

· 物理与电子信息科学 ·

引用格式:张悦,李伟.基于SU(3)李代数变换实现三能级系统的非绝热布居数转移[J].延安大学学报(自然科学版),2026,45(1):127-132. [ZHANY Y, LI W. Nonadiabatic population transfer in driven three-level systems based on the SU(3) Lie algebra transformation[J]. Journal of Yan'an University(Natural Science Edition), 2026, 45(1): 127-132.] DOI:10.13876/J.cnki.ydnse.250093

基于SU(3)李代数变换实现三能级系统的 非绝热布居数转移

张悦,李伟*

(延安大学 物理与电子信息学院,陕西 延安 716000)

摘要:对三能级量子系统的精细调控是实现受激拉曼非绝热通道演化的关键。本文提出了一个含时外场驱动三能级量子系统模型,并通过SU(3)李代数变换方法对系统的动力学过程进行了解析求解。研究表明,无论是理想演化,还是基于实际演化的脉冲截断,都能实现在基态和亚稳态之间高保真度的布居数转移。此外,还研究了环境噪声引起的退相干和衰变对布居数转移的影响。通过数值求解马尔科夫主方程,发现当退相干速率和扫描频率的比值小于 2×10^{-4} 时,系统仍能以99.9%以上的保真度沿着特定的非绝热通道演化。与已有的其他非绝热量子驱动方案相比,本方案还具有无需单光子共振或双光子共振的限制的优点。

关键词:SU(3)李代数;三能级量子系统;布居数转移;非绝热动力学;马尔科夫主方程

中图分类号:O413.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-602X(2026)01-0127-06

受激拉曼绝热通道方案(STIRAP)^[1-3]通过设计随时间变化的泵浦脉冲和斯托克斯脉冲,与三能级系统相互作用,可实现近简并或简并量子态间的相干布居数转移,目前已广泛应用于激光调控化学反应^[4-5]、原子分子碰撞动力学^[6-7],以及超导量子系统、半导体量子系统中的量子计算与量子信息处理^[8-10]等领域。该方案基于系统绝热演化特性,对控制参数具有良好鲁棒性。同时,其演化过程中无第三个量子态被占据,可以有效避免因自发辐射导致的保真度降低问题,是实现量子态相干布居数转移的有效方法。然而,STIRAP要求系统需以极慢速率完成演化,这将使得系统容易与环境发生相互作用,最终导致保真度的降低。

加速STIRAP演化的一类解决方案是引入与两个近简并或简并量子态耦合的辅助场,通过抵消非绝热效应确保系统沿原绝热通道快速演化^[11-13],但这类方案因禁闭跃迁限制,无法实现辅助场与目标量子态的直接耦合。另一类方案无需引入第三辅助场,直接构建受激拉曼非绝热通道。例如,KANG等预先给定由含时参数表示的不变量算子及其本征态,通过调控这些参数来实现布居数转移^[14];LI等在双光子共振条件下,首先将三能级系统的演化转换为两能级问题,然后利用反绝热方案和相应的么正变换,通过调整斯托克斯脉冲和泵浦脉冲,实现了快速且高保真度的布居数转移^[15];HUANG等在单光子共振条件下,利用系统具有的SU(2)李代

收稿日期:2025-09-06

基金项目:国家自然科学基金项目(12364060);陕西省教育厅项目(22JK0617);延安大学研究生教改项目(YDYJG2020002);延安大学博士科研启动项目(YDBK2018-22)

作者简介:张悦(2000—),女,硕士研究生,主要从事量子计算相关方面的研究。

*通信作者 E-mail:liweixici@126.com

数结构,通过SU(2)李代数的逆向变换方法设计了系统的含时哈密顿量^[16];LI等则在双光子共振条件下,基于三能级系统具有的部分SU(3)李代数结构,利用SU(3)变换方法逆向设计了用其生成元线性表示的哈密顿量^[17]。但这些方案都受到单光子共振或者双光子共振的限制,增加了实验实现的难度。

在SU(3)李代数的数学框架下,本文构建了一个在斯托克斯脉冲和泵浦脉冲驱动下可以解析求解的三能级系统模型,其中斯托克斯脉冲具有实拉比频率,两个脉冲均拥有有限的失谐量。模型求解的基本思路是首先将薛定谔表象下的哈密顿量用SU(3)李代数生成元线性表

