

# 地震作用下岩质边坡预应力锚索动力响应解析解

高 幸<sup>1,2</sup>, 贾金青<sup>1,2</sup>, 张丽华<sup>1,2</sup>, 涂兵雄<sup>3</sup>

(1. 大连理工大学 土木工程学院, 辽宁 大连 116024; 2. 大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024; 3. 华侨大学 福建省隧道与城市地下空间工程技术研究中心, 福建 厦门 361021)

**摘 要:** 为明确地震作用下岩质边坡预应力锚索的动力响应, 提出了一套危岩体-锚索自由段-边坡结构面-锚索锚固段-基岩协同作用的锚索动力计算模型, 得到了锚索动力响应解析解. 通过离心机模型试验验证了锚索动力计算模型的准确性, 并根据工程案例进行了关键参数分析. 结果表明: 地震圆频率的增加可引发边坡共振效应, 锚索自由段轴力增量峰值显著增大. 随着基岩剪切模量增大, 锚固界面的弹簧刚度与阻尼系数增大, 锚索动力响应的轴向传递受限, 锚固段顶端承担更大的剪应力增量. 结构面的阻尼比和基岩的泊松比对锚索自由段的轴力增量及锚固段的内力增量分布影响较小, 锚索抗震设计时可不作为重点关注对象. 研究结果可为预应力锚索的动力分析与抗震设计提供理论基础.

**关 键 词:** 预应力锚索; 岩质边坡; 地震作用; 动力响应; 解析解

中图分类号: TU 435 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2025)05-0134-11

## Analytical Solution of Dynamic Response of Prestressed Anchor Cable in Rock Slope Under Earthquake

GAO Xing<sup>1,2</sup>, JIA Jin-qing<sup>1,2</sup>, ZHANG Li-hua<sup>1,2</sup>, TU Bing-xiong<sup>3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. The State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 3. Fujian Engineering Technology Research Center for Tunnel and Underground Space, Huaqiao University, Xiamen 361021, China. Corresponding author: JIA Jin-qing, E-mail: jiajq@dlut.edu.cn)

**Abstract:** In order to clarify the dynamic response of prestressed anchor cable in rock slope under earthquake, a set of anchor cable dynamic calculation models based on the synergistic action of dangerous rock mass, free section of anchor cable, slope structural plane, anchorage section of anchor cable and bedrock is proposed, and the analytical solution of dynamic response of anchor cable is obtained. The accuracy of the anchor cable dynamic calculation model is verified by the centrifuge model test, and the key parameters are analyzed according to an engineering case. The results show that the increase of seismic circular frequency can trigger the slope resonance effect, and the peak value of axial force increment in the free segment of anchor cable increases significantly. With the increase of bedrock shear modulus, the spring stiffness and damping coefficient of the anchorage interface increase, the axial transmission of the dynamic response is limited, and the top of the anchorage segment undertakes a larger shear stress increment. The damping ratio of the structural plane and the Poisson's ratio of the bedrock have little influence on the axial force increment of the free segment and the internal force increment distribution in anchorage segment of the anchor cable, so these parameters are not taken as the key object in seismic design of the anchor cable. The research results can provide theoretical basis for dynamic analysis and seismic design of prestressed anchor cable.

**Key words:** prestressed anchor cable; rock slope; earthquake; dynamic response; analytical solution

收稿日期: 2023-11-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52278332); 国家重点研发计划项目(2018YFC1505302); 福厦泉国家自主创新示范区协同创新平台项目(3502ZCQXT2022002).

作者简介: 高 幸(1992—), 男, 河北秦皇岛人, 大连理工大学博士研究生; 贾金青(1962—), 男, 河北沧州人, 大连理工大学教授, 博士生导师.

中国处于活跃的环太平洋地震带与欧亚地震带之间,是世界上地震灾害最严重的国家之一.同时,中国约三分之二的国土面积为山地、丘陵、高原等,地震会触发大量边坡地质灾害,如崩塌、滑坡、泥石流等,造成重大经济损失和人员伤亡<sup>[1-2]</sup>.因此,需要对危险边坡进行加固,以保障人民生命财产安全及基础设施的正常运营.

预应力锚索柔性支护技术具有施工便捷、成本低廉、安全高效等显著特点,常用于公路、铁路、建筑边坡支护工程<sup>[3]</sup>.锚索在支护过程中除受到岩(土)压力的静载作用,还会受到地震力的动载作用.地震作用下预应力锚索动力响应特性的研究主要从计算理论、数值模拟和模型试验三方面开展.计算理论方面:Ye等<sup>[4]</sup>将框架结构对土体的作用视为弹簧和阻尼器并联的Voigt模型,将锚杆自由段被视为线性弹簧,将岩土体视为广义Kelvin体,建立了框锚支护体系的动力模型;董建华等<sup>[5]</sup>在锚杆动力模型中,将锚杆的自由段和锚固段均视为连续弹性的均质圆杆并分别建立动力平衡方程,得到了锚杆轴力的解析解;芦苇等<sup>[6]</sup>在模型中将夯土体对锚杆的摩阻作用简化为Voigt模型,同时将裂隙段两侧土体对锚杆的拉结作用简化为1个线性弹簧,推导了锚杆轴力分布的解析解.数值模拟方面: Peng等<sup>[7]</sup>建立了锚固岩质边坡的数值模型并发现了地震作用下锚索的最大轴向力在结构面附近;Jia等<sup>[8]</sup>基于FLAC<sup>3D</sup>软件提出了cable单元的本构修正模型并分析了修正后预应力锚索的动力响应;Lin等<sup>[9]</sup>开展了锚索框架支护三级边坡的数值模拟,研究发现锚索轴向应力在基岩内迅速衰减,锚索抗震设计时可适当减小锚固段长度;Zheng等<sup>[10]</sup>通过离散元法对预应力锚索加固反倾顺层岩质边坡开展动力分析,发现较小的锚索倾角和较高的预应力对反倾顺层岩质边坡的加固效果最佳.模型试验方面:Zheng等<sup>[11]</sup>开展了锚固岩质边坡的动力循环加载试验,发现预应力锚索锚固段的应力沿长度方向呈非均匀分布,在固定端和自由端交界处应力较大;Nie等<sup>[12]</sup>通过开展锚固岩质边坡的离心机模型试验,发现边坡结构面附近的锚索轴应力较大,随着与结构面距离的增大锚索轴向应力逐渐减小;Long等<sup>[13]</sup>通过锚固岩质边坡的振动台模型试验发现锚固界面上的剪切效应与坡面的地震反应密切相关,剪切效应随着地震反应的增加而增强;Xu等<sup>[14]</sup>和Wang等<sup>[15]</sup>研发了1种自适应锚索并开展了振动台模型试验,试验表明自

适应锚索的耗能装置可自行协调张力与变形以规避地震荷载的瞬时冲击作用.

地震荷载作用下预应力锚索动力响应的研究多基于模型试验与数值模拟等方法,而锚索动力计算模型的理论研究尚处于初步阶段.本文考虑了锚固段与基岩的非线性相互作用,提出了一套危岩体-锚索自由段-边坡结构面-锚索锚固段-基岩协同作用的锚索动力计算模型,通过理论推导得到了地震作用下锚索动力响应解析解,分析了锚索轴力增量、剪应力增量的分布规律,揭示了不同参数对锚索动力变化的影响.

## 1 预应力锚索动力响应解析计算模型

预应力锚索支护边坡示意图如图1所示,其中, $\beta$ 为边坡的坡角, $\alpha$ 为结构面的倾角, $\theta$ 为锚索与水平面的夹角, $h$ 为边坡高度, $L_a$ 为锚固段的长度, $L_{fi}(i=1, 2, 3, \dots, n)$ 为第*i*排锚索的自由段长度.

