

## 旋转叶片裂纹故障特征提取与分析

官宏<sup>1</sup>, 熊茜<sup>1</sup>, 马辉<sup>1,2</sup>, 汪伟伟<sup>1</sup>

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819;

2. 东北大学 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 为了实现叶片裂纹故障特征提取, 首先, 基于Mindlin-Reissner壳单元建立含呼吸效应的裂纹叶片有限元模型, 求解裂纹叶片在离心载荷与气动载荷共同作用下的动力学响应, 为故障特征提取提供激励信号输入. 然后, 建立基于非线性输出频率响应函数的故障指标以及能量指标. 最后, 分析各种指标对于旋转叶片裂纹故障特征提取的有效性. 结果表明, 贡献率指标 $F_c(n)$ 以及加权贡献率指标 $R_n(n)$ 对叶片裂纹故障特征提取时稳定性较差且不敏感, 而能量指标在共振与非共振状态下均能有效提取叶片裂纹故障特征. 所得结论可以为旋转叶片裂纹故障的特征提取、分析及指标筛选提供工程技术指导.

**关键词:** 旋转叶片; 呼吸裂纹; 故障特征提取; 能量指标; 有限元法

中图分类号: TH 113.1

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2025)03-0060-09

## Fault Feature Extraction and Analysis of Rotating Blade Cracks

GUAN Hong<sup>1</sup>, XIONG Qian<sup>1</sup>, MA Hui<sup>1,2</sup>, WANG Wei-wei<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion System, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: MA Hui, E-mail: mahui\_2007@163.com)

**Abstract:** To complete the fault characteristic extraction of blade cracks, a finite element model of a cracked blade incorporating breathing effect was first established based on the Mindlin-Reissner shell element. The dynamic response of the cracked blade under the combined action of centrifugal and aerodynamic loads was solved, providing excitation signal input for fault feature extraction. Then, fault indicators based on the nonlinear output frequency response function and energy indicators were established. Finally, the effectiveness of various indicators in extracting the fault characteristics of rotating blade cracks was analyzed. The results showed that the contribution rate indicator  $F_c(n)$  and weighted contribution rate indicator  $R_n(n)$  are unstable and insensitive in diagnosing blade crack faults, whereas the energy indicator effectively extracts blade crack fault characteristics under both resonant and non-resonant state. These results provide engineering guidance for feature extraction, analysis, and indicator selection of rotating blade crack faults.

**Key words:** rotating blade; breathing crack; fault feature extraction; energy indicator; finite element method

旋转叶片是航空发动机至关重要的组成部分之一, 在航空工业中得到了广泛应用. 由于长期受到交变载荷激励的影响, 叶片很容易发生振动, 从而引发高周疲劳, 导致叶片产生裂纹故障, 进而改变结构性能和工作稳定性. 因此, 为了有

效减少经济损失与避免灾难事故的发生, 对旋转叶片的裂纹故障特征提取进行研究具有重大的意义.

基于振动信号的叶片裂纹故障特征提取的研究<sup>[1-6]</sup>中, 提出了大量故障诊断指标. 陈雪峰<sup>[7]</sup>

收稿日期: 2023-09-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11972112).

作者简介: 官宏(1995—), 男, 四川乐山人, 东北大学博士研究生; 马辉(1978—), 男, 河北安平人, 东北大学教授, 博士生导师.

提出了常见的时域和频域指标,用于旋转机械故障的诊断与分析.李宏坤等<sup>[8]</sup>采用稀疏盲源分离方法对含有裂纹的叶片进行故障特征提取.Yang等<sup>[9]</sup>根据呼吸裂纹叶片的位移响应提出了4个不同故障诊断指标来检测叶片裂纹.Yu等<sup>[10]</sup>提出高次谐波频率响应可以用于监测呼吸裂纹.Cao等<sup>[11]</sup>提出了一种基于主成分分析和高斯混合模型的离心泵叶片裂纹故障诊断方法.Lang等<sup>[12]</sup>提出了非线性输出频率响应函数(NOFRFs)理论,并指出该方法可用于故障诊断.Peng等<sup>[13-14]</sup>将NOFRFs用于裂纹故障的监测,并通过实验验证了该方法的有效性.Liu等<sup>[15]</sup>将NOFRFs与贡献率和特征权重相结合,提出了一种用于转子裂纹故障诊断的指标.Liu等<sup>[16]</sup>基于NOFRFs和高次谐波响应提出了一种联合计算方法,并将该方法用于转子的裂纹故障诊断.Wei等<sup>[17]</sup>将NOFRFs用于裂纹梁的故障特征提取.Mao等<sup>[18]</sup>将NOFRFs用于电网中的柱状瓷绝缘子的裂纹故障特征提取.李志农等<sup>[19]</sup>将NOFRFs用于多裂纹转子系统的故障特征提取.综上所述,可以发现很少有研究将NOFRFs用于叶片的裂纹故障特征提取.

振动的本质是能量的转换和传递.因此,振动能量法逐渐被应用于裂纹故障的诊断,并进行了一些研究.Zhang等基于振动能量法对转子系统进行了大量研究:考虑转子碰摩系统中的弯曲和扭转耦合,采用振动能量轨迹诊断早期碰摩故障<sup>[20]</sup>;利用振动功率流理论提出了一种碰摩诊断指标<sup>[21]</sup>;采用三维能量模型对轻微裂纹转子系统进行故障提取<sup>[22]</sup>.Huh等<sup>[23]</sup>利用振动功率提出了一种新的检测受损梁、板结构的损伤指标.Xiong等<sup>[24]</sup>基于振动能量法提出了一种新的能量指标,并将该指标用于分析考虑呼吸效应的裂纹叶片中.

上述文献表明,采用非线性输出频率响应函数进行裂纹叶片的故障特征提取尚不成熟.本文综合对比故障诊断指标,确定适应范围广、灵敏度高的指标,为叶片的在线监测和故障诊断提供高效的技术支持.因此,本文首先建立含呼吸裂纹的翼型变截面裂纹叶片的动力学模型并求解其动力学方程,为后续的指标分析提供信号输入;然后建立基于非线性输出频率响应函数的指标以及能量指标;最后,讨论了不同指标的适用性.

