

DOI: 10.15886/j.cnki.hdxzbzkb.2024030102

CSTR: 32403.14.hndk.2024030102

热带海岛工程



引用格式: 马永奇, 李继拓, 吴晓冬, 等. 弹簧边界条件下双参数地基上水平输流管道稳定性分析 [J]. 海南大学学报(自然科学版中英文), 2025, 43(1): 50-58.

Citation: MA Yongqi, LI Jituo, WU Xiaodong, et al. Stability of fluid conveying pipe on the two-parameter foundations with elastic support boundary conditions[J]. Natural Science of Hainan University, 2025, 43(1): 50-58.

弹簧边界条件下双参数地基上水平输流管道 稳定性分析

马永奇¹, 李继拓², 吴晓冬³, 沈义俊^{1*}, 尤云祥⁴, 冯爱春⁴

(1. 海南大学 海洋科学与工程学院, 海南 海口 570228; 2. 海南大学 网络空间安全学院, 海南 海口 570228;

3. 中国石油集团海洋工程有限公司, 北京 100028;

4. 上海交通大学 三亚崖州湾深海科技研究院, 海南 三亚 572000)

摘要: 研究了双参数地基下输流管道在弹簧支承边界条件下的振动稳定性。基于欧拉-伯努利梁理论, 采用哈密顿原理建立输流管道动力学方程, 考虑两端弹簧支承边界条件, 通过改变弹簧刚度大小, 可以简化成多种边界条件。利用调和微分求积(HDQ)方法对振动方程进行离散化求解计算, 分析了水平输流管道不同弹簧刚度、双参数地基参数、流体质量比对管道临界速度、临界频率和模态振型的规律。研究结果表明: 弹性地基可以有效地提高管道振动的稳定性。此外, 弹簧支承和地基对管道的振动模态有显著影响。

关键词: 弹性支承; 输流管道; 哈密顿原理; 临界速度

中图分类号: O321

文献标志码: A

文章编号: 1004-1729(2025)01-0050-09

Stability of fluid conveying pipe on the two-parameter foundations with elastic support boundary conditions

MA Yongqi¹, LI Jituo², WU Xiaodong³, SHEN Yijun^{1*}, YOU Yunxiang⁴, FENG Aichun⁴

(1. School of Marine Science and Engineering, Hainan University, Haikou 570228, China;

2. School of Cybersecurity, Hainan University, Haikou 570228, China;

3. CNPC Offshore Engineering Co. Ltd., Beijing 100028, China;

4. Sanya Yazhou Bay Deep-Sea Science and Technology Research Institute, Shanghai Jiao Tong University, Sanya 572000, China)

Abstract: In the report, the vibration stability of fluid conveying pipe under two-parameter foundations with elastic support boundary conditions was investigated. Based on the Euler-Bernoulli beam theory, the Hamiltonian principle was used to establish the dynamic equations of the pipe. The change of spring stiffness simplified the elastic support boundary conditions at both ends into various boundary conditions. The harmonic differential quadrature (HDQ) method was used to discrete and solve the vibration equations. The effects of the different spring stiffnesses, two parameter foundation parameters, and the fluid mass ratios on the critical velocity, critical frequency, and modal shape of the pipe were analyzed. The results indicated that the elastic

收稿日期: 2024-03-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(52231012)

作者简介: 马永奇(1991—), 男, 山东菏泽人, 博士, 副研究员, 研究方向: 输流管道流固耦合, E-mail: 996418@hainanu.edu.cn

通信作者: 沈义俊(1963—), 男, 湖北武汉人, 博士, 教授, 研究方向: 深海能源与矿物资源开发系统技术与装备研发, E-mail: sheny2000@hainanu.edu.cn

foundation could effectively improve the stability of pipeline vibration. Additionally, the spring support and foundation had a significant effect on the vibration modes of the pipe.

Keywords: elastic support; fluid conveying pipe; Hamiltonian principle; critical velocity

0 引言

在石油工程领域, 运输石油和天然气的过程中通常会穿越许多复杂地形, 如砂石、砾石、土壤、岩石等一些混合地形。当石油或天然气通过管道输送到这些复杂地形时, 管道会受到内部流体引发不稳定的振动, 可能会造成管道的疲劳破坏^[1-2]。因此, 输流管道在弹性地基下的稳定性引起了国内外学者的广泛关注。

当输流管道位于土壤等弹性介质中时, 土壤的性能会影响管道的振动特性。地基按照力学特性可分为线弹性、粘弹性、多参数控制和非线性等地基模型, 其中温克勒(Winkler)模型为单参数模型, 该模型将土壤简化为一系列恒定刚度和紧密间隔的线性弹簧^[3-5]。但随着复杂地基条件越来越复杂, Winkler 模型不能很好地反映管道和土壤之间的相邻位移不连续性。学者们提出了改进的地基模型来模拟真实的土壤特性, 包括 Filonenko-Borodich 地基^[6]、Pasternak 地基^[7]、Reissner 地基^[8]和弹性半空间地基模型等, 其中 Pasternak 模型是最合理和最常用的双参数弹性地基模型, 该模型考虑了土壤在垂直方向上的实际剪切效应, 既能克服 Winkler 模型不能正确表征压力扩散的缺陷, 又能简单快速地计算出结果^[9]。Balkaya 等^[10]研究了在固支-固支、固支-简支、固支-自由端、简支-简支 4 种不同边界条件下双参数弹性地基上管道的动力特性。颜雄等^[11]基于哈密顿原理建立了两端弹性支承输流管道横向振动模型, 研究了两端非对称弹性约束下的系统固有特性。Ma 等^[12]基于欧拉-伯努利梁理论推导出了弹性地基和边界条件下输流管道振动模型, 通过数值模拟了不同边界条件、弹性约束支承参数、弹性地基参数和流体质量比对输流管道的稳定性影响规律。当输流管道同时考虑双参数弹性地基和管道两端的弹簧约束情况, 管道会经历丰富的动力学行为。鲜有研究在两端弹簧约束下输流管道双参数地基的稳定特性问题。