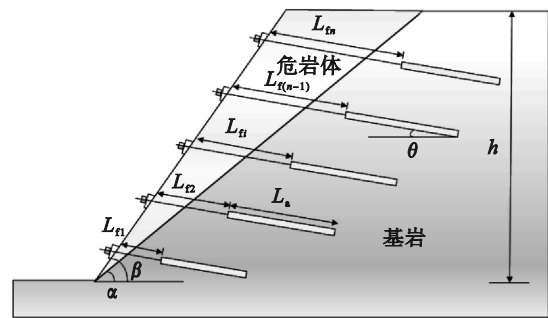


图1 预应力锚索支护边坡示意图

Fig. 1 Schematic diagram of prestressed anchor cable supporting slope

### 1.1 假设条件

本文在建立预应力锚索动力计算模型时作出如下假设:

- 1) 假定锚固段为等截面均质圆杆,材料为质量连续分布的线弹性体<sup>[5]</sup>;
- 2) 假定锚索自由段为线性弹簧单元<sup>[4]</sup>;
- 3) 锚固段周身与基岩的相互作用模型表示为阻尼元件与弹簧元件的并联机构<sup>[6]</sup>;
- 4) 假定锚固段末端与基岩弹性接触,表示为线性弹簧单元<sup>[5,16]</sup>;
- 5) 危岩体与基岩的结构面模型表示为阻尼元件与弹簧元件的并联机构<sup>[17]</sup>;
- 6) 边坡的岩体为均匀且各向同性;
- 7) 由于锚索角度较小,竖向地震荷载影响有限,仅考虑水平地震荷载对锚索的动力作用<sup>[6]</sup>.

## 1.2 锚索自由段动力响应解析计算

根据基本假设条件,预应力锚索加固边坡的振动体系的动力学模型可简化为基础简谐运动体系的振动反应,见图2.

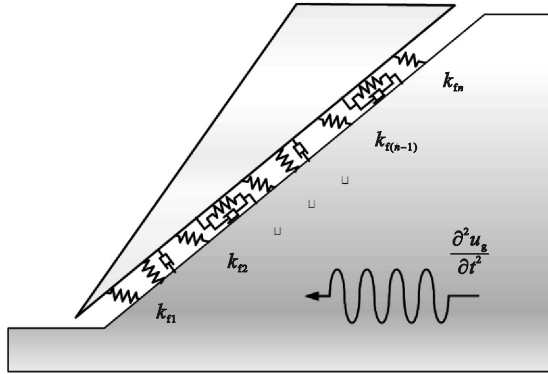


图2 锚固边坡振动体系的动力学计算模型

Fig. 2 Dynamic calculation model of anchored slope vibration system

建立锚固边坡振动体系在地震荷载作用下沿锚索轴向的运动方程:

$$m \frac{\partial^2 \bar{u}_f}{\partial t^2} + c \frac{\partial \bar{u}_f}{\partial t} + k(\bar{u}_f + \Delta u_{tm} + \Delta u_{tr}) = -m \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \cos \theta + mg \sin \theta + T_p \quad (1)$$

其中: $m$ 为危岩体的质量; $c$ 为结构面的阻尼系数; $k$ 为总刚度; $\bar{u}_f$ 为危岩体沿锚索轴向的位移响应; $\Delta u_{tm}$ 为重力下危岩体沿锚索轴向的静位移; $\Delta u_{tr}$ 为预应力下危岩体沿锚索轴向的静位移; $\partial^2 u_g / \partial t^2$ 为地震加速度; $T_p$ 为锚索预应力。

根据弹性元件变形能相等的原则,可以得到结构面沿锚索轴向的刚度为

$$k_{str} = k_n \sin^2(\alpha + \theta) + k_s \cos^2(\alpha + \theta) \quad (2)$$

其中: $k_n, k_s$ 分别为结构面的法向刚度和切向刚度。

第*i*排锚索的弹簧刚度为

$$k_{fi} = E_f A_f / L_{fi} \quad (3)$$

其中: $A_f$ 为锚索自由段的截面面积; $E_f$ 为锚索自由段的弹性模量。

锚固边坡振动体系沿锚索轴向的总刚度为结构面刚度与锚索总刚度之和:

$$k = k_{str} h / \sin \alpha + \sum_{i=1}^n k_{fi} \quad (4)$$

本文基于拟动力法,通过简谐振动波来模拟地震波,基岩受到的地震激励为

$$u_g = U_g \sin \omega t \quad (5)$$

其中: $U_g$ 为地震幅值; $\omega$ 为地震圆频率。

位移函数对时间*t*求二阶偏导得到地震波的加速度为

$$\frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} = -U_g \omega^2 \sin \omega t \quad (6)$$

由于锚固边坡的振动反应与静力荷载(危岩体重力及锚索预应力)无关,可消去运动方程(1)中静力项.令 $a_g = U_g \omega^2$ ,并通过形式变换可得到锚固边坡振动体系关于地震加速度的运动学方程:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_f}{\partial t^2} + 2\zeta \omega_0 \frac{\partial \bar{u}_f}{\partial t} + \omega_0^2 \bar{u}_f = a_g \cos \theta \sin \omega t \quad (7)$$

无阻尼时锚固边坡的固有圆频率为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8)$$

边坡结构面的阻尼比为

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (9)$$

求解运动学方程(7)得到锚固边坡沿锚索轴向的位移响应,即锚索自由段的动态伸长量.

$$\bar{u}_f = A e^{-\zeta \omega_0 t} \sin\left(\sqrt{\omega_0^2(1-\zeta^2)}t + \omega\right) + B \sin(\omega t - \varphi) \quad (10)$$

其中: $A, B$ 为待定系数; $\varphi$ 为相位角。

从锚固边坡振动体系的位移解可以看出,锚固边坡的振动由两部分合成,第一部分按地震荷载圆频率 $\omega$ 振动,第二部分按固有圆频率 $\omega_0$ 振动.实际振动过程中存在阻尼力,所以固有圆频率产生的振动会很快消失,最后按地震荷载圆频率平稳振动.固有圆频率引起的振动作用时间短暂,实际问题中通常予以忽略.因此,锚索自由段的动态伸长量可记为

$$\bar{u}_f = B \sin(\omega t - \varphi) \quad (11)$$

将式(11)代入微分方程(7)可得

$$\begin{aligned} & (B(\omega_0^2 - \omega^2) - a_g \cos \theta \cos \varphi) \sin(\omega t - \varphi) + \\ & (2\zeta \omega_0 B \omega - a_g \cos \theta \sin \varphi) \cos(\omega t - \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

对于任意时间*t*,式(12)恒成立,因此可得

$$B(\omega_0^2 - \omega^2) - a_g \cos \theta \cos \varphi = 0, \quad (13)$$

$$2\zeta \omega_0 B \omega - a_g \cos \theta \sin \varphi = 0. \quad (14)$$

联立式(13)与式(14)得到

$$B = \frac{a_g \cos \theta}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2 \omega_0^2 \omega^2}}, \quad (15)$$

$$\varphi = \arctan \frac{2\zeta \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (16)$$

因此,锚索自由段的动态伸长量为

$$\bar{u}_f = \frac{a_g \cos \theta}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2 \omega_0^2 \omega^2}} \sin\left(\omega t - \arctan \frac{2\zeta \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \quad (17)$$

第*i*排锚索自由段的轴力响应为

$$F_{fi} = k_{fi} \bar{u}_f \quad (18)$$

### 1.3 锚索锚固段动力响应解析计算

锚固段动力响应分析中,可将预应力锚索支护体系分解为单锚结构<sup>[4]</sup>,如图 3 所示.其中,锚

固段与基岩的锚固界面可视为弹簧元件与阻尼元件并连的 Voigt 模型,锚固段末端与基岩的接触面可简化为弹簧元件.