## 1 含呼吸效应的裂纹旋转叶片动力学模型

翼型变截面裂纹叶片如图1所示,其裂纹形

式为边缘穿透裂纹,叶根到轴线的距离为 $R_d$ ,叶片长度为 $L$ ,绕 $y$ 轴以转速 $\omega$ 旋转.本文采用Mindlin-Reissner壳单元建立裂纹叶片的有限元模型,详细的建模过程见文献[24].

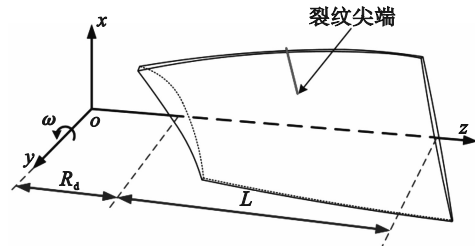


图1 裂纹叶片  
Fig. 1 Cracks blade

在旋转状态下,叶片受到气动载荷与离心载荷的共同作用时,叶片裂纹处会出现呼吸效应,裂纹随着时间的变化有规律地打开与关闭.根据文献[24],基于本文壳单元为单层壳的特点,在叶片裂纹处对应节点之间采用线性弹簧进行连接模拟其呼吸特性.

含呼吸效应的旋转裂纹叶片动力学模型为

$$M\ddot{q} + (G + C)\dot{q} + (K_c + K_e - K_s + K_b)q = F. \quad (1)$$

式中: $M$ 为质量矩阵; $G$ 为陀螺矩阵; $C$ 为瑞利阻尼矩阵; $K_c$ 为结构刚度矩阵; $K_e$ 为离心刚化矩阵; $K_s$ 为旋转软化矩阵; $K_b$ 为呼吸刚度矩阵; $F$ 为外力,其包含离心力和气动力; $q, \dot{q}, \ddot{q}$ 为位移、速度、加速度,详细的表达式见文献[24].

## 2 指标构建

### 2.1 基于非线性输出频率响应函数的指标

#### 2.1.1 基本理论

非线性系统时域的输入信号和输出信号之间的关系可以描述为<sup>[19]</sup>

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \cdots, \tau_n) \prod_{i=1}^n u(t - \tau_i) d\tau_i. \quad (2)$$

式中: $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别为输入信号与输出信号; $h_n(\tau_1, \cdots, \tau_n)$ 为非线性系统的第 $n$ 阶Volterra级数核; $N$ 为该系统的最高阶次; $t$ 为时间; $\tau_i$  ( $i=1, 2, \cdots, n$ )为时间延迟.

对输入信号 $u(t)$ 进行傅里叶变换,将其从时域信号转换为频域信号 $U(\omega_j)$ ,其转换表达式为<sup>[19]</sup>

$$U(\omega_j) = \frac{1/\sqrt{n}}{(2\pi)^{n-1}} \int_{\omega} H_n(\omega_1, j, \omega_2, j, \cdots, \omega_n, j) \times \prod_{i=1}^n U(\omega_i, j) d\sigma_{n\omega}. \quad (3)$$

式中:  $\int_{\omega} H_n(\omega_1 j, \omega_2 j, \dots, \omega_n j) \prod_{i=1}^n U(\omega_i j) d\sigma_{n\omega}$  为  $n$  维超平面中函数  $H_n(\omega_1 j, \omega_2 j, \dots, \omega_n j) \prod_{i=1}^n U(\omega_i j)$  在  $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = \omega$  条件下的积分;  $H_n(\omega_1 j, \omega_2 j, \dots, \omega_n j)$  为  $h_n(\omega_1 j, \omega_2 j, \dots, \omega_n j)$  的傅里叶变换形式, 代表了非线性系统中第  $n$  阶广义频率响应函数;  $j$  为虚数单位;  $\omega_i (i=1, 2, \dots, n)$  为激励频率;  $\sigma_{n\omega}$  为第  $n$  阶激励频率.

在非线性系统中, 输出信号  $y(t)$  的傅里叶变换及其第  $n$  阶频率响应的表达式为

$$Y(\omega j) = \sum_{n=1}^N Y_n(\omega j). \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_n(\omega j) &= \frac{1}{\sqrt{n} (2\pi)^{n-1}} \int_{\omega} V_1, \\ V_1 &= H_n(\omega_1 j, \omega_2 j, \dots, \omega_n j) \prod_{i=1}^n U(\omega_i j) d\sigma_{n\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$H_n$  的函数表达式为

$$\left. \begin{aligned} H_n &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) V d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n, \\ V &= e^{-(\omega_1 \tau_1 + \dots + \omega_n \tau_n)}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

当  $U(\omega j) \neq 0$  时, 非线性输出频率响应函数<sup>[25]</sup>可以表示为

$$G_n(\omega j) = \frac{\int_{\omega} H_n(\omega_1 j, \omega_2 j, \dots, \omega_n j) \prod_{i=1}^n U(\omega_i j) d\sigma_{n\omega}}{\int_{\omega} \prod_{i=1}^n U(\omega_i j) d\sigma_{n\omega}}. \quad (7)$$

式中,  $G_n(\omega j)$  为第  $n$  阶的 NOFRFs 值.

结合式(3)与式(7)可得频率响应输入与输出的关系为

$$Y(\omega j) = \sum_{n=1}^N G_n(\omega j) U(\omega j). \quad (8)$$

由于非线性系统的前 4 阶输出频率响应函数已经可以表征系统的大部分非线性特性<sup>[26]</sup>, 所以, 本文采用 NOFRFs 对叶片裂纹故障进行诊断时, 为了同时兼顾计算过程与计算效率, 本文仅考虑系统的前 4 阶输出. 因此, 式(8)表示为

$$\left. \begin{aligned} Y(\omega j) &= G_1(\omega j) U_1(\omega j) + G_3(\omega j) U_3(\omega j), \\ Y(2\omega j) &= G_2(2\omega j) U_2(2\omega j) + G_4(2\omega j) U_4(2\omega j), \\ Y(3\omega j) &= G_3(3\omega j) U_3(3\omega j), \\ Y(4\omega j) &= G_4(4\omega j) U_4(4\omega j). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

根据式(9)可得, 前 4 阶的 NOFRFs 值可以采用 2 个幅值不同而频率相同的谐波信号去激励叶片系统, 并利用最小二乘法得到. 在第 1 次系统激励下的输出频谱  $Y^{(1)}(\omega j)$  与第 2 次系统激励下的输出频谱  $Y^{(2)}(\omega j)$  可以表示为

$$\begin{bmatrix} Y^{(1)}(\omega j) \\ Y^{(2)}(\omega j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^{(1)}(\omega j) & A_3^{(1)}(\omega j) \\ A_1^{(2)}(\omega j) & A_3^{(2)}(\omega j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1(\omega j) \\ G_3(\omega j) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式中:  $A_i^{(1)}(\omega j)$  与  $A_i^{(2)}(\omega j)$  分别为系统的输入频谱.

