

止水帷幕渗漏时基坑稳态渗流场解析解

余俊, 张伟杰, 李东凯
(中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘要: 为了研究止水帷幕渗漏时的各向同性土层中基坑的二维稳态渗流场, 根据基坑的对称性取基坑的一半截面进行计算, 将止水帷幕周围土层划分为5个规则的区域, 利用叠加法和分离变量法求出这5个区域内的水头分布级数解, 结合区域间的连续条件得出基坑周围渗流场的显式解析解. 将得到的水头、水压力和止水帷幕渗漏处渗流量计算结果与有限元软件计算结果以及文献中的结果进行对比, 验证了解析解的正确性, 相较于有限元解, 解析解具有更高的计算效率. 通过参数分析发现, 竖向渗漏裂缝位置和宽度对基坑水头分布和止水帷幕上的水压力的影响较小, 对渗漏位置处的渗流量的影响较大.

关键词: 二维稳态渗流; 显式解析解; 水压力; 渗流量; 止水帷幕渗漏

中图分类号: TU 43 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)12-1778-09

Analytical Solution for Steady-State Seepage in Pits During Water Stop Curtain Leakage

YU Jun, ZHANG Wei-jie, LI Dong-kai

(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China. Corresponding author: YU Jun, E-mail: jjyy1017@163.com)

Abstract: To study the two-dimensional steady-state seepage in a pit with isotropic soil during water stop curtain leakage, half the pit's cross-section is analyzed due to symmetry. The soil around the water curtain is divided into five regions, and the head distribution is solved using superposition and separation of variables, leading to an explicit analytical solution for the seepage field, considering continuity between regions. Results for head, water pressure, and seepage flow volume at leakage are compared with that of finite element software and references, confirming the analytical solution's accuracy and efficiency. Parameter analysis shows that vertical leakage crack location and width have minimal impact on head and pressure but significantly affect seepage flow volume.

Key words: two-dimensional steady-state seepage; explicit analytical solution; water pressure; seepage volume; water stop curtain leakage

近年来随着基坑开挖的深度不断增大^[1-3], 工程的难度也越来越大, 所面临的风险也逐渐增加, 基坑渗漏事故发生的频率也越来越高. 据统计, 基坑渗漏事故约54%是由降水不力造成的, 约31%是由接头开裂造成的^[4]. 为确保基坑开挖的顺利进行, 一般使用旋喷桩^[5]、搅拌桩墙^[6]、地下连续墙^[7]等作为止水帷幕. 止水帷幕一旦渗漏, 势必会延误工期, 造成严重的经济损失, 甚至还可能造成重大危害, 如地表沉降、地面塌陷、建筑

物倾斜、管道破裂等^[8-11]. 因此研究止水帷幕渗漏时基坑的渗流场十分重要.

由于止水帷幕渗漏会使基坑内外地下水位呈现不连续的变化, 现有相关研究多采用数值法. Vilarrasa等^[12]利用有限元法建立模型, 分析了止水帷幕不同渗漏程度时水位降深与时间的关系. Pujades等^[13]利用有限元法建立模型, 分析了各种不同渗漏条件下时间和水位降深导数的关系. Wu等^[14]在恒定流速和固定水位降深条件

下,通过建立流固耦合有限元模型来模拟承压含水层的止水帷幕渗漏,并分析了开挖面以下止水帷幕渗漏的影响. Wang 等^[15]采用 Geo-Studio 中的 SEEP/W 模块对某工程中止水帷幕渗漏及地质条件进行模拟分析,研究了砂砾层中存在的止水帷幕渗漏及其对过滤的影响,并在最后总结了止水帷幕质量控制策略. Wu 等^[16]对某深基坑砾石地层降水引起的止水帷幕渗漏行为进行了数值研究,分析了砾石中止水帷幕的渗漏情况.

相较于数值方法,解析法有很多优点,省去了繁琐的建模过程,效率更高,并且函数表达式能够更直接地将各影响因素表达出来,为进一步研究地下水渗流规律提供了便利条件,但目前止水帷幕渗漏对渗流场影响的解析计算研究还较少^[17].

本文将基坑附近的渗流场分为 5 个区域,利用分离变量法和叠加法推导得到渗透各向同性土层中止水帷幕渗漏时的基坑二维稳态渗流解析解. 将本文解析解计算结果与有限元软件计算结果以及参考文献中的结果进行比较,验证本文解析解的正确性. 最后,分析竖向渗漏裂缝宽度和竖向渗漏裂缝位置对基坑周围水头分布、止水帷幕上的水压力以及渗漏处的渗流量的影响.

1 止水帷幕渗漏时基坑的二维渗流模型

当基坑的长度比宽度大很多时,与长度垂直的截面渗流场可以等效为二维渗流^[18]. 根据基坑渗流的对称性,取一半截面进行研究^[19],如图 1 所示.

假设不透水层顶部上方的土层为均匀土质,土体渗流各向同性,止水帷幕不透水,止水帷幕左侧为无穷远并且有水补充,所以边界 EF 可近似视作不透水边界^[19];模型右侧边界 GH 根据基坑的对称性同样可以看作不透水. 模型左边区域的顶部水位为 h_1 ,止水帷幕右侧的坑底水位为 h_2 ,渗漏处水位为 h_3 ,止水帷幕左侧区域宽度为 b ,基坑半宽为 c ,渗漏裂缝宽度为 d_2 ,止水帷幕底部到不透水层顶部的距离为 a .

由于止水帷幕存在渗漏且上、下边界条件不一致,不能直接使用分离变量法进行求解,故依据分区域法^[19]将基坑周围的渗流场分成几个区

域进行分析求解,如图 1 所示,AD 为止水帷幕,BC 为渗漏处,DO 为透水边界. 止水帷幕存在渗漏,所以将止水帷幕左边区域分为①,②,③ 3 个区域. 由于 ADO 是不连续的,所以止水帷幕下方区域为区域④,右侧区域为区域⑤.