示;随后通过含该生成元的正则变换,将薛定谔表象变换至正则表象,正则表象中的哈密顿量因仅含卡当算子易于求解;最后利用两表象间的关系,得到薛定谔表象下系统演化的波函数,并在此基础上研究系统非绝热动力学行为。研究结果表明,在理想情况下,三能级系统的非绝热动力学可实现完整的布居数转移。在基于实际演化的脉冲截断以及环境噪声的影响下,三能级系统仍能以99.9%以上的保真度沿着特定的非绝热通道演化。

1 模型的描述和求解

考虑一个能级无简并的A形三能级系统,其能量为 E_1 的基态、能量为 E_2 的激发态和能量为 E_3 的亚稳态分别用 $|1\rangle = (1, 0, 0)^T$ 、 $|2\rangle = (0, 1, 0)^T$ 和 $|3\rangle = (0, 0, 1)^T$ 表示。施加泵浦脉冲 $E_p(t) = E_{p0}(t)\cos\left[\int\omega_p(t)dt + \phi_p(t)\right]$ 驱动量子态 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间的耦合,而量子态 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 之间的耦合则通过斯托克斯脉冲 $E_s(t) = E_{s0}(t)\cos\left[\int\omega_s(t)dt + \phi_s(t)\right]$ 来实现。在不涉及系统的超快调控或外场与系统的强耦合作用时,可以忽略高频振荡项,即采用旋转波近似,相应的三能级系统的哈密顿量可以表示为^[21](在本文中取 $\hbar = 1$,使能量和频率取值相同),

$$H(t) = \frac{1}{2}\left[\Omega_{px}(t)\lambda_1 + \Omega_{py}(t)\lambda_2 - \Delta_p(t)\lambda_3 + \Omega_{sx}(t)\lambda_6 + \Omega_{sy}(t)\lambda_7 + \left(\Delta_p(t) - \frac{1}{2}\Delta_s(t)\right)E_3 + \sqrt{3}\left(\Delta_p(t) - \Delta_s(t)\right)\lambda_8\right], \quad (1)$$

其中, $\Omega_{px}(t)$ 和 $\Omega_{py}(t)$ 分别为泵浦脉冲的复拉比频率 $\tilde{\Omega}_p(t) = E_{p0}(t)\mathbf{d}_{21}\cdot\mathbf{e}_p$ 的实部和虚部, $\Omega_{sx}(t)$ 和 $\Omega_{sy}(t)$ 分

别为斯托克斯脉冲的复拉比频率 $\tilde{\Omega}_s(t) = E_{s0}(t)\mathbf{d}_{32}\cdot\mathbf{e}_s$ 的实部和虚部, \mathbf{d}_{21} 和 \mathbf{d}_{32} 分别为描述量子态 $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ 和 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 之间跃迁的电偶极距。 $\Delta_p(t) = E_2 - E_1 - \omega_p(t)$ 和 $\Delta_s(t) = E_2 - E_3 - \omega_s(t)$ 用于描述泵浦脉冲和斯托克斯脉冲相对于各自相关跃迁的失谐量。 $\Delta_p(t) = \Delta_s(t) = 0$ 和 $\Delta_p(t) = \Delta_s(t) \neq 0$ 分别为单光子共振和双光子共振的情形。本文研究的是 $\Delta_p(t) \neq \Delta_s(t)$ 这一情形,其研究更具有-般性。

方程(1)中的 $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8\}$ 为SU(3)李代数的六个生成元,其矩阵^[18]表示为

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

SU(3)李代数的另外两个生成元 λ_4 和 λ_5 的矩阵是

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

这些生成元满足基本的对易关系:

$$[\lambda_i, \lambda_j] = 2i \sum_k \varepsilon_{ijk} \lambda_k, \quad (4)$$

其中,反对称张量 ε_{ijk} 满足

$$\varepsilon_{123} = 2\varepsilon_{147} = 2\varepsilon_{246} = 2\varepsilon_{257} = 2\varepsilon_{345} = -2\varepsilon_{156} = -2\varepsilon_{367} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_{458} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_{678} = 1. \quad (5)$$