根据式(10)可计算得到  $G_1(\omega j)$  与  $G_3(\omega j)$  的表达式为

$$\begin{bmatrix} G_1(\omega j) \\ G_3(\omega j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^{(1)}(\omega j) & A_3^{(1)}(\omega j) \\ A_1^{(2)}(\omega j) & A_3^{(2)}(\omega j) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y^{(1)}(\omega j) \\ Y^{(2)}(\omega j) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

同理可以得到其他阶次的 NOFRFs.

### 2.1.2 贡献率指标 $F_c(n)$

根据式(11)得到的各阶 NOFRFs 不仅可以用于机械系统的损伤检测, 还可进一步提取 NOFRFs 的非线性特征, 从而实现故障的检测. 本文首先采用文献[14]提出的基于各阶 NOFRFs 提出的故障诊断指标对裂纹叶片进行诊断, 该指标表达式为

$$F_c(n) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |G_n(\omega j)| d\omega}{\sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} |G_i(\omega j)| d\omega}, \quad 1 \leq n \leq N. \quad (12)$$

式中: 对  $G_i(\omega j)$  进行求和则为总的 NOFRFs 值. 可以看出当  $F_c(1)$  近似等于 1 时,  $G_1(\omega j)$  占主导地位, 表明非线性较弱, 可将系统近似等效为线性系统.

### 2.1.3 加权贡献率指标 $R_n(n)$

随着 NOFRFs 的发展, 学者们发现采用高阶 NOFRFs 值进行故障诊断比低阶 NOFRFs 值更加可靠<sup>[27]</sup>. 为解决阶次越高,  $F_c$  值越小, 且该值量级极小难以进行故障提取这一难题, 文献[27]采用加权处理的方法, 增强这些极小的特征值, 使其更容易提取. 基于贡献率与特征权重的概念, 将 NOFRFs 与贡献率和特征权重相结合, 可得到加权贡献率的非线性输出频率响应函数 (WNOFRFs), 加权贡献率指标  $R_n(n)$  的表达式为<sup>[28]</sup>

$$\left. \begin{aligned} R_n(n) &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{G_n(\omega j)}{n^\rho} \right| d\omega}{\sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{G_i(\omega j)}{i^\rho} \right| d\omega}, \\ 1 &\leq n \leq N, \\ \rho &\in (-\infty, +\infty). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中:  $n^\rho$  为加权系数;  $\rho$  为人为选取的自变量. WNOFRFs 的计算方法是通过  $n^\rho$  来提高非线性系统高阶 NOFRFs 值的贡献率, 进而放大系统高阶的非线性特征.

由式(13)可以看出, 对  $G_n(\omega j)$  的加权方式为变加权, 即自变量  $\rho$  改变, 权重也会发生相应变化. 当  $\rho=0$  时, 指标  $R_n(n)$  的值与  $F_c(n)$  相等; 当

$\rho < 0$  时,  $n^p < 1$ , 因此放大了高阶非线性的特征值, 进而解决了高阶 NOFRFs 值太小难以提取这一难题.

### 2.2 能量指标

由于气动载荷、离心载荷等交变载荷的影响, 在裂纹叶片旋转过程中, 2个裂纹面周期性地开闭, 导致系统刚度时变. 随着系统刚度的变化, 裂纹叶片的能量随之改变. 因此, 引入振动能量模型来研究裂纹叶片的动力学特性, 进而提出裂纹故障诊断指标. 振动能量(应变能)<sup>[21]</sup>可以被表示为

$$V_c = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q}. \quad (14)$$

式中:  $V_c$  为应变能;  $\mathbf{K}$  为系统的刚度矩阵,  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_c + \mathbf{K}_s - \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_b$ .

根据文献[24]可以构建裂纹故障能量诊断指标  $\delta$ , 该指标的含义为在能量时域波形中, 闭裂纹状态与开裂纹状态下对应的最大能量极值点之差.

$$\delta = P_1 - P_2. \quad (15)$$

式中:  $P_1$  为闭裂纹状态下能量曲线最大极值点;  $P_2$

为开裂纹状态下能量曲线最大极值点. 详细的描述见文献[24].

### 3 特征提取与分析

采用指标  $F_c(n)$  对叶片的裂纹故障特征进行提取, 选取激励频率为裂纹叶片的第1阶共振频率, 激励幅值分别为 0.01, 0.02 MPa, 裂纹深度比  $\gamma$  从 0.1 变化到 0.5, 裂纹位置比  $\lambda$  从 0.1 变化到 0.7, 增量均为 0.1, 得到的前4阶  $F_c$  值如图2所示. 从图2可以看出, 当激励频率为第1阶共振频率时, 各阶  $F_c$  值均不单调, 这是因为在不同的裂纹参数下, 每个工况对应的第1阶共振频率均不一样, 且最严重的裂纹与最轻微裂纹共振频率之差约为 200 Hz, 从而导致计算  $G_n(\omega_j)$  值时存在较大差异, 各阶  $F_c$  值没有明显的单调变化规律. 因此, 采用各阶  $F_c$  值指标无法对激励频率为裂纹叶片第1阶共振频率的裂纹故障特征进行提取, 从而导致诊断困难.