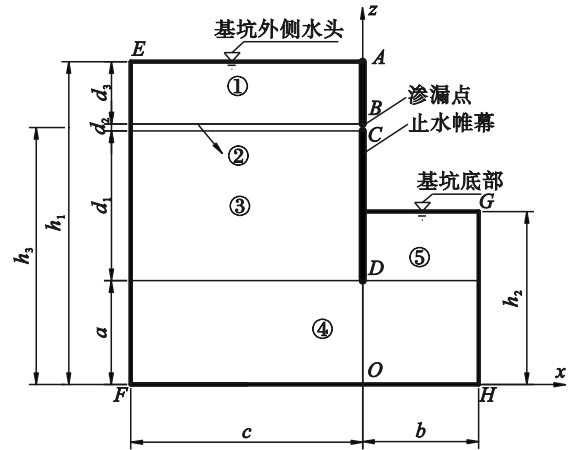


图 1 止水帷幕渗漏时基坑二维渗流模型

Fig. 1 Two-dimensional seepage modeling of foundation pit during leakage of water curtains

假设基坑周围土体中的渗流符合达西定律,则 5 个区域中的渗流满足方程:

$$\frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (1)$$

区域①~区域⑤的总水头分别用 H_1, H_2, H_3, H_4, H_5 表示.

根据区域间的连续条件和基坑的边界条件可以得出各个区域边界条件如下.

区域①的边界条件:上边界($z=h_1$), $H_1=h_1$;左边界($x=-b$), $\partial H_1/\partial x=0$;右边界($x=0$), $\partial H_1/\partial x=0$.

区域②的边界条件:左边界($x=-b$), $\partial H_2/\partial x=0$;右边界($x=0$), $H_2=a+d_1+d_2/2$.

区域③的边界条件:左边界($x=-b$), $\partial H_3/\partial x=0$;右边界($x=0$), $\partial H_3/\partial x=0$.

区域④的边界条件:下边界($z=0$), $\partial H_4/\partial z=0$;左边界($x=-b$), $\partial H_4/\partial x=0$;右边界($x=c$), $\partial H_4/\partial x=0$.

区域⑤的边界条件:上边界($z=h_2$), $H_5=h_2$;右边界($x=c$), $\partial H_5/\partial x=0$;左边界($x=0$), $\partial H_5/\partial x=0$.

区域①和区域②的连续条件为

$$\left. \begin{aligned} H_1 \Big|_{z=a+d_1+d_2} &= H_2 \Big|_{z=a+d_1+d_2}, \quad -b \leq x < 0; \\ \frac{\partial H_1}{\partial z} \Big|_{z=a+d_1+d_2} &= \frac{\partial H_2}{\partial z} \Big|_{z=a+d_1+d_2}, \quad -b \leq x < 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

区域②和区域③的连续条件为

$$\left. \begin{aligned} H_2|_{z=a+d_1} &= H_3|_{z=a+d_1}, -b \leq x < 0; \\ \frac{\partial H_2}{\partial z}|_{z=a+d_1} &= \frac{\partial H_3}{\partial z}|_{z=a+d_1}, -b \leq x < 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

区域③和区域④的连续条件为

$$\left. \begin{aligned} H_3|_{z=a} &= H_4|_{z=a}, -b \leq x < 0; \\ \frac{\partial H_3}{\partial z}|_{z=a} &= \frac{\partial H_4}{\partial z}|_{z=a}, -b \leq x < 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

区域④和区域⑤的连续条件为

$$\left. \begin{aligned} H_4|_{z=a} &= H_5|_{z=a}, 0 \leq x < c; \\ \frac{\partial H_4}{\partial z}|_{z=a} &= \frac{\partial H_5}{\partial z}|_{z=a}, 0 \leq x < c. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2 模型求解

2.1 求解渗流场

依据式(1)~式(5),利用分离变量法和叠加法可以将区域①~区域⑤的总水头写成级数和的形式.

区域①左边界和右边界都为不透水边界,即 $\partial H_1/\partial x=0$,采用叠加法可以将区域①的边界条件写为

$$\Phi_1 = \Phi_1^1 + \Phi_1^2. \quad (6)$$

其中: Φ_1^1 表示区域①上边界水头为 h_1 ,下边界为不透水边界,左右边界同样为不透水边界; Φ_1^2 表示区域①上边界水头为0,左右边界为不透水边界.

基于分离变量法^[20],当矩形区域两侧边界为不透水边界时,拉普拉斯方程的通解可以写为

$$H(x, z) = a_0 z + b_0 +$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_{0n} \cosh k_n z + B_{0n} \sinh k_n z) \cos k_n (x + d). \quad (7)$$

式中: a_0, b_0, A_{0n}, B_{0n} 均为通解中待求未知数; $k_n = n\pi/b, n=1, 2, 3, \dots$.

对于边界条件 Φ_1^1 ,在式(7)中代入上边界水头为 h_1 ,下边界为不透水的边界条件,即可解出水头表达式为

$$H_1^1(x, z) = h_1. \quad (8)$$

对于边界条件 Φ_1^2 ,在式(7)中代入上边界水头为0的边界条件,即可解出水头表达式为

$$H_1^2(x, z) = A_{10}(z - h_1) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh k_n (z - h_1) \cos k_n x. \quad (9)$$

式中: A_{10}, A_n 为水头解中待求参数.

