

三块平板对研的理论探讨

胡鹏浩^{1*} 廖进伟¹ 石照耀² 管炳良³

1.合肥工业大学仪器科学与光电工程学院,合肥,230009

2.北京工业大学测控技术与仪器工程技术研究中心,北京,100124

3.九江如洋精密科技有限公司,九江,332100

摘要:三块平板对研法虽原理表述直观、便于操作,但缺乏理论分析,因此需要从理论上找到三块平板对研一定能获得高精度平面的原因。采用分形理论建立了平板三维模型,通过数学仿真方法模拟了三块平板对研的工艺过程。数据迭代计算揭示了三块平板对研后平面逐渐平整的内在机理。依据实验数据,通过点数和平面度误差评定验证了理论分析的正确性。

关键词:三平板原理;高精度平面;数学仿真;分形理论

中图分类号:TH161

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.07.002

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Theoretical Exploration on Whitworth Three Plates Method

HU Penghao^{1*} LIAO Jinwei¹ SHI Zhaoyao² GUAN Bingliang³

1.School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, 230009

2.Beijing Engineering Research Center of Precision Measurement Technology and Instruments, Beijing University of Technology, Beijing, 100124

3.Jiujiang Ruyang Precision Technology Co., Ltd., Jiujiang, Jiangxi, 332100

Abstract: The principle of three plates method was expressed intuitively and easy to operate, but lacked theoretical analysis. It was necessary to find the theoretically reasons for three flat plates always obtaining high-accuracy planes. Fractal theory was used to establish a 3D model for flat plates, and a mathematical simulation method was constructed to simulate of three-plate matching and scraping processes. Iteration and convergence analysis revealed the internal mechanism of the surface which was gradually flattened after the scraping. The correctness of the theoretical analysis was verified by point counts and flatness error evaluation based on experiments.

Key words: three-plate principle; high precision plane; mathematical simulation; fractal theory

0 引言

1830年,英国机械学家约瑟夫·惠特沃斯发明了三块平板对研、刮削加工精密平面的方法,促进了精密工程的发展。三块平板对研至今仍是高精度平面加工的必要甚至唯一手段。该方法延伸到高精度平面检测,形成了经典的三面互检法^[1-2]。

三块平板对研操作简单,即在三块平板上涂覆红丹油,然后按照一定顺序两两对研,将研得的高点刮去,循环操作之后三块平板的平面精度逐渐同步提高^[3]。三平板对研的原理表述简单、意义明确,但一直缺乏数学上的分析和论证,因此本文旨在探寻三平板对研的内在机理和理论依据。

1 理论建模与仿真

机械零件的表面形貌通常包含宏观形状误差、表面波度和表面粗糙度。表面轮廓放大后发现,局部与整体的形貌相似,且表面形貌到原子尺度仍有统计精细的、自相似的结构^[4-6]。这些特征与分形的核心特征吻合,而且已有学者采用分形对粗糙表面进行表征并证明了有效性^[7],因此本文采用分形理论对平板表面形貌进行建模。

表面微观形貌模拟常用的模型为基于Weierstrass-Mandelbrot函数建立的粗糙表面分形模型^[8]、描述自然界随机分形的分数布朗模型^[9]、分形插值曲面模型^[10-11]。分形插值曲面的应用范围广,适用于模拟分析一些复杂的几何形体,如焊缝、断层等,且只需少量的基础信息即可拟合出形体曲面的整体形态。

收稿日期:2024-09-23

基金项目:国家自然科学基金(52175505);第二十七届中国科协年会学术论文

分形插值曲面作为一种特殊的分形几何有着广泛的应用。自然界中的很多实物不具有光滑性而是具有分形特征,如地形、山脉、岩石的断裂表面^[12]。样条函数常用于建立和模拟各种实物的表面模型,但得到的表面模型不能反映两相邻、已知信息点的局部特征。运用分形插值原理对曲面进行分形模拟得到的精度比插值方法高,因此本文选择分形插值曲面模型构建三块平板的形貌和结构特征。

1.1 分形插值曲面的数学模型

设 $[a, b], [c, d]$ 为插值区间,令 $I = [a, b], J = [c, d]$, 插值区域 $D = \{(x, y): a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$, 以 $\Delta x, \Delta y$ 为步长, 分割插值区间 $[a, b], [c, d]$:

$$\left. \begin{aligned} a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b \\ c = y_0 < y_1 < \dots < y_N = d \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

得到区域 D 的插值点的数据 $(x_n, y_m, z_{n,m})$, 其中, $n = 1, 2, \dots, N; m = 1, 2, \dots, M$ 。构造二元分形插值函数 $f: D \rightarrow \mathbf{R}$ (实数域), 且满足 $f(x_n, y_m) = z_{n,m}$ 。

令 X 方向的压缩变换为

$$\varphi_n(x) = a_n x + b_n$$

Y 方向的压缩变换为

$$\psi_m(y) = c_m y + d_m$$

由 $\varphi_n(x_0) = x_{n-1}, \varphi_n(x_N) = x_n, \psi_m(y_0) = y_{m-1}, \psi_m(y_M) = y_m$, 可得

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{x_n - x_{n-1}}{x_N - x_0} & b_n &= \frac{x_{n-1}x_N - x_nx_0}{x_N - x_0} \\ c_m &= \frac{y_m - y_{m-1}}{y_M - y_0} & d_m &= \frac{y_{m-1}y_M - y_my_0}{y_M - y_0} \end{aligned}$$

令 Z 方向的压缩变换即分形插值函数 f 的隐函数^[13] 为

$F_{n,m}(x, y, z) = e_{n,m}x + f_{n,m}y + g_{n,m}xy + \alpha z + k_{n,m}$
式中: α 为垂直比例因子即决定分形插值曲面分形维数(粗糙程度)的自由参数, $0 \leq \alpha < 1$ 。