笔者利用哈密顿原理对弹性地基作用下的水平输流管道系统进行建模, 推导出输流管道的振动偏微分方程, 再结合管道两端弹簧支承的边界条件, 得到弹簧支承水平输流管道在双参数地基作用下的振动偏微分方程, 并利用 HDQ 方法对振动控制方程进行离散化求解计算, 分析了水平输流管道不同弹簧弹性刚度、双参数地基参数、流体质量比对管道临界速度、临界频率和模态振型的影响, 为今后输流管道稳定性设计和施工提供理论支撑。

1 控制方程

1.1 模型的建立 以双参数弹性地基作用下水平输流管道为研究对象。为了研究方便, 管道作以下假设: 管道不受轴向剪切力影响, 管道内流体为不可压缩均匀流体, 管道垂向运动与管直径相比很小。基于以上假设条件, 采用小变形假设, 将管道作为欧拉-伯努利梁模型处理, 利用哈密顿原理推导出输流管道的控制方程。管道系统的总动能(T)包括管道的动能和内部流体的动能, 其表示为

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L m_p \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L m_f \left(U^2 + 2U \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right) dx \quad (1)$$

其中, $w(x, t)$ 为管道垂向位移, L 为管道总长度, x 为沿管道中心线的水平坐标, t 为时间, m_p 和 m_f 分别表示单位长度管道的质量和内部流体的质量。

管道系统的总势能(V)包括管道弹性应变能和双参数弹性地基中的势能之和, 其表示为

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L k(w)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L G_p \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2)$$

根据哈密顿原理, 系统的方程可以写成

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V) dt = 0 \quad (3)$$

将方程(1)~(2)代入方程(3)中,得到输流管道控制方程为

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_f U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - G_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + kw = 0 \quad (4)$$

其中, EI 为管道弹性恢复力, $m_f U^2$ 为内部流体引发的离心力, $2m_f U \partial^2 w / \partial x \partial t$ 为内部流体引发的科氏力, $(m_f + m_p) \partial^2 w / \partial t^2$ 为管道和流体的惯性力, $G_p \partial^2 w / \partial x^2$ 为弹性地基剪切力, kw 为地基弹簧约束力。

方程(4)通过以下变量使用轴向空间变量 ξ , 横向位移 η 和时间 τ ,

$$\xi = \frac{x}{L}, \eta = \frac{w}{L}, \tau = \left(\frac{EI}{m_f + m_p} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{t}{L^2} \quad (5)$$

得到

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + (u^2 - b) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2\beta^{\frac{1}{2}} u \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + a\eta = 0 \quad (6)$$

其中,

$$a = \frac{kL^4}{EI}, b = \frac{G_p L^2}{EI}, u = \left(\frac{m_f}{EI} \right)^{\frac{1}{2}} LU, \beta = \frac{m_f}{m_f + m_p} \quad (7)$$

其中, u 为无量纲内流流速, a 和 b 分别为无量纲 Winkler 地基参数和剪切地基参数, β 为无量纲流体质量比。

振动控制方程(6)受到两端有弹簧的约束,即柔性-柔性端。在管道两端受到弹簧支承的双参数弹性地基上输流管道如图1所示,其中 $k_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为两端的横向弹簧刚度和侧向弹簧刚度。需要说明的是,当 $k_1, k_2 \rightarrow \infty, k_3, k_4 \rightarrow \infty$ 时,管道边界条件为固支-固支端;当 $k_1, k_3 \rightarrow \infty, k_2, k_4 = 0$ 时,管道边界条件为简支-简支端;当 $k_1, k_2 \rightarrow \infty, k_3, k_4 = 0$ 时,管道边界条件为悬臂端;当 $k_1, k_2, k_3 \rightarrow \infty, k_4 = 0$ 时,管道边界条件为固支-简支端。

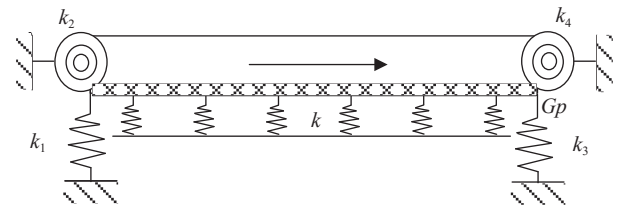


图1 双参数地基上水平管道输流管道结构示意图

边界条件:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} - \kappa_2 \frac{\partial \eta}{\partial \xi} &= 0, \frac{\partial^3 \eta}{\partial \xi^3} + \kappa_1 \eta = 0, \xi = 0 \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \kappa_4 \frac{\partial \eta}{\partial \xi} &= 0, \frac{\partial^3 \eta}{\partial \xi^3} - \kappa_3 \eta = 0, \xi = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