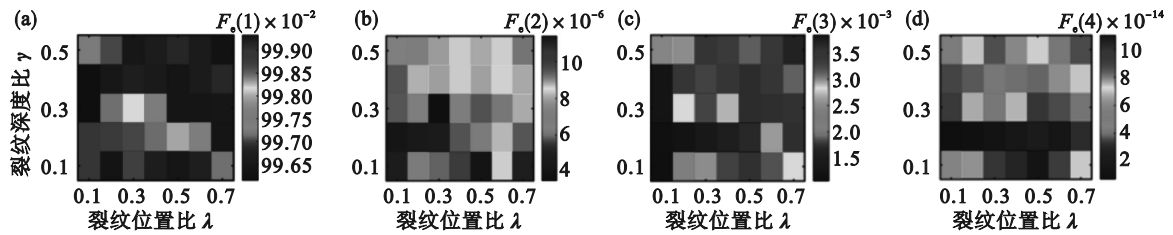


图2 第1阶共振状态下的前4阶  $F_c$  值  
Fig. 2  $F_c$  values at the first 4 order in the 1st resonance state  
(a)— $F_c(1)$ ; (b)— $F_c(2)$ ; (c)— $F_c(3)$ ; (d)— $F_c(4)$ .

当激励频率远离裂纹叶片的共振频率时, 其裂纹面间的呼吸效应减小, 非线性特性较弱, 因此, 将激励频率设为 150 Hz (远离共振频率), 研究前4阶  $F_c$  值随着裂纹参数改变的变化规律, 如图3所示. 可以看出, 在 150 Hz 的激励频率下, 前3阶  $F_c$  值随着裂纹深度与裂纹位置的增大与减小而呈现单调变化, 其中, 当裂纹深度比一定时, 随

着裂纹位置比的增加, 指标  $F_c(1)$  逐渐增加, 而指标  $F_c(2)$  与  $F_c(3)$  均逐渐减小; 同理, 当裂纹位置比一定时, 指标  $F_c(1)$  随着裂纹深度比的增加而变大,  $F_c(2)$  与  $F_c(3)$  随着裂纹深度比的增加而减小. 对于指标  $F_c(4)$  而言, 其随着裂纹位置与裂纹深度的变化无明显变化规律, 因此, 采用  $F_c(4)$  指标难以对叶片的裂纹故障进行表征.

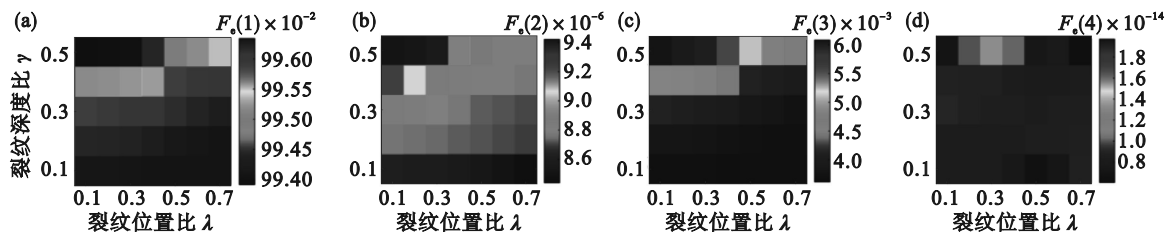


图3 150 Hz 激励频率下前4阶  $F_c$  值  
Fig. 3  $F_c$  values at the first 4 orders under 150 Hz excitation frequency  
(a)— $F_c(1)$ ; (b)— $F_c(2)$ ; (c)— $F_c(3)$ ; (d)— $F_c(4)$ .

根据图 2 和图 3 可知,当激励频率为裂纹叶片的第 1 阶共振频率时,前 4 阶  $F_c$  值没有规律性的变化;当激励频率远离叶片的共振频率时,前 3 阶  $F_c$  值随裂纹参数变化呈现有规律地减小或者增大.因此, $F_c(n)$  指标的前 3 阶适用于非共振状态下的叶片裂纹故障(裂纹深度与裂纹位置)的提取与诊断,对于共振状态下的故障表征已不再适用.

采用指标  $R_n(n)$  对叶片的裂纹故障特征进行提取,对同一裂纹位置,不同裂纹深度下的 WNOFRFs 进行计算.取裂纹位置比为 0.5,裂纹深度比为 0.1~0.5,增量为 0.1,激励频率为第 1 阶

共振频率,前 4 阶 WNOFRFs 的值如图 4 所示.在图 4 中,当自变量  $\rho$  从 -30 变化到 20 时, $R_n(1)$  由 0 变化到 1.0,并且最终稳定在 1.0;而  $R_n(2)$  与  $R_n(3)$  从 0 逐渐增加到某一最大值,然后又减小到 0,最终在 0 附近趋于稳定;而  $R_n(4)$  则与  $R_n(1)$  的变换相反,其最终稳定在 0 附近.从图 4 中还可以得出,随着裂纹深度的增加,前 4 阶 WNOFRFs 的值却没有明显的变化规律,而在文献[26]中可以明确看出,每个指标随着故障严重性的增加,均会呈现出规律性的增大或者减小.因此,该指标也无法用于检测叶片裂纹深度比的变化.

