置定点抛光实验来验证材料去除函数的合理性。分别设定不同的加工工艺参数组合进行加工,三组加工参数 ( $F, n_w, n$ ) 分别为 ( $4\text{ N}, 6\%, 3000\text{ r/min}$ )、( $6\text{ N}, 2\%, 4500\text{ r/min}$ )、( $8\text{ N}, 4\%, 3500\text{ r/min}$ ),对碳化硅表面进行单点磨抛实验,每组参数的加工时间恒定为  $120\text{ s}$ 。

#### 3.3 结果分析

按照上述参数组合加工结束后,通过三维共聚焦显微镜分别观测了这三组工件的表面轮廓形貌,并与相对应的理论模型计算得到的仿真轮廓进行对比,如图 14 所示。可以看到,实验测得的工件表面的材料去除轮廓与仿真得到的工件表面材料去除轮廓图像有较高的相似性,均呈现中间去除量多、边缘去除量少的非均匀类高斯分布;三组理论计算的最大材料去除深度和实验得到的最大材料去除深度的数值误差均不超过  $10\%$ ,具有较高的一致性;此外,由理论材料去除函数相关公式模拟的材料去除轮廓与实验测量值有较好的贴合性,均符合上述材料去除函数解释的轮廓形貌。

为了更清晰地看出材料去除轮廓的形貌,从图 14 中提取了三组仿真工件表面轮廓形貌图像和实验测量的工件表面轮廓形貌图像的中间轮廓线,以对比两者去除深度的贴合性。采集的中间轮廓线如图 15 所示,可以看到,仿真与实验的材料去除轮廓值呈现相同的趋势,材料去除最深处均处于靠近磨抛中心的位置,且仿真与实验的最大材料去除深度差别较小,同时也验证了仿真得到的结论,即材料去除深度随着法向压力、转速和磨料浓度增大而呈现不同程度的增大趋势。

图 15a、图 15b、图 15c 三组加工参数下仿真得到的材料去除率与实验测量得到的材料去除率分别为  $0.683, 0.968, 1.255\ \mu\text{m}/\text{min}$  和  $0.743, 1.015, 1.368\ \mu\text{m}/\text{min}$ ; 最大材料去除深度分别为  $1.366, 1.935, 2.51\ \mu\text{m}$  和  $1.486, 2.03, 2.735\ \mu\text{m}$ 。分别根据下式计算仿真的材料去除深度  $D_{\text{MR},\text{sim}}$  和最大接触区域半径  $b_{\text{sim}}$  与实验测量值  $D_{\text{MR},\text{exp}}, b_{\text{exp}}$  的