其中,无量纲弹簧约束刚度 $\kappa_{1,3}$ 和 $\kappa_{2,4}$ 分别表示为 $k_{1,3}L/EI$ 和 $k_{2,4}L^3/EI$ 。

1.2 调和微分求积法求解控制方程

1.2.1 调和微分求积法基本原理 HDQ法的本质是把函数在给定网格点处的任意偏导数近似为整个域内所有网格点上函数值的加权线性和。权系数的确定是数值计算的关键^[13]。数学上可以写成

$$\frac{\partial^n f(x_i)}{\partial x^n} = \sum_{j=1}^N A_{ij}^{(n)} f(x_j), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

其中, $f(x)$ 为连续函数, N 为网格点个数, n 为 $f(x)$ 的 n 阶导数, $A_{ij}^{(n)}$ 表示 n -阶导数的加权系数。

Striz等^[14]将调和微分求积法引入结构振动领域。与HDQ方法不同, DQM利用多项式函数作为基函数。HDQ方法采用三角函数作为基函数。Shu等^[15]给出了HDQ方法加权系数的显式计算方法,并给出了调和函数 $h_i(x)$

$$h_i(x) = \frac{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N \sin[\pi(x-x_j)/2]}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^N \sin[\pi(x_i-x_j)/2]}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

当 $i \neq j$ 时, 一阶导数 $A_{ij}^{(1)}$ 和二阶导数 $A_{ij}^{(2)}$ 的权系数由

$$A_{ij}^{(1)} = \frac{\pi P(x_i)/2}{P(x_j) \sin[\pi(x_i-x_j)/2]}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

$$A_{ij}^{(2)} = A_{ij} \left[2A_{ii}^{(1)} - \pi \cot\left(\frac{x_i-x_j}{2}\right) \pi \right] \quad (12)$$

其中,

$$P(x_i) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \sin\left(\frac{x_i-x_j}{2} \pi\right) \quad (13)$$

对于 $i = j$ 时, $A_{ij}^{(n)}$ 的一阶和二阶导数的权系数定义为

$$A_{ii}^{(n)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij}^{(n)}, \quad n = 1, 2 \quad (14)$$

因此, 高阶导数的权系数表示为

$$A_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(1)} A_{kj}^{(n-1)} \quad (15)$$

网格点的选择是调和微分求积法计算精度的重要影响因素。通过使用不等间距离散 $x (0 \leq x \leq 1)$, 同时引入 2 个相邻的 δ -点 ($\delta = 10^{-6} \sim 10^{-3}$) 在 2 个边界的末端的网格点位置。网格点布置见图 2。

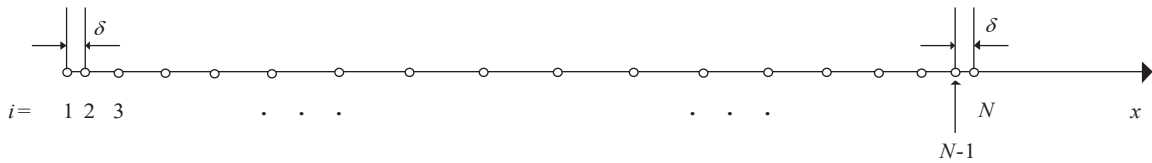


图 2 相邻 δ -点的 不等间距网格点示意图

具有相邻 δ -点的间距不等的网格点表示为

$$x_1 = 0, x_2 = \delta, x_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{i-2}{N-3} \pi\right) \right], \quad (i = 3, 4, \dots, N-2), x_{N-1} = 1 - \delta, x_N = 1 \quad (16)$$

1.2.2 调和微分求积法求解控制方程 位移 $\eta(\xi, \tau)$ 是变量 ξ 和变量 τ 函数。方程(6)的解表示为

$$\eta(\xi, \tau) = \Delta(\xi) \exp(\Omega \tau) \quad (17)$$

其中, Ω 表示系统的特征值, Δ 代表系统的位移, 与时间 τ 无关。

将方程(17)代入方程(6), 然后利用 HDQ 对方程进行离散化, 得到离散化形式如下

$$\sum_{j=1}^N [A_{ij}^{(4)} + (u^2 - b)A_{ij}^{(2)}] \Delta_j + a \Delta_i + \Omega \left[\sum_{j=1}^N 2\sqrt{\beta u} A_{ij}^{(1)} \Delta_j \right] + \Omega^2 \Delta_i = 0, \quad i = 3, 4, \dots, N-2 \quad (18)$$

同理, 管道边界条件的微分变换形式为

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N (A_{1j}^{(2)} - \kappa_2 A_{1j}^{(1)}) \Delta_j = 0, \sum_{j=1}^N A_{1j}^{(3)} \Delta_j + \kappa_1 \Delta_1 = 0 \\ \sum_{j=1}^N (A_{Nj}^{(2)} + \kappa_4 A_{Nj}^{(1)}) \Delta_j = 0, \sum_{j=1}^N A_{Nj}^{(3)} \Delta_j - \kappa_3 \Delta_N = 0 \end{aligned} \tag{19}$$