由条件 $\varphi_n(x_0) = x_{n-1}, \varphi_n(x_N) = x_n, \psi_m(y_0) = y_{m-1}, \psi_m(y_M) = y_m$, 可得

$$\begin{aligned} g_{n,m} &= [z_{n-1,m-1} - z_{n,m-1} - z_{n,m-1} + z_{n,m} - \\ &\alpha(z_{0,0} - z_{n-1,m-1}z_{N,0} - z_{0,M} + z_{N,M})] \cdot \\ &(x_0y_0 - x_Ny_0 - x_0y_M + x_Ny_M)^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

$$e_{n,m} = [z_{n-1,m-1} - z_{n,m-1} - \alpha(z_{0,0} - z_{N,0}) - g_{n,m}(x_0y_0 - x_Ny_0)] / (x_0 - x_N) \quad (3)$$

$$f_{n,m} = [z_{n-1,m-1} - z_{n,m-1} - \alpha(z_{0,0} - z_{0,M}) - g_{n,m}(x_0y_0 - x_0y_M)] / (y_0 - y_N) \quad (4)$$

$$k_{n,m} = z_{n,m} - e_{n-1,m}x_N - f_{n,m}y_M - \alpha z_{N,M} - g_{n,m}x_Ny_M \quad (5)$$

令迭代函数系

$$W_{n,m}(x, y, z) = (\varphi_n(x), \psi_m(y), F_{n,m}(x, y, z)) \quad (6)$$

1.2 生成平板表面

为与后续的刮削实验过程匹配, 选购 3 块经过粗铣的铸铁平板, 在每块平板中间位置取 $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ 正方形区域, 如图 1 所示, 测得每个区域 16 个点的 Z 坐标(其值是基于三坐标测量机上定义的基准零点, 并作为生成平板模型的初始数据), 表 1 所示为 A 平板上点的 Z 坐标。

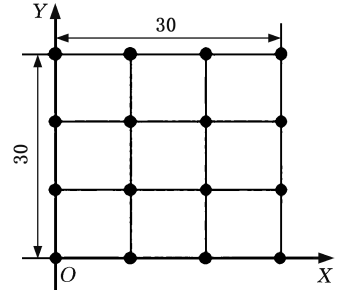


图 1 A 平板被测数据点示意图

Fig.1 Schematic diagram of measured data points in plane

表 1 A 平板上点的高度

Tab.1 Height of points in plate A mm

y	x			
	0	10	20	30
0	5.757	5.755	5.751	5.748
10	5.757	5.751	5.760	5.748
20	5.748	5.747	5.746	5.745
30	5.743	5.744	5.747	5.746

以表 1 数据为例, 基于分形插值曲面数学理论, 将 X, Y 方向插值数设置为 3, 垂直比例因子 $\alpha = 0.3$, 利用 MATLAB 软件进行分形插值并绘制第一次插值后的曲面。如图 2 所示, 一次插值后的曲面基本表征了平板表面的宏观几何形状误差, 图 3 为第一次插值曲面的二维云图。

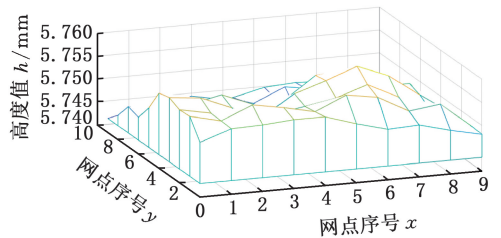


图 2 第一次插值曲面

Fig.2 Surface of the first fractal interpolation

在第一次插值曲面的基础上反复迭代获得不同的几何形貌表面, 第二、第三次插值后的曲面三维形貌如图 4、图 5 所示, 图 6 和图 7 是插值后的曲面对应的二维云图。

由图 4、图 5 可以看出, 随着插值次数的增大, 粗糙度特征越来越明显, 且平面度误差特征、表面波度、粗糙度特征同时显现出来, 实现了平板表面形貌的综合表征。

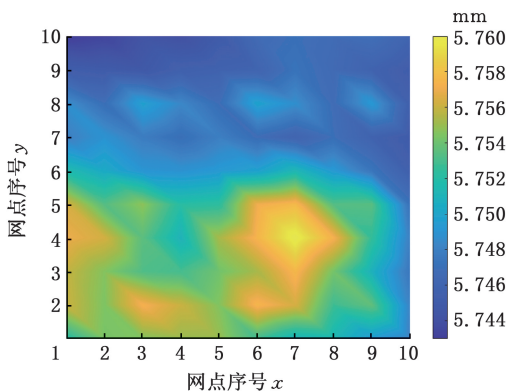


图3 第一次插值曲面的二维云图

Fig.3 2D cloud map of the first interpolated surface

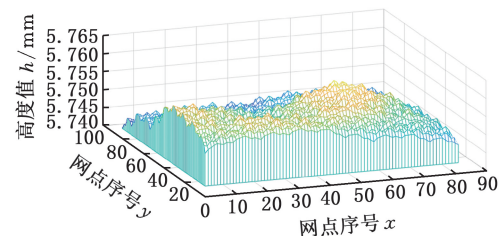


图4 第二次插值曲面

Fig.4 Surface of the second fractal interpolation

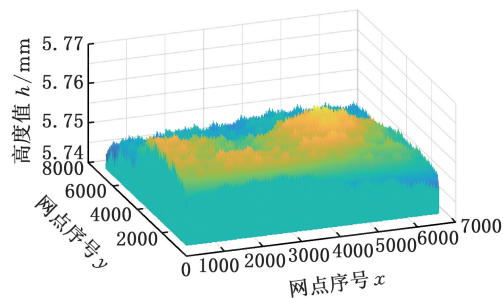


图5 第三次插值曲面

Fig.5 Surface of the third fractal interpolation

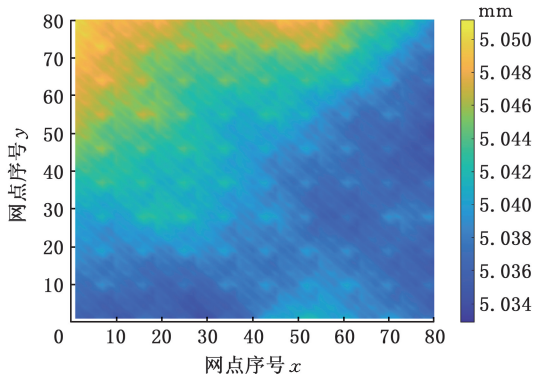


图6 第二次插值曲面的二维云图

Fig.6 2D cloud map of the second interpolated surface

对于B、C平板的表面高度,选用与A平板表面高度相同的参数进行迭代运算,生成曲面见图8。

2 三面互研过程仿真

3块平板对研传统工艺的刮削过程如下:

①以平板A为基准,对平板B、C进行研点刮削,

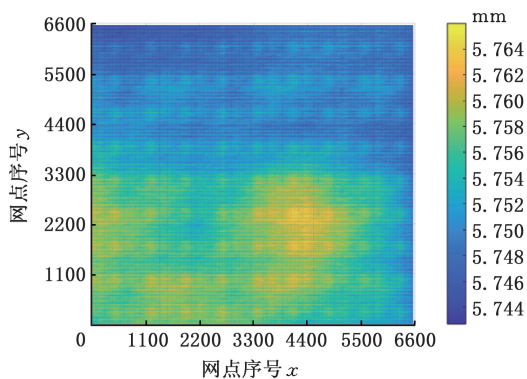
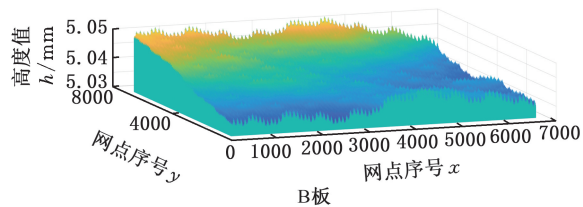
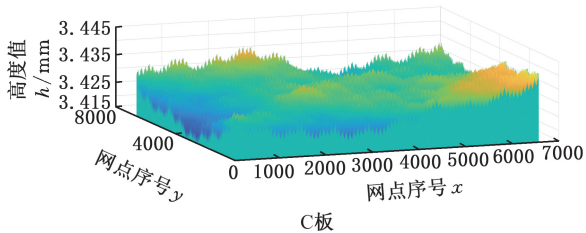


图7 第三次插值曲面的二维云图

Fig.7 2D cloud map of the third interpolated surface



B板



C板

图8 B、C板第三次的分形插值曲面

Fig.8 Fractal interpolation surface for the third time for plates B and C

然后只刮平板B、C,使它们与平板A大体贴合。此时,平板B、C的表面形貌均具有与A板形貌几何互补的特点,然后对研对刮平板B、C。平板B、C的形貌具有相似性(同凸或同凹),二者对研对刮后,平面度误差减小。②以平板B为基准,对平板A、C进行研点刮削,使它们与平板B达到贴合状态。此时,平板C、A的刮面形状基本一致,对研对刮平板C、A。③以平板C为基准,对平板B进行研点刮削,待C板与B板贴合后,将B板与A板对研对刮。按以上顺序往复循环,直至任意两块平板的研点情况为虚实相近,无凹凸。刮研的过程中,基准板转动 90° 检验扭曲^[14]。刮研顺序如图9所示。

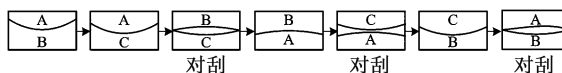


图9 平板循环刮研法顺序

Fig.9 Cyclic scraping method of the original plate

实践中,工人知道只有严格按照这个顺序有规律地反复循环研点刮削操作,才能保证3块平板的精度逐渐提高。从数学上看,反复进行研点刮削意味着迭代,平板精度逐渐提高意味着收敛。

本文尝试从理论上解释这个工艺顺序的作用,以及收敛之间的内在联系。

2.1 三面互研法的理论基础

平板的几何形貌曲面函数复杂,包含的数据量较大,为简化分析,取平板上的任意一个截面的线函数分析。假设 A、B、C 板在两两对研的过程中存在板与板之间完全重合的情况,在某一个相互接触的截面上,3 个平板线截面形状可用函数 $g(x)$ 、 $f(x)$ 、 $h(x)$ 表达,且函数 $g(x)$ 、 $f(x)$ 、 $h(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在二阶导数,平板宽度为 $b - a$ 。

如图 10 所示,将 A 板与 B 板对研的过程编号为 I,令 $F(x) = g(x) + f(x + y_k)$, $k = 0, 1, \dots, n$,其中, y_k 为区间 (a, b) 的分段节点。相邻节点之间的距离相等,大小等于对研过程中两平板相互错动的步长,以此来模拟两平板对研时的相互错动的距离。

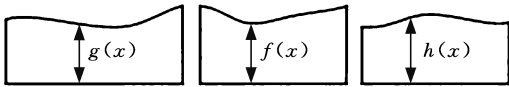


图 10 三个平板的线截面函数

Fig.10 Line cross-section function of three flat plates

由于 $F(x)$ 在 (a, b) 连续,则存在极大值点 x_k 。给定一个足够小的 r (防止刮研去除量过大),取 $\delta_k = r$,则极大值点 $x_k \in (x_k - \delta_k, x_k + \delta_k)$,见图 11。

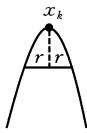


图 11 刮研去除量的范围

Fig.11 Range of scraping removal

将对研过程离散化,在平板对研的过程中可以得到 $n + 1$ 个极大值,在 A 板与 B 板刮研一次后,得到 B 板截面的线函数表达式为

$$f_1(x) = \begin{cases} f(x) & x \in (a, b) \setminus \bigcup_{k=0}^n (x_k - \delta_k, x_k + \delta_k) \\ \frac{f(x_k + \delta_k) - f(x_k - \delta_k)}{2\delta_k} [x - (x_k + \delta_k)] + f(x_k + \delta_k) & x \in (x_k - \delta_k, x_k + \delta_k) \end{cases} \quad (7)$$

同样地,将 A 板与 C 板对研的过程编号为 II, C 板截面的线函数表达式为

$$h_1(x) = \begin{cases} h(x) & x \in (a, b) \setminus \bigcup_{t=0}^n (x_t - \delta_t, x_t + \delta_t) \\ \frac{h(x_t + \delta_t) - h(x_t - \delta_t)}{2\delta_t} [(x - (x_t + \delta_t))] + h(x_t + \delta_t) & x \in (x_t - \delta_t, x_t + \delta_t) \end{cases} \quad (8)$$

