

双圆弧刀具加工直齿锥齿轮的啮合性能分析及优化

苏进展* 冯要克 刘 镔 曹新龙 孙霖霖

长安大学道路施工技术装备教育部重点实验室,西安,710064

摘要:提出了高效双圆弧刀具铣/磨直齿锥齿轮方法,以改善其啮合性能。采用双圆弧刀具模拟冠状产形轮,引入刀具修形系数、刀盘平均半径和刀刃角,建立考虑齿廓和齿向修形的直齿锥齿轮齿面模型。根据两啮合齿轮连续相切条件建立齿面接触分析模型,结合齿面间隙、法向柔度矩阵和数学规划建立轮齿承载接触分析模型。在此基础上,以几何传动误差对称性和承载传动误差波动量最小为目标,调整刀具修形原点位置和优化刀具参数,对比优化前后齿轮几何传动误差和承载传动误差。算例结果表明,刀具修形原点位置会影响几何传动误差的对称性,刀具修形系数越大,齿廓修形量越大,则几何传动误差幅值和承载传动误差幅值越大;随着刀盘平均半径的减小和刀刃角的增大,齿向修形量增大,则齿面印痕区域减小。优化后在工作载荷下,承载传动误差波动量减小56.54%,有效降低了齿轮副的振动激励。

关键词:双圆弧刀具;直齿锥齿轮;齿面修形;啮合仿真;遗传算法

中图分类号:TH132

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.08.004

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Analysis and Optimization of Meshing Performance of Straight Bevel Gears Machined by Dual Interlocking Circular Cutters

SU Jinzhan* FENG Yaoke LIU Bin CAO Xinlong SUN Linlin

Key Laboratory of Road Construction Technology and Equipment of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an, 710064

Abstract: A method for milling/grinding straight-toothed bevel gears using high-efficiency double-arc cutting tools was proposed to improve their meshing performance. A double arc tool was used to simulate a crown-producing wheel, and tool trimming coefficients, the average radius of the cutter disk and the cutting edge angle were introduced to establish a straight bevel gear tooth face model that considered tooth profile and tooth direction trimming. According to the conditions of continuous tangency of two meshing gears, a tooth contact analysis model was established, and combined with tooth clearance, normal flexibility matrix and mathematical planning, a wheel tooth bearing contact analysis model was established. Then with the goal of achieving symmetry in geometric transmission errors and minimising fluctuations in load transmission errors, the tool profiling origin positions was adjusted and tool parameters were optimised. The geometric transmission errors and load transmission errors of the gear were compared before and after optimization. The example results show that the position of the tool reshaping origin affects the symmetry of the geometric transmission errors; the larger the tool reshaping coefficient is, the larger the amount of tooth profile reshaping is, the amplitude of the geometric transmission errors and the amplitude of the load bearing transmission errors will increase; with the decrease of the average radius of the knife holder and the increase of the blade angle, the amount of tooth profile reshaping is increased, and then the area of the tooth surface mark will be reduced. After optimization, the amount of bearing transmission error fluctuation is reduced by 56.54% under the working load, which may effectively reduce the vibration excitation of the gear pairs.

Key words: dual interlocking circular cutter; straight bevel gear; tooth surface modification; meshing simulation; genetic optimization

收稿日期:2024-08-15

基金项目:国家自然科学基金(52475050,52205048);长安大学中央高校基本科研业务费专项资金(300102255201)

0 引言

直齿锥齿轮适用于相交轴的运动和动力传

动,具有结构简单、轴向力小、便于安装的特点,在航空、航天和汽车领域有着广泛应用。近年来,由于电动汽车的快速发展,传统直齿锥齿轮设计与制造方法不能满足驱动桥差速器高强度、低噪声和高可靠性要求。由于精锻直齿锥齿轮的精度低,不能进行齿面修形设计,而刨削加工可调整自由度较少,齿面修形无法实现,故有必要探索高性能直齿锥齿轮加工的新方法。

美国格里森公司2007年采用双连锁碟型刀盘在六轴数控铣齿机上加工,提高了直齿锥齿轮的加工精度和效率,改善了接触性能^[1-2]。FUENTES-AZNAR等^[3-4]建立双连锁碟型刀具的数学模型,研究了刀具参数对齿面印痕的影响。SHIH等^[5-6]模拟冠状产形轮加工直齿锥齿轮,并在6轴数控铣齿机上进行虚拟仿真加工;同时研究了直齿锥齿轮端面滚齿加工的数学模型^[7-8]。王志永等^[9-10]采用内凹刀盘加工直齿锥齿轮,并进行齿面接触分析;同时,建立双刀盘铣齿机床与Free-form型机床的加工运动等效转换,进行了直齿锥齿轮的切齿和滚检试验。蒋进科等^[11]为了改善齿轮传动性能和可靠性,提出了直齿锥齿轮齿面抗磨设计与分析方法。周延泽等^[12]采用展成法加工直齿锥齿轮的齿面和齿根过渡曲面,进行了齿根弯曲应力分析。曹雪梅等^[13-14]研究了修形直齿锥齿轮的低敏感性设计与分析,并进行了滚检试验。KOLIVAND等^[15]基于实测齿面进行齿面接触分析和传动误差计算。陈霞等^[16-17]将直齿锥齿轮齿面设计成鼓形,提出了一种计算修形齿面的鼓形顶点位置和齿面修形量的方法,使得齿面载荷分布更加均匀。沈玲莉等^[18]提出一种基于“黄金比例法”的直齿锥齿轮齿面接触分析方法。FUENTES等^[19]探讨了不同锻造直齿锥齿轮齿面修形方式,分析其对传动误差的影响规律,找出最佳的修形方式。