联立方程(18)~(19)可变形为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{bb} & \mathbf{A}_{bd} \\ \mathbf{A}_{db} & \mathbf{A}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_b \\ \mathbf{A}_d \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{db} & \mathbf{B}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_b \\ \mathbf{A}_d \end{bmatrix} + \Omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_b \\ \mathbf{A}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\mathbf{A}_b = (\Delta_1 \ \Delta_2 \ \dots \ \Delta_{N-1})^T, \mathbf{A}_d = (\Delta_3 \ \Delta_4 \ \dots \ \Delta_{N-2})^T$$

其中,下标 b 表示与边界点密切相关的元素, d 是其他元素, $\mathbf{0}$ 表示空矩阵, \mathbf{I} 表示具有 $d \times d$ 阶的单位矩阵。将无量纲位移矢量 \mathbf{A}_b 消去,可得到简化的方程

$$(\Omega^2 \mathbf{M} + \Omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{A}_d = 0 \tag{21}$$

通过求解方程(21),可得到特征值 Ω 是一组复数 $\Omega = \text{Re}(\Omega) + i\text{Im}(\Omega)$, 实部的 $\text{Re}(\Omega)$ 对应管道的频率, 虚部的 $\text{Im}(\Omega)$ 则与阻尼有关。当 $\text{Im}(\Omega) < 0$ 而 $\text{Re}(\Omega) \neq 0$ 时,表示管道发生振荡失稳,即颤振。当 $\text{Im}(\Omega) = 0$ 而 $\text{Re}(\Omega) = 0$ 时,表示管道发生静态发散。当 $\text{Im}(\Omega) = 0$ 时的 u 值就是管道的无量纲临界流速 u_{cr} ^[16],如图3所示。

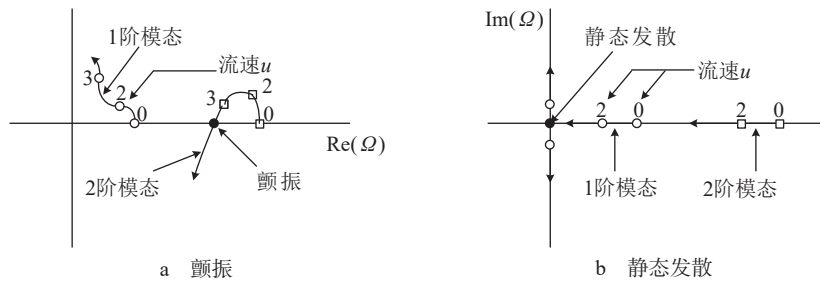


图3 2种不稳定类型的 Argand 图

2 结果与讨论

通过考虑两端弹性支承和双参数地基的影响,对水平输流管道的稳定性进行分析,得到了影响管道稳定性的关键参数,分析了弹簧刚度、双参数地基参数和质量流体比对水平输流管道临界流速和振动模式的影响规律。

2.1 数值模型验证 为了验证 HDQ 方法准确性,图4显示了在的简支-简支端边界条件下前四阶固有频率的收敛性随网格点数 N 的变化规律。从图4中可以看出,计算结果随网格点数 N 的增大而收敛,且当网格点数 $N = 22$ 时数值计算结果可以精确到小数点后4位。因此,取网格点 $N = 22$ 进行数值求解。

Balkaya 等^[10]研究了含双参数弹性地基上简支-简支管道输送流体的振动特性,将简支-简支水平输流管道的数值结果与 Balkaya 等^[10]的数值结果进行对比。图5显示了具有2组不同地基参数的简支-简支水平输流管道的振动频率和阻尼数值对比,方程参数选取: $a = 0, b = 0, \beta = 0.2$ 和 $\kappa_1, \kappa_3 \rightarrow \infty, \kappa_2, \kappa_4 = 0$; $a = 200, b = 3, \beta = 0.2, \kappa_1, \kappa_3 \rightarrow \infty, \kappa_2, \kappa_4 = 0$ 。可