$t = 0, 1, \dots, n$

将 B 板与 C 板对研的过程编号为 III, C 板截面的线函数表达式为

$$h_2(x) = \begin{cases} h_1(x) & \text{其他} \\ \frac{h_1(x_u + \delta_u) - h_1(x_u - \delta_u)}{2\delta_u} [x - (x_u + \delta_u)] + h_1(x_u + \delta_u) & x \in (x_u - \delta_u, x_u + \delta_u) \end{cases} \quad (9)$$

$u = 0, 1, \dots, n$

B 板截面的线函数表达式为

$$f_2(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{其他} \\ \frac{f_1(x_w + \delta_w) - f_1(x_w - \delta_w)}{2\delta_w} [x - (x_w + \delta_w)] + f_1(x_w + \delta_w) & x \in (x_w - \delta_w, x_w + \delta_w) \end{cases} \quad (10)$$

$w = 0, 1, \dots, n$

将 B 板与 A 板对研的过程编号为 IV, A 板截面的线函数表达式为

$$g_1(x) = \begin{cases} g(x) & x \in (a, b) \setminus \bigcup_{v=0}^n (x_v - \delta_v, x_v + \delta_v) \\ \frac{g(x_v + \delta_v) - g(x_v - \delta_v)}{2\delta_v} [x - (x_v + \delta_v)] + g(x_v + \delta_v) & x \in (x_v - \delta_v, x_v + \delta_v) \end{cases} \quad (11)$$

$v = 0, 1, \dots, n$

将 C 板与 A 板对研的过程编号为 V, A 板截面的线函数表达式为

$$g_2(x) = \begin{cases} g_1(x) & \text{其他} \\ \frac{g_1(x_i + \delta_i) - g_1(x_i - \delta_i)}{2\delta_i} [x - (x_i + \delta_i)] + g_1(x_i + \delta_i) & x \in (x_i - \delta_i, x_i + \delta_i) \end{cases} \quad (12)$$

$i = 0, 1, \dots, n$

C 板截面的线函数表达式为

$$h_3(x) = \begin{cases} h_2(x) & \text{其他} \\ \frac{h_2(x_l + \delta_l) - h_2(x_l - \delta_l)}{2\delta_l} [x - (x_l + \delta_l)] + h_2(x_l + \delta_l) & x \in (x_l - \delta_l, x_l + \delta_l) \end{cases} \quad (13)$$

$l = 0, 1, \dots, n$

将 C 板与 B 板对研的过程编号为 VI, B 板截面的线函数表达式为

$$f_3(x) = \begin{cases} f_2(x) & \text{其他} \\ \frac{f_2(x_s + \delta_s) - f_2(x_s - \delta_s)}{2\delta_s} [x - (x_s + \delta_s)] + f_2(x_s + \delta_s) & x \in (x_s - \delta_s, x_s + \delta_s) \end{cases} \quad (14)$$

$s = 0, 1, \dots, n$

A 板与 B 板刮研一次后, A 板的截面线函数 $g_3(x)$ 与 B、C 相同,这里不再赘述。从 A、B、C 板的截面线函数可看出, $g_2(x)$ 、 $f_2(x)$ 、 $h_2(x)$ 与

$g_3(x), f_3(x), h_3(x)$ 并没有本质区别,只是迭代的次数不同,因此对 $g_2(x), f_2(x), h_2(x)$ 的分析和对 $g_3(x), f_3(x), h_3(x)$ 的分析具有相同的效果。 $g_2(x), f_2(x), h_2(x)$ 的分段函数区间可能存在重叠,为探究区间重叠产生的原因,选择其中一个函数进行分析。

以编号 III 为例,此时 B 板的截面线函数表达式为 $f_1(x)$, C 板的截面线函数表达式为 $h_1(x)$,假设 $f_1(x)$ 的极大值点为 $x_0, h_1(x)$ 的极大值点为 x_1 。令 $h_2(x) = f_1(x) + h_1(x)$,因为 $h_2(x)$ 在

$$h_2(x) = \begin{cases} h(x) & x \in (a, x_2 - \delta] \cup [x_2 + \delta, b) \\ \frac{h(x_0 + \delta) - h(x_0 - \delta)}{2\delta} [x - (x_0 + \delta)] + h(x_0 + \delta) & x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \\ \frac{h(x_2 + \delta) - h(x_2 - \delta)}{2\delta} [x - (x_2 + \delta)] + h(x_2 + \delta) & x \in (x_2 - \delta, x_2 + \delta) \end{cases} \quad (15)$$

从式(15)可看出, $f_1(x)$ 与 $h_1(x)$ 的极大值点相同时,不存在区间重叠。若 $f_1(x)$ 与 $h_1(x)$ 的极大值点不同,则 $h_2(x)$ 的截面线函数为式(9),此时可能存在区间重叠的情况。

由以上分析可知,是否存在区间重叠的可能性与两块板的极大值点是否相同有关,即两块板的极大值点相同时不存在区间重叠,两块板的极大值点不同时区间有重叠的可能。区间重叠的实际意义是一个接触高点被铲刮多次,区间不重叠则是对另外一个接触高点进行铲刮,使平板表面多个点被铲刮,进而使表面的接触高点增多。

为研究刮研顺序对极大值点相同的概率是否存在影响,采用不同的刮研顺序进行数学分析,按照 I、II、III 顺序对研,则有

$$F_i(x) = g(x) + f_i(x) \\ H_i(x) = g(x) + h_i(x)$$

其中, $F_i(x)$ 为进行 I 过程的函数表达式, $H_i(x)$ 为进行 II 过程的函数表达式,下标 i 表示对研次数。此时进行 III 过程得

$$G(x) = f_i^{\#}(x) + h_i^{\#}(x) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