方程(1)中的 E_3 为非SU(3)李代数生成元的对角矩阵,其矩阵表示为

$$E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

为了实现从量子态 $|1\rangle$ 到 $|3\rangle$ 快速的布居数转移,本文提出的驱动方案中脉冲的具体表达形式为

$$\Omega_{px}(\tau) = 2\tau(2 - 3\tau^2), \Omega_{py}(\tau) = \frac{2}{\sqrt{1 - \tau^2}},$$

$$\Omega_{sx}(\tau) = -2, \Omega_{sy}(\tau) = 0,$$

$$\Delta_p(\tau) = (3\tau^2 - 1)\sqrt{1 - \tau^2},$$

$$\Delta_s(\tau) = 3\tau^2\sqrt{1 - \tau^2}, \quad (7)$$

这里已经取 $\tau = \omega t$ 对哈密顿量进行无量纲化处理。考虑系统在 $\tau \in (\tau_0, \tau_f)$ 内的演化,其中, $|\tau_{0,f}| \leq 1$ 。从方程(7)可以看到,斯托克斯脉冲具有实常数的拉比频率,两个脉冲所对应的失谐量在整个的演化

过程中有限。

接下来,将对上述驱动模型进行解析求解。考虑到方程(1)中的哈密顿量具有部分的SU(3)对称性,求解支配系统演化的薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} |\psi(\tau)\rangle = H(\tau) |\psi(\tau)\rangle \quad (8)$$

的一种有效方法是正则变换方法,具体为引入与SU(3)李代数相关的变换矩阵 $R(\tau)$,通过正则变换

$$|\psi(\tau)\rangle = R(\tau) |\psi^R(\tau)\rangle, \quad (9)$$

将薛定谔表象变换到正则表象中,在正则表象中系统演化满足新的薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} |\psi^R(\tau)\rangle = H^R(\tau) |\psi^R(\tau)\rangle, \quad (10)$$

其有效的哈密顿量可通过将方程(8)和(9)代入到方程(10)得到:

$$H^R(\tau) = R^\dagger(\tau) H(\tau) R(\tau) - i R^\dagger(\tau) \partial_\tau R(\tau). \quad (11)$$

原则上, $H^R(\tau)$ 应具有对角矩阵形式,即其能用生成元 λ_3, λ_8 及其它对角矩阵线性表示,使得薛定谔方程(10)容易求解。这里的变换矩阵 $R(\tau)$ 应含有尽可能少的非对易生成元以及随时间变化的控制参数,为此这里选取

$$R(\tau) = e^{-i\alpha(\tau)\lambda_3} e^{-i\frac{\pi}{4}\lambda_5} e^{-i\frac{\pi}{4}\lambda_7}, \quad (12)$$

其中,

$$\alpha(\tau) = \arcsin \sqrt{1 - \tau^2}, \quad (13)$$

并将方程(12)和(1)代入到方程(11)中可得

$$H^R(\tau) = f_0(\tau) E + f_3(\tau) \lambda_3 + f_8(\tau) \lambda_8 + f(\tau) E_3, \quad (14)$$

其中,

$$\begin{aligned} f_0(\tau) &= (3\tau^2 - 1) \sqrt{1 - \tau^2}, \\ f_3(\tau) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \tau - \sqrt{1 - \tau^2}, \\ f_8(\tau) &= \frac{\sqrt{6}}{4} [2\tau - \sqrt{2} (1 - 3\tau^2) \sqrt{1 - \tau^2}], \\ f(\tau) &= \frac{1}{2} (1 - 9\tau^2) \sqrt{1 - \tau^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

这里 E 为三阶单位矩阵。考虑到在正则表象中不同时刻的哈密顿量彼此对易,因此此表象下的动力学基矢可以直接计算为 $|\psi_m^R(\tau)\rangle = e^{-i \int_{\tau_0}^{\tau} H^R(\tau') d\tau'} |m\rangle$ ($m = 1, 2, 3$)。相应的,原表象中薛定谔方程的基本解为

$$|\psi_m(\tau)\rangle = R(\tau) |\psi_m^R(\tau)\rangle. \quad (16)$$

以上基于SU(3)李代数的变换方法也暗示系统拥有不变量算子 $I(\tau)$:

$$I(\tau) = R(\tau) I_0 R^\dagger(\tau), \quad (17)$$

其中,算子 I_0 的矩阵表示为三阶对角矩阵,其元素都为实常数。不难验证, $I(\tau)$ 满足等式

$$\partial_\tau I(\tau) = -i [H(\tau), I(\tau)], \quad (18)$$

其对应于本征值 m 的本征态为

$$|\varphi_m(\tau)\rangle = R(\tau) |m\rangle. \quad (19)$$

按照不变量算子理论^[19],原表象中薛定谔方程的基本解和不变量算子的本征态之间仅相差一个指数因子,即

$$|\psi_m(\tau)\rangle = e^{i\beta_m(\tau)} |\varphi_m(\tau)\rangle, \quad (20)$$