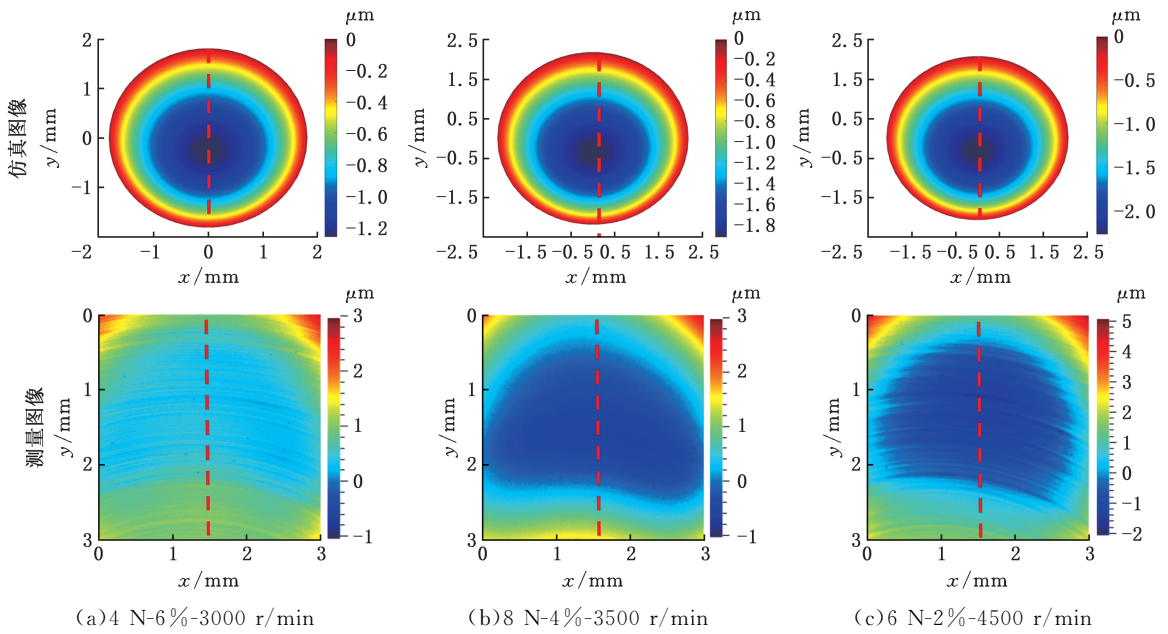


图 14 仿真与实验的材料去除轮廓对比

Fig.14 Comparison of material removal profiles between simulation and experiment

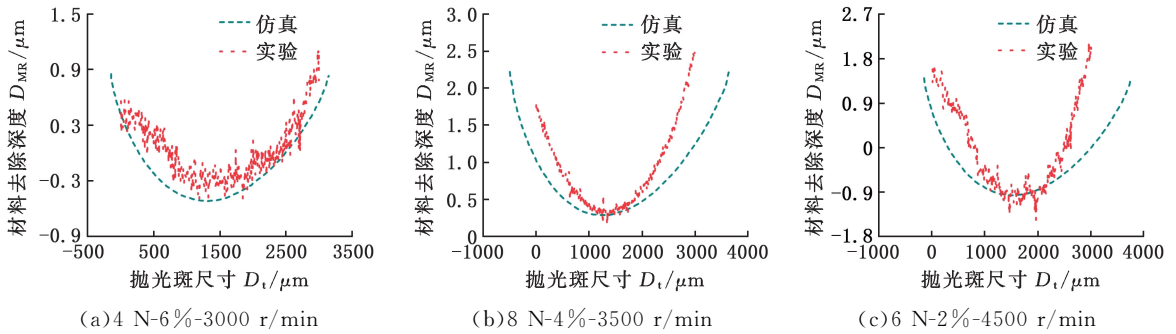


图 15 仿真与实验的材料去除轮廓截面线对比

Fig.15 Comparison of material removal depths between the simulation and experiment

误差:

$$e_{DMR} = \left| \frac{D_{MR, sim} - D_{MR, exp}}{D_{MR, exp}} \right| \quad (36)$$

$$e_b = \left| \frac{b_{sim} - b_{exp}}{b_{exp}} \right| \quad (37)$$

将以上三组仿真值与实验值代入式(36)和式(37),分别得到两者最大材料去除深度的误差为 8.1%、4.68%和 8.22%,最大接触区域半径的误差为 9.53%、37.8%和 30.03%。结果表明:材料去除深度的实验值略大于仿真值,接触区域半径的实验值略小于仿真值。由图 15 可以看出,实验结果与仿真结果有相似的变化趋势,材料去除深度最大处均出现在偏离中心处一段距离的一侧;实验和仿真得到的材料去除轮廓截面线均呈现不对称的高斯分布。考虑到实际加工过程中弹性磨抛工具的形变以及测量工具的误差,认为实验与仿真结果具有较高的一致性,验证了本研究所建立的材料去除理论模型的合理性和准确性。

#### 4 结论

1)弹性工具磨抛加工过程不是单一状态的磨粒作用,而是固结磨粒和游离磨粒相互转换、共同作用的复杂过程,在理论上被认为是二体磨粒与三体磨粒协同加工。针对这一问题,本研究结合 Hertz 接触理论与运动学分析建立了考虑有效磨粒数量、磨抛压力、磨具转速等因素的弹性工具磨抛加工材料去除理论模型。

2)基于材料去除理论模型对材料去除轮廓进行数值仿真模拟,结果表明:材料去除深度最大值出现在偏离接触中心的一侧,沿该处材料去除深度逐渐减小,接触区域边缘处材料去除深度最小。同时,分析了磨抛压力、磨具转速和磨料浓度对材料去除深度的影响程度,发现磨抛压力变化对材料去除深度的影响最大,磨具转速次之,游离磨料浓度最小。

3)完成弹性工具磨抛加工碳化硅材料的材料

去除轮廓验证实验,分别将三组实验结果与数值仿真轮廓进行对比,材料去除深度的误差范围在4.68%到8.22%之间,接触区域半宽的误差范围在9.53%到37.8%之间,结果表明理论模型能较好地反映不同加工参数下的材料去除深度。