为了克服直齿锥齿轮齿面修形精度低、效率不高、难以实现高性能齿面加工等不足,本文提出了高效双圆弧刀具铣/磨直齿锥齿轮方法,采用双刀盘同时对齿轮的两侧进行切削,通过控制刀具与工件之间的相对位置,无需沿齿向的进给运动即可完成轮齿的加工,从而简化了机床结构,缩短了加工时间,提高了加工效率。建立直齿锥齿轮副的齿面接触分析模型和轮齿承载接触分析模型,分析了刀具参数对啮合性能的影响;在此基础上,以承载传动误差波动量最小为目标,采用遗传算法优化刀具参数,降低承载传动误差波动量,为

高性能直齿锥齿轮设计与加工提供新途径。

1 双圆弧刀具加工原理

1.1 刀具定位

采用相同的双圆弧刀具加工出的大小轮是一对完全共轭的齿轮副,在安装误差作用下容易发生边缘接触,引起振动噪声。图1所示为具有刀具齿廓修形的坐标系, S_m 为刀具法截面参考坐标系, S_n 为刀具动坐标系,切削点 Q 的坐标表示为

$$r_m^{(Q)}(u) = \begin{bmatrix} 0 \\ (u_0 + u) \\ a_1(u_0 + u)^2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

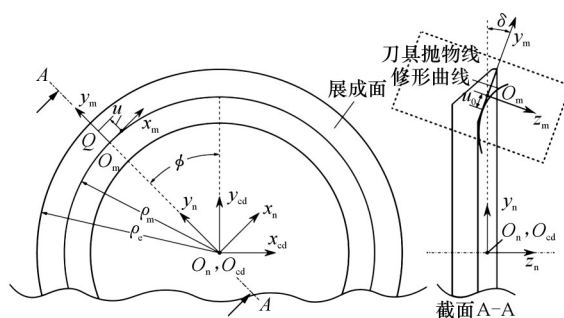


图1 刀具坐标系

Fig.1 Tool coordinate system

其中, u 为由 O_m 指向刀具切削刃上任意一点的位置矢量, u_0 为抛物线修形曲线的原点位置, a_1 为刀具齿廓的抛物线修形系数, $a_1=0$ 时表示刀具未修形,切削空间渐开线齿廓。将 S_m 中的矢量 $r_m^{(Q)}(u)$ 转换到刀盘的坐标系 S_{cd} 中,得到位置矢量:

$$r_{cd}(u, \phi) = M_{cd,n}(\phi) M_{n,m} r_m(u) \quad (2)$$

图2所示为双圆弧刀具模拟冠状产形轮,双圆弧刀具实际为一对圆形砂轮或铣刀盘,刀具绕轴线旋转形成产轮齿。在冠状产形轮坐标系 S_{cg}

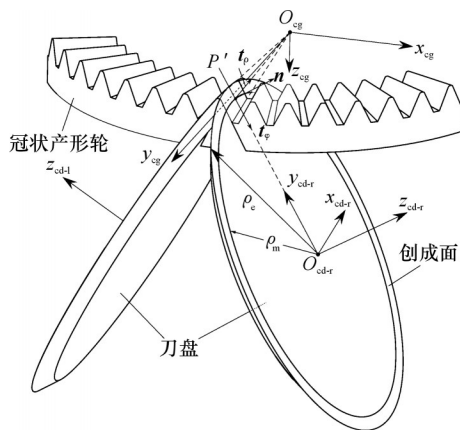


图2 冠状产形轮和双圆弧刀具相对位置

Fig.2 Relative position of the crown generating wheel and the double arc cutter

中,刀盘中心的位置矢量为 $r_{O_{cd}}$,建立双圆弧刀具参考坐标系 S_{cd} , z_{cd} 为刀盘旋转轴, y_{cd} 指向冠状产形轮齿宽中点。则圆弧刀具坐标系 S_{cd} 到冠状产形轮坐标系 S_{cg} 的齐次变换矩阵 $M_{cg,cd}$ 为

$$M_{cg,cd} = \begin{bmatrix} x_{cd} \cdot x & x_{cd} \cdot y & x_{cd} \cdot z & r_{O_{cd}} \cdot x \\ y_{cd} \cdot x & y_{cd} \cdot y & y_{cd} \cdot z & r_{O_{cd}} \cdot y \\ z_{cd} \cdot x & z_{cd} \cdot y & z_{cd} \cdot z & r_{O_{cd}} \cdot z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:矢量 $x=[1 \ 0 \ 0]$ 、 $y=[0 \ 1 \ 0]$ 、 $z=[0 \ 0 \ 1]$ 分别为坐标系 S_{cg} 的3个坐标分量。

图3所示为直线刃双圆弧刀具法截面,双圆弧刀具由直线切削刃和刀顶半径为 ρ_i 的圆弧组成。定义齿面中点 P' 的辅助矢量 t_{aux} 垂直于单位法矢 n_{cg} 和单位切矢 $t_{\varphi s}$ 所组成的平面,即 $t_{aux} = n_{cg} \times t_{\varphi s}$,则将矢量 $t_{\varphi s}$ 绕 P' 绕辅助矢量 t_{aux} 逆时针旋转 δ (称为刀刃角)。通过改变刀刃角 δ 实现齿面沿齿向修形,使得刀盘在切削齿轮时形成切削锥面。