其中, $f_i^{\#}(x), h_i^{\#}(x)$ 分别表示用 A 板刮研后 B 板和 C 板的截面线函数。 $f_i^{\#}(x), h_i^{\#}(x)$ 反映 $f_i(x), h_i(x)$ 与 $g(x)$ 的相关性,而且 i 越大, $f_i(x), h_i(x)$ 与 $g(x)$ 的相关性会越强。 $G(x)$ 的实际意义是与 B 板刮研后, A 板、C 板均会与 B 板的表面形貌几何互补,且对研越多,几何互补性越强, A 板与 C 板的表面形貌相似程度越高。设 $f_i^{\#}(x)$ 的极大值点为 $x_0, h_i^{\#}(x)$ 的极大值点为 $x_1, x_0 = x_1$ 的概率为 $\rho(x_0 = x_1)$ 。

若按照 I、III、II 的顺序对研,则有 $F_i(x) = g(x) + f_i(x), G_i(x) = f_i^{\#}(x) + h_i(x), F_i(x)$

(a, b) 连续,则存在极大值点 x_2 。

假设 $f_1(x)$ 与 $h_1(x)$ 的极大值点相同即 $x_0 = x_1$, 则 $h_2(x)$ 与 $f_1(x), h_1(x)$ 的极大值点不可能相等,即 $x_0 \neq x_2$ 。函数 $f_1(x)$ 和 $h_1(x)$ 在区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 上皆为一次函数,因此 $h_2(x)$ 的极大值点的取值范围不会在区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 上,而只在区间 $(a, x_2 - \delta] \cup [x_2 + \delta, b)$ 中。在 $f_1(x)$ 与 $h_1(x)$ 的极大值点相同的情况下, B 板与 C 板对研一次,若 $h_2(x)$ 的极大值点 $x_2 \in (a, x_0 - \delta)$, 得

$$x \in (a, x_2 - \delta] \cup [x_2 + \delta, x_0 - \delta) \cup [x_0 + \delta, b)$$

为进行 I 过程的函数, $G_i(x)$ 为进行 II 过程的函数,此时进行 III 过程得

$$H(x) = g(x) + h_i^{\#}(x) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

其中, $h_i^{\#}(x)$ 表示 B 板先与 A 板刮研、再与 C 板刮研后 C 板的截面线函数,反映与 $f_i^{\#}(x)$ 相关性。 $H(x)$ 的实际意义是 B 板先与 A 板刮研、再与 C 板刮研, C 板与 B 板表面形貌几何互补, A 板与 C 板表面形貌相似但相似程度不高。设 $g(x)$ 的极大值点为 $x_2, h_i^{\#}(x)$ 的极大值点为 $x_3, x_2 = x_3$ 的概率为 $\rho(x_2 = x_3)$ 。

因此可以看出,刮削顺序决定了极大值点相同的概率,概率大意味着刮削后,平面上高点增多,且高点之间能等高。

2.2 平面研合的数值仿真

将分形插值构造的平板表面划分成一个 $N \times N$ 的网格,并提取每个网格点的坐标 (x, y, z) , 其中, (x, y) 为点在平板上的位置, z 为网格点的高度。这样就将平板形貌模型离散转化为一个数值矩阵,矩阵元素为平板表面形貌的高度。

将 3 个数值矩阵按照表 2 所示的方法进行运算,来仿真分析平板实际对研刮削的效果。

表 2 仿真模拟实际刮研方法

Tab.2 Simulation of the actual scraping method

实际刮研	仿真模拟
平面对研显高点	数值矩阵对应元素相加,所有元素最大值对应高点
对研范围	对应点周围的正方形区域
铲除高点	将数值矩阵中高点的高度减去某固定值
检验扭曲	先转置数值矩阵,再反转每行

如图 12 所示,实际刮削中,采用正研的方法对研,三块平板可能同时出现对角高和对角低的扭曲表面(同向扭曲)。对研时,若高角对低角,则

研点会出现虚实一致,导致误判,因此,必须用对角研点法检验,如图 12b 所示。研点若采用对角斜磨(高对高、低对低)的方法,则同向扭曲的弊病显露出来。对于正方形铸铁平板,解决同向扭曲的问题只需将平板按正研方向旋转 90°即可。三面互研法的算法流程如图 13 所示。

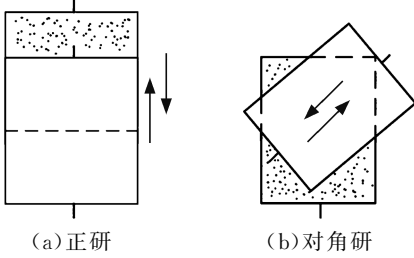


图 12 正研与对角研

Fig.12 Orthogonal scraping and diagonal scraping

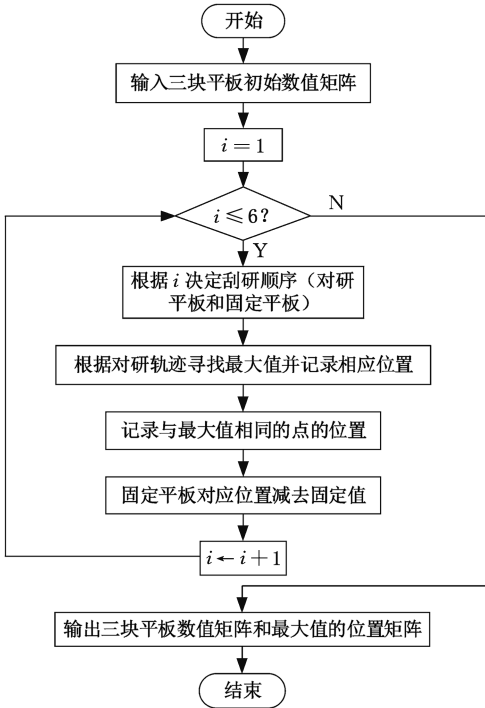


图 13 算法流程图

Fig.13 Algorithm flowchart

用 MATLAB 仿真三面互研的过程,给定两块平板刮研次数为 3,每次刮研磨去量为 1 μm,三面互研过程循环 20 次,图 14 所示为仿真的结果。

3 仿真分析结果

按照三面互研法规定的顺序 I ~ VI 进行仿真,得到仿真结果,其中 A、B、C 板的接触高点数分别为 566、545 和 355。

为验证极大值点相同的概率与刮研顺序是否相关,以顺序 III、V、II、IV、VI、I 和顺序 II、VI、I、IV、V、III 进行仿真,结果如表 3 所示。由表 3