则根据叠加法可以将区域①的总水头解表示为式(8)和式(9)相加:

$$H_1(x, z) = h_1 + A_{10}(z - h_1) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh k_n (z - h_1) \cos k_n x. \quad (10)$$

同理,区域②~区域⑤的总水头解表示为

$$H_2(x, z) = \sum_{s=1}^{\infty} [B_{1s} \cosh k_s (z - a - d_1 - d_2) + B_{2s} \cosh k_s (z - a - d_1)] \sin k_s x + a + d_1 + \frac{d_2}{2}. \quad (11)$$

式中: B_{1s}, B_{2s} 为水头解中待求参数; $k_s = (2s-1)\pi/(2b), s=1, 2, 3, \dots$.

$$H_3(x, z) = C_{10}z + C_{20} + \sum_{n=1}^{\infty} [C_{1n} \sinh k_n (z - a) + C_{2n} \cosh k_n (z - a - d_1)] \cos k_n x. \quad (12)$$

式中: $C_{10}, C_{20}, C_{1n}, C_{2n}$ 为水头解中待求参数.

$$H_4(x, z) = D_{10} + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \cosh k_i z \cos k_i (x + b). \quad (13)$$

式中: D_{10}, D_i 为水头解中待求参数; $k_i = i\pi/(b+c), i=1, 2, 3, \dots$.

$$H_5(x, z) = h_2 + E_{10}(z - h_2) + \sum_{m=1}^{\infty} E_m \sinh k_m (z - h_2) \cos k_m x. \quad (14)$$

式中: E_{10}, E_m 为水头解中待求参数; $k_m = m\pi/c, m=1, 2, 3, \dots$.

根据区域①和区域②的连续条件式(2)可以得到

$$\frac{d_2}{2} + d_3 - A_{10}d_3 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh k_n d_3 \cos k_n x = \sum_{s=1}^{\infty} (B_{1s} + B_{2s} \cosh k_s d_2) \sin k_s x, \quad (15)$$

$$A_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n k_n \cosh k_n d_3 \cos k_n x = \sum_{s=1}^{\infty} B_{2s} k_s \sinh k_s d_2 \sin k_s x. \quad (16)$$

根据区域②和区域③的连续条件式(3)可以得到

$$\sum_{s=1}^{\infty} (B_{1s} \cosh k_s d_4 + B_{2s}) \sin k_s x + a + d_1 + \frac{d_2}{2} = C_{10}(a + d_1) + C_{20} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} \sinh k_n d_1 + C_{2n}) \cos k_n x, \quad (17)$$

$$- \sum_{s=1}^{\infty} B_{1s} k_s \sinh k_s d_2 \sin k_s x = C_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{1n} k_n \cosh k_n d_1 \cos k_n x. \quad (18)$$

根据区域③和区域④的连续条件式(4)可以得到

$$D_{10} + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \cosh k_i a \cos k_i (x + b) = C_{10}a + C_{20} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \cosh k_n d_1 \cos k_n x, \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} D_i k_i \sinh k_i a \cos k_i (x+b) = C_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} k_n - C_{2n} k_n \sinh k_n d_1) \cos k_n x. \quad (20)$$

根据区域④和区域⑤的连续条件式(5)可以得到

$$D_{10} + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \cosh k_i a \cos k_i (x+b) = h_2 + E_{10} (a-h_2) + \sum_{m=1}^{\infty} E_m \sinh k_m (a-h_2) \cos k_m x, \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} D_i k_i \sinh k_i a \cos k_i (x+b) = E_{10} + \sum_{m=1}^{\infty} E_m k_m \cosh k_m (a-h_2) \cos k_m x. \quad (22)$$

根据式(17)~式(22),由傅里叶级数的性质确定常数项 $A_{10}, C_{10}, C_{20}, D_{10}, E_{10}$:

$$A_{10} b = - \sum_{s=1}^{\infty} B_{2s} \sinh k_s d_2, \quad (23)$$

$$C_{10} b = \sum_{i=1}^{\infty} D_i \sinh k_i a \sin k_i b, \quad (24)$$

$$C_{20} + (a+d_1)C_{10} - a - d_1 - \frac{d_2}{2} = - \frac{1}{k_s b} \sum_{s=1}^{\infty} (B_{1s} \cosh k_s d_2 + B_{2s}), \quad (25)$$

$$D_{10} (c+b) = C_{10} a b + C_{20} b + h_2 c + E_{10} (a-h_2) c, \quad (26)$$

$$E_{10} c = -C_{10} b. \quad (27)$$

在式(15)~式(22)各自两边分别乘以 $\sin k_s x, \cos k_r x, \cos k_r x, \sin k_s x, \cos k_i (x+b), \cos k_r x, \cos k_i (x+b), \cos k_m x$, 并各自分别在区间 $[-b, 0], [-b, 0], [-b, 0], [-b, 0], [-b, 0], [0, c], [0, c]$ 上积分,由于实际工程中不可能出现工程参数一样的情况,因此可以只考虑 $k_n \neq k_s$ 的情况,则可得到

$$- \frac{1}{k_s} \left(\frac{d_2}{2} + d_3 \right) + A_{10} d_3 \frac{1}{k_s} - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh k_n d_3 \frac{k_s}{k_n^2 - k_s^2} - \frac{b}{2} (B_{1s} + B_{2s} \cosh k_s d_2) = 0, \quad (28)$$

$$A_n k_n \cosh k_n d_3 \frac{b}{2} - \sum_{s=1}^{\infty} B_{2s} k_s \sinh k_s d_2 \frac{k_s}{k_n^2 - k_s^2} = 0, \quad (29)$$

$$\sum_{s=1}^{\infty} (B_{1s} \cosh k_s d_2 + B_{2s}) \frac{k_s}{k_n^2 - k_s^2} - (C_{1n} \sinh k_n d_1 + C_{2n}) \frac{b}{2} = 0, \quad (30)$$

$$\frac{b}{2} B_{1s} k_s \sinh k_s d_2 - C_{10} \frac{1}{k_s} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{1n} k_n \cosh k_n d_1 \frac{k_s}{k_n^2 - k_s^2} = 0, \quad (31)$$

$$-E_{10} \frac{\sin k_i b}{k_i} (a-h_2) + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \cosh k_n d_1 \frac{k_i}{k_i^2 - k_n^2} \sin k_i b - h_2 \frac{\sin k_i b}{k_i} - \sum_{n=1}^{\infty} E_m \sinh k_m (a-h_2) \left(\frac{k_i}{k_i^2 - k_m^2} \sin k_i b \right) - \frac{b+c}{2} D_i \cosh k_i a + \frac{1}{k_i} (C_{20} + C_{10} a) \sin k_i b = 0, \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} D_i k_i \sinh k_i a \sin k_i b \frac{k_i}{k_i^2 - k_n^2} - (C_{1n} k_n - C_{2n} k_n \sinh k_n d_1) \frac{b}{2} = 0, \quad (33)$$

$$\frac{c}{2} E_m k_m \cosh k_m (a-h_2) + \sum_{i=1}^{\infty} D_i \left(\frac{k_i^2}{k_i^2 - k_m^2} \right) \sinh k_i a \sin k_i b = 0. \quad (34)$$