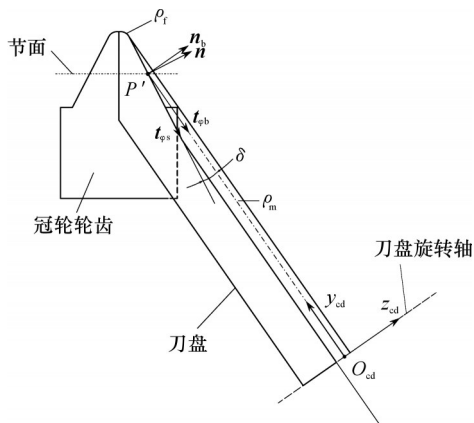


图3 刀刃角 δ

Fig.3 Blade angle δ

1.2 齿面展成

由坐标系 S_{cd} 变换到坐标系 S_{cg} ,得到由双圆弧刀具形成的冠状产形轮的位置矢量:

$$r_{cg}(u, \phi) = M_{cg,cd} r_{cd}(u, \phi) \quad (4)$$

图4所示为冠状产形轮展成直齿锥齿轮的坐标系,坐标系 S_{cg} 和 S_i (下标 $i=1$ 表示小轮, $i=2$ 表示大轮)分别为冠状产形轮动坐标系和被加工锥齿轮的动坐标系。坐标系 S_j 、 S_k 和 S_l 为辅助坐标系, γ_i 为被加工齿轮的节锥角。直齿锥齿轮齿面为冠状产形轮齿面族的包络面族,则小轮或大轮的位置矢量为

$$r_i(u, \phi, \psi_i) = M_{il}(\psi_i) M_{lk} M_{kj} M_{jcg} r_{cg}(u, \phi) \quad (5)$$

啮合方程为

$$f_{icg}(u, \phi, \psi_i) = \left(\frac{\partial r_i}{\partial u_i} \times \frac{\partial r_i}{\partial \phi_i} \right) \cdot \frac{\partial r_i}{\partial \psi_i} = 0 \quad (6)$$

联立式(5)和式(6),求得直锥齿轮的齿面方

程,则被加工齿轮齿面的单位法矢为

$$n_i(u, \phi, \psi_i) = \frac{\partial r_i}{\partial u} \times \frac{\partial r_i}{\partial \phi} / \left| \frac{\partial r_i}{\partial u} \times \frac{\partial r_i}{\partial \phi} \right| \quad (7)$$

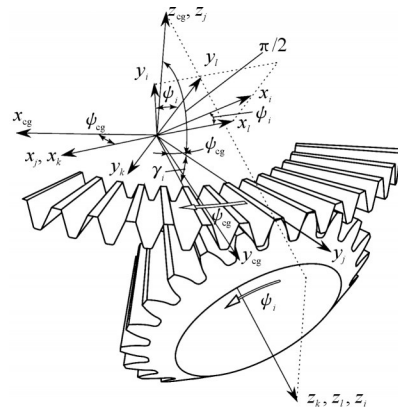


图4 直齿锥齿轮的展成坐标系

Fig.4 Expanded coordinate system for straight bevel gears

2 TCA和LTCA模型

2.1 TCA模型

图5中,小轮和大轮的坐标系分别为 S_1 和 S_2 , S_h 为固定坐标系, φ_1 和 φ_2 分别表示啮合过程中小轮啮合转角和大轮啮合转角。在固定啮合坐标系 S_h 中,小轮齿面和大轮齿面的位矢为 $r_h^{(1)}$ 、 $r_h^{(2)}$,单位法矢为 $n_h^{(1)}$ 、 $n_h^{(2)}$,根据两啮合齿轮连续相切条件,得到直齿锥齿轮TCA基本方程组:

$$\left. \begin{aligned} r_h^{(1)}(u_1, \phi_1, \psi_1, \varphi_1) &= r_h^{(2)}(u_2, \phi_2, \psi_2, \varphi_2) \\ n_h^{(1)}(u_1, \phi_1, \psi_1, \varphi_1) &= n_h^{(2)}(u_2, \phi_2, \psi_2, \varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

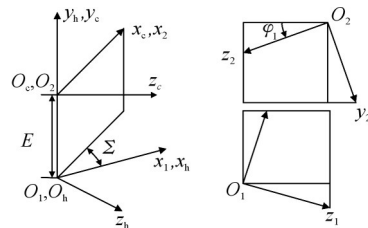


图5 啮合坐标变换

Fig.5 Transformation of meshing coordinates

联立式(7)和式(8),即可组成共包含7个方程的TCA方程组,在该TCA方程组中一共包含有8个未知量 u_1 、 ϕ_1 、 ψ_1 、 φ_1 和 u_2 、 ϕ_2 、 ψ_2 、 φ_2 。假设小轮的初始啮合转角 φ_1 已知,求解TCA方程组即可得到小、大轮齿面上对应该啮合转角 φ_1 啮合点位置的坐标,然后给定步长,通过改变小轮的啮合转角 φ_1 继续求解方程组,直至齿面啮合点的位置超出齿面的有效边界,即可获得完整的接触路径和几何传动误差。传动误差的表达式为

$$\delta\varphi_2 = (\varphi_2 - \varphi_{20}) - \frac{N_1}{N_2} (\varphi_1 - \varphi_{10}) \quad (9)$$