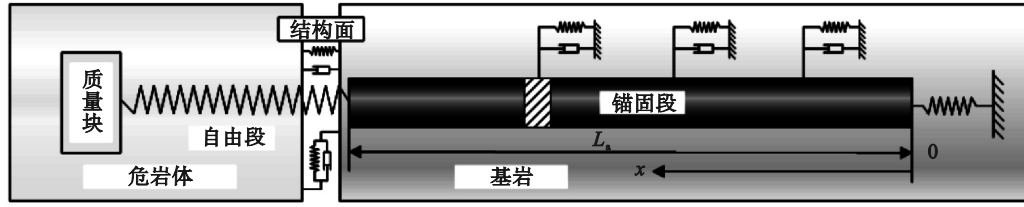


图 3 预应力锚索单锚结构动力计算模型

Fig. 3 Dynamic calculation model of single anchor structure of prestressed anchor cable

锚固段与基岩作用界面的弹簧刚度系数 (\$k\_a\$)、阻尼系数 (\$\eta\_a\$) 及锚固段末端与基岩接触面的弹簧刚度系数 (\$k\_d\$) 分别为<sup>[16]</sup>

$$k_a = \frac{2.75G_s}{\pi d_a}, \quad (19)$$

$$\eta_a = \sqrt{G_s \rho_s}, \quad (20)$$

$$k_d = \frac{8G_s}{\pi d_a(1-\mu_s)}. \quad (21)$$

其中: \$d\_a\$ 锚固段直径; \$G\_s\$ 为基岩的剪切模量; \$\mu\_s\$ 为基岩的泊松比; \$\rho\_s\$ 为基岩的密度.

地震荷载作用下锚固微元段的受力简图如图 4 所示,通过对锚固微元段受力分析,根据达朗贝尔原理,建立动力平衡方程:

$$(F + dF) - F - C_a \left( k_a u_a + \eta_a \frac{\partial u_a}{\partial t} \right) - dm_a \frac{\partial^2 u_a}{\partial t^2} = dm_a \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \cos \theta, \quad (22)$$

$$F = \sigma A_a, \quad (23)$$

$$F + dF = \left( \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) A_a, \quad (24)$$

$$dm_a = \rho_a A_a dx. \quad (25)$$

其中: \$F\$ 为轴力; \$C\_a\$ 为锚固段周长; \$\sigma\$ 为应力; \$A\_a\$ 为锚固段截面积; \$\rho\_a\$ 为锚固段的密度.

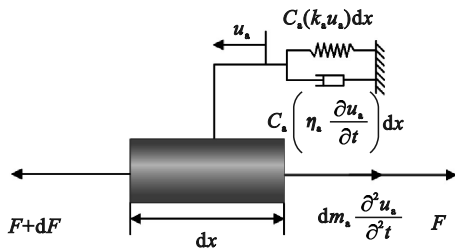


图 4 锚固微元段受力简图

Fig. 4 Force diagram of the anchoring micro-section

将式(23), (24)和(25)代入式(22)可得

$$A_a \frac{\partial \sigma}{\partial x} - C_a \left( k_a u_a + \eta_a \frac{\partial u_a}{\partial t} \right) - \rho_a A_a \frac{\partial^2 u_a}{\partial t^2} = \rho_a A_a \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \cos \theta. \quad (26)$$

根据胡克定律与平面应变几何方程得到:

$$\sigma = E_a \varepsilon = E_a \frac{\partial u_a}{\partial x}. \quad (27)$$

其中 \$E\_a\$ 为锚固段的弹性模量.

将式(27)代入式(26)可得锚固段动力控制方程:

$$\frac{\partial^2 u_a}{\partial x^2} - C_a \left( \frac{k_a u_a}{E_a A_a} + \frac{\eta_a}{E_a A_a} \frac{\partial u_a}{\partial t} \right) dx - \frac{\rho_a}{E_a} \frac{\partial^2 u_a}{\partial t^2} = \frac{\rho_a}{E_a} \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \cos \theta. \quad (28)$$

控制方程初始条件:

$$u_f(t) \Big|_{t=0} = 0, \quad (29)$$

$$u_a(x, t) \Big|_{t=0} = 0. \quad (30)$$

控制方程边界条件:

$$E_a A_a \frac{\partial u_a(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L_a} = k_f u_f(t), \quad (31)$$

$$E_a A_a \frac{\partial u_a(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = k_d u_a(x, t) \Big|_{x=0}. \quad (32)$$

边坡基岩受到地震激励为 \$u\_g = U\_g \sin \omega t\$, 为简化计算, 记为 \$u\_g = U\_g e^{i\omega t}\$, 取其虚部为实际地震激励响应, 即 \$\bar{u}\_g = \text{Im}(U\_g(x) e^{i\omega t})\$<sup>[6]</sup>. 由于地震频率远低于边坡固有频率, 且结构面阻尼系数较小, 因此可忽略锚索自由段动力响应相位角影响<sup>[6]</sup>. 设方程式(28)的解为 \$u\_a = U\_a e^{i\omega t}\$, 取其虚部为锚固微元段的位移响应, 记作 \$\bar{u}\_a = \text{Im}(U\_a(x) e^{i\omega t})\$. 设 \$u\_f = U\_f e^{i\omega t}\$, 取其虚部为锚索自由段的动态伸长量, 其中 \$U\_f = \frac{i a\_g \cos \theta}{\sqrt{(\omega\_0^2 - \omega^2) + 4 \zeta^2 \omega\_0^2 \omega^2}}\$. 将 \$u\_g = U\_g e^{i\omega t}\$ 和 \$u\_a = U\_a e^{i\omega t}\$ 分别代入式(28), 得到

$$\frac{d^2 U_a(x)}{dx^2} + \left( \frac{\rho_a \omega^2}{E_a} - \frac{C_a k_a}{E_a A_a} - \frac{C_a i \eta_a \omega}{E_a A_a} \right) U_a(x) = - \frac{\rho_a \omega^2 U_g \cos \theta}{E_a}. \quad (33)$$

$$\text{令 } P = \frac{\rho_a \omega^2}{E_a} - \frac{C_a k_a}{E_a A_a} - \frac{C_a i \eta_a \omega}{E_a A_a}, Q = - \frac{\rho_a \omega^2 U_g \cos \theta}{E_a},$$

整理式(33)得到

$$\frac{d^2 U_a(x)}{dx^2} + P U_a(x) = Q. \quad (34)$$

求解微分方程(34)得到

$$U_a(x) = C_1 \cos(\sqrt{P} x) + C_2 \sin(\sqrt{P} x) + \frac{Q}{P}. \quad (35)$$

方程式(28)的解为

$$u_a(x, t) = \left( C_1 \cos(\sqrt{P} x) + C_2 \sin(\sqrt{P} x) + \frac{Q}{P} \right) e^{i\omega t}. \quad (36)$$

锚固微元段的位移响应为

$$\bar{u}_a(x, t) = \text{Im} \left( \left( C_1 \cos(\sqrt{P} x) + C_2 \sin(\sqrt{P} x) + \frac{Q}{P} \right) e^{i\omega t} \right). \quad (37)$$

$$C_2 = \frac{ik_{\bar{t}} a_g \cos\theta - k_d(Q/P) \cos(\sqrt{P} L_a) \left( \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2} \right)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2} \left( k_d \cos(\sqrt{P} L_a) - E_a A_a \sqrt{P} \sin(\sqrt{P} L_a) \right)}. \quad (41)$$