其中,指数因子可以表示为

$$\beta_m(\tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} \langle \varphi_m(\tau') | i \frac{\partial}{\partial \tau'} - H(\tau') | \varphi_m(\tau') \rangle d\tau'. \quad (21)$$

至此,已经通过以上两种方法得到了薛定谔方程的基本解。下面将研究系统的非绝热动力学行为,以实现在基态 $|1\rangle$ 和亚稳态 $|3\rangle$ 之间高保真度的布居数转移。

2 系统的非绝热动力学行为

依据方程(19)和(20),原薛定谔方程的基本解可以直接计算得到:

$$\begin{aligned} |\psi_1(\tau)\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\beta_1(\tau)} \begin{pmatrix} -\tau \\ \sqrt{1 - \tau^2} \\ 1 \end{pmatrix}, \\ |\psi_2(\tau)\rangle &= \frac{1}{2} e^{i\beta_2(\tau)} \begin{pmatrix} \tau - \sqrt{2 - 2\tau^2} \\ -\sqrt{1 - \tau^2} - \sqrt{2}\tau \\ 1 \end{pmatrix}, \\ |\psi_3(\tau)\rangle &= \frac{1}{2} e^{i\beta_3(\tau)} \begin{pmatrix} \tau + \sqrt{2 - 2\tau^2} \\ -\sqrt{1 - \tau^2} + \sqrt{2}\tau \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

其中,

$$\begin{aligned} \beta_1(\tau) &= \frac{7}{4} (\gamma - \gamma_0) - \frac{3}{32} (\sin 4\gamma - \sin 4\gamma_0) + \frac{1}{4} (\sin 2\gamma - \sin 2\gamma_0), \\ \beta_2(\tau) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} (\tau^2 - \tau_0^2) - \frac{1}{8} (\gamma - \gamma_0) - \frac{3}{32} (\sin 4\gamma - \sin 4\gamma_0) - \frac{1}{4} (\sin 2\gamma - \sin 2\gamma_0), \\ \beta_3(\tau) &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\tau^2 - \tau_0^2) - \frac{1}{8} (\gamma - \gamma_0) - \frac{3}{32} (\sin 4\gamma - \sin 4\gamma_0) - \frac{1}{4} (\sin 2\gamma - \sin 2\gamma_0), \\ \gamma &= \arcsin \tau, \gamma_0 = \arcsin \tau_0. \end{aligned} \quad (23)$$

可以看到,无论参量 τ 如何变化,都无法实现在基态 $|1\rangle$ 和亚稳态 $|3\rangle$ 之间的布居数转移。为此,需要引入另一组正交归一化的基矢 $\{\tilde{\psi}_1(\tau), \tilde{\psi}_2(\tau), \tilde{\psi}_3(\tau)\}$,其元素可以表示成由方程(22)中的波函数的线性叠加,这里取

$$\begin{aligned} |\tilde{\psi}_1(\tau)\rangle &= -\frac{\sqrt{2}\tau_0}{2}|\psi_1(\tau)\rangle - \\ &\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\tau_0^2} - \frac{\tau_0}{2}\right)|\psi_2(\tau)\rangle + \\ &\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\tau_0^2} + \frac{\tau_0}{2}\right)|\psi_3(\tau)\rangle, \\ |\tilde{\psi}_2(\tau)\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\tau_0^2}|\psi_1(\tau)\rangle - \\ &\left(\frac{\sqrt{2}\tau_0}{2} + \frac{\sqrt{1-\tau_0^2}}{2}\right)|\psi_2(\tau)\rangle - \\ &\left(\frac{\sqrt{1-\tau_0^2}}{2} - \frac{\sqrt{2}\tau_0}{2}\right)|\psi_3(\tau)\rangle, \\ |\tilde{\psi}_3(\tau)\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2}|\psi_1(\tau)\rangle + \frac{1}{2}|\psi_2(\tau)\rangle + \\ &\frac{1}{2}|\psi_3(\tau)\rangle, \end{aligned} \quad (24)$$