2.2 承载接触分析模型

采用数学规划法求解轮齿承载接触问题就是将接触体的非嵌入条件、约束条件及位移连续条件等组成一个条件极值后再求解的过程。以齿面间隙、法向柔度矩阵和数学规划模型为基础,建立承载接触分析模型,求得直齿锥齿轮在给定负载作用下的齿面接触印痕和承载传动误差等。直齿锥齿轮副轮齿承载接触问题的数学规划模型可用下式表示^[20]:

$$\left. \begin{aligned} \min \sum_{j=1}^{n+1} X_j \\ -Fp + Z + d + X = w \\ P = e^T p + X_{n+1} \\ \text{s.t. } p_j \geq 0, d_j \geq 0, Z_j \geq 0, X_j \geq 0 \\ p_j = 0 // d_j = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $X_j (j=1, 2, \dots, n+1)$ 为人工变量; Z 为轮齿变形后的法向位移; p 为瞬时接触椭圆长轴离散点处法向载荷; d 为瞬时接触椭圆长轴离散点处变形后的齿面间隙; $X = [X_1 X_2 \dots X_n]^T$; w 为两齿面 n 维初始接触间距矢量; F 为齿面法向柔度矩阵, 具体算法见文献[21]; P 为齿面上法向集中载荷; e 为各元素均为1的矩阵。

式(10)中, $-Fp + Z + d + X = w$ 为变形后位移协调方程, $P = e^T p + X_{n+1}$ 为力平衡方程, 约束条件包含边界条件 $p_j \geq 0, d_j \geq 0, Z_j \geq 0, X_j \geq 0$ 以及非嵌入条件 $p_j = 0 // d_j = 0$ 。上述非线性规划是由未知参数 Z, p, d 和已知参数 F, w, P 组成的, 目标为变形能最小。求解式(9), 并根据下式计算承载传动误差:

$$T_e = \frac{Z}{r_2 \times n_2} \times \frac{180}{\pi} \times 3600 \quad (11)$$

式中: r_2, n_2 分别为大轮接触点上的位矢和单位法矢。

3 修形优化设计

理想的齿轮几何传动误差曲线应为开口向下的抛物线, 齿对间交叉连续且两端对称。承载传动误差的变化程度反映齿轮的动态性能, 波动幅值越大则振动和噪声越大, 波动幅值小则传动平稳。由于文中齿向修形并不改变接触路径的位置, 故首先调整参数 u_0 获得对称几何传动误差曲线, 在此基础上优化刀具平均直径、刀刃角和抛物线修形系数。以承载传动误差幅值 ΔT_e 最小为目标, 以小轮刀具修形系数 a_t 、刀刃角 δ 和刀盘平均半径 ρ_m 为优化变量进行优化计算, 目标函数的表达式为

$$\left. \begin{aligned} F(a_t, \delta, \rho_m) = \min \{ \Delta T_c / \Delta T_{e0} \} \\ \Delta T_c = \max(T_c) - \min(T_c) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: $\Delta T_{e0}, \Delta T_c$ 分别为齿轮副修形优化前后的承载传动

误差幅值。

传动误差优化过程是一个不断地求解 TCA、LTCA 的迭代过程。由于设计变量和目标函数之间没有直接关联, 即不能建立设计变量到目标函数的解析表达式, 且存在多个局部最优解, 故传统的优化算法在此并不适用。本文采用遗传算法进行求解, 具体步骤包括编码、初始种群生成、适应度评估和检测、选择、交叉和变异等操作^[22-23]。图6所示为具体的优化流程。

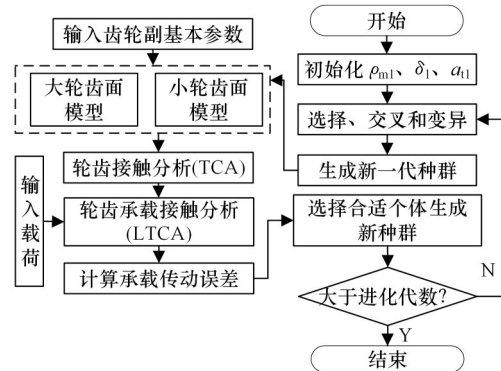


图6 优化流程

Fig.6 Optimize processes

4 算例

4.1 啮合性能分析

以一对直齿锥齿轮副为例, 齿轮副基本参数见表1, 双圆弧刀具参数见表2, 小轮负载扭矩为 $700.0 \text{ N}\cdot\text{m}$, 进行 TCA 和 LTCA 分析, 获得几何传动误差和承载传动误差。

表1 齿轮副基本参数

Tab.1 Basic gear parameters

参数	小轮	大轮
齿数 N_i	25.0	36.0
模数 m/mm	5.0	
压力角 $\alpha/(\text{°})$	25.0	
轴交角 $\Sigma/(\text{°})$	90.0	
齿宽 F_w/mm	29.2	
齿顶高系数 h_a	1.0	
齿根高系数 h_f	1.25	

表2 刀具参数

Tab.2 Tool parameters

参数	小轮	大轮
刀盘平均半径 ρ_m/mm	80.0/160.0/200.0	200.0
刀顶圆角半径 ρ_t/mm	0.8	0.8
刀刃角 $\delta/(\text{°})$	1.5/2.0/2.5	2.0
修形系数 a_t	0.0001/0.0002/0.0003	0.0