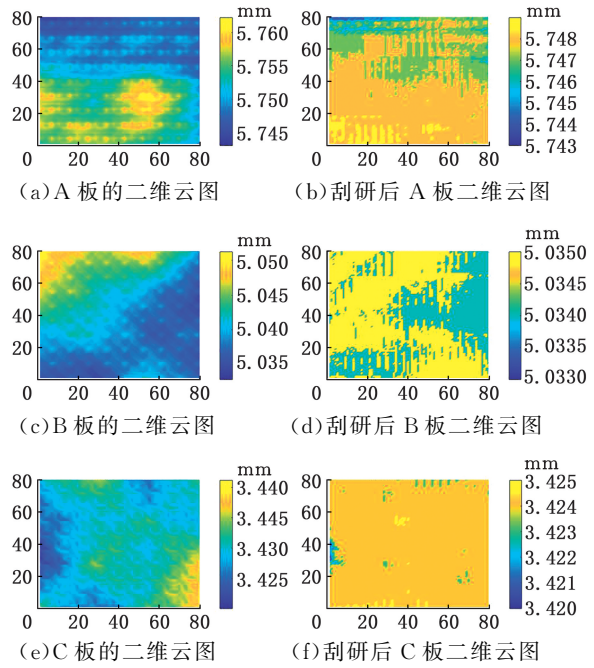


图 14 三面互研仿真结果

Fig.14 Simulation results of three-plate scraping

表 3 不同顺序下三块平板的接触高点数量

Tab.3 Number of contact points of three flat plates in different sequences

刮研顺序	A 板	B 板	C 板
I、II、III、IV、V、VI	566	545	355
III、V、II、IV、VI、I	274	149	284
II、VI、I、IV、V、III	110	423	405

可以看出,按照三面互研法的顺序进行刮研得到的接触高点明显比另外两种顺序多且三块平板上的接触点数量大致相同,这意味着极大值点相同的概率与刮研顺序之间有很强的相关性。

通常采用 25 mm×25 mm 的面积中支撑点数、单位面积的支承面积比率、工作面的平面度误差来评定刮削后 3 块平板的精度^[15],表 4 列出了不同精度等级平板的参数。

表 4 200 mm×200 mm 的刮制铸铁平板精度等级与要求

Tab.4 200 mm×200 mm scraped cast iron plate precision grade and requirements

平板准确度级别	0 级	1 级	2 级	3 级
25 mm×25 mm 的面积中支撑点数	≥25	≥20	≥12	≥12
单位面积的支承面积比率/%	≥20	≥15	≥10	≥10
平面度误差/μm	3.5	7	14	27

平面度误差不能全面反映刮削后的平板真实精度,因此本文选择支撑点数和平面度误差来综合评判平板的平面精度。如图 15 所示,2 个表面的平面度误差相同但支撑点数相差大,显然,左图平板的接触刚度更大。刮削的本质是增加等高的

接触点并保证这些点分布均匀,以增大接触刚度,同时客观上也减小了平面度误差。



图 15 平面度相同的两块平板

Fig.15 Two flat plates with the same flatness

采用平面度误差评定平板的平面精度虽然不全面,但可以量化平板的平面精度,通过比对平面度误差判断平板的精度等级。本文采用最小二乘法评定平面度误差^[16]。在插值曲面上固定间隔取 16 个点,利用最小二乘法评定平面度误差,A、B、C 板的初始平面度误差分别为 13.4 μm 、8.3 μm 、11.5 μm 。刮研后三块平板的平面度误差如表 5 所示,可以看出,3 块平板刮研后的平面度误差均减小但减小程度不同。

表 5 不同刮研顺序下三块平板的平面度误差

Tab.5 Flatness error of three flat plates under different scraping sequences

刮研顺序	A 板	B 板	C 板
I、II、III、IV、V、VI	2.6	1.6	2.0
III、V、II、IV、VI、I	2.3	2.0	1.2
II、VI、I、IV、V、III	2.8	1.5	2.1

实际运用中,需同时考虑 3 块平板精度提升的一致性和同步性,所以对不同刮研顺序得到的 3 个平板的平面度误差进行方差(衡量平面度误差值的差异程度)分析,如表 6 所示。方差小意味三块板的平面度精度在一个水平上,方差大反映三块板的平面度精度相差较大,不能同步收敛。工艺规定的顺序 I ~ VI 不仅改善了 3 块板的平面度,且 3 块板的平面度误差收敛速度大致相同,误差接近。

表 6 不同刮研顺序下 3 块平板平面度误差的方差

Tab.6 Variance of flatness error of 3 flat plates under different scraping sequences μm^2

刮研顺序	方差
I、II、III、IV、V、VI	0.253
III、V、II、IV、VI、I	0.323
II、VI、I、IV、V、III	0.423

3 块平板的刮削顺序组合共有 720 种,仿真分析这 720 种组合对应的平板平面度误差及方差。如图 16 所示,绝大多数组合的平面度误差的方差比较大,说明绝大多数组合对应的三块板平面度误差不能同步收敛;部分组合的平面度误差的方差小,意味着对应顺序的三块板平面度误差接近,但这不意味平面度精度高。因此,仍以前面建立的三块板初始形貌数据,对方差小的刮研组合进行平面度误差的比较。

单看方差,比规定顺序小的刮研组合共有

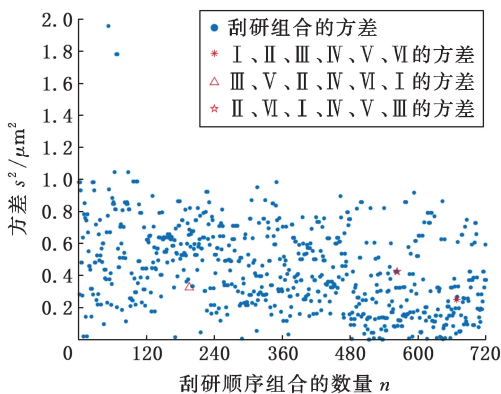


图 16 所有刮研顺序的方差

Fig.16 Variance of all scraping sequences

198 种。如图 17 所示,大部分刮研组合的 3 块平板平面度误差均值小于规定顺序,精度最高的刮研顺序为 II、III、VI、IV、I、V,说明在特定的平板初始表面形貌特征下,最优的刮研顺序并不是三面互研规定的刮研顺序,不同的平板初始形貌存在最优的顺序。刮研工艺规定的刮研顺序的主要优势在于,不论三块平板的表面初始形貌如何,按照这个顺序总是能获得高精度的表面,具有普适性。