#### 参考文献:

- [1] 卢守相,杨秀轩,张建秋,等.关于硬脆材料去除机理与加工损伤的理性思考[J].机械工程学报,2022,58(15):31-45.  
LU Shouxiang, YANG Xiuxuan, ZHANG Jianqiu, et al. Rational Discussion on Material Removal Mechanisms and Machining Damage of Hard and Brittle Materials[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(15):31-45.
- [2] 章玉强,胡中伟,朱泽朋,等.硬脆性材料用柔性磨具研磨的加工表面粗糙度建模[J].中国机械工程,2022,33(7):834-841.  
ZHANG Yuqiang, HU Zhongwei, ZHU Zepeng, et al. Surface Roughness Modeling for Lapping Hard and Brittle Materials by Flexible Abrasive Tools[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(7):834-841.
- [3] GATES J D. Two-body and Three-body Abrasion: a Critical Discussion[J]. Wear, 1998, 214(1):139-146.
- [4] 石兴泰,郭磊,刘晓辉,等.随机网格结构固结磨料磨盘平面磨削性能研究[J].金刚石与磨料磨具工程,2022,42(3):275-282.  
SHI Xingtai, GUO Lei, LIU Xiaohui, et al. Study on Machining Performance of Fixed-abrasive Lap-grinding Plate with Random Grid Structure[J]. Diamond & Abrasives Engineering, 2022, 42(3):275-282.
- [5] XIAO M, DING Y, FANG Z, et al. Contact Force Modeling and Analysis for Robotic Tilted-disc Polishing of Freeform Workpieces[J]. Precision Engineering, 2020, 66:188-200.
- [6] WALKER D D, BROOKS D, KING A, et al. The 'Precessions' Tooling for Polishing and Figuring Flat, Spherical and Aspheric Surfaces[J]. Optics Express, 2003, 11(8):958-964.
- [7] ZHANG J, SHI Y, LIN X, et al. Five-axis Abrasive Belt Flap Wheel Polishing Method for Leading and Trailing Edges of Aero-engine Blade[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 93(9/12):3383-3393.
- [8] GUO L, DUAN Z, GUO W, et al. Machine Vision-based Recognition of Elastic Abrasive Tool Wear and Its Influence on Machining Performance [J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2024, 35(8):4201-4216.
- [9] 郭磊,王家庆,明子航,等.基于弹性基体磨具的3D打印高温合金叶片磨抛试验[J].表面技术,2023,52(2):43-54.  
GUO Lei, WANG Jiaqing, MING Zihang, et al. Grinding and Polishing Test of 3D-printed Superalloy Blade Based on Elastic-matrix Abrasive Tool[J]. Surface Technology, 2023, 52(2):43-54.
- [10] ZHU W L, YANG Y, LI H N, et al. Theoretical and Experimental Investigation of Material Removal Mechanism in Compliant Shape Adaptive Grinding Process[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2019, 142:76-97.
- [11] VERMA T, CHAWLA O, JHA S. Mathematical Modelling for Prediction of Surface Roughness in Pneumatically Configurable Polishing Process[J]. Wear, 2022, 504/505:204434.
- [12] TAO H, LIU Y, ZHAO D, et al. The Material Removal and Surface Generation Mechanism in Ultra-precision Grinding of Silicon Wafers[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2022, 222:107240.
- [13] CHEN J, PENG Y. Super Hard and Brittle Material Removal Mechanism in Fixed Abrasive Lapping: Theory and Modeling[J]. Tribology International, 2023, 184:108493.
- [14] YAO W, CHU Q, LYU B, et al. Modeling of Material Removal Based on Multi-scale Contact in Cylindrical Polishing[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2022, 223:107287.
- [15] TIAN J, LIU H, CHENG J, et al. A Novel Specialized Material Removal Rate Model Considering the Synergistic Effect of Dynamic Pressure and Shear Stress for the Permanent-magnet Small Ball-end Magnetorheological Polishing [J]. Journal of Manufacturing Processes, 2023, 101:1431-1442.
- [16] TREZONA R I, ALLSOPP D N, HUTCHINGS I M. Transitions between Two-body and Three-body Abrasive Wear: Influence of Test Conditions in the Microscale Abrasive Wear Test [J]. Wear, 1999, 225/229:205-214.
- [17] RAJENDHRAN N, PONDICHERRY K, HUANG S, et al. Influence of Abrasive Characteristics on the Wear Micro-Mechanisms of NbC and WC Cermet during Three-body Abrasion [J]. Wear, 2023, 530/531:205007.
- [18] LIU Y, WARKENTIN A, BAUER R, et al. Investigation of Different Grain Shapes and Dressing to Predict Surface Roughness in Grinding Using Kinematic Simulations[J]. Precision Engineering, 2013, 37(3):758-764.
- [19] LI B, LI P, ZHOU R, et al. Contact Mechanics in Tribological and Contact Damage-related Problems: a Review[J]. Tribology International, 2022, 171:107534.

