

对称并联运动机构的无模型交叉耦合控制

周志伟¹ 高健^{1,2*} 张揽宇^{1,2}

1. 广东工业大学机电工程学院, 广州, 510006

2. 广东工业大学省部共建精密电子制造技术与装备国家重点实验室, 广州, 510006

摘要: 并联机构驱动关节间的动力学耦合效应是影响其轨迹跟踪性能的关键难题, 现有并联平台的多电机协同控制方法常常不考虑机构关节间的相互耦合关系及其关节协同关系, 影响了机构末端的运动精度。针对上述问题, 提出一种提高机构任务空间跟踪精度的无模型交叉耦合控制方法。通过引入表示相邻电机运动关系的电机协同误差, 采用时延估计(TDE)技术间接地进行机构动力学闭环控制, 解决动力学模型不确定性问题; 同时采用Lyapunov定理分析证明所提方法的稳定性, 并在对称并联运动机构上进行所提方法的实验验证。结果表明, 相比现有的时延控制(TDC)方法, 所提方法可以通过并联机构的高效位置跟踪和稳定操作有效减小其末端运动跟踪误差。

关键词: 对称并联运动机构; 无模型控制器; 协同控制; 时延估计; 轨迹跟踪

中图分类号: TH112; TP273

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2025.08.005

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



A Model-free Cross-coupling Control Method for Parallel Kinematic Mechanisms with Symmetric Structure

ZHOU Zhiwei¹ GAO Jian^{1,2*} ZHANG Lanyu^{1,2}

1. School of Electromechanical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou, 510006

2. State Key Laboratory of Precision Electronic Manufacturing Technology & Equipment, Guangdong University of Technology, Guangzhou, 510006

Abstract: The dynamic coupling effectiveness between the driving joints of parallel mechanisms was a key challenge affecting their trajectory tracking performance. Existing multi-motor cooperative control methods for parallel platforms often ignored the inter-joint coupling relationships and their coordination, which affected the motion accuracy of the end-effector. To address this issue, a model-free cross-coupling control method was proposed to improve the tracking accuracy of the mechanisms in the task space. By introducing the motor cooperative errors that represented the relationship between the motions of neighboring motors, the method employed the TDE technique to indirectly perform the closed-loop control of the mechanism dynamics, solving the uncertainty problems of the dynamics model. Additionally, the stability of the proposed method was analyzed and proven using the Lyapunov theorem, and experimental validations were performed on a symmetric parallel kinematic mechanism. The results show that, compared to the existing TDC method, the proposed method may effectively reduce the end-effector's motion tracking errors through efficient position tracking and stable operations of the parallel mechanisms.

Key words: symmetric parallel kinematic mechanism; model-free controller; cooperative control; time delay estimation(TDE); trajectory tracking

0 引言

在多轴并联平台的结构中, 通过驱动关节的协调操作可实现动平台的精密运动控制^[1]。这类机构具有较低的运动惯量和优异的动态性能, 能

够实现复杂的多自由度运动轨迹, 在复杂零件多轴数控加工和激光加工等领域应用广泛^[2-6]。尽管上述多轴并联运动平台具有诸多优点, 但并联驱动的多支链结构带来了关节间的相互耦合效应和精密控制难题^[7]。为了克服这些问题, 学者们开展了任务空间和关节空间的控制策略研究^[8-10]。由于机构动力学模型是在任务空间建立的, 故在任务空间进行控制器设计显得比较简易。为此, KHALILPOUR等^[11]提出一种双环控制的级联控制策略, 其中动平台的广义力和位移分别由内环

收稿日期: 2024-08-30

基金项目: 国家自然科学基金(52075106, 52375488); 工业和信息化部(电子信息司)招标项目(TC220A04A-206); 广东省自然科学基金(2024A1515030003); 广东省科技项目(20220166003240)

和外环控制。ALTAN等^[12]提出一种基于模型预测控制的轨迹跟踪控制方法,构建线性和非线性动力学模型,并基于这些模型实现目标轨迹的精确跟踪。然而,上述控制方法需要力传感器和视觉传感器等外部传感器,且采用外部传感器测量动平台姿态时可能降低系统控制带宽,并影响机构跟踪精度^[13-16]。由于并联机构各驱动关节运动时相互牵扯与耦合,如何不依赖外部传感器而设计出关节空间的有效控制方法仍然面临着较大挑战。PI等^[17]建议加强适用于并联机构在关节空间的控制器研究,以满足机构高效高精的控制需求。ZHANG等^[18]提出一种轨迹跟踪控制器,通过将PID/PI级联控制器和基于动力学模型的前馈补偿器相结合,有效抑制负载扰动和参数变化等非线性因素,提高平面并联机构的跟踪精度。LIU等^[19]提出一种基于协调动力学模型和神经网络的控制方法,机构在保持高动态性能的同时提高了动平台跟踪精度。在机构关节空间的控制策略中,通过高分辨率的关节传感器可以实现高速运动控制^[20],但其局限性不容忽视。具体而言,各驱动关节间的相互牵扯和耦合效应影响了机构动力学特性^[21-22],这主要源于驱动力的相互作用以及电机间协同性能的不足,而现有控制器的设计常忽略电机间的运动协调性。

综上所述,采用关节传感器测量的控制器和基于外部传感器的任务空间控制方法都存在一些不足,现有协同控制方法如主从控制、等状态耦合控制和基于特定控制理论的控制方法主要适用于双电机平台,难以应用在多电机控制中^[23-26]。此外,传统计算力矩控制方法往往需要精确的动力学模型参数,这在实际应用中难以实现。为此,本文提出一种机构关节空间的无模型交叉耦合控制方法,通过定义每个电机的协同误差来表示相邻电机之间的运动关系。在此基础上采用时延估计(time delay estimation, TDE)技术将机构动力学间接地应用到控制结构中进行闭环控制,以解决动力学模型不确定性问题,实现机构高精度轨迹跟踪。利用Lyapunov定理分析所提方法的稳定性。通过对称并联运动机构进行轨迹跟踪实验来验证所提方法的有效性。

1 并联运动机构运动学和动力学建模

1.1 运动学建模

对称并联运动机构结合并联平台和直线电机驱动系统的控制特性,可实现三自由度运动轨迹

的精准控制。为了保证机构的精度和稳定性,其构型设计采用了对称的结构方式,整体结构如图1所示。该机构由精密导轨、左驱动件、动平台、U型驱动件、右驱动件、共定子直线电机和光栅尺等组成。左驱动件、U型驱动件和右驱动件通过三个共定子电机直接驱动,可实现精确的位置控制。光栅尺具有100 nm分辨率,能够满足动平台精准运动时对位置测量精度的需求。