图7所示为 $a_t=0, \delta=2.0^\circ, \rho_m$ 分别为 120.0、160.0、200.0 mm 时的齿面印痕、几何传动误差和

承载传动误差。由图7可知,随着刀盘平均半径的增大,齿面印痕区域增大,承载传动误差幅值逐渐减小,当刀盘平均半径趋近于无穷大和刀刃角 $\delta=0^\circ$ 时,齿向修形量为0;刀盘平均半径增大,几何传动误差保持不变,其幅值均为0,且具有不对称性。

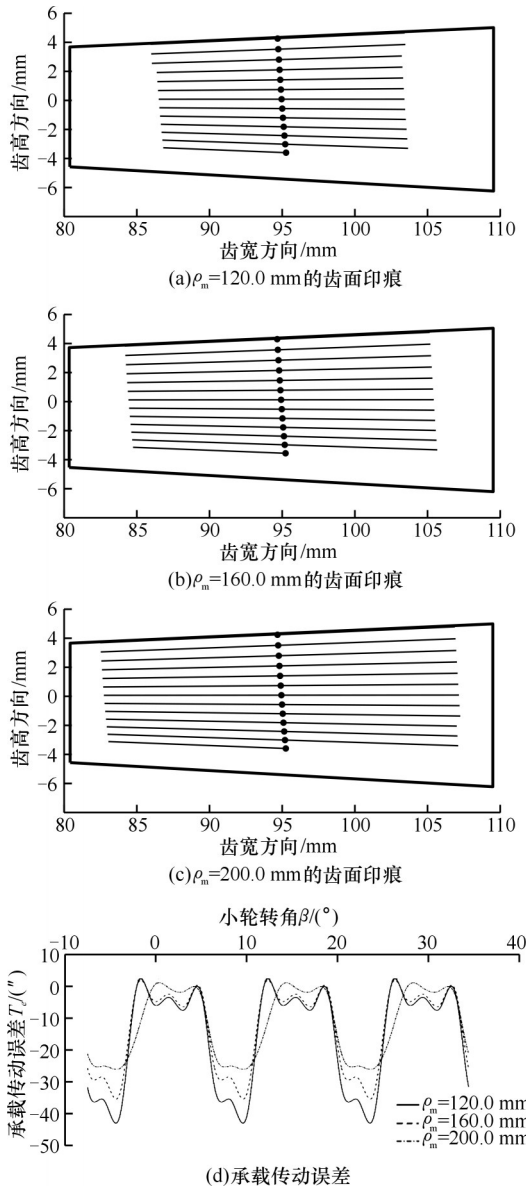


图7 不同刀盘平均半径 TCA 和 LTCA 结果
Fig.7 TCA and LTCA results for different blade mean radii

图8所示为 $a_t=0, \rho_m=200.0$ mm, δ 分别为 $1.5^\circ, 2.0^\circ$ 和 2.5° 时的齿面印痕、几何传动误差和承载传动误差。由图8可知,随着刀刃角的增大,齿面印痕区域减小,承载传动误差幅值逐渐增大,几何传动误差保持不变,其幅值均为0且传动误差曲线形状不对称。

图9所示为 $\delta=2.0^\circ, \rho_m=160.0$ mm, a_t 分别为0.0001、0.0002和0.0003时几何传动误差和承载

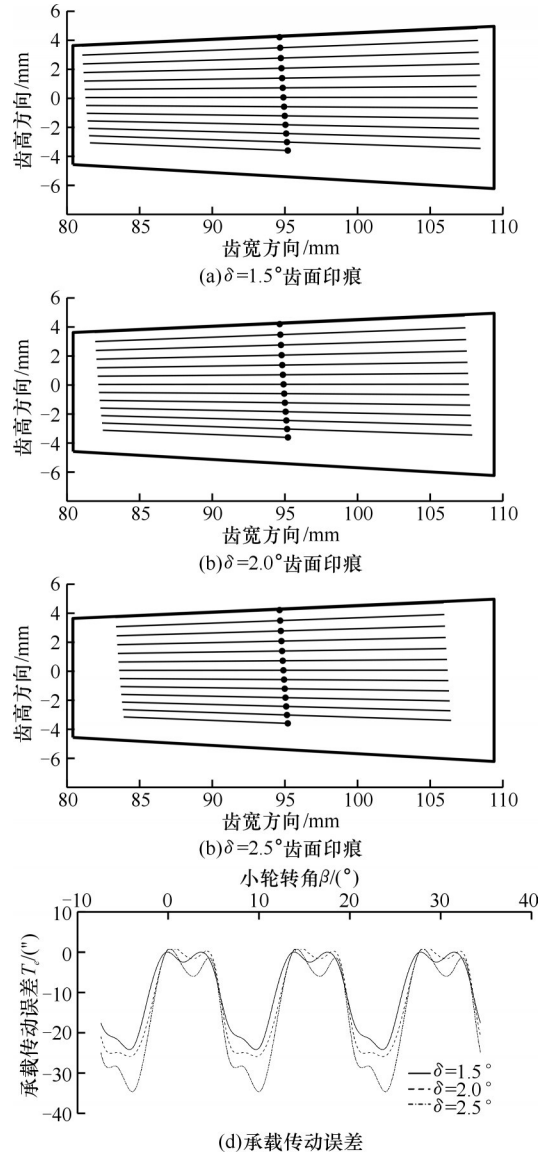


图8 不同刀刃角 TCA 和 LTCA 结果
Fig.8 TCA and LTCA results for different knife edge angles