锚固段的轴力响应为

$$F_{ai}(x, t) = E_a A_a \frac{\partial \bar{u}_a(x, t)}{\partial x}. \quad (42)$$

锚固段的剪应力响应为

$$\tau_{ai}(x, t) = \frac{E_a d_a}{4} \frac{\partial^2 \bar{u}_a(x, t)}{\partial x^2}. \quad (43)$$

为定量分析计算参数对锚索轴力增量及剪应力增量的影响,本文引入了轴力增量影响系数 $\lambda_F$ 及剪应力增量影响系数 $\lambda_\tau$ ,其中 $\lambda_F = F_i(x)/F_0(x)$ ,  $F_i(x)$ 为不同计算参数下的轴力增量峰值,  $F_0(x)$ 为初始参数下的轴力增量峰值;  $\lambda_\tau = \tau_i(x)/\tau_0(x)$ ,  $\tau_i(x)$ 为不同计算参数下的剪应力增量峰值,  $\tau_0(x)$ 为初始参数下的剪应力增量峰值.  $\lambda_F = 1$ 与 $\lambda_\tau = 1$ 为中性线,当 $\lambda_F$ 与 $\lambda_\tau$ 趋近于中性线表示轴力增量峰值与剪应力增量峰值受到影响较小,当 $\lambda_F$ 与 $\lambda_\tau$ 远离中性线代表轴力增量峰值与剪应力增量峰值受到影响较大.

## 2 锚索动力响应计算模型试验验证

李林昊<sup>[18]</sup>根据一定的相似比例设计了锚索支护边坡在地震作用下的离心机模型试验,边坡模型的长×宽×高分别为750 mm×350 mm×420 mm,坡面角度为75°,滑面坡度为40°.锚索与滑面垂直布置,共设3排2列,自上而下锚索长度分别为416, 353和260 mm,锚固深度分别为250, 250和220 mm,如图5所示.按照规定相似比计算得到边坡模型的物理力学参数指标,并根据材料试配得到边坡模型材料的最终配比为 $m(\text{水泥}):m(\text{砂}):m(\text{水})=1:3:1$ ,采用截面尺寸为1 mm×10 mm的紫铜片作为锚索相似材料,边坡与锚索相似材料的物理力学参数如表1所示.

将 $u_a(x, t), u_t(t)$ 分别代入边界条件式(31), (32)得到

$$E_a A_a \sqrt{P} \left( -C_1 \sin(\sqrt{P} L_a) + C_2 \cos(\sqrt{P} L_a) \right) e^{i\omega t} = \frac{ik_{\bar{t}} a_g \cos\theta}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2}} e^{i\omega t}, \quad (38)$$

$$E_a A_a \sqrt{P} C_2 e^{i\omega t} = k_d (C_1 + Q/P) e^{i\omega t}. \quad (39)$$

联立方程(38), (39)解得

$$C_1 = \frac{k_d (C_2 + Q/P)}{E_a A_a \sqrt{P}}, \quad (40)$$

模型试验加载地震波为标准正弦波,原波周期为0.56 s,持续时间为72 s,按照时间比例缩尺后,作为边坡模型输入地震波.试验设计了离心加速度为30 g和40 g下地震烈度为8度和9度的4种加载工况.

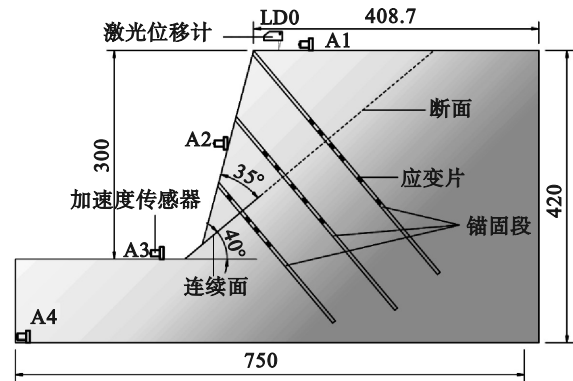


图5 离心机模型试验示意图(单位:mm)

Fig. 5 Schematic diagram of centrifuge model test

表1 材料物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters

名称	材料	密度/ (kg·m <sup>-3</sup> )	弹性模 量/GPa	泊松比	抗压强 度/MPa
岩体	砂浆	2 000	6.3	0.225	4.5
锚索	紫铜片	8 900	108.0	0.320	—

本文的锚索动力响应模型计算结果与文献[18]的离心机模型试验结果对比如图6所示.文献[12, 19]试验研究表明锚固段末端轴向峰值应力应趋于0,而离心机模型试验中锚固段末端轴向峰值应力趋向于非零常数,说明应变片采集数据发生基线偏移.本文通过MATLAB编程对轴向峰值应力进行基线校正,最终得到锚索实际轴向