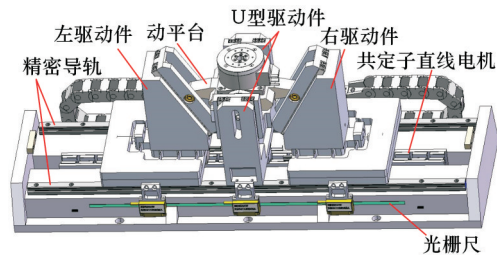


图1 对称并联运动机构的结构
Fig. 1 Structural of a symmetric parallel motion mechanism

根据对称并联机构的结构构型,建立图2所示运动学模型。其中, A_1 和 C_1 分别为动平台与左驱动件和右驱动件相连的端点, B_1 为动平台的位置中心点; q_1, q_2, q_3 和 q_1', q_2', q_3' 分别表示共定子电机的起始位置和末端位置; $OXYZ$ 和 $oxyz$ 分别为并联机构静坐标系和动坐标系,原点 O 和 o 分别为动平台位于初始位置和终点位置时动平台的中点。动平台 A_1C_1 的长度 L_1 为180 mm。根据空间自由度分析,机构具有沿 X, Z 向的直线运动和绕 Y 向的旋转运动。为此,采用坐标 (X, Z, B) 作为机构末端的位姿描述。

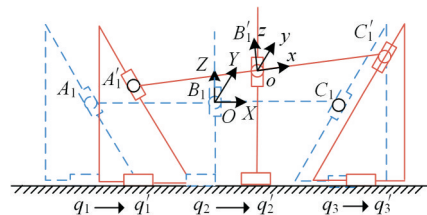


图2 对称并联运动机构的运动学模型
Fig. 2 Kinematic model of a symmetric parallel motion mechanism

如图2所示,根据闭环矢量法,对称并联运动机构的正运动学微分方程表示为

$$\left. \begin{aligned} X &= q_2 \\ Z &= \frac{\sqrt{3}}{2} (q_1 - q_3 - 2L_1 + 2L_1 \cos B) \\ B &= -\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2L_1} (2q_2 - q_1 - q_3)\right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: X, Z, B 分别为动平台在 X, Z 和 B 轴上运动的位移和角位移。

根据动平台的运动过程及上述运动学模型,对称并联运动机构的运动学逆解方程表示为

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= X + \frac{\sqrt{3}}{3}Z + L_1(1 - \cos B + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin B) \\ q_2 &= X \\ q_3 &= X - \frac{\sqrt{3}}{3}Z - L_1(1 - \cos B - \frac{\sqrt{3}}{3}\sin B) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

对式(2)求导可得共定子电机的运动速度:

$$\dot{q} = J(x) \cdot \dot{x} \quad (3)$$

其中, $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3)^T$ 和 $\dot{x} = (\dot{X}, \dot{Z}, \dot{B})^T$ 分别为共定子电机和动平台的速度向量; $J(x)$ 为速度雅可比矩阵, 可表示为

$$J(x) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3}L_1 \cos B + L_1 \sin B \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3}L_1 \cos B - L_1 \sin B \end{bmatrix} \quad (4)$$

1.2 动力学建模

对称并联运动机构的多支链结构给其动力学建模带来了复杂性。为了建立整体动力学模型, 将机构分解为两个子模块: 动平台和驱动件。然后采用拉格朗日定理计算对应模块的动力学方程, 并推导出机构总动力学模型。

1.2.1 动平台动力学

动平台动能 T_1 包括沿 X 、 Z 轴平移运动的动能和绕 Y 轴旋转运动的动能, 即

$$T_1 = \frac{1}{2}m_p(\dot{X}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{2}I_p\dot{B}^2 \quad (5)$$

式中: m_p 、 I_p 分别为动平台的质量和转动惯量。

定义定坐标系平面是零势能位置, g 为重力加速度, 则动平台的势能 V_1 可表示为

$$V_1 = m_p g Z \quad (6)$$

将式(5)和式(6)代入拉格朗日方程, 有

$$u_p = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial x} \quad (7)$$

对式(7)进行简化, 动平台子模块的动力学方程可表示为

$$u_p = M_p \ddot{x} + C_p \dot{x} + G_p \quad (8)$$

式中: M_p 、 C_p 、 G_p 、 u_p 分别为动平台的广义质量矩阵、哥氏力系数矩阵、重力项和等效广义力。

1.2.2 驱动件动力学

驱动件仅具有在 X 轴上的平移运动, 则 3 个驱动件的动能 T_2 可表示为

$$T_2 = \frac{1}{2}(m_{F1}\dot{q}_1^2 + m_{F2}\dot{q}_2^2 + m_{F3}\dot{q}_3^2) \quad (9)$$

式中: m_{F1} 、 m_{F2} 、 m_{F3} 分别为左驱动件、U 型驱动件和右驱动件的质量。

考虑 3 个驱动件无 Z 方向的运动, 故驱动件的势能为零。

将式(9)代入拉格朗日方程并化简, 驱动件子模块的动力学方程可表示为

$$M_F \ddot{x} + C_F \dot{x} = u_F \quad (10)$$

式中: M_F 、 C_F 、 u_F 分别为驱动件的广义质量矩阵、哥氏力系数矩阵和等效广义力。

1.2.3 总动力学模型

结合式(8)和式(10), 对称并联运动机构在任务空间的总动力学模型可表示为

$$u_1 = M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= M_p + M_F & C(x, \dot{x}) &= C_p + C_F \\ G(x) &= G_p & u_1 &= u_p + u_F \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, $M(x)$ 为广义质量矩阵; $C(x, \dot{x})$ 为哥氏力系数矩阵; $G(x)$ 为重力项。相应的动力学参数表示为