传动误差。由图9可知,随着抛物线修形系数的增大,几何传动误差幅值和承载传动误差幅值逐渐增大,而齿面印痕则基本不变,如图7b所示。

4.2 优化设计

由上节分析可知,双圆弧刀具齿廓抛物线修形系数、刀盘平均半径和刀刃角对齿面具有修形的作用,均对承载传动误差幅值有影响。以初始优化变量 $a_t=0, \delta=0^\circ$ 和 $\rho_m=10$ m的承载传动误差作为初始值 $\Delta T_{e0}=25.5673''$,由于刀盘平均半径取值较大,所获得齿面近似为标准8字啮合锥齿轮齿面,不存在齿面修形。首先通过不断调整刀具修形原点位置 u_0 获得对称抛物线传动误差。在此基础上,建立以承载传动误差波动量最小的目标函数,优化变量分别为抛物线系数 a_t 、刀盘平均半径 ρ_m 和刀刃角 δ ,三个优化变量的取值范围

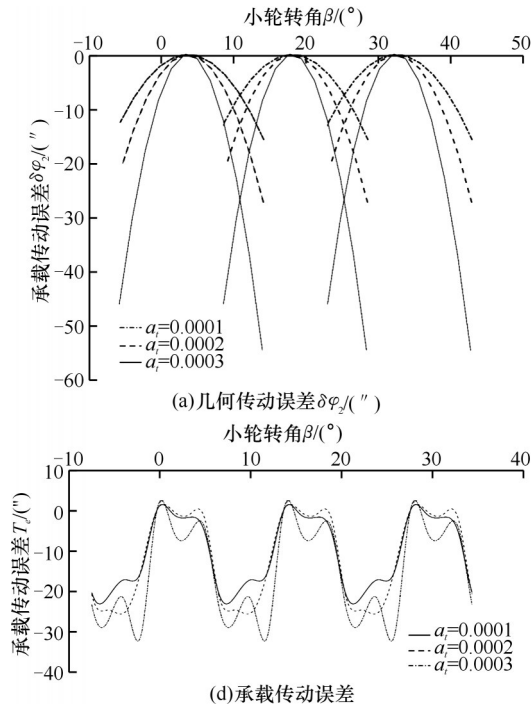


图9 不同修形系数 TCA 和 LTCA 结果
Fig.9 TCA and LTCA results with different trimming coefficients

见表3,当 $a_i=0$ 时表示齿面不进行齿廓修形,当 $\delta=0$ 时表示齿面不进行齿向修形。根据圆柱齿轮修形量推荐公式估算,当齿廓最大修形量为 $20.0\ \mu\text{m}$ 时对应 a_i 值为0.008;当齿向最大修形量为 $20.0\ \mu\text{m}$ 时对应 δ 值为 2.5° 。刀盘直径根据弧齿锥齿轮铣刀盘直径计算公式确定,即由中点锥距进行初步选取 $\rho_m=190.0\ \text{mm}$,然后取 $\rho_m \in [100, 300]\ \text{mm}$ 。遗传算法的控制参数如下:交叉概率取0.9,变异概率取0.1,因TCA和LTCA具有高度的非线性,求解比较耗时,为了节省机时,种群规模取20,终止进化代数取50,整个计算共耗时约1.5 h,参数优化结果见表4。

表3 优化参数的边界

Tab.3 Optimizing the boundaries of the parameters

	a_i	$\delta/(\prime)$	ρ_m/mm
上界	0.0	0.0	100.0
下界	0.0008	2.5	300.0

表4 参数优化结果

Tab.4 Parameter optimization results

a_{i1}	$\delta_1/(\prime)$	ρ_{m1}/mm
0.000 56	1.7832	181.6523

图10所示为优化前后的齿面印痕、几何传动误差和承载传动误差。由图10可知,优化后的几何传动误差曲线形状基本呈对称形态,可避免齿轮副在中轻载下发生边缘接触。优化后的齿面印痕较优化前有所减小,这是由于刀盘平均半径和

刀刃角具有齿向修形的作用,使得接触区变小。优化后的承载传动误差幅值较优化前减小了56.54%,因此可有效降低齿轮副的振动噪声水平。图11所示为优化前后齿面偏差图,由图11可知,在齿向和齿廓上有明显的鼓形量,最大修形量为 $19.87\ \mu\text{m}$,出现在大端靠近齿顶。