峰值应力,分别对比离心加速度为30 g和40 g下8度和9度地震烈度的基线校正后试验结果与本文模型计算结果,两者变化趋势一致且数值极为

相近,相关系数平方的范围约为0.93~0.98,验证了锚索动力响应计算模型的准确性、合理性和有效性。

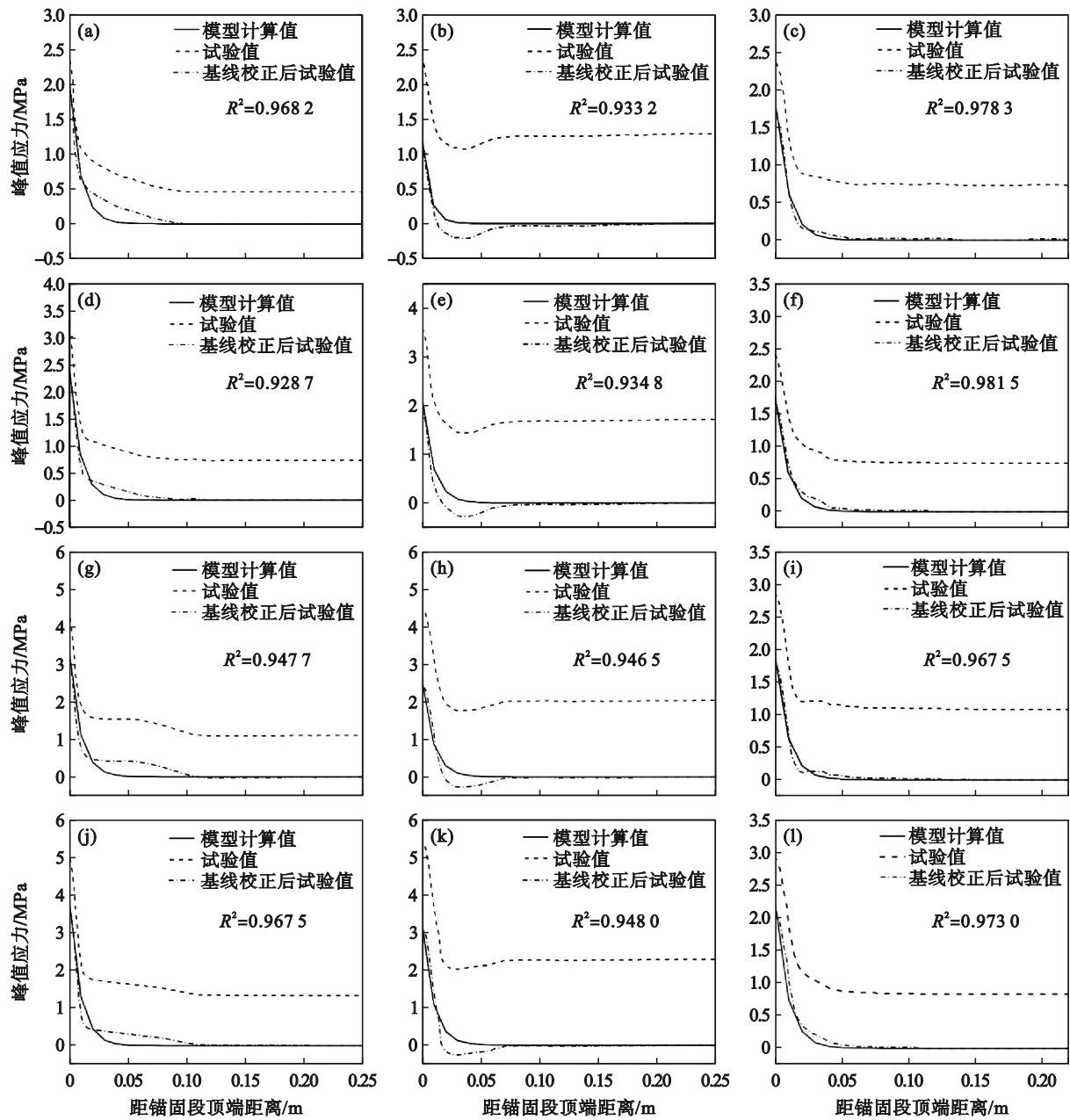


图6 模型计算锚索轴向应力与离心机模型试验对比

Fig. 6 Comparison of axial stress calculated by dynamic model and centrifuge model test

(a)—30 g-8度上部; (b)—30 g-8度中部; (c)—30 g-8度下部; (d)—30 g-9度上部; (e)—30 g-9度中部; (f)—30 g-9度下部; (g)—40 g-8度上部; (h)—40 g-8度中部; (i)—40 g-8度下部; (j)—40 g-9度上部; (k)—40 g-9度中部; (l)—40 g-9度下部。

### 3 工程案例与参数影响分析

#### 3.1 工程案例背景

本文以大连市金州某岩质边坡为工程背景,边坡高  $h=14$  m,坡角  $\beta=70^\circ$ ,结构面倾角  $\alpha=45^\circ$ ,

锚索与水平面夹角  $\theta=10^\circ$ ,岩石密度为  $2700 \text{ kg/m}^3$ ,抗震设防烈度为7度,地震动加速度峰值取  $0.15 \text{ g}$ ,频率为  $2 \text{ Hz}$ .设计支护方案为预应力锚索加固,锚索自下而上设置5排,锚索预应力为  $180 \text{ kN}$ ,本文选取第2排锚索进行动力响应分析,计算参数如表2所示。

表2 计算参数  
Table 2 Calculation parameters

锚固段长度/m	孔径/m	自由段弹性模量/GPa	锚固段弹性模量/GPa	结构面法向刚度/(MPa·m <sup>-1</sup> )	结构面切向刚度/(MPa·m <sup>-1</sup> )	阻尼系数	基岩剪切模量/MPa	泊松比
6	0.15	195	8	30	15	0.15	30	0.25

图7为锚固段内力的动力响应图.从图7可以看出,地震荷载作用下锚固段轴力增量与剪应力增量峰值的分布形式相同,均沿锚索长度方向呈指数函数分布,位于锚固段与自由段临界位置处的轴力增量与剪应力增量最大,分别为25.21 kN和40.86 kPa.随着靠近锚固段末端,轴力增量与剪应力增量迅速衰减并在锚固段末端达到最小,分别为0.45 kN和0.16 kPa.锚固段的轴力增量与剪应力增量随着时间波动变化,围绕0点平衡位置周期往复运动,其运动周期、频率与地震加速度的周期、频率一致,相同位置处正、负增量的幅值相同.

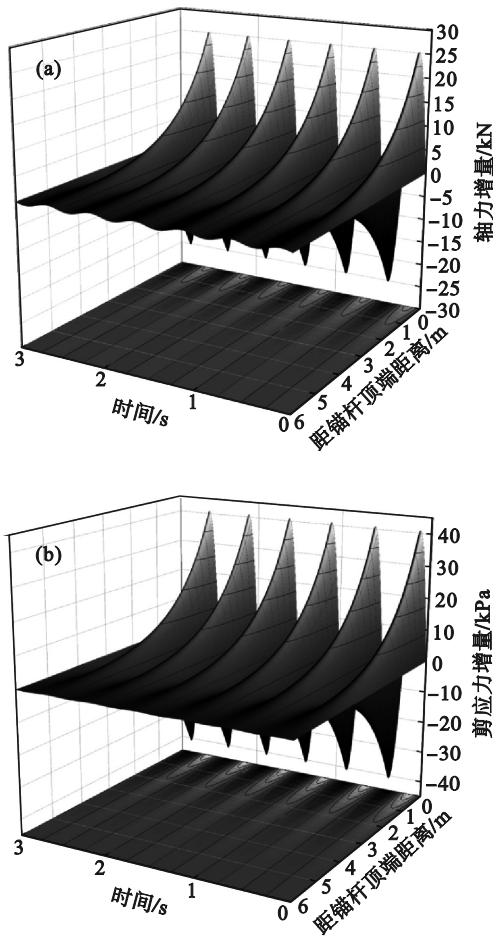


图7 锚固段内力的动力响应

Fig. 7 Dynamic response of internal forces in anchorage segment

(a)—轴力增量分布; (b)—剪应力增量分布.

### 3.2 参数影响分析

#### 3.2.1 地震圆频率的影响

通过改变地震荷载的圆频率来分析地震圆频率的变化对锚索自由段轴力响应的影响,假定地震圆频率分别为 $\pi, 2\pi, 4\pi, 8\pi$ 和 $16\pi$ ,计算得到图8a所示的锚索自由段轴力响应.从图8a可以看出,随着地震圆频率的增加,锚索自由段振动频率提高,锚索自由段轴力增量峰值随之增大.从图8b轴力放大系数可以看出,随着地震圆频率的增加,其频率逐渐接近边坡固有频率,进而引发“共振现象”.当圆频率增加至边坡固有频率时,完全实现“共振现象”,此刻锚索自由段轴力增量峰值达到最大.当地震圆频率超过边坡固有频率时,锚索自由段轴力增量峰值会迅速减小,最后逐渐衰减为0,但此过程在现实地震中极为罕见.当地震圆频率从 $\pi$ 增加至 $16\pi$ 时,轴力放大系数从1.002 2增加至2.080 0,说明当地震圆频率为 $16\pi$ 时,本文计算方法得到的轴力增量峰值是传统拟静力法的2.08倍,证实了本文方法用于边坡锚固设计时更加安全可靠.

#### 3.2.2 结构面刚度的影响

为研究边坡结构面对锚索自由段轴力响应的的影响,将边坡结构面法向、切向刚度进行同步折减或增大,假定结构面的计算刚度与初始刚度的比值分别为 $1/4, 1/2, 1, 2$ 和 $4$ ,得到如图9a所示的锚索自由段轴力响应.从图9a可以看出,结构面刚度变化对锚索自由段轴力增量峰值影响较大,对轴力增量曲线的相位几乎无影响,锚索自由段轴力增量峰值随着结构面刚度的减小而显著增大.这是由于地震荷载自危岩体向基岩传递时存在两个传递路径,其一是通过结构面传递至基岩,其二是通过锚索自由段传递至基岩内部的锚固段.当结构面的刚度减小时,其荷载传递作用减弱,此刻,锚索自由段进一步发挥荷载传递作用,致使锚索自由段轴力增量峰值增大.