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \\ M_{11} &= m_p + m_{F1} + m_{F2} + m_{F3} & M_{12} &= M_{21} = 0 \\ M_{13} &= M_{31} = \frac{2\sqrt{3}m_{F1}L_1 \cos B}{3} \\ M_{22} &= m_p + \frac{2}{3}m_{F1} \\ M_{23} &= M_{32} = \frac{2\sqrt{3}m_{F1}L_1 \sin B}{3} \\ M_{33} &= I_p + 2m_{F1} \left(\frac{L_1^2 \cos^2 B}{3} + L_1^2 \sin^2 B \right) \\ C(x, \dot{x}) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{2\sqrt{3}m_{F1}L_1 \dot{B} \sin B}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2\sqrt{3}m_{F1}L_1 \dot{B} \cos B}{3} \\ 0 & 0 & \frac{4m_{F1}L_1^2 \dot{B} \cos B \sin B}{3} \end{bmatrix} \\ G(x) &= [0 \quad m_p g \quad 0]^T \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

根据虚功原理, 对称并联运动机构的关节驱动力和广义力的关系表示为

$$u = J^{-T}(x)u_1 = [u_{q1} \quad u_{q2} \quad u_{q3}]^T \quad (14)$$

式中: u 为关节驱动力矩阵; $J^{-T}(x)$ 为 $J^T(x)$ 的逆矩阵。

2 无模型交叉耦合控制方法的设计

2.1 协同误差和耦合误差的定义

为了研究复杂运动控制系统的协同运动机制, 计算协同误差的方法被广泛运用。为了描述对称并联运动机构中共定子电机之间的运动关系, 引入每个电机的协同误差。这一误差指标涵盖当前电机的运动状态, 还融入与之相邻电机的运动信息。若各电机协同误差逐步趋近于零, 则这些电机将实现高效高精的协同运行。因此, 充分考虑协同误差的影响能够显著提高机构整体性能。

基于对称并联机构的运动过程, 各电机跟踪

误差可表示为

$$e_i(t) = q_{di}(t) - q_i(t) \quad (15)$$

式中: $q_{di}(t)(i=1,2,3)$ 为各电机的期望轨迹。

根据式(15),各电机跟踪误差的矩阵形式为

$$e(t) = [e_1(t) \ e_2(t) \ e_3(t)]^T \quad (16)$$

为了确保各电机运动过程中保持协同运行,需要跟踪误差 $e_i(t)$ 逐渐减小并趋近于0,使得

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (17)$$

为此,按照相邻次序准则将各电机的协同误差 $e_{si}(t)$ 定义为

$$\left. \begin{aligned} e_{s1}(t) &= e_1(t) - e_2(t) \\ e_{s2}(t) &= e_2(t) - e_3(t) \\ e_{s3}(t) &= e_3(t) - e_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

根据式(18),协同误差的矩阵形式表示为

$$e_s(t) = [e_{s1}(t) \ e_{s2}(t) \ e_{s3}(t)]^T \quad (19)$$

如果各电机协同误差满足条件 $e_s(t) = 0$, 则式(17)所描述的性能指标能够实现。

由于驱动件运动时相互耦合,为了使协同误差和跟踪误差快速降低,定义并联机构各电机的耦合误差 $e_{ci}(t)$ 为

$$\left. \begin{aligned} e_{c1}(t) &= e_1(t) + n \int_0^t (e_{s1}(\omega) - e_{s3}(\omega)) d\omega \\ e_{c2}(t) &= e_2(t) + n \int_0^t (e_{s2}(\omega) - e_{s1}(\omega)) d\omega \\ e_{c3}(t) &= e_3(t) + n \int_0^t (e_{s3}(\omega) - e_{s2}(\omega)) d\omega \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

其中, n 为正常数; ω 为角速度。定义两个相邻电机间协同误差的偏差向量 $c(t)$ 为

$$c(t) = [e_{s1}(t) - e_{s3}(t) \ e_{s2}(t) - e_{s1}(t) \ e_{s3}(t) - e_{s2}(t)]^T \quad (21)$$

将式(21)代入式(20),耦合误差的向量形式可表示为

$$e_c(t) = e(t) + N \int_0^t c(\omega) d\omega \quad (22)$$

其中, $N = \text{diag}(n, n, n)$ 为正的耦合系数对角矩阵。对式(22)求导可得耦合速度误差向量:

$$\dot{e}_c(t) = \dot{e}(t) + N \cdot c(t) \quad (23)$$

根据耦合误差和耦合速度误差,可得

$$\left. \begin{aligned} s(t) &= \dot{e}_c(t) + D \cdot e_c(t) \\ \dot{s}(t) &= \ddot{e}_c(t) + D \cdot \dot{e}_c(t) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中: D 为正对角矩阵,用于权衡机构的协同性能和跟踪性能。

基于 $s(t)$ 和 $\dot{s}(t)$, 参考速度和参考加速度向量可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_r(t) &= \dot{q}(t) + s(t) = \dot{q}_d(t) + N \cdot c(t) + D \cdot e_c(t) \\ \ddot{q}_r(t) &= \ddot{q}(t) + \dot{s}(t) = \ddot{q}_d(t) + N \cdot \dot{c}(t) + D \cdot \dot{e}_c(t) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

2.2 无模型交叉耦合控制方法

结合协同误差和耦合误差,交叉耦合控制项能

够实现。因此,交叉耦合协同控制项可表示如下:

$$\begin{aligned} u_{AC} &= K_s s(t) + K_c c(t) + \ddot{q}_r + \\ &K_e \text{sgn}(\dot{s}(t)) - \dot{J}(x) J^{-1}(x) \dot{q} \end{aligned} \quad (26)$$

$$K_s = \text{diag}(k_{s1}, k_{s2}, k_{s3}) \quad K_c = \text{diag}(k_{c1}, k_{c2}, k_{c3})$$

式中: K_s, K_c 为正定矩阵; \ddot{q}_r 为参考加速度向量; K_e 为鲁棒因子,用于提高系统鲁棒性; $\dot{J}(x) J^{-1}(x) \dot{q}$ 项用于实现机构任务空间和关节空间的相互映射。

为了实现无模型控制,利用TDE技术将机构动力学间接应用到闭环结构中。在TDE控制策略中,引入一个对角矩阵来重构系统的动力学模型。随后,根据模型前一时刻的观测信息和控制输入估计系统在当前时刻的未知动态。于是,引入常数对角矩阵 \bar{M} , 则系统动力学模型可进一步表示为

$$\bar{M} \ddot{x} + H(x, \dot{x}, \ddot{x}) = u_1 \quad (27)$$

$$H(x, \dot{x}, \ddot{x}) = (M(x) - \bar{M}) \ddot{x} + C(x, \dot{x}) \dot{x} + G(x) \quad (28)$$