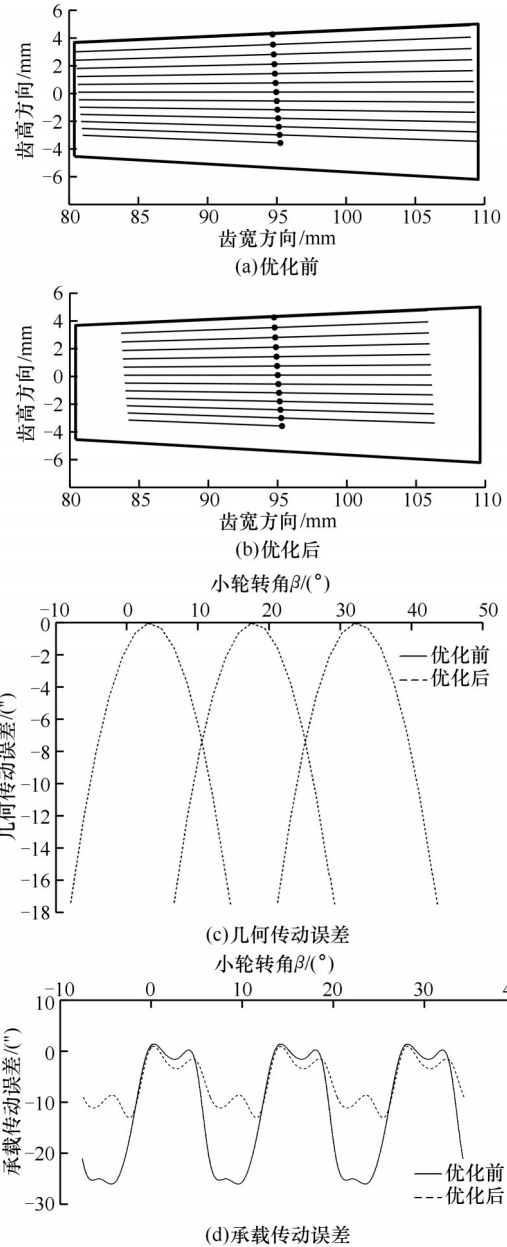


图10 TCA 和 LTCA 结果

Fig.10 TCA and LTCA results

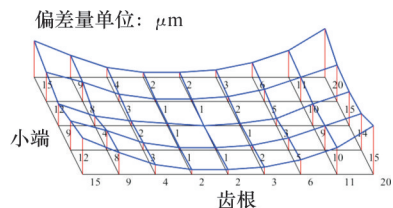


图11 齿面偏差

Fig.11 Tooth surface deviation

图 12 所示为承载传动误差幅值随载荷变化曲线,由图 12 可知,对于修形优化之前两者近似成线性关系,而经过齿面修形优化后,承载传动误差幅值经历先减小再增大的过程,最小承载传动误差幅值发生在工作载荷为 700 N·m 附近,同时,优化后的修形齿面不仅适用于设计载荷,而且在其他载荷下均明显低于标准状态下齿面的承载传动误差幅值。

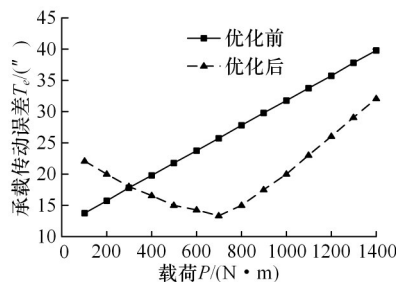


图 12 不同载荷承载传动误差幅值对比

Fig.12 Comparison of transmission error amplitude for different loads

5 结论

1) 本文建立了考虑齿廓和齿向修形的直齿锥齿轮数学模型,发现刀具修形系数对几何传动误差和承载传动误差的影响较大,而刀刃角和平均刀盘半径对接触区的影响较大,刀刃角越大,刀盘半径越小,齿向修形越明显。

2) 通过调整刀具修形位置实现对称几何传动误差设计,在此基础上通过优化刀盘平均半径、刀刃角和刀具修形系数来建立承载传动误差最小的优化模型。在工作载荷下,有效地降低了承载传动误差波动幅值。

3) 借助多载荷承载接触分析获得优化后齿面的承载传动误差幅值随载荷的变化规律,即呈现出先减小再增大的趋势,在工作载荷及附近均比标准齿面直齿锥齿轮的承载传动误差幅值小。

参考文献:

[1] STADTFELD H J. Straight Bevel Gears on Phoenix Machines Using Coniflex Tools [J]. Gear Solutions, 2007, 2007(10): 32-39.
 [2] STADTFELD H J. Straight Bevel Gear Cutting and Grinding on CNC Free Form Machines [C]// AGMA Fall Technical Meeting. Detroit, 2007: 7-9.
 [3] FUENTES-AZNAR A, GONZALEZ-PEREZ I. Mathematical Definition and Computerized Modeling of Spherical Involute and Octoidal Bevel Gears Generated by Crown Gear [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 106: 94-114.

[4] FUENTES-AZNAR A, YAGUE-MARTINEZ E, GONZALEZ-PEREZ I. Computerized Generation and Gear Mesh Simulation of Straight Bevel Gears Manufactured by Dual Interlocking Circular Cutters [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 122: 160-176.
 [5] SHIH Y P, HSIEH H Y. Straight Bevel Gear Generation Using the Dual Interlocking Circular Cutter Cutting Method on a Computer Numerical Control Bevel Gear-cutting Machine [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2016, 138 (2) : 021007.
 [6] SHIH Y P. A Lengthwise Modification for Face-Hobbed Straight Bevel Gears [C]// 25th International Conference on Design Theory and Methodology; ASME 2013 Power Transmission and Gearing Conference. Portland, 2013: V005T11A002.
 [7] SHIH Y P. Mathematical Model for Face-hobbed Straight Bevel Gears [J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 134(9): 091006.
 [8] SHIH Y P, HUANG Yachuan, LEE Yihui, et al. Manufacture of Face-hobbed Straight Bevel Gears Using a Six-axis CNC Bevel Gear Cutting Machine [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(9): 2499-2515.
 [9] 王志永, 李文强, 张宇. 双刀盘铣齿机床与 Free-form 型机床的加工运动等效转换 [J]. 机械工程学报, 2024, 60(21): 312-319.
 WANG Zhiyong, LI Wenqiang, ZHANG Yu. Equivalent Conversion of Machining Motion between Double Cutter Disks Gear Milling Machine Tool and Free-form Machine Tool [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(21): 312-319.
 [10] 王志永, 张竹, 段志宏, 等. 内凹刀盘加工的直齿锥齿轮齿面接触分析 [J]. 机械传动, 2024, 48(2): 104-109.
 WANG Zhiyong, ZHANG Zhu, DUAN Zhihong, et al. Tooth Contact Analysis of Straight Bevel Gears Machined with Concave Cutters [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2024, 48 (2) : 104-109.
 [11] 蒋进科, 刘钊, 刘红梅. 齿面磨损最小直齿锥齿轮 Ease-off 修形设计与分析 [J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(6): 99-106.
 JIANG Jinke, LIU Zhao, LIU Hongmei. Design and Analysis for Straight Bevel Gears with Ease-off Flank Modification Based on Minimal Wear [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(6) : 99-106.
 [12] 周延泽, 吴继泽. 直齿锥齿轮齿根应力的有限元分