以确保在初始时刻 $\tau = \tau_0$,量子态 $|\tilde{\psi}_1(\tau_0)\rangle = |1\rangle$, $|\tilde{\psi}_2(\tau_0)\rangle = |2\rangle$ 和 $|\tilde{\psi}_3(\tau_0)\rangle = |3\rangle$ 。为了使系统沿着非绝热通道 $|\tilde{\psi}_1(\tau)\rangle$ 演化,以实现从量子态 $|1\rangle$ 到末时刻 $\tau = \tau_f$ 的量子态 $|3\rangle$ 的非绝热量子跃迁,参数 τ 需要满足限定条件:

$$\tau_0 \rightarrow -1, \quad \tau_f \rightarrow 1. \quad (25)$$

需要说明的是,在此限定条件下,方程(7)描述的外场强度在 $\tau \rightarrow \pm 1$ 时将趋于无穷大。因此在实际的量子调控过程中,需要对脉冲进行截断,为此取演化时间为 $\tau \in [-1 + \delta, 1 - \delta]$ 。假设在初始时刻 $\tau = -1 + \delta$ 系统处于量子态 $|1\rangle$,为了刻画脉冲截断对末时刻 $\tau = 1 - \delta$ 的量子态 $|3\rangle$ 的布居数的影响,定义最终保真度:

$$F_f = \left| \langle 3|U(1-\delta, -1+\delta)|1\rangle \right|, \quad (26)$$

其中,时间演化算符为

$$U(1-\delta, -1+\delta) = \sum_{m=1}^3 |\tilde{\psi}_m(1-\delta)\rangle \langle \tilde{\psi}_m(-1+\delta)|, \quad (27)$$

这里的非绝热通道 $|\tilde{\psi}_m(\tau)\rangle$ 如方程(24)所示。将方程(24)和(27)代入方程(26),最终保真度可以直接

计算得到:

$$F_f = (1-\delta)\sin\left[\arcsin(1-\delta) + \frac{1}{2}\sin(2\arcsin(1-\delta))\right], \quad (28)$$

取 $\delta = 0.001$ 时, $F_f \approx 0.999$,这满足容错量子计算的要求。

为了进一步刻画在非绝热演化过程中多通道跃迁,引入物理量

$$P_i(\tau) = \left| \langle \tilde{\psi}_i(\tau) | 1 \rangle \right|, \quad (29)$$

设置初始时刻系统处于基态 $|1\rangle$,相应的布居数转移过程如图1所示,其中,蓝色实线、绿色虚线和红色虚线分别表示基态 $|1\rangle$ 、亚稳态 $|2\rangle$ 和激发态 $|3\rangle$ 的布居数随时间的演化。可以看到,三能级系统的非绝热演化可实现量子态 $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 之间高保真度的布居数转移。

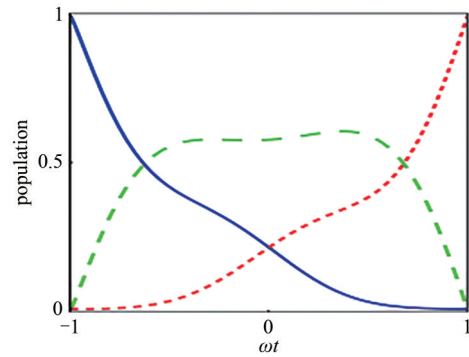


图1 三能级系统的布居数转移过程

3 相位退相干和衰变对布居数转移的影响

在实际的演化过程中,环境噪声对三能级系统的影响是不能避免的。其中,相位退相干和激发态 $|2\rangle$ 的衰变是导致保真度降低的两个重要原因。当系统与环境的相互作用较弱时,可考虑马尔科夫近似,此时开放系统的动力学演化可以通过马尔科夫主方程来描述^[20]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \rho(\tau) &= -i[H(\tau), \rho(\tau)] + \\ &\frac{1}{\omega} \sum_{k=1,3} (2L_k \rho(\tau) L_k^\dagger - L_k^\dagger L_k \rho(\tau) - \rho(\tau) L_k^\dagger L_k), \end{aligned} \quad (30)$$

其中, $\rho(\tau)$ 为系统的密度算符。超算符 L_k 在相位退相干和衰变情形下分别表示为 $L_k = \sqrt{\gamma}(|2\rangle\langle 2| - |k\rangle\langle k|)$ 和 $L_k = \sqrt{\gamma}|k\rangle\langle 2|$,这里的 γ 为对应于相关过