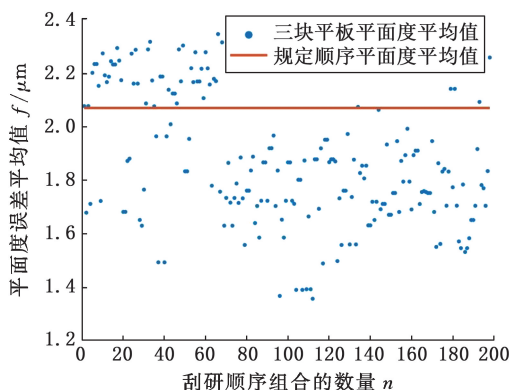


图 17 部分组合的平面度平均值

Fig.17 Mean value of flatness of partial combination

4 实验验证

结合上述理论和仿真分析,聘请高级技师对研刮削了 3 块平板,并在粗刮、细刮、精削和刮花四个阶段对 3 块平板的平面度误差及支撑点数进行跟踪测量和评定。

4.1 实际刮削过程

对研之前,用宽刮刀粗刮三块平板去表皮,消除刀痕。首先在平板上涂抹上一层很薄的红丹油,以一块平板为准对研刮削另两块,刮刀痕迹顺向,成片不重复^[17-18],如图 18 所示。

接下来按照图 9 顺序进行三面互研。图 19 所示为 3 块平板在细刮与精刮阶段每次刮研后接触点的变化,接触点逐渐增多且分布均匀性逐渐改善。

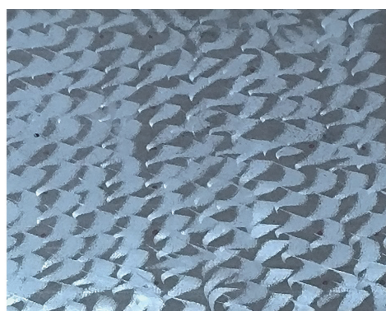


图 18 粗刮刀痕

Fig.18 Rough Scraping Marks

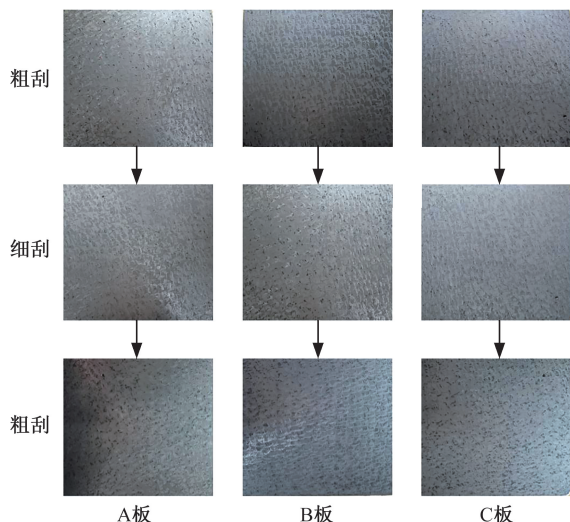


图 19 细刮与精刮时三块平板接触点的变化

Fig.19 Variation of contact points of three flat plates during fine and precision scraping

刮研过程中, A 板接触高点由粗大变细密, 但主要分布在四周。B 板的接触高点分布均匀, 但比较粗大, 多次刮研后, 四周的接触高点变得细小且均匀。C 板的接触高点细小且主要分布在平板的两侧, 中间的接触高点粗大但很少, 在刮研过程中, 中间出现大量粗大的接触高点。

3 块平板刮完后, 用检验平板进行研点。3 块板的接触高点大小、数量与在平板上的分布情况明显得到改善, 3 块平板的接触点多且均匀分布, 接触点大小也适中。

由图 19 可以看出, 平板的表面形貌在刮研中是变化的, 三面互研的核心是通过循环刮削逐步消除局部高点, 最终使 3 个平面的表面形貌趋于一致, 等高点逐渐增多和密集, 最终得到高精度平面。粗刮阶段, 大量粗大的接触高点被削除, 平板间的接触面积迅速增大, 表面形貌的峰谷值大幅下降; 细刮和精刮阶段, 多次循环刮研后, 接触点高度接近且分布密集, 平面度精度提升速度放缓。

对研刮削流程结束后, A 板的最终形貌如图 20 所示。按照国家标准, 不同刮研阶段平板 25 mm×25 mm 范围内的接触点数如表 7 所示。

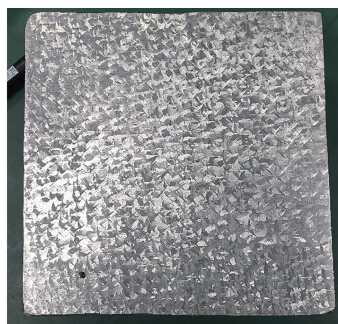


图 20 刮削平板最终结果

Fig.20 Final result of scraping flat plate

表 7 不同刮研阶段的研点情况

Tab.7 Contact points at different scraping stages

刮研阶段	点数	研点特征
粗刮	5~8	粗大且分散
细刮	12~15	较为均匀但部分粗大
精刮	20~25	细密且均匀

4.2 测量平面度误差

采用三坐标测量机对平面进行测量, 采集平面数据点。被测平板尺寸为 200 mm×200 mm。在平板上以等间隔形式采样(间隔 25.4 mm, 共得 49 个点), 利用采集的平面高度评定不同加工阶段的平板平面度, 如表 8 所示。