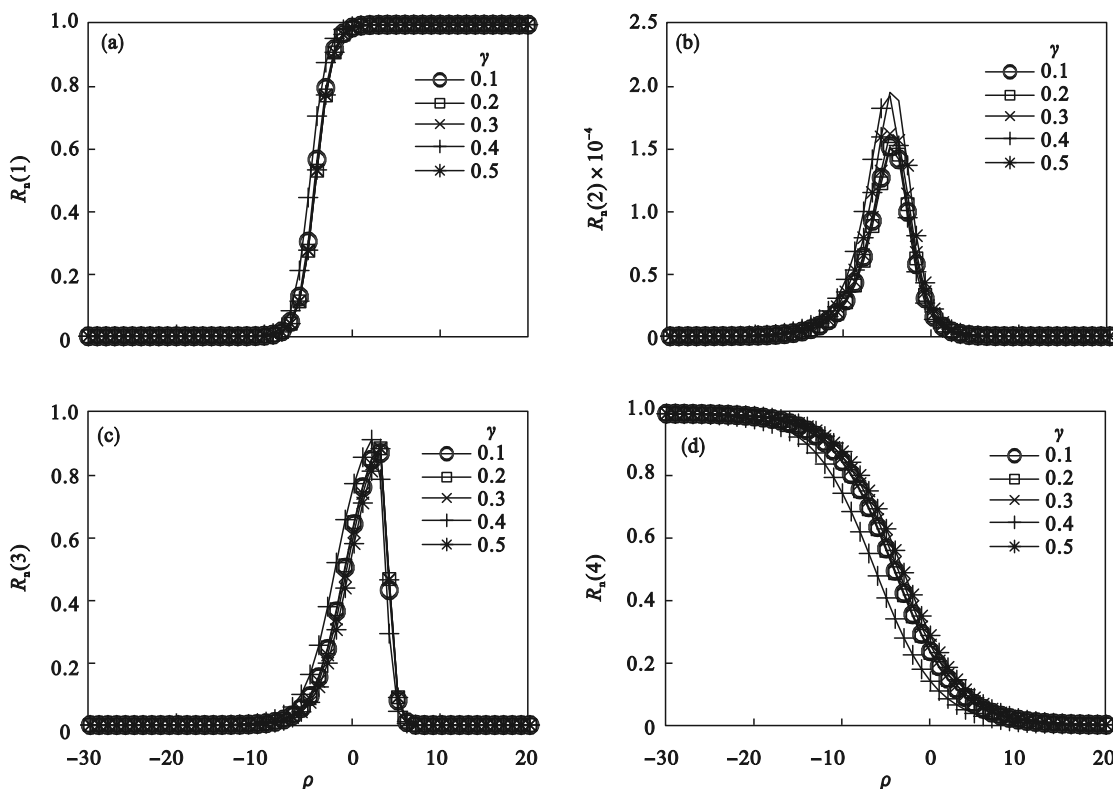


图 4 第 1 阶共振状态下不同  $\gamma$  的前 4 阶 WNOFRFs 值

Fig. 4 WNOFRFs values at the first 4 order at different  $\gamma$  under the 1st resonance state

(a)— $R_n(1)$ ; (b)— $R_n(2)$ ; (c)— $R_n(3)$ ; (d)— $R_n(4)$ .

采用同样的方法对同一裂纹深度而叶片裂纹位置不同的情况进行分析.取裂纹深度比  $\gamma$  为 0.3,裂纹位置比  $\lambda$  为 0.1~0.7,增量为 0.2,激励频率为第 1 阶共振频率,前 4 阶 WNOFRFs 的值如图 5 所示.当自变量  $\rho$  从 -30 变化到 20 时, $R_n(1)$  到  $R_n(4)$  的变化与同一裂纹位置处不同裂纹深度的变化相似,最终都是趋于 0 或 1.0.随着裂纹位置比的增加,即叶片裂纹故障逐渐减小,前 4 阶 WNOFRFs 的值也无明显变化规律.

第 1 阶共振状态下裂纹叶片呼吸效应大,非线性较强,导致采用  $R_n(n)$  指标难以对其进行故障诊断;而远离共振区时,呼吸效应减弱,采用  $R_n$

( $n$ ) 指标进行分析.图 6 为 150 Hz 激励频率下不同裂纹深度比下的前 4 阶 WNOFRFs 值.从图中可以看出,各阶趋势与共振状态下大致一样,不同的是,在自变量  $\rho$  一定的条件下,指标  $R_n(1)$  与  $R_n(2)$  随着裂纹深度比的增加逐渐减小;指标  $R_n(3)$  与  $R_n(4)$  则没有明显变化规律,说明在远离裂纹叶片的共振频率时,对同一裂纹位置而不同裂纹深度的裂纹故障可采用  $R_n(1)$  与  $R_n(2)$  指标进行诊断.

对 150 Hz 激励频率下的不同裂纹位置处的裂纹叶片采用前 4 阶 WNOFRFs 进行诊断,如图 7 所示.可以看出,当  $\rho$  一定时,指标  $R_n(1)$  随着裂纹