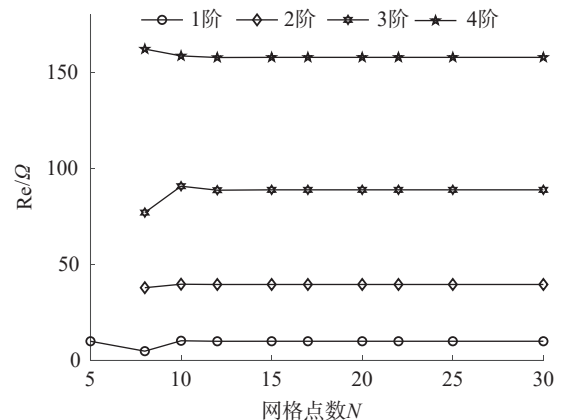


图4 简支-简支端无量纲固有频率的收敛性分析

以得到,模型计算结果与已发表的结果拟合一致,验证了该模型的准确性。

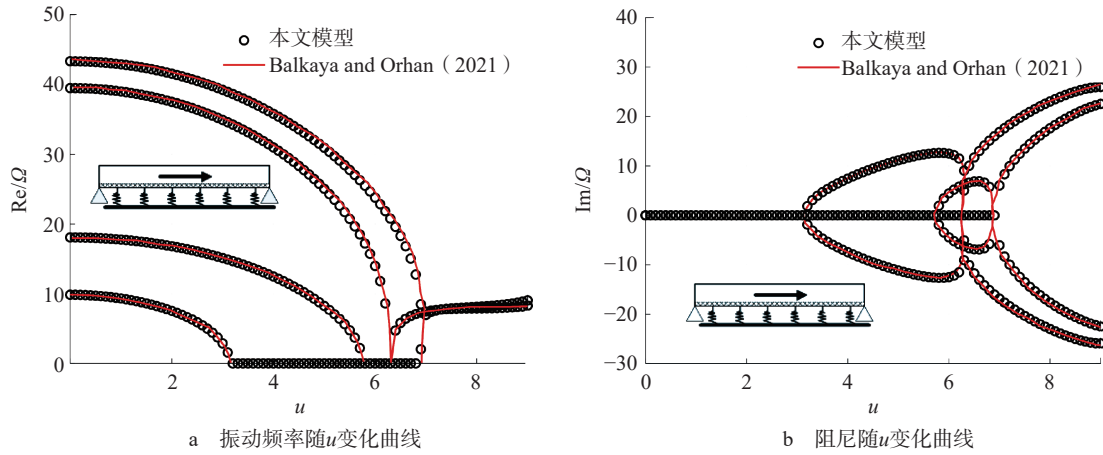


图 5 简支-简支管道振动频率和阻尼随 u 变化曲线

2.2 弹簧刚度影响 对具有 2 种参数的输流管道进行数值模拟: 参数组合 1: $a = 0, b = 0, \beta = 0.2$ 和 $\kappa_1 = \kappa_2 = 10$; 参数组合 2: $a = 0, b = 0, \beta = 0.2$ 和 $\kappa_1 = \kappa_2 = 50$ 。图 6 显示了输流管振动频率和阻尼随流速 u 的变化情况。从图 6 可以看出, 频率的实部随着流速的增加而减小, 而虚部在 u 达到临界值 u_{cr} 之前保持为零。对于参数组合 1 情况, 管道在 $u_{cr} = 3.95$ 时发生静态发散不稳定性, 当临界速度 $u_{cr} = 5.63$ 时出现耦合模态颤振。对于参数组合 2 情况, 静态发散不稳定性发生在 $u_{cr} = 5.49$, 随后又在 $u_{cr} = 6.29$ 出现耦合模态颤振。

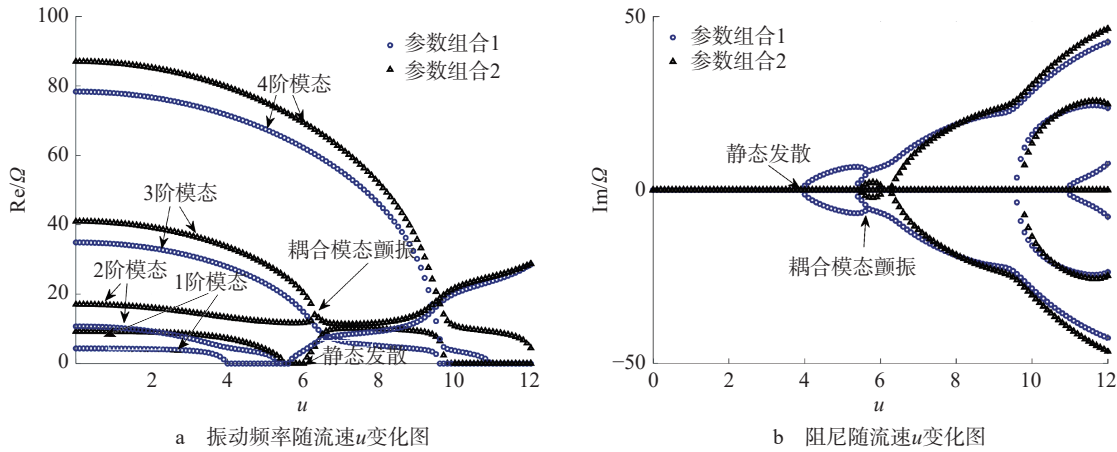


图 6 具有弹性地基的柔性-柔性管的前四阶振动频率和阻尼随流速 u 变化图

为了研究弹簧刚度参数的影响, 图 7 展示了不同弹簧刚度参数 $\kappa_{1-2}, \kappa_{3-4}$ 对弹性边界条件下的输流管道的临界速度的影响。从图 7 可以看出, 弹簧的影响取决于管道两端的弹簧刚度 κ 。此外, 无论 κ 如何取值, 管道均发生静态发散失稳。随着 κ_{1-2} 和 κ_{3-4} 的增大, 管道的临界速度明显增大。

图 8 显示了不同流体质量比下不同两端约束刚度的输流管道的临界速度的影响, $a = 0$ 和 $b = 0$ 。从图 8 可以看出, 无论 κ 的值如何, 管道的临界速度随着 β 的增加而保持恒定。此外, κ 值越大, 临界速度越大。当 $\kappa_{1,2} \rightarrow \infty$ 和 $\kappa_{3,4} \rightarrow \infty$ 时, 柔性-柔性管变为固支-固支管道, 在此情况下, 管道临界速度 u_{cr} 为 6.28, 其结果与 Ni 等^[17] 固支-固支端临界速度计算一致。这里需要指出的是, 在 κ 的不同值下, 柔性-柔性管道的失稳类型均发生静态发散。