其中, $H(x, \dot{x}, \ddot{x})$ 包括机构所有动力学特性。由于该向量在实际应用中无法直接获取,故可通过TDE技术进行估算,具体过程如下:

$$\begin{aligned} H(x, \dot{x}, \ddot{x}) &\approx \hat{H}(x, \dot{x}, \ddot{x}) = H(x, \dot{x}, \ddot{x})|_{t-\delta} = \\ &u_1|_{t-\delta} - \bar{M} \ddot{x}|_{t-\delta} \end{aligned} \quad (29)$$

式中: δ 为系统的采样时间; $\hat{H}(x, \dot{x}, \ddot{x})$ 为TDE项,表示对 $H(x, \dot{x}, \ddot{x})$ 的估计。

为提高TDE技术变换动力学模型的准确性,应保证采样时间 δ 比较小。同时,为保证系统的鲁棒稳定性,应选择较小的对角矩阵 \bar{M} 。

将交叉耦合协同控制项和基于TDE的无模型控制相结合,所提无模型交叉耦合协同控制方法的控制律可表示为

$$u = J^{-T}(x) (\bar{M} u_d + H(x, \dot{x}, \ddot{x})) \quad (30)$$

$$u_d = J^{-1}(x) (K_s s(t) + K_c c(t) + \ddot{q}_r +$$

$$K_e \text{sgn}(\dot{s}(t)) - \dot{J}(x) J^{-1}(x) \dot{q}) \quad (31)$$

无模型交叉耦合控制方法的控制框图见图3。

其中,雅可比矩阵及其逆矩阵可通过式(4)确定,跟踪误差、协同误差和耦合误差可通过式(15)~式(22)计算得到。为了实现机构的精密控制与协同运行,采用TDE技术将机构整体动力学间接地应用到控制结构中形成闭环控制,并消除协同误差和耦合误差,最终通过式(30)确定控制指令并输出至对称并联运动机构。然后采用Lyapunov定理分析闭环系统的稳定性,并证明所提控制律可满足跟踪误差和协同误差是渐近有界的。

定理1: 式(30)中所提方法的控制律可保证跟踪误差 $e(t)$ 和协同误差 $e_s(t)$ 是渐近有界的。

证明: 将式(30)所提控制律代入式(27),机构动力学方程可进一步表示为

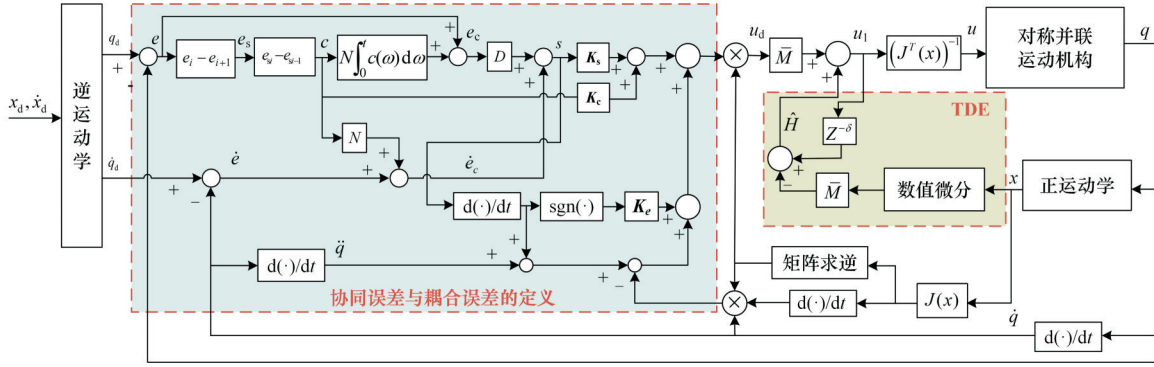


图3 所提无模型交叉耦合控制方法的控制框图

Fig. 3 Control diagram of the proposed model-free cross-coupling control method

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}\ddot{x} + H(x, \dot{x}, \ddot{x}) &= \bar{M}u_d + \hat{H}(x, \dot{x}, \ddot{x}) \\ u_d - \ddot{x} &= \epsilon(t) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\epsilon(t) = \bar{M}^{-1}(H(x, \dot{x}, \ddot{x}) - \hat{H}(x, \dot{x}, \ddot{x}))$$

式中： $\epsilon(t)$ 为TDE估计误差。

根据机构雅可比矩阵，动平台和关节电机的加速度向量映射关系如下：

$$\ddot{q} = J(x)J^{-1}(x)\dot{q} + J(x)\ddot{x} \quad (33)$$

将式(30)和式(33)代入式(32)可得

$$\epsilon(t) = J^{-1}(x)(K_s s(t) + K_c c(t) + \dot{q}_t + K_c \operatorname{sgn}(\dot{s}(t)) - \ddot{q}) \quad (34)$$

根据参考加速度 \ddot{q}_t 的定义，式(34)简化为

$$\epsilon(t) = J^{-1}(x)(K_s s(t) + K_c c(t) + \dot{s}(t) + K_c \operatorname{sgn}(\dot{s}(t))) \quad (35)$$

定义 $\hat{\epsilon}(t) = J(x)\epsilon(t)$ ，系统动力学方程表示为

$$K_s s(t) + K_c c(t) + \dot{s}(t) + K_c \operatorname{sgn}(\dot{s}(t)) - \hat{\epsilon}(t) = 0 \quad (36)$$

选择Lyapunov函数 $V(t)$ 为

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T(t)s(t) + \frac{1}{2} e_s^T K_c e_s + \frac{1}{2} \int_0^t c^T(\chi) d\chi \cdot NK_c D \int_0^t c(\chi) d\chi \quad (37)$$

将式(37)对时间求导可得

$$\dot{V}(t) = s^T(t)\dot{s}(t) + e_s^T K_c \dot{e}_s + c^T(t)NK_c D \int_0^t c(\chi) d\chi \quad (38)$$

将式(36)两边同乘以 $s^T(t)$ 并代入式(38)得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -s^T(t)K_c c(t) - s^T(t)K_s s(t) - \\ & s^T(t)K_c \operatorname{sgn}(\dot{s}(t)) + s^T(t)\hat{\epsilon}(t) + \\ & e_s^T K_c \dot{e}_s + c^T(t)NK_c D \int_0^t c(\chi) d\chi \end{aligned} \quad (39)$$