图9b为结构面刚度变化对锚索自由段轴力放大系数的影响,可以看出,结构面刚度变化对轴力放大系数的影响较小.随着结构面刚度的减小,轴

力放大系数逐渐增大,当结构面刚度减小至初始刚度的1/4时,轴力放大系数由1.036增加至1.075.这是由于结构面刚度减小导致边坡固有频率减小,使得地震荷载的频率与边坡的固有频率更为接近,所以产生微弱的“共振现象”.通过上述分析可知,结构面刚度减小造成锚索自由段轴力增量峰值增大的原因主要有以下两方面:①地震荷载由危岩体向基岩传递时,锚索自由段分担了更多荷载传递任务;②结构面刚度减小使得地震荷载频率与边坡固有频率相近而产生的微弱“共振”效应.

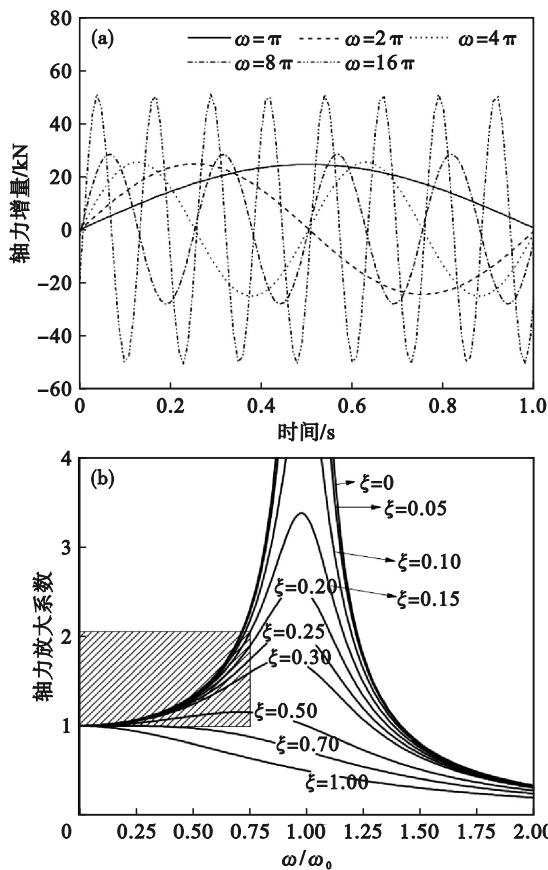


图8 不同圆频率对自由段轴力影响  
Fig. 8 Influence of different circular frequencies on axial force in free segment  
(a)—自由段轴力响应;(b)—轴力放大系数.

### 3.2.3 结构面阻尼比的影响

为明确结构面阻尼比对锚索自由段轴力响应的的影响,将结构面阻尼比设定为0.05,0.10,0.15,0.20和0.25.不同阻尼比下的锚索自由段的轴力增量如图10a所示,阻尼比对锚索自由段轴力增量的峰值与相位影响极小,5种阻尼比下的锚索自由段轴力增量曲线基本重合.图10b展示了不同阻尼比下的轴力放大系数区间,可以看出,边坡固有频率远大于地震荷载频率,因此锚索自由段的轴力放大作用甚微,不同阻尼比下的轴力放大系数区间为1.032~1.037,轴力放大系数几乎无变化.

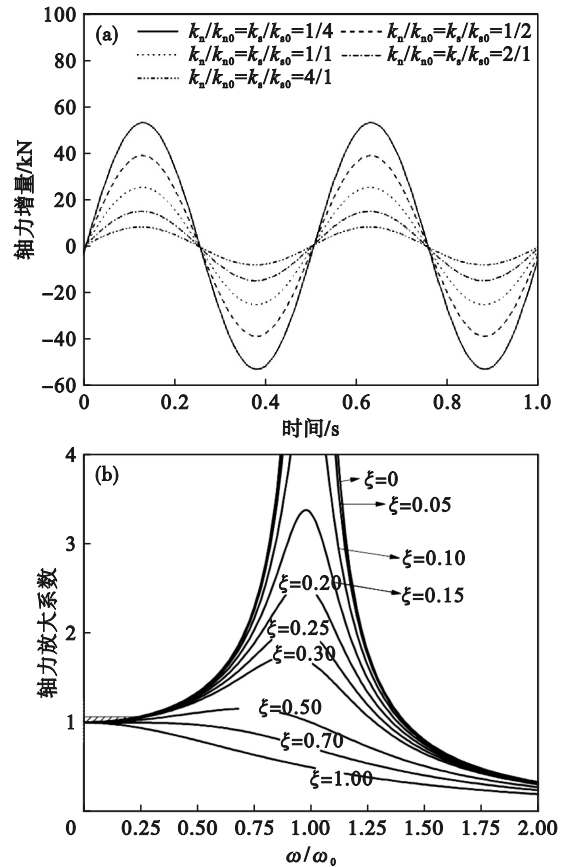


图9 不同结构面刚度对自由段轴力影响  
Fig. 9 Influence of different structural plane stiffness on axial force in free segment  
(a)—自由段轴力响应;(b)—轴力放大系数.

### 3.2.4 基岩剪切模量的影响

锚固段与基岩作用界面的弹簧刚度系数、阻尼系数及锚固段末端与基岩接触面的弹簧刚度系数均与基岩剪切模量密切相关,为研究基岩剪切模量对锚固段内力动力响应的影响,假定计算剪切模量与初始剪切模量比为1/4,1/2,1,2和4,不同剪切模量比对锚固段内力增量峰值分布的影响如图11所示.从图11a可以看出,随着剪切模量的增大,轴力增量峰值分布曲线衰减梯度增大,且锚固段末端轴力增量峰值减小.当剪切模量比为1/4时,锚固段轴力增量峰值衰减缓慢,轴力增量峰值分布较为均匀,锚固段末端的轴力增量峰值为3.85 kN.当剪切模量比为4时,轴力增量峰值迅速衰减,位于锚固段中部的轴力增量峰值仅为0.26 kN,而锚固段末端轴力增量峰值趋近于0.根据锚固界面的弹簧刚度系数与阻尼系数的计算方法可知,锚固界面的弹簧刚度系数与剪切模量成正比,阻尼系数的平方与剪切模量成正比.因此,基岩的剪切模量越大,弹簧刚度系数与阻尼系数越大,而较大的弹簧刚度与阻尼系数有效限制了锚索轴力响应的轴向传递.由图11b可见,不同剪切模量下剪应力增量峰值的最大差异位置位

于锚固段顶端,最小差异位置位于锚固段末端.随着剪切模量比的增大,锚固段顶端的剪应力增量峰值增大,分布曲线的衰减速率增快,锚固段末端的剪应力增量峰值减小.锚固段顶端位置,剪切模量比为4的剪应力增量峰值是剪切模量比为1/4的4倍,而在锚固段末端位置,剪应力增量峰值均趋于0.同时,不同剪切模量比对剪应力增量峰值分布形式影响显著,随着剪切模量比的减小,剪应力增量峰值曲线由指数分布趋近于线性分布.