为了研究不同弹簧刚度 κ 对管道模态振型的影响。图 9 显示了不同 κ 值的水平输流管道的第一模态振型情况, 参数为 $a = 0, b = 0, \beta = 0.5$ 和 $u = 5$ 。从图 9 中可以看出, 当弹簧刚度值较小时, 管道一阶模态最大振幅出现在管道末端。弹簧刚度值越大, 管道一阶模态最大振幅不总是出现在管道末端, 而是出现在管道的四分之三位置处。较大的弹簧约束刚度使得管道一阶模态振型的最大振幅不总是出现在管道末端, 而是出现在管道上部的位置。

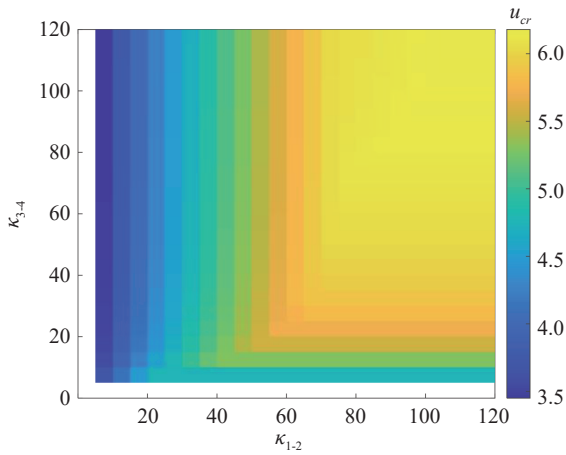


图7 管道临界流速随弹簧约束刚度 κ_{1-4} 变化图

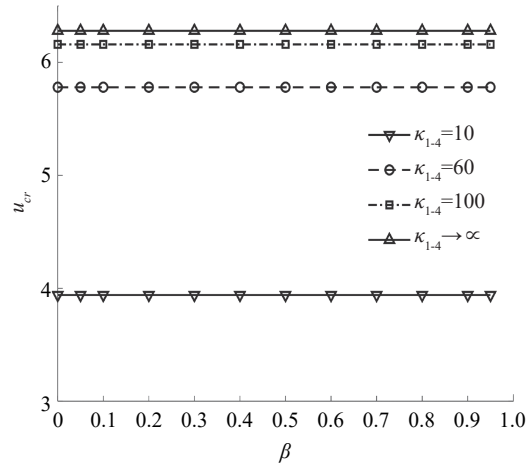


图8 柔性-柔性管的临界速度 u_{cr} 随流体质量比 β 变化图

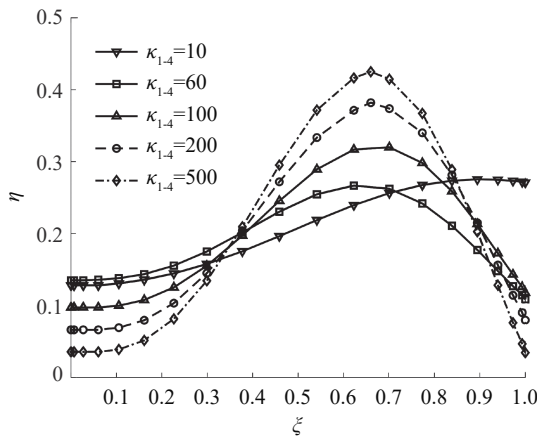


图9 柔性边界条件下输流管道的一阶模态振型曲线

2.3 弹性地基参数影响 对具有2种弹性地基参数的输流管道进行了数值模拟: 参数组合1: $a = 100$, $b = 5$, $\beta = 0.2$ 和 $\kappa_1 = \kappa_2 = 10$; 参数组合2: $a = 200$, $b = 10$, $\beta = 0.2$ 和 $\kappa_1 = \kappa_2 = 10$ $\kappa_1 = 4$ 。图10显示了输流管道振动频率和阻尼随流速 u 的变化情况。从图10可以看出, 频率的实部随着流速的增加而减小, 而虚部在 u 达到临界值 u_{cr} 之前保持为零。对于参数组合1情况, 管道在 $u_{cr} = 5.84$ 时发生静态发散不稳定性, 当临界速度 $u_{cr} = 6.73$ 时出现耦合模态颤振不稳定性。对于参数组合2情况, 耦合模态颤振发生在 $u_{cr} = 7.08$, 随后又在 $u_{cr} = 7.23$ 出现静态发散失稳。此外, 随着2个地基参数 a 和剪切地基参数 b 的增加, 失稳类型的顺序发生了变化。