根据耦合误差及其速度误差的定义，式(39)中的 $s^T(t)K_c c(t)$ 可改写为

$$\begin{aligned} s^T(t)K_c c(t) &= \dot{e}_s^T K_c e_s + c^T(t)NK_c c(t) + \\ & e_s^T DK_c e_s + c^T(t)NK_c D \int_0^t c(\chi) d\chi \end{aligned} \quad (40)$$

将式(40)代入式(39)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -c^T(t)NK_c c(t) - e_s^T DK_c e_s - s^T(t)K_s s(t) - \\ & s^T(t)K_c \operatorname{sgn}(\dot{s}(t)) + s^T(t)\hat{\epsilon}(t) \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -c^T(t)NK_c c(t) - e_s^T DK_c e_s - s^T(t)K_s s(t) - \\ & \left(\sum_{i=1}^3 K_{ei} |s^T(t)| - |\hat{\epsilon}_i| |s^T(t)| \right) \end{aligned} \quad (41)$$

根据函数的中值定理，有

$$\left. \begin{aligned} -c^T(t)NK_c c(t) &\leq -\lambda_{\min}(NK_c) \|c(t)\|^2 \\ -e_s^T DK_c e_s &\leq -\lambda_{\min}(DK_c) \|e_s\|^2 \\ -s^T(t)K_s s(t) &\leq -\lambda_{\min}(K_s) \|s(t)\|^2 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

其中， $\lambda_{\min}(\bullet)$ 为正特征值。结合式(41)和式(42)，有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\lambda_{\min}(NK_c c(t)) \|c(t)\|^2 - \lambda_{\min}(DK_c) \|e_s\|^2 - \\ & \lambda_{\min}(K_s) \|s\|^2 - \left(\sum_{i=1}^3 K_{ei} |s^T(t)| - |\hat{\epsilon}_i| |s^T(t)| \right) \end{aligned} \quad (43)$$

考虑 $\lambda_{\min}(NK_c c(t)) \|c(t)\|^2$ 、 $\lambda_{\min}(DK_c) \|e_s\|^2$ 和 $\lambda_{\min}(K_s) \|s(t)\|^2$ 为正值，且从式(43)可以看出，当 $K_{ei} > |\hat{\epsilon}_i|$ 时，函数 $\dot{V}(t) \leq 0$ ，因此， $s(t)$ 、 $c(t)$ 和 $e_s(t)$ 均保持有界。结合协同误差 $e_s(t)$ 的定义，跟踪误差 $e(t)$ 也是渐近有界的，即所提方法是渐近稳定的，证毕。

3 实验验证

3.1 实验平台的搭建

为了验证所提方法的控制性能，搭建基于可编程多轴控制器(programmable multi-axis controller, PMAC)的对称并联运动机构实验系统，如图4所示。该系统包括PMAC控制器、伺服驱动器、上位机、精密光栅尺和共定子直线电机等。在实验中，采用AUM5-S3型号的直线电机、ASD240型号的伺服驱动器和RGH22S30D61规格的光栅尺，光栅尺的分辨率为100 nm，系统的采样周期为0.1 ms。此外，该对称并联机构动力学模型如式(11)所示，其中，动平台的质量 $m_p = 1.84$ kg，左驱动件、U型驱动件和右驱动件的质量分别为 $m_{F1} = 4.78$ kg、 $m_{F2} = 1.95$ kg和 $m_{F3} = 4.78$ kg，转动惯量 $I_p = 7767.97$ kg·mm²，动平台长度 $L_1 = 180$ mm，重力加速度 g 取9.8 m/s²。

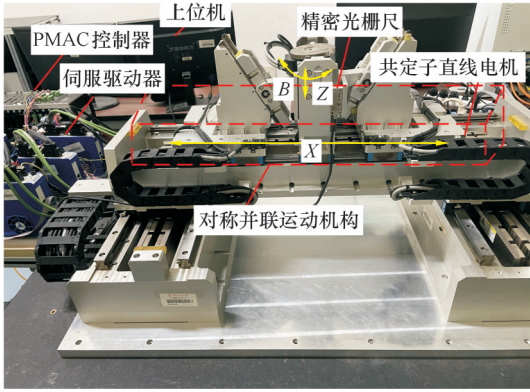


图4 对称并联运动机构的实验系统

Fig.4 Experimental system of a symmetric parallel motion mechanism

3.2 控制器比较

为了研究所提方法对轨迹跟踪性能的影响,针对并联机构进行所提方法与TDC的轨迹跟踪实验。基于TDE的TDC方法的控制律可表示为^[27]

$$u = J^{-T}(x)(\bar{M}_2 u_{d2} + H(x, \dot{x}, \ddot{x})) \quad (44)$$

$$u_{d2} = J^{-1}(x)(\ddot{q}_d + \Gamma_v \dot{e} + \Gamma_p e - \dot{J}(x)J^{-1}(x)\dot{q}) \quad (45)$$

其中, Γ_p 和 Γ_v 为三阶正对角矩阵。如式(30)和式(31)所示,TDC方法是所提方法的一种简化形式,其显著特点是反馈控制环中未包含协同误差和鲁棒因子,因此,所提方法在减小协同误差和提高系统鲁棒稳定性方面展现出更优越的控制性能。

为了对两种算法的控制参数进行优化,参数整定步骤如下:考虑TDC方法被用于所提方法设计的基础,为TDC方法设计最优参数,通过该方法明确TDC的最优控制增益。由于所提方法是在TDC方法的基础上新增辅助项,在和TDC参数设定相同的条件下,通过试错法对辅助项的参数进行优化,因此,为两种算法确定了最优控制参数。于是,所提方法的控制参数可表示为