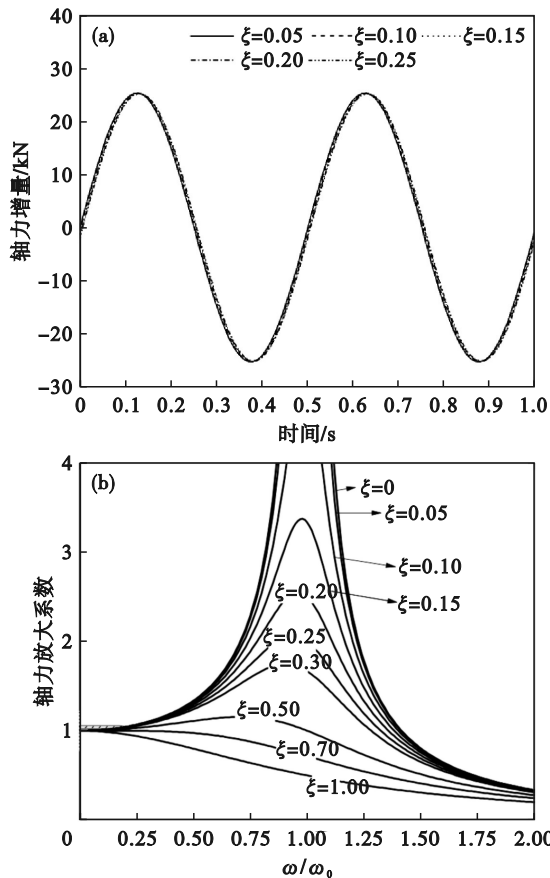


图 10 不同结构面阻尼比对自由段轴力影响  
Fig. 10 Influence of different structural plane damping ratios on axial force in free segment  
(a)—自由段轴力响应;(b)—轴力放大系数.

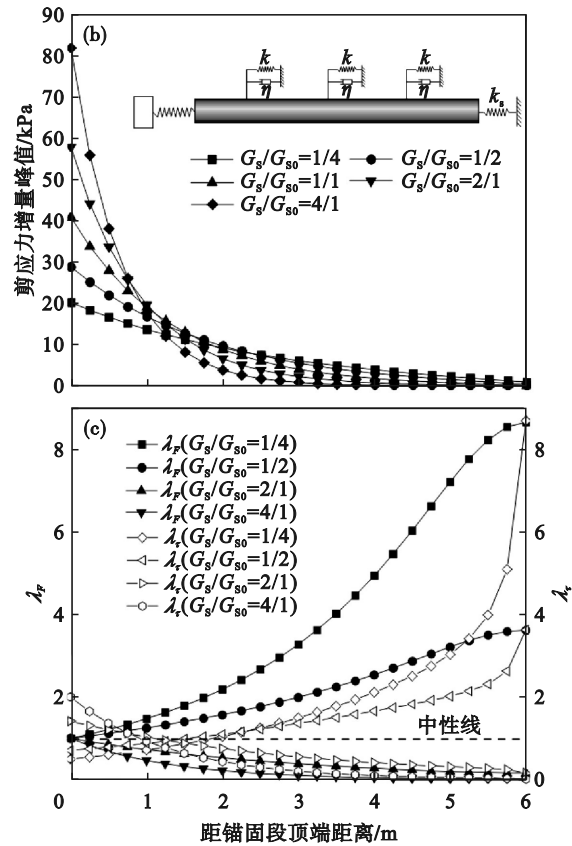
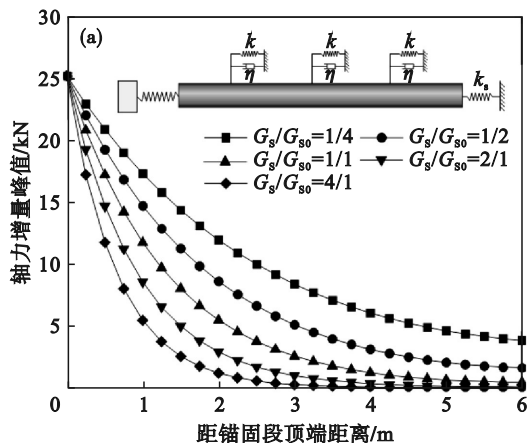


图 11 不同剪切模量下锚固段内力增量峰值及影响系数  
Fig. 11 Peak increment of internal forces and influence coefficient in anchorage segment under different shear modulus  
(a)—轴力增量峰值;(b)—剪应力增量峰值;  
(c)—影响系数.

图 11c 为不同剪切模量对锚固段内力增量峰值的影响系数分布曲线.从图 11c 中可以看出轴力增量峰值影响系数在锚固段顶端趋于中性线,当剪切模量比小于1时,轴力增量峰值影响系数位于中性线上方且在末端呈先发散后收敛状态,当剪切模量比大于1时,轴力增量峰值影响系数位于中性线下方并于末端收敛于0.轴力增量峰值影响系数均在锚固段顶端收敛于1,在锚固段末端远离中性线位置,可见,剪切模量变化对锚固段顶端轴力增量的影响较小,末端轴力增量的影响较大.剪应力增量峰值影响系数与轴力增量峰值影响系数的分布有所差异,当剪切模量比大于1时,剪应力增量峰值影响系数呈指数分布且先靠近后远离中性线,最后趋于0.当剪切模量小于1时,剪应力增量峰值影响系数呈指数分布,先靠近后远离中性线,最后在末端呈发散状.轴力增量峰值影响系数与剪应力增量峰值影响系数均于锚固段末端发生突变,其

主要原因是锚固段末端弹簧刚度与岩石剪切模量成正比,剪切模量变化引起锚固段末端弹簧刚度系数变化,从而影响锚固段末端内力增量峰值的分布.

### 3.2.5 基岩泊松比的影响

为对比分析不同泊松比对锚固段内力动力响应的影响,泊松比分别取值为 0.200, 0.225, 0.250, 0.275 和 0.300. 图 12a 和 12b 为不同泊松比下锚固段内力增量峰值分布曲线,从图中可以看出,不同泊松比下的轴力增量峰值分布曲线和剪应力增量峰值分布曲线均无明显变化,分布曲线基本处于重合状态,可见泊松比对锚固段内力增量峰值分布的影响极小.

由于锚固段内力增量峰值分布曲线无法反映不同泊松比下锚固段内力的动力响应差异性,需要通过如图 12c 所示的影响系数分布曲线进一步分析.从图 12c 可以看出,不同泊松比对轴力增量峰值和剪应力增量峰值的影响系数曲线分布形态相似,均呈“喇叭”状,即锚固段顶端的影响系数曲线收敛于中性线,随着靠近锚固段末端,影响系数曲线呈发散状.其原因是泊松比与锚固段末端弹簧的刚度系数相关,泊松比的变化引起锚固段末端弹簧刚度的变化,致使锚固段末端所受影响最为强烈.基岩泊松比对锚索内力增量峰值的影响区间约为锚固段末端 1 m 范围,对锚固段顶端几乎无影响.当泊松比增大时,轴力增量峰值影响系数均大于 1,剪应力增量峰值影响系数均小于 1.因为泊松比的增大造成锚固段末端弹簧刚度系数的增大,进而增加了对锚固段末端的约束作用,减缓了轴力增量峰值的衰减速率,导致锚固段末端的轴力增量峰值增大而剪应力增量峰值减小.