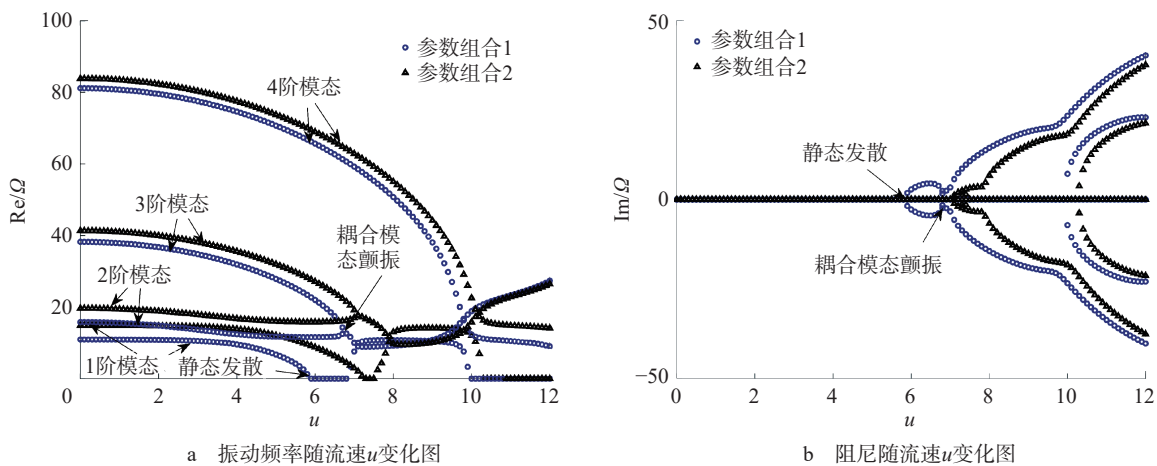


图10 具有弹性地基的输流管道的前四阶振动频率和阻尼随流速 u 变化图

为了研究弹性地基的影响,对管道受到 Winkler 地基参数 a 和剪切地基参数 b 共同影响下临界流速和模态振型进行了研究,其中参数选取 $\beta = 0.3$, $\kappa_{1-4} = 50$, 如图 11 所示。结果表明:当剪切参数 b 较小时,临界速度随参数 a 的增加而显著增加,而当 $b \geq 50$ 时,参数 a 对临界流速 u_c 影响不太明显;如果 a 的值保持恒定,则临界速度随着参数 b 的增加而显著增加。例如,当 $a = 50$ 时,通过将剪切地基参数 b 从 0 增加到 50,观察到输流管道的临界速度增加了约 63.1%。类似地,对于 $b = 10$,通过将 a 从 0 增加到 50,观察到输流管道的临界速度增加了约 7.3%。这些结果表明,增加参数 a 和 b 可以提高流体输送管道的稳定性,并延迟管道的发散或颤振不稳定性的发生。

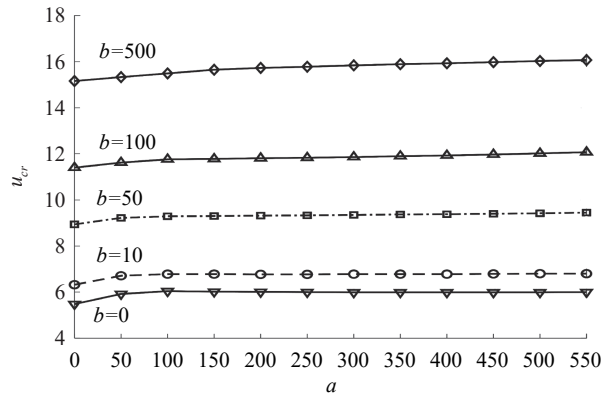
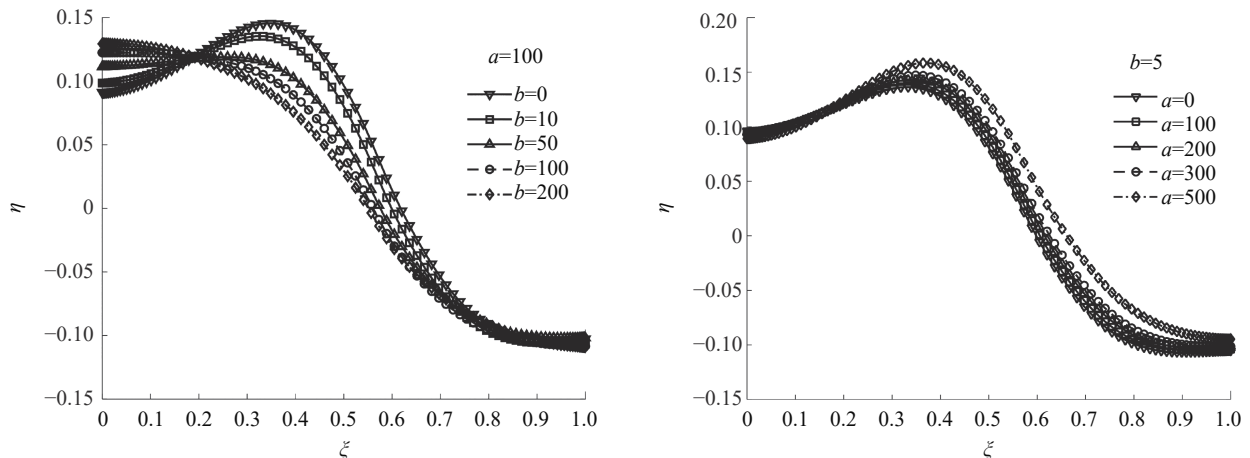