$$k_c = \text{diag}(3.5, 3.4)$$

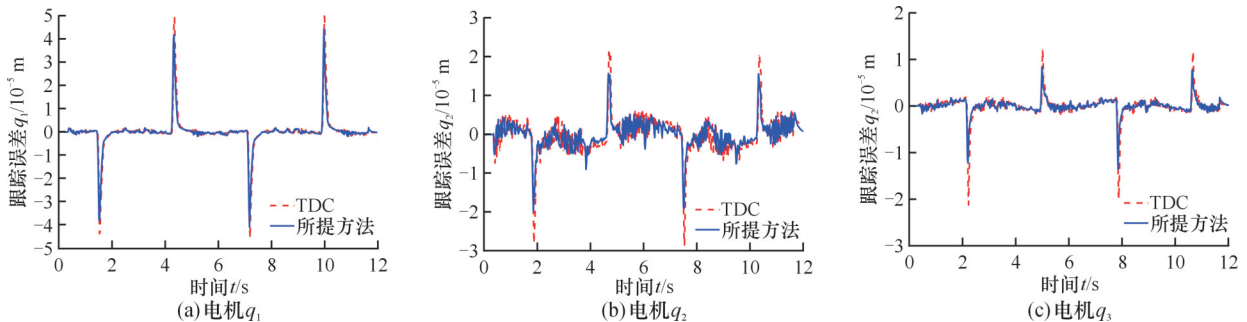


图6 所提方法和TDC在关节空间的跟踪误差

Fig.6 Tracking error in joint space with the proposed method and TDC

图6~图8所示为采用所提方法和TDC方法获得的实验结果。图6和图7所示分别为机构在

$$k_s = \text{diag}(28, 30, 30)$$

$$\bar{M} = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$$

$$N = \text{diag}(0.0006, 0.0005, 0.0006)$$

$$D = \text{diag}(60, 60, 60)$$

$$k_c = \text{diag}(0.0005, 0.0005, 0.0005)$$

TDC方法的控制参数可表示为

$$\Gamma_p = \text{diag}(3.5, 3, 4)$$

$$\Gamma_v = \text{diag}(28, 30, 30)$$

$$\bar{M}_2 = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$$

3.3 实验结果分析

为了分析对称并联运动机构对运动轨迹跟踪的控制性能,分别以 $[0 \text{ m} \ -0.01 \text{ m}]^T$ 为圆心、0.01 m为半径的圆形轨迹和 5° 幅值、0.18 Hz频率的正弦轨迹作为XZ平面和B轴的期望轨迹,如图5所示。机构在关节空间的跟踪误差和协同误差、任务空间的跟踪误差实验结果分别如图6~图8所示。

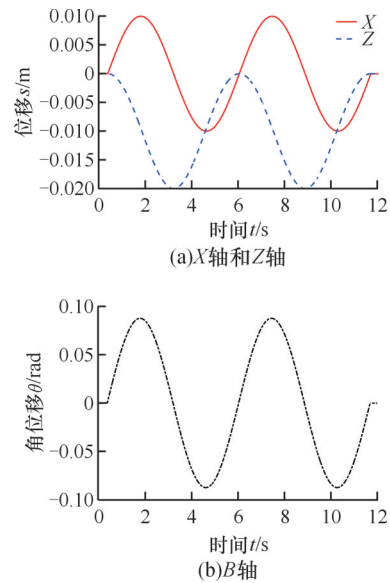


图5 X轴、Z轴和B轴的期望轨迹

Fig.5 Desired trajectories for the X, Z and B axis

关节空间的跟踪误差和协同误差,可以看出两种控制方法均提供了较好的运动性能,其中,各电机

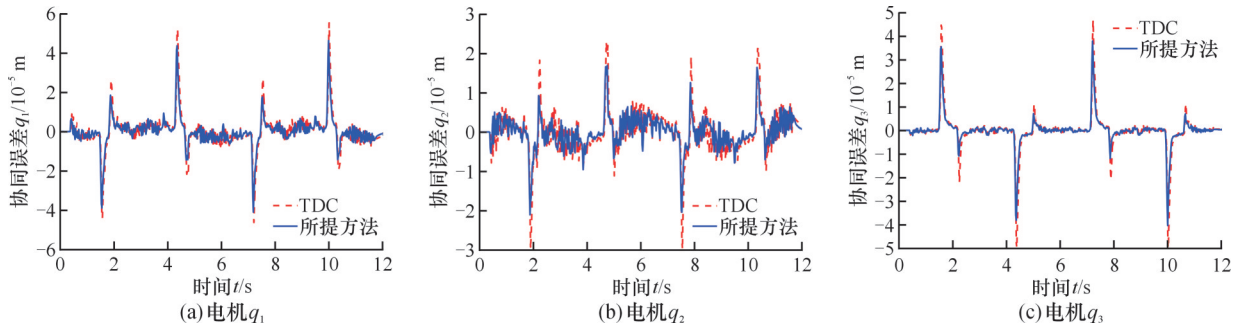


图7 所提方法和TDC在关节空间的协同误差

Fig.7 Cooperative error in joint space with the proposed method and TDC

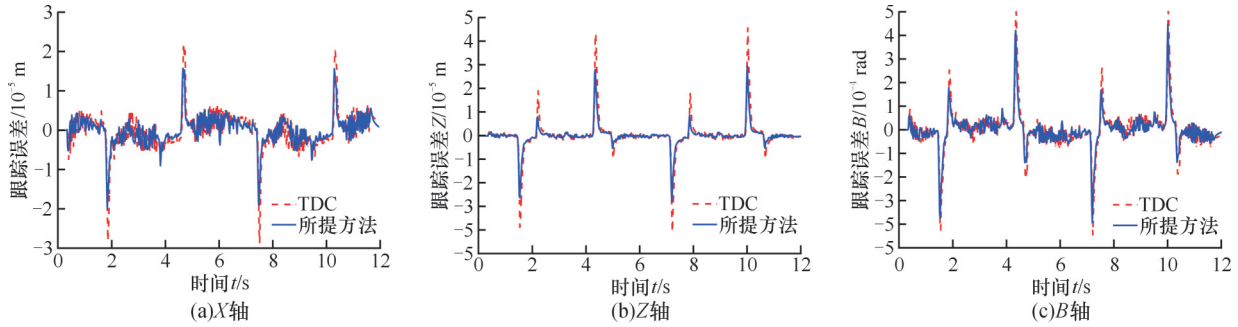


图8 所提方法和TDC在任务空间的跟踪误差

Fig.8 Tracking error in task space with the proposed method and TDC

的最大跟踪误差和最大协同误差均小于0.06 mm。同时所提方法能抑制运动起始时和变相运动时的振荡,在保证电机跟踪精度和运动同步方面具有更优的效果。图8所示为机构在任务空间的跟踪误差,可以看出所提方法在整个运动过程具有更小的最大跟踪误差,能有效减少匀速过程的运动误差,相比TDC方法具有更好的控制精度。