位置比的增加逐渐增大,即裂纹故障较轻时, $R_n(1)$ 较大,而指标 $R_n(2)$ 到 $R_n(4)$ 无规律性变化。

因此当激励频率远离共振频率时,不同裂纹位置处的裂纹故障可选取 $R_n(1)$ 指标进行诊断。

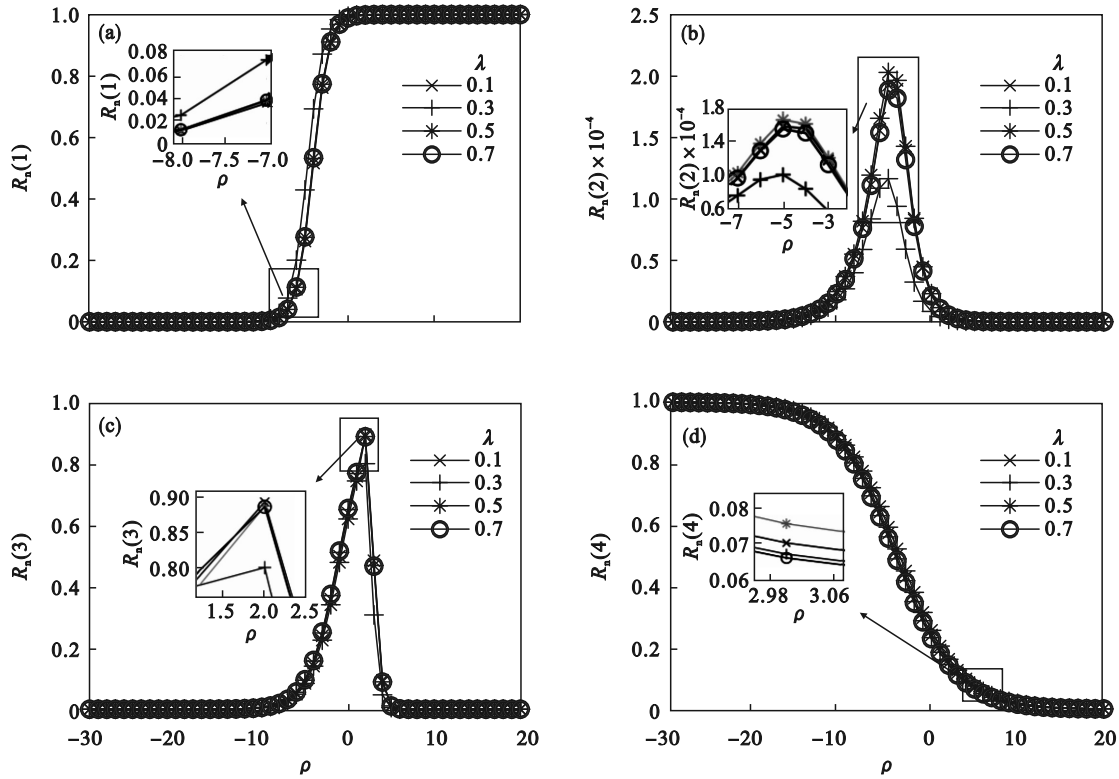


图5 第 1 阶共振状态下不同  $\lambda$  的前 4 阶 WNOFRFs 值

Fig. 5 WNOFRFs values at the first 4 order at different  $\lambda$  under the 1st resonance state

(a)— $R_n(1)$ ; (b)— $R_n(2)$ ; (c)— $R_n(3)$ ; (d)— $R_n(4)$ .

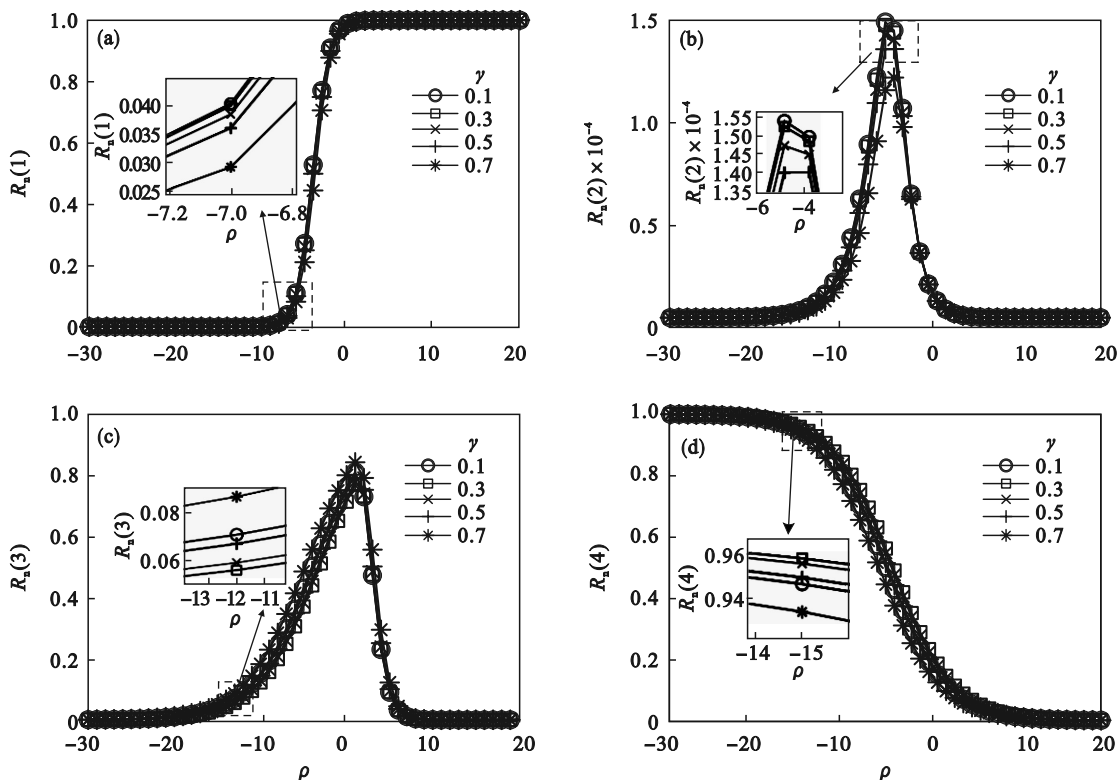
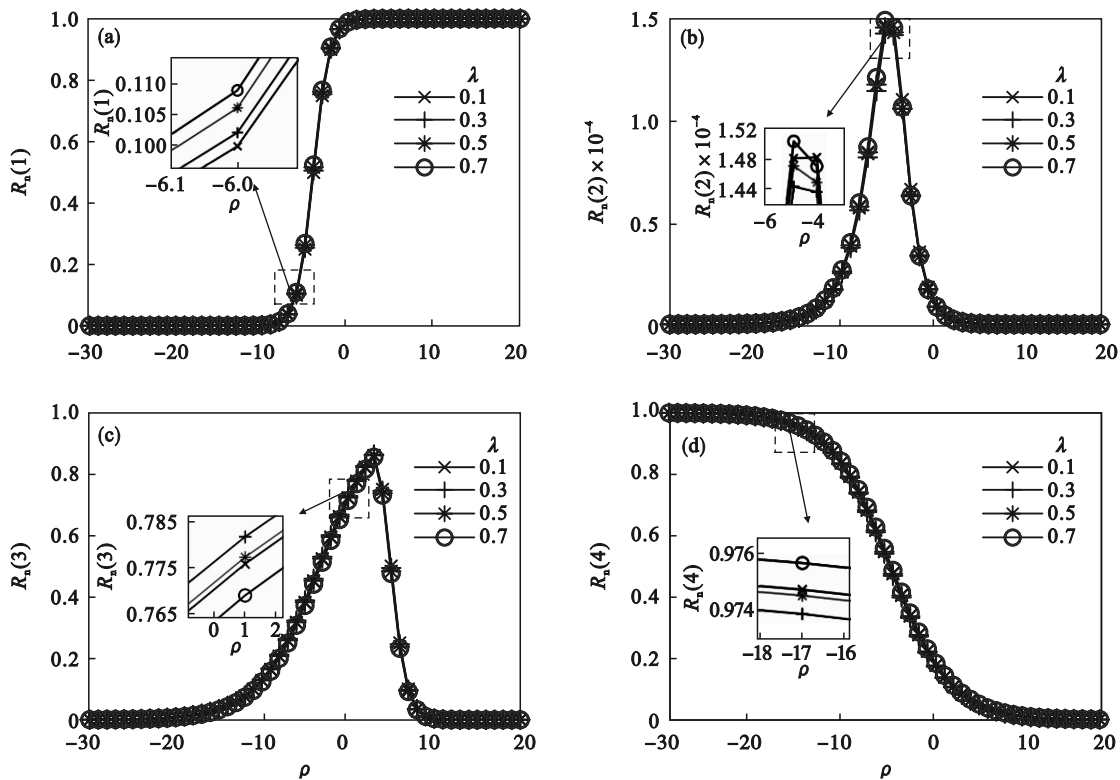