图 11 对于柔性-柔性管输流管道临界速度 u_c 随地基参数 a 变化结果

图 12 显示了具有不同 Winkler 地基参数 a 和剪切地基参数 b 的输流管道的第一模态振型曲线,其中参数选取 $\beta = 0.5$, $\kappa_{1-4} = 50$, $u = 5$ 。结果表明:参数 a 和 b 越大,管道的第一模态振型振幅就越小。例如,对于 $b = 5$ 情况下,通过将 a 从 0 增加到 200,观察到输流管的振幅减少了约 11.2%。



a 恒定参数 a 和不同参数 b 第一模态振型结果

b 恒定参数 b 和不同参数 a 第一模态振型结果

图 12 柔性-柔性输流管道第一模态振型结果

3 结论

研究了两端弹簧支承下水平输流管道在双参数地基作用下的稳定性问题。首先利用哈密顿原理推导出了含双参数弹性地基作用下的水平输流管道振动控制方程,然后利用调和微分求积数值算法对控制方程进行离散求解,最后分析和讨论了两端约束刚度和双参数弹性地基参数对管道临界流速和频率以及模态振型的影响,得出以下结论:

- (1) 两端弹簧刚度显著增加管道临界速度,不同流体质量比对两端弹簧边界条件下输流管道临界流速没有影响;
- (2) 双参数地基参数可以明显增加管道临界速度,其中剪力地基参数对管道临界流速的影响大于 Winkler 地基参数,弹性地基系数的增加可以减小一阶模态振型的最大振幅;
- (3) 弹簧支承和地基对管道的模态形状有显著影响。较大的弹性约束刚度不能保证一阶模态振型的最大振幅总是出现在管道末端,而是出现在管道上部的某个位置。
- (4) 通过该模型可以根据实际的作业工况来合理布置输流管道的两端的弹簧刚度提高管道的稳定性。此外,管道周围土体可有效提高输流管道的临界流速和减小管道的模态振型,工程上可以掩埋管道和改变管道两端的弹簧刚度来提高输流管道的稳定性。

参考文献:

- [1] 梁峰, 金基铎, 杨晓东, 等. 弹性地基上输流管道的静态和动态稳定性研究 [J]. 工程力学, 2010, 27(11): 166–171.
- [2] 马永奇, 沈义俊, 尤云祥, 等. 附加重块和弹簧刚度对垂直悬臂输流管动力学稳定性的影响研究 [J]. 中国造船, 2023, 64(3): 212–222.
- [3] STEIN R A, TOBRINER M W. Vibration of pipes containing flowing fluids[J]. Journal of Applied Mechanics, 1970, 37(4): 906–916.
- [4] SMITH T E, HERRMANN G. Stability of a beam on an elastic foundation subjected to a follower force[J]. Journal of Applied Mechanics, 1972, 39(2): 628–629.
- [5] LOTTATI I, KORNECKI A. The effect of an elastic foundation and of dissipative forces on the stability of fluid-conveying pipes[J]. Journal of Sound and Vibration, 1986, 109(2): 327–338.
- [6] FILONENKO-BORODICH M M. Some approximate theories of the elastic foundation[J]. Uchenye Zapiski Moskovskogo Gosudarstvennogo Universiteta, 1940, 46: 3–18.
- [7] LI M, ZHAO X, LI X, et al. Stability analysis of oil-conveying pipes on two-parameter foundations with generalized boundary condition by means of Green's functions[J]. Engineering Structures, 2018, 173: 300–312.
- [8] REISSNER E. A note on deflections of plates on a viscoelastic foundation[J]. Journal of Applied Mechanics, 1958, 25(1): 144–145.
- [9] TANAHASHI H. Formulas for an infinitely long Bernoulli-Euler beam on the Pasternak model[J]. Soils and Foundations, 2004, 44(5): 109–118.
- [10] BALKAYA M, KAYA M O. Analysis of the instability of pipes conveying fluid resting on two-parameter elastic soil under different boundary conditions[J]. Ocean Engineering, 2021, 241: 110003.
- [11] 颜雄, 魏莎, 毛晓晔, 等. 两端弹性支承输流管道固有特性研究 [J]. 力学学报, 2022, 54(5): 1341–1352.
- [12] MA Y Q, YOU Y X, CHEN K, et al. Analysis of vibration stability of fluid conveying pipe on the two-parameter foundation with elastic support boundary conditions[J]. Journal of Ocean Engineering and Science, 2024, 9(6): 616–629, doi: 10.1016/j.joes.2022.11.002.
- [13] LIEW K M, TEO T M, HAN J B. Comparative accuracy of DQ and HDQ methods for three-dimensional vibration analysis of rectangular plates[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 45(12): 1831–1848.
- [14] STRIZ A G, WANG X, BERT C W. Harmonic differential quadrature method and applications to analysis of structural components[J]. Acta Mechanica, 1995, 111(1): 85–94.
- [15] SHU C, XUE H. Explicit computation of weighting coefficients in the harmonic differential quadrature[J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 204(3): 549–555.
- [16] MA Y Q, YOU Y X, CHEN K, et al. Application of harmonic differential quadrature (HDQ) method for vibration analysis of pipes conveying fluid[J]. Applied Mathematics and Computation, 2023, 439: 127613.
- [17] NI Q, ZHANG Z L, WANG L. Application of the differential transformation method to vibration analysis of pipes conveying fluid[J]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 217(16): 7028–7038.

(责任编辑: 高 喆)