- 析[J]. 北京航空航天大学学报, 1996, 22(1): 88-93.
- ZHOU Yanze, WU Jize. Finite Element Analysis of Tooth Root Stress of Straight Bevel Gear[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1996, 22(1): 88-93.
- [13] 曹雪梅, 娄佳佳, 马战勇. 直齿锥齿轮修形齿面安装误差敏感性分析[J]. 机械传动, 2014, 38(4): 40-43.
- CAO Xuemei, LOU Jijia, MA Zhanyong. Sensitivity Analysis of Installation Errors of the Straight Bevel Gear Modification Tooth Surface[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2014, 38(4): 40-43.
- [14] 曹雪梅, 孙宁, 邓效忠. 直齿锥齿轮低安装误差敏感性设计与实验验证[J]. 航空动力学报, 2016, 31(1): 227-232.
- CAO Xuemei, SUN Ning, DENG Xiaozhong. Design for Straight Bevel Gear Based on Low Installation Error Sensitivity and Experiment Tests [J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(1): 227-232.
- [15] KOLIVAND M, LIGATA H, STEYER G, et al. Actual Tooth Contact Analysis of Straight Bevel Gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2015, 137(9): 093302.
- [16] 陈霞, 夏巨湛, 胡国安, 等. 直齿锥齿轮齿廓修形[J]. 机械设计, 2007, 24(7): 42-44.
- CHEN Xia, XIA Juchen, HU Guoan, et al. Tooth Profile Modification of Spur Bevel Gear[J]. Journal of Machine Design, 2007, 24(7): 42-44.
- [17] 陈霞, 汪皎, 夏巨湛, 等. 直齿圆锥齿轮修形仿真[J]. 机械科学与技术, 2009, 28(3): 386-390.
- CHEN Xia, WANG Jiao, XIA Juchen, et al. Simulation of the Modification of a Straight Bevel Gear Tooth[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2009, 28(3): 386-390.
- [18] 沈玲莉, 陆宝山, 季业益, 等. 一种具修形的直齿锥齿轮副齿面接触分析方法[J]. 机械设计, 2021, 38(7): 68-73.
- SHEN Lingli, LU Baoshan, JI Yeyi, et al. Method of the Tooth-contact Analysis for the Straight Bevel Gear's Pair with Modified Teeth[J]. Journal of Machine Design, 2021, 38(7): 68-73.
- [19] FUENTES A, ISERTE J L, GONZALEZ-PEREZ I, et al. Computerized Design of Advanced Straight and Skew Bevel Gears Produced by Precision Forging[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011, 200(29/30/31/32): 2363-2377.
- [20] 方宗德. 齿轮轮齿承载接触分析(LTCA)的模型和方法[J]. 机械传动, 1998, 22(2): 1-3.
- FANG Zongde. Model and Approach for Loaded Tooth Contact Analysis (LTCA) of Gear Drives [J]. Journal of Mechanical Transmission, 1998, 22(2): 1-3.
- [21] 付学中, 方宗德, 关亚彬, 等. 采用NSGA-II算法的面齿轮副小轮拓扑修形多目标优化[J]. 西安交通大学学报, 2017, 51(7): 98-104.
- FU Xuezhong, FANG Zongde, GUAN Yabin, et al. NSGA-II Based Multi-objective Optimization on Topologically Modified Pinions for Face Gear Pairs [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2017, 51(7): 98-104.
- [22] DEB K. Multi-objective OPTIMIZATION USING EVOLUTIONARY ALGORITHMS [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2001.
- [23] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

(编辑 陈 勇)

作者简介: 苏进展^{*}, 男, 1982年生, 副教授。研究方向为圆柱齿轮、螺旋锥齿轮、航空面齿轮的啮合理论、齿面设计、啮合仿真分析和数控加工等。E-mail: sujinzhan@chd.edu.cn。

本文引用格式:

苏进展, 冯要克, 刘缤, 等. 双圆弧刀具加工直齿锥齿轮的啮合性能分析及优化[J]. 中国机械工程, 2025, 36(8): 1683-1690.

SU Jinzhan, FENG Yaoke, LIU Bin, et al. Analysis and Optimization of Meshing Performance of Straight Bevel Gear Machined by Dual Interlocking Circular Cutters[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(8): 1683-1690.