在求以上参数时,公式中的级数都是无穷级数,为了求出未知数,只能把无穷级数在第 N 项处截断.假设取每个级数的前 N 项,利用 MATLAB 软件,联立式(23)~式(34)来求解矩阵,最终可求得 $A_{10}, C_{10}, C_{20}, D_{10}, E_{10}, A_n, B_{1s}, B_{2s}, C_{1n}, C_{2n}, D_i, E_m$, 从而可以得到基坑内外水头分布情况.

2.2 止水帷幕渗漏处渗流量求解

根据达西定律,可得到渗漏位置处的单位宽度渗流量为

$$q = k \sum_{s=1}^{\infty} (B_{2s} \sinh k_s d_2 + B_{1s} \sinh k_s d_2) \cos k_s x. \quad (35)$$

式中 k 为渗透系数.

3 解析解验证与分析

3.1 基坑水头计算结果对比验证

为了验证本文解,将有限元软件 PLAXIS 的计算结果与本文解析解的计算结果进行对比,选取的基坑参数如表 1 所示.无穷级数展开次数 N 的确定需要同时满足区域接触面的平滑要求、精度要求和计算效率要求.经试算, $N \geq 100$ 时渗流场水头最大误差小于 0.6% 且结果满足上述要求,故以下对比分析中采用级数项数 $N=100$ 时的计算结果,并且 N 取 100 时在普通计算机上也可以在数秒内计算出结果. PLAXIS 模型采用二维平面模型,模型右侧边界 GH 和止水帷幕左侧边界 EF 以及模型底部都为不透水边界,基坑内水位与坑底齐平,基坑外水位与止水帷幕顶部齐平,采用 15 节点的三角形单元网格对模型进行划分,在止水帷幕上留下一段缺口用来模拟渗漏,并对渗漏处周围的网格进行局部加密,有限元网格划分示意图如图 2 所示.

表 1 基坑模型的参数
Table 1 Parameters of the pit model

b/m	c/m	h ₁ /m	h ₂ /m	a/m	h ₃ /m	d ₂ /mm	k/(m·s ⁻¹)
10	3	16.8	11.2	5	13.45	60	1×10 ⁻⁹

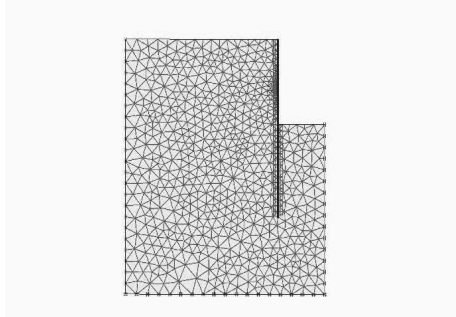


图 2 有限元模型网格划分示意图

Fig. 2 Finite element model meshing diagram

如图 3 所示,本文的水头计算结果与有限元软件计算结果基本一致,仅在渗漏位置附近和止水帷幕左侧远离挡板处存在较小误差,验证了本文解的准确性,最大误差出现在坐标(-2, 12)处,下文均采用此方式表示坐标,本文水头计算结果为 15.34 m,有限元计算结果为 15.25 m,相差 0.59%.

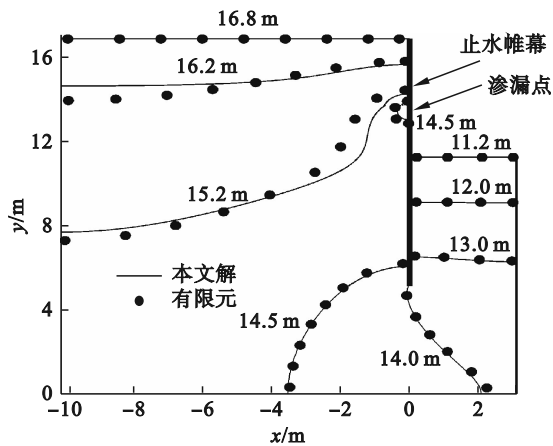


图 3 本文与有限元软件水头计算结果对比

Fig. 3 Comparison of this paper and finite element software head calculation results

3.2 止水帷幕上的水压力计算结果对比验证

根据伯努利方程,压强水头、位置水头和动能水头组成总水头.在二维渗流的情况下,动能水头为 0,所以总水头 H 表达式为

$$H = z + \frac{P}{\rho g} \quad (36)$$

式中: z 为位置水头; p 为压力; ρ 为密度; g 为重力加速度.

根据式(10)模型左边区域($x=0$)的水头,得到止水帷幕左侧($x=0$)的水压力分布为

$$p|_{x=0} = [h_1 - z + A_{10}(z - h_1) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh k_n(z - h_1)] \rho g. \quad (37)$$

同理可得,止水帷幕右侧($x=0$)的水压力分布为

$$p|_{x=0} = [h_2 - z + E_{10}(z - h_2) + \sum_{m=1}^{\infty} E_m \sinh k_m(z - h_2)] \rho g. \quad (38)$$

基坑参数按文献[19]中数据取用,当竖向渗漏裂缝宽度 d_2 取 60 mm 时,将本文基坑达到稳态渗流后止水帷幕上的水压力计算结果和有限元软件的水压力计算结果进行比较,结果如图 4 所示.