表 8 刮研不同阶段的平面度

Tab.8 Flatness at different stages of scraping μm

	A 板	B 板	C 板
原始平板	17.0	20.1	20.7
细刮	13.3	13.9	16.0
精刮	8.4	7.7	8.1

三面互研法刮研后, 3 块平板的平面度得到明显改善且大致相同, 不同阶段的接触点数和平面度误差与国家标准规定的平板精度等级和要求基本吻合, 这说明该实验过程和工人操作是正常的, 验证了三面互研法中规定的刮研顺序的重要性和有效性。

5 结语

1) 3 块平板的对研工艺从数学上可以归结成一个迭代、收敛的过程。

2) 无论 3 块平板初始形貌特征如何, 规定的对研顺序能保证每次刮削时产生更多高点且高点等高的概率增大, 每块平板获得的等高点数大致相等, 平面精度快速同步提升。

3) 3 块平板初始形貌特征不同时, 理论上虽存在一个特定的最优刮研顺序, 但在实际刮削中测量初始形貌并不现实, 因此不具有实用性。

4) 非规定的对研顺序直接影响刮研的效率和 3 块平板平面度误差的一致性。

参考文献:

- [1] SCHULZ G, SCHWIDER J. Precise Measurement of Planeness[J]. Applied Optics, 1967, 6(6):1077-1084.
- [2] GRZANNA J, SCHULZ G. Absolute Testing of Flatness Standards at Square-grid Points[J]. Optics Communications, 1990, 77(2/3):107-112.
- [3] 周龙声. 三面互研法[J]. 航空工艺技术, 1983, 26(8):11-14.
ZHOU Longsheng. Three-Sided Mutual Research Method[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 1983, 26(8):11-14.
- [4] 张美红, 董皓, 赵晓龙, 等. 矩形静压推力轴承表面平面度与粗糙度的综合分形模拟[J]. 轴承, 2018(4):55-58.
ZHANG Meihong, DONG Hao, ZHAO Xiaolong, et al. Comprehensive Fractal Simulation for Surface Flatness and Roughness of Rectangular Hydrostatic Thrust Bearings[J]. Bearing, 2018(4):55-58.
- [5] JORDAN D L, HOLLINS R C, JAKEMAN E. Measurement and Characterization of Multiscale Surfaces[J]. Wear, 1986, 109(1/4):127-134.
- [6] MAJUMDAR A, TIEN C L. Fractal Characterization and Simulation of Rough Surfaces[J]. Wear, 1990, 136(2):313-327.
- [7] 陈辉, 胡元中, 王慧, 等. 粗糙表面分形特征的模拟及其表征[J]. 机械工程学报, 2006, 42(9):219-223.
CHEN Hui, HU Yuanzhong, WANG Hui, et al. Simulation and Characterization of Fractal Rough Surfaces[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(9):219-223.
- [8] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal Model of Elastic-plastic Contact between Rough Surfaces[J]. Journal of Tribology, 1991, 113(1):1-11.
- [9] 李成贵, 董申. 三维表面形貌的分形维数计算方法[J]. 航空精密制造技术, 2000, 36(4):36-40.
LI Chenggui, DONG Shen. Counting Methods of Fractal Dimension for 3D Surface Topography[J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2000, 36(4):36-40.
- [10] 孙洪泉, 谢和平, 于广明. 分形插值曲面生成方法[J]. 阜新矿业学院学报(自然科学版), 1997, 16(6):662-665.
SUN Hongquan, XIE Heping, YU Guangming. A Practical Way of Fractal Interpolated Surface[J]. Journal of Fuxin Mining Institute (Natural Science), 1997, 16(6):662-665.
- [11] 孙洪泉, 谢和平. 分形插值曲面及其维数定理[J]. 中国矿业大学学报, 1998, 27(2):217-220.
SUN Hongquan, XIE Heping. Fractal Interpolation Surface and Its Dimension Theorem[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1998, 27(2):217-220.
- [12] 焦建利. 分形插值曲面的若干性质[D]. 镇江:江苏大学, 2005.
JIAO Jianli. Some Properties of Fractal Interpolation Surface [D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2005.
- [13] 孙洪泉. 分形插值曲面的 MATLAB 程序[J]. 苏州科技学院学报(工程技术版), 2006, 19(4):18-21.
SUN Hongquan. A Practical MATLAB Program of Fractal Interpolated Surface[J]. Journal of University of Science and Technology of Suzhou (Engineering and Technology), 2006, 19(4):18-21.
- [14] 白承发. 钳工刮削技能与技巧[M]. 北京:中国劳动出版社, 1997.
BAI Chengfa. Clamp Scraping Skills and Techniques[M]. Beijing:China Labor Press, 1997.
- [15] MOORE W R. The Foundations of Mechanical Accuracy[M]. Bridgeport:Moore Special Tool Company, 1970.
- [16] 黄富贵. 平面度误差各种评定方法的比较[J]. 工具技术, 2007, 41(8):107-109.
HUANG Fugui. Comparison of Various Evaluating Methods for Flatness Error[J]. Tool Engineering, 2007, 41(8):107-109.
- [17] 孟凡义. 平板精刮研技术研究[J]. 机车车辆工艺, 2022(4):31-32.
MENG Fanyi. Precise Scraping Techniques for Flat Plate[J]. Locomotive & Rolling Stock Technology, 2022(4):31-32.
- [18] 张潮. 刮研工艺介绍[J]. 机械制造, 2004, 42(1):16-17.
ZHANG Chao. Introduction of Scraping and Grinding Process[J]. Machinery, 2004, 42(1):16-17.

(编辑 张 洋)

作者简介:胡鹏浩,男,1968年生,教授,博士研究生导师。研究方向为精密仪器设计与制造。发表论文100余篇。E-mail: hupenghao@hfut.edu.cn。廖进伟*(通信作者),男,1999年生,硕士研究生。研究方向为三维形貌误差分析及评定。E-mail: 2482878998@qq.com。

本文引用格式:

胡鹏浩,廖进伟,石照耀,等.三块平板对研的理论探讨[J].中国机械工程,2025,36(7):1407-1415.
HU Penghao, LIAO Jinwei, SHI Zhaoyao, et al. Theoretical Exploration on Whitworth Three Plates Method[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(7):1407-1415.