图6 150 Hz 激励频率下不同  $\gamma$  的前 4 阶 WNOFRFs 值

Fig. 6 WNOFRFs values at the first 4 order under different  $\gamma$  at 150 Hz excitation frequency

(a)— $R_n(1)$ ; (b)— $R_n(2)$ ; (c)— $R_n(3)$ ; (d)— $R_n(4)$ .

图7 150 Hz激励频率下不同 $\lambda$ 下的前4阶WNOFRFs值Fig. 7 WNOFRFs values at the first 4 orders under different  $\lambda$  at 150 Hz excitation frequency(a)— $R_n(1)$ ; (b)— $R_n(2)$ ; (c)— $R_n(3)$ ; (d)— $R_n(4)$ .

根据以上分析可知,当叶片处于第1阶共振状态下时,基于NOFRFs提出的故障诊断指标 $F_c(n)$ 与经过加权处理的WNOFRFs $R_n(n)$ 指标均无法对叶片裂纹故障实现诊断.当激励频率远离共振频率时,指标 $F_c(n)$ 与指标 $R_n(n)$ 部分阶次可用于诊断叶片的裂纹故障,指标 $F_c(n)$ 也在文献[29]中被证明,当激励频率远离裂纹叶片的共振频率时,该指标能够用于不同裂纹参数下裂纹叶片故障的提取及诊断;而指标 $R_n(n)$ 在文献[27]中被证明,随着故障程度的增加或者降低,指标 $R_n(n)$ 是均匀减小或者增加的,根据图4与图5可以看出, $R_n(n)$ 指标对于激励频率为第1阶共振频率的裂纹叶片故障诊断不适用,且只有部分阶次可用于诊断非共振状态下的裂纹故障.因此,以上指标对叶片裂纹的故障提取还存在不足.

采用能量指标对叶片的裂纹故障特征进行提取,2个不同激励频率下的能量指标 $\delta$ 随着裂纹深度比和裂纹位置比的变化趋势,如表1所示.从表中可以看出,当叶片无裂纹时,2个激励频率下能量指标 $\delta$ 的值均为0;当裂纹深度比达到了叶片宽度一半时(即 $\gamma=0.5$ ),共振状态下能量指标 $\delta$ 的值约为 $0.021\text{ J}$ ,150 Hz激励频率下达到了 $3.62 \times 10^{-5}\text{ J}$ ,比 $\gamma=0.4$ 时的值大了2倍多.同时还可以发

现,随着裂纹深度比的增加,能量指标 $\delta$ 逐渐增大,因此,指标 $\delta$ 能很好量化叶片裂纹深度的变化.为了进一步说明能量指标 $\delta$ 对不同裂纹位置处裂纹诊断的有效性,对不同裂纹位置处的能量指标进行对比,分别分析了裂纹叶片在第1阶共振状态与远离共振区的能量指标.随着裂纹位置比的增加,指标 $\delta$ 的值逐渐减小;当裂纹位置比大于0.5时(即裂纹位置与叶根的距离超过叶片长度的一半),指标减小不明显,表明此时裂纹故障较小.

综上所述,通过采用振动能量模型得到的能量响应作为裂纹叶片的故障诊断指标,不论是在裂纹叶片的第1阶共振状态下还是远离共振区,对不同裂纹深度、不同裂纹位置的裂纹叶片,能量指标 $\delta$ 均能很好地提取及表征叶片的裂纹故障.为了说明能量指标的优越性,下面将几种指标与能量指标进行对比,对比结果如表2所示.从表中可以看出,能够同时用于共振状态与非共振状态下叶片裂纹故障诊断的指标是能量指标 $\delta$ .本文提出的能量指标不仅能对2种状态下的叶片裂纹故障进行提取,且能量指标稳定性较好,灵敏度高,适用于不同情况下的裂纹故障.因此,采用本文提出的能量指标来检测叶片裂纹故障更方便、更有效.

表 1 指标  $\delta$  变化趋势  
Table 1 Change trend of indicator  $\delta$

指标类型	数值	1 阶共振频率下能量指标 $\delta \times 10^{-3}/J$	非共振频率下能量指标 $\delta \times 10^{-5}/J$
裂纹深度比 $\gamma$	0	0	0
	0.1	0.46	0.35
	0.2	0.83	0.48
	0.3	4.31	0.85
	0.4	12.39	1.44
	0.5	20.92	3.62
裂纹位置比 $\lambda$	0	0	0
	0.1	28.4	2.32
	0.2	9.80	1.23
	0.3	4.31	0.85
	0.4	1.41	0.31

表 2 指标对比  
Table 2 Comparison of the indicators

指标	共振状态		非共振状态		特点
	不同深度	不同位置	不同深度	不同位置	
$F_c(n)$	$F_c(1)$	×	×	√	适用范围小
	$F_c(2)$	×	×	√	
	$F_c(3)$	×	×	√	
	$F_c(4)$	×	×	×	
$R_n(n)$	$R_n(1)$	×	×	√	适用范围小
	$R_n(2)$	×	×	√	
	$R_n(3)$	×	×	×	
	$R_n(4)$	×	×	×	
能量指标 $\delta$	√	√	√	√	稳定性好、灵敏度高、适用范围广

注：“√”表示可用于检测叶片裂纹故障的指标；“×”表示无法用于检测叶片裂纹故障的指标。

## 4 结 论

1) 基于非线性输出频率响应函数的指标  $F_c(n)$  以及  $R_n(n)$  在共振状态下不可用于裂纹叶片的故障诊断,而在非共振状态下仅存在少数指标可以被用于裂纹叶片的故障诊断。

2) 指标  $F_c(n)$  以及  $R_n(n)$  对叶片裂纹故障进行诊断时稳定性较差、不敏感,而能量指标  $\delta$  不仅能有效提取叶片裂纹故障,且在共振与非共振状态下均能有效诊断裂纹故障。

### 参考文献:

[1] Witek L. Crack propagation analysis of mechanically damaged compressor blades subjected to high cycle fatigue [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2011, 18 (4): 1223-1232.