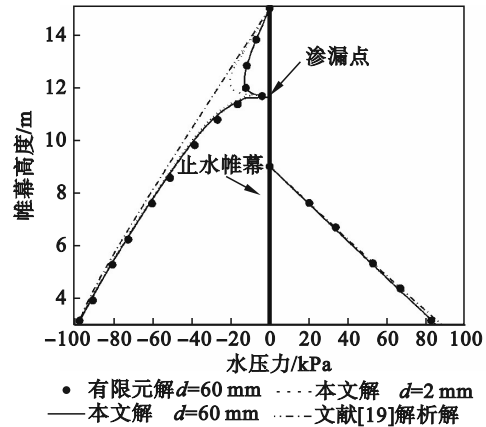


图 4 水压力计算结果对比验证

Fig. 4 Comparison and verification of water pressure calculation results

如图 4 所示,本文计算得出的水压力结果与有限元软件的计算结果基本相同,证明了本文解的正确性.当竖向渗漏裂缝宽度 d_2 取 2 mm 时,本文解析解退化为止水帷幕无渗漏时的基坑稳态渗流解析解.将退化解与文献[19]解析解的水压力计算结果进行对比,计算参数按文献[19]中数据取用,另外水的容重 γ_w 取 9.8 kN/m³.对比结果如图 4 所示,除了渗漏位置附近部分,本文解析解方法退化后与文献[19]解析解的水压力计算结果吻合较好,验证了本文解的正确性.

3.3 止水帷幕渗漏处渗流量计算结果对比验证

将本文计算得到的止水帷幕渗漏处渗流量计算结果和文献[17]中采用有限元软件 ABAQUS 得到的结果相比较.对比中使用的渗漏面积为 25 mm²,其他参数与文献[17]一致,对比结果如图 5 所示.

从图 5 可以看出,本文解析解和文献[17]中采用有限元软件 ABAQUS 计算得到的结果比较接近,误差在 9.4%~13.6%.

4 参数分析

4.1 基坑周围水头分析

分别计算不同参数变化时基坑周围本文解的水头分布情况并将本文水头计算结果与止水

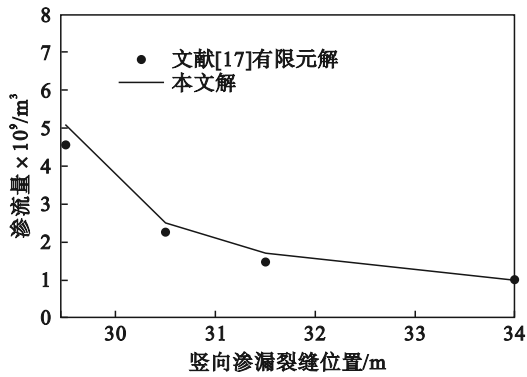


图5 文献[17]渗流量计算结果与本文解对比

Fig. 5 Comparison of the seepage volume calculation results from literature[17] with the solution in this paper

帷幕没有渗漏时的有限元水头计算结果进行对比分析.若无特殊说明,基坑工程参数如表1所示.

1) d_2 (竖向渗漏裂缝宽度)变化对基坑周围水头分布的影响.分别计算 d_2 为 20, 60, 100 mm 时基坑周围水头分布情况,如图6所示.随着竖向渗漏裂缝宽度的增大,止水帷幕底部和止水帷幕左侧区域总水头略微减小,止水帷幕右侧区域总水头几乎没有变化,止水帷幕左侧和止水帷幕底部总水头在 d_2 小于 60 mm 时的变化相对于 d_2 大于 60 mm 时的变化较大.例如,当竖向渗漏裂缝宽度 d_2 从 20 mm 增大到 60 mm 时, (-1, 11) 处的总水头从 15.62 m 减小到 15.50 m,减小了 0.77%, (0, 2.5) 处的总水头从 14.33 m 减小到 14.27 m,减小了 0.42%.当竖向渗漏裂缝宽度 d_2 从 60 mm 增大到 100 mm 时, (-1, 11) 处的总水头从 15.50 m 减小到 15.43 m,减小了 0.45%, (0, 2.5) 处的总水头从 14.27 m 减小到 14.24 m,减小了 0.21%,故竖向渗漏裂缝宽度对止水帷幕底部和止水帷幕左侧区域总水头有较小影响,对止水帷幕右侧区域总水头几乎没有影响.

2) h_3 (竖向渗漏裂缝位置)变化对基坑周围水头分布的影响.分别计算 h_3 为 12.45, 13.45, 14.45 m 时基坑周围水头分布情况,如图7所示.随着竖向渗漏裂缝位置的升高,止水帷幕右侧区域总水头几乎没有变化,止水帷幕底部和止水帷幕左侧区域总水头略微增大.当竖向渗漏裂缝位置从 12.45 m 升高到 14.45 m 时, (-1, 11) 处的总水头从 15.16 m 增大到 15.74 m,增大了 3.83%, (0, 2.5) 处的总水头从 14.11 m 增大到 14.40 m,增大了 2.01%, $x=2$ m, $z=8$ m 处的总水头从 12.40 m 增大到 12.52 m,增大了 0.97%.故竖向渗漏裂缝位置 h_3 对止水帷幕右侧区域水头几乎没有影响,对

止水帷幕左侧区域以及止水帷幕底部有较小影响.