为了定量分析所提方法的控制效果,以均方根误差(root mean square error, RMSE)和积分绝对误差(integral absolute error, IAE)作为跟踪性能评价指标。机构在关节空间的跟踪误差和协同误差、在任务空间跟踪误差的性能对比见表1、表2。

由表1、表2可知,所提方法在跟踪性能和协同性能方面优于TDC方法。所提方法的RMSE

表1 所提方法和TDC在关节空间的跟踪误差、协同误差比较
Tab.1 Comparison of tracking error and cooperative error in joint space between the proposed method and TDC

		RMSE			IAE		
		q_1	q_2	q_3	q_1	q_2	q_3
跟踪误差/ μm	TDC	7.49	4.91	2.41	28.21	39.25	13.35
	所提方法	6.42	3.69	1.61	24.61	29.85	9.94
	减幅/%	14.3	24.8	33.2	12.8	23.9	25.5
协同误差/ μm	TDC	9.31	5.65	8.07	62.54	45.55	37.82
	所提方法	7.57	4.21	6.13	49.16	34.54	28.46
	减幅/%	18.7	25.5	23.9	21.4	24.2	24.7

表2 所提方法和TDC在任务空间的跟踪误差比较

Tab.2 Comparison of tracking error in task space between the proposed method and TDC

控制方案	RMSE			IAE		
	X/ μm	Z/ μm	B/ μrad	X/ μm	Z/ μm	B/mrad
TDC	4.91	6.98	89.61	39.25	32.75	0.61
所提方法	3.69	4.51	72.88	29.85	20.95	0.47
减幅/%	24.8	35.4	18.7	23.9	36.1	21.3

跟踪误差和协同误差较TDC方法分别减小14.3%和18.7%;同时,所提方法在X和Z方向的RMSE跟踪误差较TDC方法分别减小24.8%和35.4%。结果表明,所提方法在轨迹跟踪过程中表现出更高的准确性,这证实了它在精确跟踪和保持稳定同步方面的优异性。此外,所提方法改善了电机之间的运动协调性,从而提高了系统在关节空间和任务空间的运动精度。

最后,为了验证所提方法在高频操作下的控制性能,将圆心为 $[0 \ -0.01 \text{ m}]^T$ 、半径为0.01 m和频率为1.005 Hz的圆形曲线设定为XZ平面的期望轨迹。图9和图10所示分别为并联机构采用所提方法和TDC方法时跟踪期望轨迹的实验结果。图9所示为机构各电机的伺服指令,可以看出两种控制方法均提供了平稳的控制信号。相比TDC方法,所提方法在相同参考输入条件下能够输出更小的控制量,减少了系统产生的超调和振荡,从而显著提高了系统的控制性能。图10所示

为并联机构 X 和 Z 轴的跟踪误差实验结果,可以看出所提方法相比 TDC 方法具有更小的跟踪误

差,同时能保持良好的轨迹跟踪性能,从而验证了其优越性和稳定性。

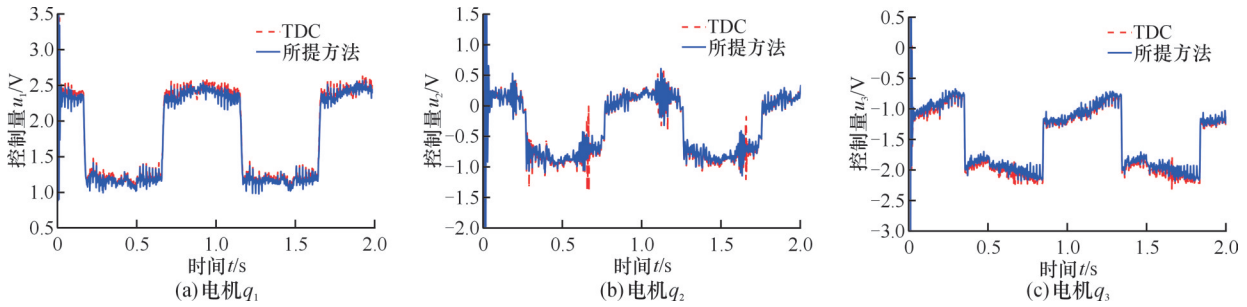


图9 并联机构各电机的伺服指令

Fig.9 Servo commands for each motor of the parallel mechanism

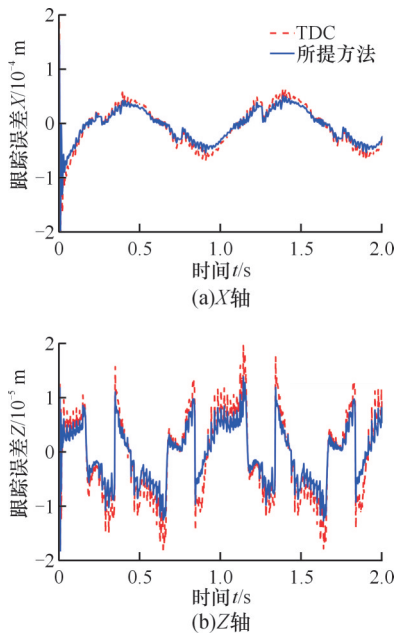


图10 并联机构 X 和 Z 轴的跟踪误差

Fig.10 Tracking errors of X and Z axis of the parallel mechanism

4 结语

为了实现并联机构中3个共定子电机的位置协同运行,本文提出了一种新型无模型交叉耦合控制方法,通过定义一个新的协同误差变量来表示相邻电机之间的运动位置关系,同时采用TDE技术将机构整体动力学应用到控制结构中进行闭环控制,有效实现了模型参数不确定性的动态补偿。根据Lyapunov定理分析了所提方法的稳定性,证明了跟踪误差和协同误差是渐近有界的。为了验证所提方法在轨迹跟踪性能上的有效性,在一种对称并联运动机构上开展了系列实验。与TDC方法相比,本文方法在 q_1 电机上的跟踪误差和协同误差的RMSE分别减小了14.3%和18.7%,同时使机构在任务空间 X 和 Z 方向上的RMSE跟踪误差分别减小24.8%和35.4%。实验

结果表明,本文方法能够有效提高各电机的协同性能和轨迹跟踪性能,并最终提高机构在任务空间的跟踪精度,为多轴运动系统轨迹跟踪的高响应协同控制提供了一种新思路。

参考文献:

- [1] YAO Suhua, GAO Guoqin, GAO Zhiqiang. On Multi-axis Motion Synchronization; the Cascade Control Structure and Integrated SMC-ADRC Design[J]. ISA Transactions, 2021, 109: 259-268.
- [2] WANG Ke, LI Ju, SHEN Huiping, et al. Inverse Dynamics of a 3-DOF Parallel Mechanism Based on Analytical Forward Kinematics[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2022, 35(1): 119.
- [3] LUO Yuheng, GAO Jian, ZHANG Lanyu, et al. Kinematic Calibration of a Symmetric Parallel Kinematic Machine Using Sensitivity-based Iterative Planning[J]. Precision Engineering, 2022, 77: 164-178.
- [4] 汪满新, 李兰彬, 李正亮, 等. 一类1T2R并联机构拓扑结构综合及优选[J]. 中国机械工程, 2022, 33(20): 2395-2402.
- [5] WANG Manxin, LI Lanbin, LI Zhengliang, et al. Topological Structure Synthesis and Optimization of 1T2R Parallel Mechanisms[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(20): 2395-2402.
- [6] BODIE K, TOGNON M, SIEGWART R. Dynamic End Effector Tracking with an Omnidirectional Parallel Aerial Manipulator[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 8165-8172.
- [7] LUO Yuheng, GAO Jian, CHEN Disai, et al. Accurate Error Compensation Method for Multi-axis Parallel Machine via Singularized Jacobi Geometric Parameter Correction and Coupling Error Evaluation[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2024, 89: 102771.

- [7] YAN Peng, HUANG Hailin, LI Bing, et al. A 5-DOF Redundantly Actuated Parallel Mechanism for Large Tilting Five-face Machining[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 172: 104785.
- [8] 梁旭, 苏婷婷, 侯增广, 等. 基于变阻抗控制的冗余驱动并联机器人多目标内力优化[J]. 自动化学报, 2023, 49(5): 1099-1115.
- LIANG Xu, SU Tingting, HOU Zengguang, et al. A Multi-objective Internal Preload Optimization Method of Redundantly Actuated Parallel Robots Based on Variable Impedance Control[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(5): 1099-1115.
- [9] HE Yuhang, WU Yaozhong, LI Weijia. Nonlinear Extended State Observer-based Adaptive Higher-order Sliding Mode Control for Parallel Antenna Platform with Input Saturation[J]. Nonlinear Dynamics, 2023, 111(17): 16111-16132.
- [10] YANG Xu, ZHU Wule. Design, Analysis, and Control of an XY Parallel Nanomanipulator with Multiple Actuation Modes[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(9): 7639-7648. [LinkOut]
- [11] KHALILPOUR S A, KHORRAMBAKHT R, TAGHIRAD H D, et al. Robust Cascade Control of a Deployable Cable-driven Robot[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 127: 513-530.
- [12] ALTAN A, HACIOĞLU R. Model Predictive Control of Three-axis Gimbal System Mounted on UAV for Real-time Target Tracking under External Disturbances[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 138: 106548.
- [13] SHANG Weiwei, CONG Shuang, GE Yuan. Coordination Motion Control in the Task Space for Parallel Manipulators with Actuation Redundancy[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2013, 10(3): 665-673.
- [14] AFLAKIAN A, SAFARYAZDI A, TALE MASOULEH M, et al. Experimental Study on the Kinematic Control of a Cable Suspended Parallel Robot for Object Tracking Purpose[J]. Mechatronics, 2018, 50: 160-176.
- [15] SHANG Weiwei, ZHANG Bin, CONG Shuang, et al. Dual-space Adaptive Synchronization Control of Redundantly-actuated Cable-driven Parallel Robots[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 152: 103954.
- [16] MERLET J P. Simulation of Discrete-time Controlled Cable-driven Parallel Robots on a Trajectory[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(3): 675-688.
- [17] PI Yangjun, WANG Xuanyin. Observer-based Cascade Control of a 6-DOF Parallel Hydraulic Manipulator in Joint Space Coordinate[J]. Mechatronics, 2010, 20(6): 648-655.
- [18] ZHANG Gang, WU Jianhua, LIU Pinkuan, et al. Dynamic Analysis and Model-based Feedforward Control of a 2-DOF Translational Parallel Manipulator Driven by Linear Motors[J]. Industrial Robot, 2013, 40(6): 597-609.
- [19] LIU Xiaofei, YAO Jiantao, LI Qi, et al. Coordination Dynamics and Model-based Neural Network Synchronous Controls for Redundantly Full-actuated Parallel Manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 160: 104284.
- [20] ZHAN Boyu, ZHANG Lanyu, LIU Yachao, et al. Model Predictive and Compensated ADRC for Permanent Magnet Synchronous Linear Motors[J]. ISA Transactions, 2023, 136: 605-621.
- [21] 商德勇, 黄欣怡, 黄云山, 等. 基于Kane方程的Delta并联机器人刚柔耦合动力学研究[J]. 机械工程学报, 2024, 60(7): 124-133.
- SHANG Deyong, HUANG Xinyi, HUANG Yunshan, et al. Research on Rigid-flexible Coupling Dynamics of Delta Parallel Robot Based on Kane Equation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(7): 124-133.
- [22] ZHU Baojun, LI Erwei, ZHAO Tieshi, et al. Dynamic Characteristics of Series-parallel Hybrid Rigid-flexible Coupling Double-mass Underactuated System on Floating Platform[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 179: 105132. [LinkOut]
- [23] SHI Pengwei, SUN Weichao, YANG Xuebo, et al. Master-slave Synchronous Control of Dual-drive Gantry Stage with Cogging Force Compensation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 53(1): 216-225.
- [24] ZHONG Yongbin, GAO Jian, ZHANG Lanyu. Fractional-order Feedforward Control Method for Permanent Magnet Linear Synchronous Motor Based on Frequency-domain Adjustment Theory[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 190: 110115.
- [25] LIU Zhitai, LIN Weiyang, YU Xinghu, et al. Approximation-free Robust Synchronization Control for Dual-linear-motors-driven Systems with Uncertainties and Disturbances[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(10): 10500-10509.
- [26] XIE Bin, LEI Li, YAO Yuan, et al. Advanced Synchronous Control of Dual Parallel Motion Systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 70(2): 1270-1281.
- [27] 张鑫, 刘金国. 基于时延估计的空间机器人无模型姿态解耦控制[J]. 宇航学报, 2021, 42(9): 1150-1161.