[2] Esfandiari A, Bakhtiari-Nejad F, Rahai A. Theoretical and experimental structural damage diagnosis method using natural frequencies through an improved sensitivity equation [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013,

70: 79-89.

[3] Ma T C, Song D, Shen J X, et al. Blade crack detection using variational model decomposition and time-delayed feedback nonlinear tri-stable stochastic resonance [J]. *Structural Health Monitoring*, 2023, 22(2): 1478-1493.

[4] Madhavan S, Jain R, Sujatha C, et al. Vibration based damage detection of rotor blades in a gas turbine engine [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2014, 46: 26-39.

[5] Huang X, Zhang X D, Xiong Y W, et al. A novel intelligent fault diagnosis approach for early cracks of turbine blades via improved deep belief network using three-dimensional blade tip clearance [J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 13039-13051.

[6] Cao M S, Lu Q T, Su Z Q, et al. A nonlinearity-sensitive approach for detection of “breathing” cracks relying on energy modulation effect [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 524: 116754.

[7] 陈雪峰. 智能运维与健康诊断[M]. 北京: 机械工业出版社, 2020.  
(Chen Xue-feng. Intelligent maintenance and health management[M]. Beijing: China Machine Press, 2020.)

[8] 李宏坤, 贺长波, 于刚, 等. 利用稀疏盲源分离方法的叶片裂纹特征提取[J]. *振动工程学报*, 2017, 30(3): 510-518.  
(Li Hong-kun, He Chang-bo, Yu Gang, et al. Blade crack feature extraction by using sparse blind source separation

- algorithm [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, 30(3): 510–518.)
- [9] Yang L H, Ma M, Wu S M, et al. An improved analytical dynamic model for rotating blade crack; with application to crack detection indicator analysis [J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2021, 40(4): 1935–1961.
- [10] Yu Z X, Xu C, Du F, et al. Time-domain spectral finite element method for wave propagation analysis in structures with breathing cracks [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2020, 33(6): 812–822.
- [11] Cao S P, Hu Z J, Luo X H, et al. Research on fault diagnosis technology of centrifugal pump blade crack based on PCA and GMM [J]. *Measurement*, 2021, 173: 108558.
- [12] Lang Z Q, Peng Z K. A novel approach for nonlinearity detection in vibrating systems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 314(3/4/5): 603–615.
- [13] Peng Z K, Lang Z Q, Billings S A. Crack detection using nonlinear output frequency response functions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(3/4/5): 777–788.
- [14] Peng Z K, Lang Z Q, Wolters C, et al. Feasibility study of structural damage detection using NARMAX modelling and nonlinear output frequency response function based analysis [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(3): 1045–1061.
- [15] Liu Y, Zhao Y L, Lang Z Q, et al. Weighted contribution rate of nonlinear output frequency response functions and its application to rotor system fault diagnosis [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 460: 114882.
- [16] Liu Y, Zhao Y L, Han J Y, et al. Combination algorithm for cracked rotor fault diagnosis based on NOFRFs and HHR [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2019, 33(4): 1585–1593.
- [17] Wei K X, Ye L, Ning L W, et al. Nonlinear dynamic response of a cracked beam under multi-frequency excitation [J]. *Advances in Vibration Engineering*, 2013, 12(5): 431–446.
- [18] Mao H L, Tang W L, Huang Y X, et al. Research on NOFRF entropy-based detection method for early damage of pillar porcelain insulator [J]. *Shock and Vibration*, 2020, 2020: 2841254.
- [19] 李志农, 杜宜光, 肖尧先. 基于非线性输出频率响应函数的多裂纹转子故障诊断方法研究 [J]. *兵工学报*, 2015, 36(6): 1096–1103.  
(Li Zhi-nong, Du Yi-guang, Xiao Yao-xian. Fault diagnosis method of rotor system with multi-crack based on nonlinear output frequency response function [J]. *Acta Armamentarii*, 2015, 36(6): 1096–1103.)
- [20] Zhang X T, Yang Y F, Shi M M, et al. An energy track method for early-stage rub-impact fault investigation of rotor system [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 516: 116545.
- [21] Zhang X T, Yang Y F, Ma H, et al. A novel diagnosis indicator for rub-impact of rotor system via energy method [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 185: 109825.
- [22] Zhang X T, Yang Y F, Shi M M, et al. Novel energy identification method for shallow cracked rotor system [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 186: 109886.
- [23] Huh Y C, Chung T Y, Moon S J, et al. Damage detection in beams using vibratory power estimated from the measured accelerations [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(15): 3645–3665.
- [24] Xiong Q, Guan H, Ma H, et al. Dynamic characteristic analysis of rotating blade with breathing crack [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 196: 110325.
- [25] Lang Z Q, Billings S A. Energy transfer properties of nonlinear systems in the frequency domain [J]. *International Journal of Control*, 2005, 78(5): 354–362.
- [26] Liang H Y, Lu H H, Feng K P, et al. Application of the improved NOFRFs weighted contribution rate based on KL divergence to rotor rub-impact [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 104(4): 3937–3954.
- [27] 李津涛. 基于NOFRFs的转子系统碰摩故障诊断方法的研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2021.  
(Li Jin-tao. Research on diagnosis methods for rub-impact fault of a rotor system based on nonlinear output frequency response functions [D]. Shenyang: Northeastern University, 2021.)
- [28] Liu Y, Zhao Y L, Li J T, et al. Application of weighted contribution rate of nonlinear output frequency response functions to rotor rub-impact [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 136: 106518.
- [29] 赵晨光. 含呼吸裂纹的旋转扭形叶片动力学特性研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2021.  
(Zhao Chen-guang. Research on the dynamic characteristics of rotating blade with breathing crack [D]. Shenyang: Northeastern University, 2021.)