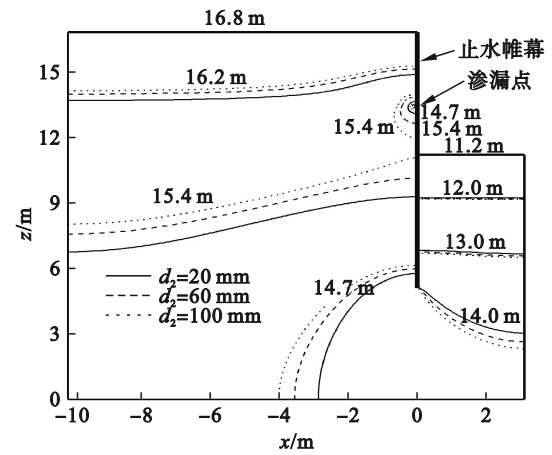


图6 d_2 对基坑周围水头的影响

Fig. 6 Effect of d_2 on head around the pit

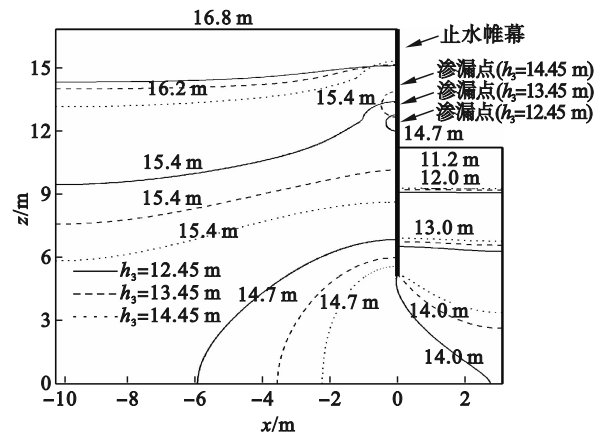


图7 h_3 对基坑周围水头的影响

Fig. 7 Effect of h_3 on head around the pit

3) 本文解与止水帷幕没有渗漏时的有限元解进行对比分析.将本文解与止水帷幕没有渗漏时的有限元水头计算结果进行对比,如图8所示.在止水帷幕左右两侧区域和底部,本文解的总水头计算结果都比止水帷幕无渗漏的总水头要小.例如,止水帷幕有渗漏时的计算结果与止水帷幕无渗漏时的计算结果相比, (-1, 11) 处的总水头从 15.14 m 增大到 15.98 m,增大了 5.55%, (0, 2.5) 处的总水头从 14.09 m 增大到 14.53 m,增大了 3.12%, $x=2$ m, $z=8$ m 处的总水头从 12.39 m 增大到 12.57 m,增大了 1.45%.止水帷幕渗漏时的总水头分布线与止水帷幕无渗漏时的总水头分布线相比,在止水帷幕附近有较小差距,距离止水帷幕较远时有较大差距.

4.2 止水帷幕水压力分析

根据解析解计算不同工程参数变化时基坑达到稳态渗流后止水帷幕上的水压力分布情况并将本文水压力计算结果与止水帷幕没有渗漏

时的有限元水压力计算结果进行对比分析.若无特殊说明,选取算例的具体参数为: $b=10\text{ m}$, $a=5\text{ m}$, $h_1=16.8\text{ m}$, $c=3\text{ m}$, $h_2=11.2\text{ m}$, $d_2=60\text{ mm}$,取 $\gamma_w=9.8\text{ kN/m}^3$, $k=1\times 10^{-9}\text{ m/s}$.

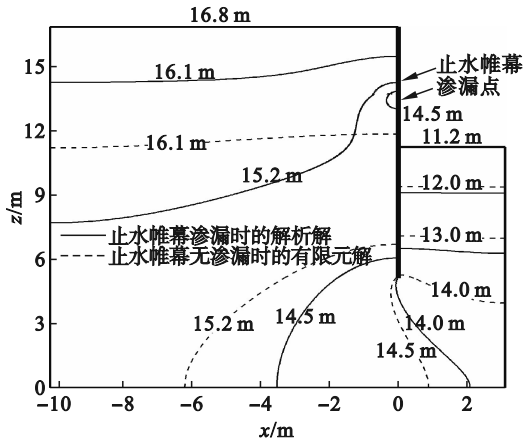


图 8 本文解与止水帷幕无渗漏水头计算结果对比
Fig. 8 Comparison of this paper's solution with the results of the non-leakage head calculation of the water stop curtains

1) d_2 (竖向渗漏裂缝宽度)变化对基坑止水帷幕上水压力的影响.图9显示了基坑止水帷幕不同位置水压力随着竖向渗漏裂缝宽度变化而变化的情况.从图中可以看出,在其他条件不变的情况下,基坑止水帷幕水压力随着竖向渗漏裂缝宽度的增大而减小.随着竖向渗漏裂缝宽度 d_2 从20 mm增大到100 mm,止水帷幕左侧 $z=14\text{ m}$ 处的水压力从17.37 kPa减小到14.00 kPa,减小了19.40%, $z=8\text{ m}$ 处的水压力从70.64 kPa减小到69.26 kPa,减小了1.95%,止水帷幕右侧 $z=8\text{ m}$ 处的水压力从44.13 kPa减小到43.73 kPa,减小了0.91%.除此之外,止水帷幕无渗漏水头的水压力明显大于有渗漏水头的水压力,止水帷幕无渗漏水头时右侧的水压力略微大于有渗漏水头的水压力,相同参数情况下,止水帷幕无渗漏水头时左侧 $z=14\text{ m}$ 处的水压力为23.65 kPa,竖向渗漏裂缝宽度为60 mm时水压力为15.25 kPa,止水帷幕无渗漏水头的水压力相比有渗漏水头的水压力增大了53.67%,止水帷幕无渗漏水头时右侧 $z=8\text{ m}$ 处的水压力为44.94 kPa,竖向渗漏裂缝宽度为60 mm时水压力为43.88 kPa,止水帷幕无渗漏水头的水压力相比有渗漏水头的水压力增大了2.42%.故竖向渗漏裂缝宽度对止水帷幕上的水压力影响较小,止水帷幕有渗漏水头时左侧的水压力明显小于无渗漏水头的水压力,止水帷幕有渗漏水头时右侧的水压力略微小于无渗漏水头的水压力.