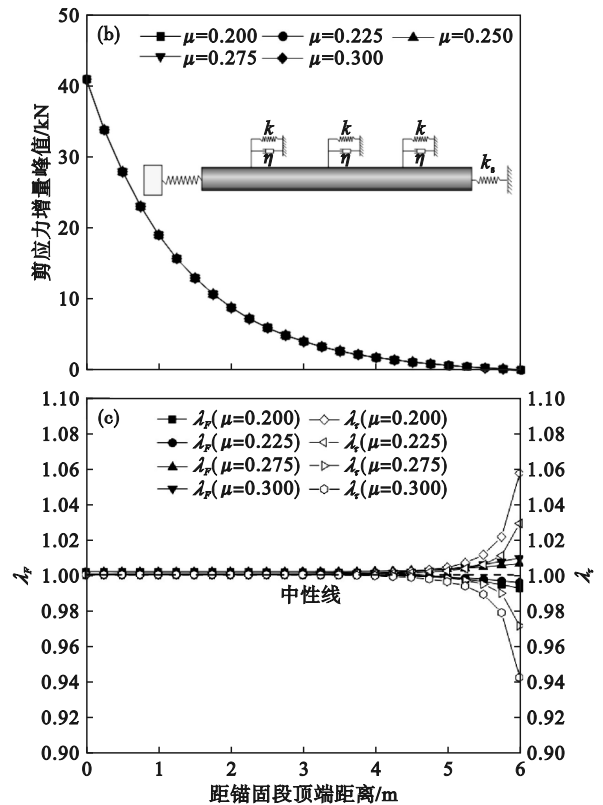
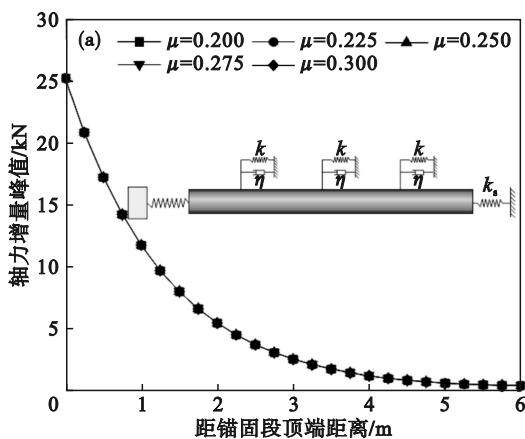


图 12 不同泊松比下锚固段内力增量峰值及影响系数  
Fig. 12 Peak increment of internal forces and influence coefficient in anchorage segment under different Poisson's ratios  
(a)—轴力增量峰值; (b)—剪应力增量峰值;  
(c)—影响系数.

## 4 结 论

1) 考虑岩质边坡结构面的动力特性和锚固段与基岩的非线性相互作用,提出了岩质边坡支护锚索的动力计算模型,基于达朗贝尔原理构建了动力平衡方程,得到了锚索动力响应解析解.将动力模型计算结果与离心机试验结果对比,两者基本吻合,相关系数平方范围约为 0.93~0.98,充分验证了锚索动力响应计算模型的准确性、合理性和有效性.

2) 基于动力计算模型,研究了地震圆频率、结构面刚度、结构面阻尼、基岩剪切模量及基岩泊松比对锚索动力响应的影响.地震圆频率、结构面刚度和结构面阻尼变化主要改变锚索自由段轴力增量峰值的大小,基岩剪切模量及基岩泊松比主要影响锚固段内力增量峰值的分布.

3) 地震圆频率对锚索自由段轴力增量的影响较大,随着地震圆频率的增大,边坡的“共振效应”趋于明显,地震圆频率从  $\pi$  增加至  $16\pi$  时,自

由段轴力增量峰值增加近 1 倍.基岩剪切模量对锚固段内力增量峰值分布影响较大,随着基岩剪切模量的增大,锚索轴力增量峰值分布曲线衰减梯度增大,锚固段顶端承担更大的剪应力增量.

4) 结构面阻尼比和基岩泊松比对锚索自由段轴力增量及锚固段内力增量分布影响较小,抗震设计时,该参数可不作为主要关注对象.

#### 参考文献:

- [ 1 ] 黄润秋,李为乐.“5·12”汶川大地震触发地质灾害的发育分布规律研究[J].岩石力学与工程学报,2008,27(12):2585-2592.  
(Huang Run-qiu, Li Wei-le. Research on development and distribution rules of geohazards induced by Wenchuan earthquake on 12th May, 2008[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(12): 2585-2592.)
- [ 2 ] 周洪福,符文熹,叶飞,等.陡倾坡外弱面控制的斜坡滑移-剪损变形破坏模式[J].地球科学,2021,46(4):1437-1446.  
(Zhou Hong-fu, Fu Wen-xi, Ye Fei, et al. Study on sliding-shearing deformation and failure mode of rock slope with steep weak structural plane [J]. *Earth Science*, 2021, 46(4): 1437-1446.)
- [ 3 ] Ye S H, Fang G W, Zhu Y P. Model establishment and response analysis of slope reinforced by frame with prestressed anchors under seismic considering the prestress [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2019, 122:228-234.
- [ 4 ] Ye S H, Zhao Z F. Seismic response of prestressed anchors with frame structure [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 2020: 9029045.
- [ 5 ] 董建华,朱彦鹏,马巍.框架预应力锚杆边坡支护结构动力计算方法研究[J].工程力学,2013,30(5):250-258.  
(Dong Jian-hua, Zhu Yan-peng, Ma Wei. Study on dynamic calculation method for frame supporting structure with pre-stress anchors [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(5): 250-258.)
- [ 6 ] 芦苇,赵冬,李东波,等.土遗址全长黏结式锚固系统动力响应解析方法[J].岩土力学,2020,41(4):1377-1387,1395.  
(Lu Wei, Zhao Dong, Li Dong-bo, et al. Analytical method for dynamic response of fully grouted anchorage system of rammed earth sites [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, 41(4): 1377-1387, 1395.)
- [ 7 ] Peng N B, Dong Y, Zhu Y, et al. Influence of ground motion parameters on the seismic response of an anchored rock slope [J]. *Advances in Civil Engineering*, 2020, 2020: 8825697.
- [ 8 ] Jia Z B, Tao L J, Bian J, et al. Research on influence of anchor cable failure on slope dynamic response [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2022, 161: 107435.
- [ 9 ] Lin Y L, Li Y X, Zhao L H, et al. Investigation on seismic response of a three-stage soil slope supported by anchor frame structure [J]. *Journal of Central South University*, 2020, 27(4): 1290-1305.
- [ 10 ] Zheng Y, Wang R Q, Chen C X, et al. Dynamic analysis of anti-dip bedding rock slopes reinforced by pre-stressed cables using discrete element method [J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2021, 130(4): 79-93.
- [ 11 ] Zheng D, Liu F Z, Ju N P, et al. Cyclic load testing of prestressed rock anchors for slope stabilization [J]. *Journal of Mountain Science*, 2016, 13(1): 126-136.
- [ 12 ] Nie Y, Zhao Y F, Wang X G, et al. Seismic response of rock slopes with the anchor cable in centrifuge modeling tests [J]. *Advances in Civil Engineering*, 2020, 2020: 8170258.
- [ 13 ] Long Z, Yan Z X, Liu C B. Shear effects on the anchorage interfaces and seismic responses of a rock slope containing a weak layer under seismic action [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 2020: 1424167.
- [ 14 ] Xu M, Tang Y F, Liu X S, et al. A shaking table model test on a rock slope anchored with adaptive anchor cables [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, 112: 201-208.
- [ 15 ] Wang Y, Tang Y F, Zhang F, et al. Laboratory model tests of seismic strain response of anti-seismic anchor cables [J]. *Frontiers in Earth Science*, 2022, 10: 863511.
- [ 16 ] Yan Z X, Duan J, Jiang P, et al. Finite difference method for dynamic response analysis of anchorage system [J]. *Journal of Central South University*, 2014, 21(3): 1098-1106.
- [ 17 ] Chen X L, Gao R X, Gong W H, et al. Random seismic response and dynamic fuzzy reliability analysis of bedding rock slopes based on pseudo excitation method [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2018, 18(3): 04017165.
- [ 18 ] 李林昊.地震作用下边坡加固锚索动力响应规律研究[D].北京:中国水利水电科学研究院,2018:30-57.  
(Li Lin-hao. Research on response law of anchor cable reinforced slope under seismic action [D]. Beijing: China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2018: 30-57.)
- [ 19 ] Ye S H, Zhao Z F, Zhu Y P. Experimental study of the shaking table test and dynamic response of the loess slope reinforced by frame anchors [J]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2022, 59(3): 272-280.