程的衰减率。为了刻画噪声对系统动力学演化的影响,引入保真度:

$$F(\tau) = \left| \langle \tilde{\psi}_1(\tau) | \rho(\tau) | \tilde{\psi}_1(\tau) \rangle \right|, \quad (31)$$

其中, $|\tilde{\psi}_1(\tau)\rangle$ 的精确表达式如方程(24)所示。假定初始时刻系统处于量子态 $|1\rangle$, 在相位退相干和衰变这两种情形下数值计算了方程(30), 相应的保真度 $F(\tau)$ 随参数 τ 的演化如图2所示, 其中, 红色实线、绿色虚线和蓝色虚线分别表示当 $\gamma/\omega = 2 \times 10^{-4}$ 、 $\gamma/\omega = 5 \times 10^{-4}$ 和 $\gamma/\omega = 10^{-3}$ 时, 三能级系统保真度随着无量纲参数 ωt 的演化。

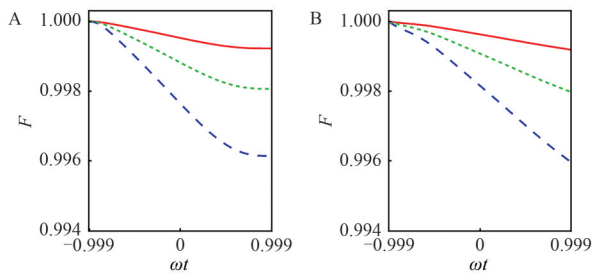


图2 噪声影响下三能级系统保真度的动力学演化

注: A. 相位退相干下, 最终的保真度可以分别达到 99.923%、99.807% 和 99.615%。B. 激发态衰变下, 最终的保真度可以分别达到 99.919%、99.798% 和 99.597%。

这里的实验参数选取如下: 脉冲作用于系统的持续时间为 $\Delta t = 1.998$ ns, 扫描频率设置为 $\omega = 10^9$ Hz, 衰减率 $\gamma = 2 \times 10^5$ Hz 这一数值可在激光解离氧分子的实验中获得^[21]。通过计算发现, 在末时刻对应于相位退相干和衰变的保真度分别达到 99.923% 和 99.919%, 能够满足在三能级量子系统中实现量子态 $|1\rangle$ 和量子态 $|3\rangle$ 之间高保真度布居数转移的要求。

4 结论

本文构建了一个含时外场驱动下可严格解析求解的三能级量子系统模型, 其中斯托克斯脉冲具有实拉比频率, 两个脉冲拥有有限的失谐量。考虑到系统具有的部分 SU(3) 李代数对称性, 本文利用 SU(3) 李代数变换方法将原薛定谔表象变换到正则表象中, 在正则表象中的哈密顿量因具有对角矩阵形式而容易求解, 基于两个表象之间的关系, 精确求解了模型并研究了系统的非绝热动力学行为。研究表明, 在理想情况下, 系统的非绝热动力学可实现完整的布居数转移。此外, 考虑到基于实际演化的脉冲截断以及环境噪声引起的退相干和

衰变对布居数转移的影响, 发现当外场截断 $\delta = 0.001$ 且 $\gamma/\omega = 2 \times 10^{-4}$ 时, 系统仍能以 99.9% 以上的保真度沿着特定的非绝热通道演化。需要强调的是, 该方案突破了传统方法对单光子或双光子共振的限制, 其简单的外场形式为三能级系统的非绝热调控提供了新思路。

参考文献:

- [1] GAUBATZ U, RUDECKI P, SCHIEMANN S, et al. Population transfer between molecular vibrational levels by stimulated Raman scattering with partially overlapping laser fields. A new concept and experimental results [J]. *The Journal of Chemical Physics*, 1990, 92(9): 5363–5376.
- [2] BERGMANN K, THEUER H, SHORE B W. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules [J]. *Reviews of Modern Physics*, 1998, 70(3): 1003.
- [3] VITANOV N V, HALFMANN T, SHORE B W, et al. Laser-induced population transfer by adiabatic passage techniques [J]. *Annual Review of Physical Chemistry*, 2001, 52(1): 763–809.
- [4] ISCHENKO A A, WEBER P M, MILLER R J D. Capturing Chemistry in Action with Electrons: Realization of Atomically Resolved Reaction Dynamics [J]. *Chemical Reviews*, 2017, 117(16): 11066.
- [5] IBRAHIM H, WALES B, BEAULIEU S, et al. Tabletop imaging of structural evolutions in chemical reactions demonstrated for the acetylene cation [J]. *Nature Communications*, 2014, 5(1): 4422.
- [6] KUMAR P, SARMA A K. Frequency-modulated few-cycle optical-pulse-train-induced controllable ultrafast coherent population oscillations in two-level atomic systems [J]. *Physical Review A*, 2013, 87(2): 025401.
- [7] OHTA Y, HOKI K, FUJIMURA Y. Theory of stimulated Raman adiabatic passage in a degenerated reaction system: Application to control of molecular handedness [J]. *The Journal of Chemical Physics*, 2002, 116(17): 7509.
- [8] LIU X, FANG G Y, LIAO Q H, et al. Fast multiqubit phase gate in circuit QED beyond the rotating-wave approximation [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(6): 062330.
- [9] SORNBORGER A T, CLELAND A N, GELLER M R. Superconducting phase qubit coupled to a nanomechanical resonator: Beyond the rotating-wave approximation [J]. *Physical Review A*, 2004, 70(5): 052315.
- [10] SONG Y, KESTNER J P, WANG X, et al. Fast control of semiconductor qubits beyond the rotating-wave approximation [J]. *Physical Review A*, 2016, 94(1): 012321.
- [11] GIANNELLI L, ARIMONDO E. Three-level superadiabatic quantum driving [J]. *Physical Review A*, 2014, 89(3):

- 033419.
- [12] DEL CAMPO A. Shortcuts to adiabaticity by counterdiabatic driving[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(10):100502.
- [13] CHEN X, LIZUAIN I, RUSCHHAUPT A, et al. Shortcut to adiabatic passage in two-and three-level atoms[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(12):123003.
- [14] KANG Y H, CHEN Y H, WU Q C, et al. Reverse engineering of a Hamiltonian by designing the evolution operators[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1):30151.
- [15] LI Y C, CHEN X. Shortcut to adiabatic population transfer in quantum three-level systems: effective two-level problems and feasible counterdiabatic driving[J]. *Physical Review A*, 2016, 94(6):063411.
- [16] HUANG B H, KANG Y H, CHEN Y H, et al. Fast quantum state engineering via universal $SU(2)$ transformation[J]. *Physical Review A*, 2017, 96(2):022314.
- [17] LI W, SONG Y. $SU(3)$ -transformation-based inverse engineering for fast population transfer in three-level Systems[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2022, 55(12):125501.
- [18] HIOE F T. Gell-Mann dynamic symmetry for N -level quantum systems[J]. *Physical Review A*, 1985, 32(5):2824.
- [19] LEWIS H R, RIESENFELD W B. 1969 An exact quantum theory of the time-dependent harmonic oscillator and of a charged particle in a time-dependent electromagnetic field[J]. *Journal of Mathematical Physics*, 1969, 10(8):1458.
- [20] XU G F, LIU C L, ZHAO P Z, et al. Nonadiabatic holonomic gates realized by a single-shot implementation[J]. *Physical Review A*, 2015, 92(5):052302.
- [21] TRAVERSO A J, SANCHEZ G R, YUAN L, et al. Coherence brightened laser source for atmospheric remote sensing[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2012, 109(38):15185.

[责任编辑 毕 伟]

Non-adiabatic population transfer in driven three-level systems based on the $SU(3)$ Lie algebra transformation

ZHANY Yue, LI Wei

(School of Physics and Electronic Information, Yan'an University, Yan'an 716000, China)

Abstract: The precise control of three-level quantum systems is the key to realizing stimulated Raman nonadiabatic transition. This paper presents a time-dependent externally driven three-level system model and analytically solves the dynamic process of the system through the $SU(3)$ Lie algebra transformation method. The research results show that both ideal evolution and actual evolution with pulse truncation can achieve high-fidelity population transfer between the ground state and the metastable state. In addition, the influence of decoherence and decay induced by environmental noise effect on population transfer was also studied. By numerically solving the Markovian master equation, it was found that when the ratio of the decoherence rate to the scanning frequency is less than 2×10^{-4} , the system can still evolve along a specific nonadiabatic passage with fidelity over 99.9%. Compared with other existing nonadiabatic schemes, the proposed scheme is not limited by single-photon resonance or two-photon resonance.

Key words: $SU(3)$ Lie algebra; three-level quantum systems; population transfer; nonadiabatic dynamics; Markovian master equation