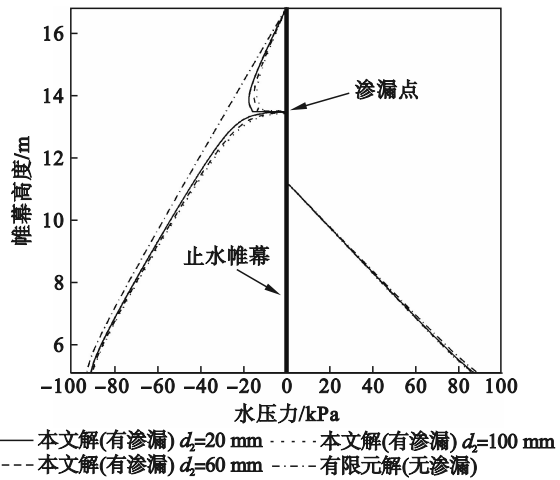


图 9 d_2 对基坑达到稳态渗流后水压力的影响
Fig. 9 Effect of d_2 on the surrounding water pressure after the pit reaches steady-state seepage

2) h_3 (竖向渗漏裂缝位置)变化对基坑止水帷幕上的水压力的影响.图10显示了基坑止水帷幕上不同位置水压力随着竖向渗漏裂缝位置变化而变化的情况.从图中可以看出,在其他条件不变的情况下,止水帷幕左侧渗漏水头位置以上部分水压力随着竖向渗漏裂缝位置的升高而减小,止水帷幕左侧渗漏水头位置以下部分水压力随着竖向渗漏裂缝位置的升高而增大,止水帷幕右侧水压力随着竖向渗漏裂缝位置的升高而略微增大.随着竖向渗漏裂缝位置 h_3 从12.45 m增大到14.45 m,止水帷幕左侧 $z=14\text{ m}$ 处的水压力从17.17 kPa减小到16.78 kPa,减小了2.27%, $z=8\text{ m}$ 处的水压力从67.78 kPa增大到71.52 kPa,增大了5.52%,止水帷幕右侧 $z=8\text{ m}$ 处的水压力从43.22 kPa增大到44.40 kPa,增大了2.73%,故竖向渗漏裂缝位置对止水帷幕上的水压力影响较小.

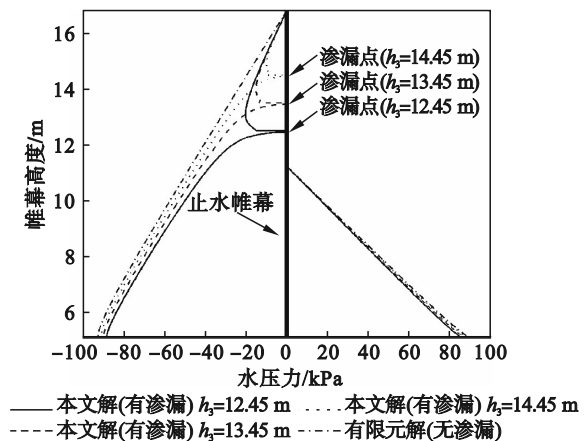


图 10 h_3 对基坑达到稳态渗流后周围水压力的影响
Fig. 10 Effect of h_3 on the surrounding water pressure after the pit reaches steady-state seepage

4.3 止水帷幕渗漏处渗流量分析

根据解析解计算不同工程参数变化时基坑止水帷幕渗漏处的渗流量.若无特殊说明,选取算例的具体参数为: $b=10\text{ m}$, $a=5\text{ m}$, $h_1=16.8\text{ m}$, $c=3\text{ m}$, $h_2=11.2\text{ m}$, $d_2=60\text{ mm}$,取 $\gamma_w=9.8\text{ kN/m}^3$, $k=1\times 10^{-9}\text{ m/s}$.

竖向渗漏裂缝宽度和竖向渗漏裂缝位置对基坑止水帷幕渗漏处渗流量的影响如图 11 所示.从图中可以看出,在竖向渗漏裂缝位置和其他条件相同的情况下,基坑止水帷幕渗漏处的渗流量随着竖向渗漏裂缝宽度的增大而增大,竖向渗漏裂缝宽度 d_2 从 20 mm 增大到 500 mm ,竖向渗漏裂缝位置 $h_3=12.45\text{ m}$ 时止水帷幕渗漏处渗流量从 $0.63\times 10^{-9}\text{ m}^3$ 增大到 $2.57\times 10^{-9}\text{ m}^3$,增大了 307.94% , $h_3=13.45\text{ m}$ 时止水帷幕渗漏处渗流量从 $0.49\times 10^{-9}\text{ m}^3$ 增大到 $2.10\times 10^{-9}\text{ m}^3$,增大了 328.57% , $h_3=14.45\text{ m}$ 时止水帷幕渗漏处渗流量从 $0.36\times 10^{-9}\text{ m}^3$ 增大到 $1.58\times 10^{-9}\text{ m}^3$,增大了 338.89% .并且竖向渗漏裂缝宽度小于 100 mm 时,止水帷幕渗漏处的渗流量的变化幅度明显大于竖向渗漏裂缝宽度 d_2 大于 100 mm 时的渗流量的变化幅度.在竖向渗漏裂缝宽度和其他条件相同的情况下,竖向渗漏裂缝位置越高则止水帷幕渗漏处渗流量越小.例如,竖向渗漏裂缝宽度为 $d_2=100\text{ mm}$ 时,随着竖向渗漏裂缝位置从 12.45 m 升高到 14.45 m ,止水帷幕渗漏处渗流量从 $1.41\times 10^{-9}\text{ m}^3$ 减小到 $0.83\times 10^{-9}\text{ m}^3$,减小了 41.13% , $d_2=300\text{ mm}$ 时,随着竖向渗漏裂缝位置从 12.45 m 升高到 14.45 m ,止水帷幕渗漏处渗流量从 $2.15\times 10^{-9}\text{ m}^3$ 减小到 $1.30\times 10^{-9}\text{ m}^3$,减小了 39.53% .故竖向渗漏裂缝宽度 d_2 和竖向渗漏裂缝位置 h_3 对基坑止水帷幕渗漏处的渗流量有着较大的影响.