- Parabolic Leaf Spring[J]. International Journal of Automotive Technology, 2019, 20:337-347.
- [12] 梁佳, 宋绪丁, 黄柱安, 等. 装载机驱动桥疲劳试验扭矩加载谱编制方法研究[J]. 中国机械工程, 2018, 29(9):1039-1044.
- LIANG Jia, SONG Xuding, HUANG Zhu'an, et al. Study on Compiling Method of Torque Load Spectrum of Fatigue Tests for Loader Driving Axles[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(9):1039-1044.
- [13] OH Y, KIM Y, NA K, et al. A Deep Transferable Motion-adaptive Fault Detection Method for Industrial Robots Using a Residual-convolutional Neural Network [J]. ISA Transactions, 2022, 128:521-534.
- [14] 李晓祥, 王安麟, 付志翼. 面向典型换挡工况重构的参数化试验载荷模型[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(1):43-49.
- LI Xiaoxiang, WANG Anlin, FU Zhiyi. Parameterized Test Load Model for Typical Shifting Condition Reconstruction[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(1):43-49.
- [15] 韩为铎, 卢剑伟, 龙道江. 变刚度钢板弹簧加速寿命试验程序载荷谱编制[J]. 中国机械工程, 2017, 28(2):144-149.
- HAN Weiyi, LU Jianwei, LONG Daojiang. Test Program Load Spectrum Compilation for Accelerated Life Test of Leaf Springs with Variable Stiffness[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(2):144-149.
- [16] 李俊杰, 任尊松. 基于疲劳极限的高速列车构架载荷扩展方法[J]. 机械工程学报, 2023, 59(18):263-270.
- LI Junjie, REN Zunsong. Load Expansion Method of High-speed Train Frame Based on Fatigue Limit [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(18):263-270.
- [17] 张英爽, 王国强, 王继新, 等. 工程车辆传动系载荷谱编制方法[J]. 农业工程学报, 2011, 27(4):179-183.
- ZHANG Yingshuang, WANG Guoqiang, WANG Jixin, et al. Compilation Method of Power Train Load Spectrum of Engineering Vehicle[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering(Transactions of the CSAE), 2011, 27(4):179-183.
- [18] LEE J H, CHO Y H, KIM D S, et al. Lifetime Estimation of Harmonic Reducer for Manufacturing Robot Using Accelerated Life Test[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2022, 36(6):2879-2887.
- [19] 董国疆, 韩杰, 颜峰, 等. 汽车零部件疲劳分析载荷谱加速编辑法研究[J]. 中国机械工程, 2020, 31(5):543-552.
- DONG Guojiang, HAN Jie, YAN Feng, et al. Research on Load Spectrum Accelerated Editing Method for Fatigue Test of Vehicle Parts[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(5):543-552.
- (编辑 袁兴玲)
- 
- 作者简介: 杨 雨, 男, 2000 年生, 硕士研究生。研究方向为 RV 减速器可靠性。E-mail:1346836942@qq.com。叶 楠\* (通信作者), 男, 1986 年生, 讲师。研究方向为复杂系统可靠性。E-mail: yenan@hebut.edu.cn.
- 本文引用格式:  
杨雨, 李晓雷, 陶友瑞, 等. RV 减速器服役工况加速载荷谱编制方法[J]. 中国机械工程, 2025, 36(6):1170-1177.
- YANG Yu, LI Xiaolei, TAO Yourui, et al. Accelerated Load Spectrum Preparation for RV Reducer Service Conditions [J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(6):1170-1177.
- 
- (上接第 1169 页)
- [20] LAWN B R. A Model for the Wear of Brittle Solids under Fixed Abrasive Conditions[J]. Wear, 1975, 33(2):369-372.
- [21] PAN R, ZHONG B, CHEN D, et al. Modification of Tool Influence Function of Bonnet Polishing Based on Interfacial Friction Coefficient[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2018, 124:43-52.
- [22] CHEN S, CHEUNG C F, ZHANG F, et al. Three-dimensional Modelling and Simulation of Vibration Marks on Surface Generation in Ultra-precision Grinding [J]. Precision Engineering, 2018, 53:221-235.
- (编辑 袁兴玲)
- 
- 作者简介: 罗晨阳, 男, 1999 年生, 硕士研究生。研究方向为精密与智能制造技术。E-mail:252653927@qq.com。郭 磊\* (通信作者), 男, 1986 年生, 副教授。研究方向为精密与智能制造技术。E-mail:lguo@chd.edu.cn.
- 本文引用格式:  
罗晨阳, 郭磊, 曹维清, 等. 固结与游离磨粒协同作用硬脆材料磨抛加工机理[J]. 中国机械工程, 2025, 36(6):1159-1169.
- LUO Chenyang, GUO Lei, CAO Chuqing, et al. Grinding and Polishing Mechanism of Hard and Brittle Materials under Cooperation of Fixed and Free Abrasive Grains[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(6):1159-1169.