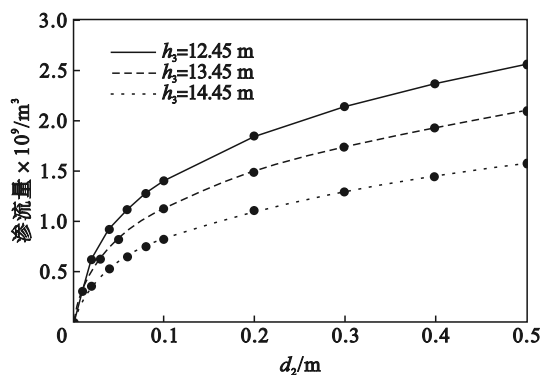


图 11 d_2 和 h_3 对止水帷幕渗漏处渗流量的影响

Fig. 11 Influence of d_2 and h_3 on the amount of seepage flow at the water stop curtain leakage

5 结 论

1) 本文使用分离变量法和叠加法解出每个区域总水头的级数解,并且利用各个区域的边界条件和连续条件解得显式解,并且本文解析解的总水头、水压力和止水帷幕渗漏位置处渗流量均与有限元软件计算结果吻合较好,验证了本文解析解的正确性.

2) 随着竖向渗漏裂缝宽度的增大,止水帷幕底部和止水帷幕左侧区域总水头略微减小,止水帷幕右侧区域总水头几乎没有变化,止水帷幕上的水压力略微减小,止水帷幕渗漏位置处渗流量明显增大.

3) 随着竖向渗漏裂缝位置的升高,止水帷幕右侧区域总水头几乎没有变化,止水帷幕底部和止水帷幕左侧区域总水头略微增大,止水帷幕左侧渗漏位置以上部分水压力略微减小,渗漏位置以下部分水压力略微增大,止水帷幕右侧水压力略微增大,止水帷幕渗漏位置处渗流量明显减小.

参考文献:

- [1] Wu Y X, Shen S L, Yuan D J. Characteristics of dewatering induced drawdown curve under blocking effect of retaining wall in aquifer[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2016, 539: 554-566.
- [2] Wu H N, Xu Y S, Shen S L, et al. Long-term settlement behavior of ground around shield tunnel due to leakage of water in soft deposit of Shanghai [J]. *Frontiers of Architecture & Civil Engineering in China*, 2011, 5 (2): 194-198.
- [3] Shen S L, Wu H N, Cui Y J, et al. Long-term settlement behaviour of metro tunnels in the soft deposits of Shanghai [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2014, 40: 309-323.
- [4] 谢志飞. 承压含水层中基坑帷幕与降水方案的比较和优选[D]. 上海: 上海交通大学, 2019. (Xie Zhi-fei. Optimization and comparison of dewatering method and waterproof curtain in deep-buried foundation pit[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2019.)
- [5] Shen S L, Wang Z F, Cheng W C. Estimation of lateral displacement induced by jet grouting in clayey soils [J]. *Geotechnique*, 2017, 67(7): 621-630.
- [6] Shen S L, Han J, Du Y J. Deep mixing induced property changes in surrounding sensitive marine clays[J]. *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, 2008, 134 (6): 845-854.
- [7] Tan Y, Li X, Kang Z J, et al. Zoned excavation of an oversized pit close to an existing metro line in stiff clay: case study [J]. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2015, 29(6): 04014158.
- [8] Liu X X, Shen S L, Xu Y S, et al. Analytical approach for time-dependent groundwater inflow into shield tunnel face in confined aquifer[J]. *International Journal for Numerical*

- and Analytical Methods in Geomechanics, 2018, 42 (4) : 655-673.
- [9] Conway B D. Land subsidence and earth fissures in south-central and southern Arizona, USA [J]. *Hydrogeology Journal*, 2016, 24(3) : 649-655.
- [10] Wu Y X, Lyu H M, Han J, et al. Dewatering-induced building settlement around a deep excavation in soft deposit in Tianjin, China [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2019, 145(5) : 05019003.
- [11] Pujades E, Jurado A, Carrera J, et al. Hydrogeological assessment of non-linear underground enclosures [J]. *Engineering Geology*, 2016, 207 : 91-102.
- [12] Vilarrasa V, Carrera J, Jurado A, et al. A methodology for characterizing the hydraulic effectiveness of an annular low-permeability barrier [J]. *Engineering Geology*, 2011, 120 : 68-80.
- [13] Pujades E, Carrera J, Vázquez-Suñé E, et al. Hydraulic characterization of diaphragm walls for cut and cover tunnelling [J]. *Engineering Geology*, 2012, 125 : 1-10.
- [14] Wu Y X, Lyu H M, Shen S L, et al. A three-dimensional fluid-solid coupled numerical modeling of the barrier leakage below the excavation surface due to dewatering [J]. *Hydrogeology Journal*, 2020, 28(4) : 1449-1463.
- [15] Wang D, Feng C L, Mao Z C. Simulation and analysis of the failure for the water stop curtain of building pit in round gravel level [J]. *Applied Mechanics & Materials*, 2015, 723 : 326-329.
- [16] Wu Y X, Shen S L, Yin Z Y, et al. Characteristics of groundwater seepage with cut-off wall in gravel aquifer. II: numerical analysis [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2015, 52 : 1539-1549.
- [17] Wu Y X, Shen S L, Lyu H M, et al. Analyses of leakage effect of waterproof curtain during excavation dewatering [J]. *Journal of Hydrology*, 2020, 583 : 124582.
- [18] Thushara A M, Nagaratnam S. Simple solutions for square and rectangular cofferdam seepage problems [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2018, 56 : 730-745.
- [19] Yu J, Yang X X, Deng P B, et al. Analytical solution for a steady seepage field of a foundation pit in layered soil [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2022, 22 (10) : 04022160.
- [20] 顾樵. 数学物理方法 [M]. 北京 : 科学出版社, 2012. (Gu Qiao. *Mathematical methods for physics* [M]. Beijing : Science Press, 2012.)