

鱼腹梁支护跨中挠度的计算方法及其数值验证

王骋飞, 王述红, 焦诗卉, 任明珠
(东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 鱼腹梁支护变形计算是高次超静定问题, 涉及应力应变的复杂关系. 为建立适用于鱼腹梁支护结构体系变形的理论方法. 本文在还原鱼腹梁支护受力和变形特征的基础上进行简化, 提出鱼腹梁支护结构跨中挠度的计算方法. 通过有限元软件对比多种工况, 修正理论假设误差. 得到一种较高精度的鱼腹梁支护跨中挠度计算方法. 该方法可用于鱼腹梁支护变形情况的计算, 能高效地预测鱼腹梁支护跨中变形情况. 经多种方法验证表明, 该方法误差较小且符合规律, 可为相关工程提供参考.

关键词: 鱼腹梁支护; 超静定结构; 跨中挠度; 计算方法; 数值验证

中图分类号: TU 31 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2025)11-0106-09

Calculation Method and Its Numerical Verification of Mid-span Deflection of Fish-Bellied Beam Support

WANG Cheng-fei, WANG Shu-hong, JIAO Shi-hui, REN Ming-zhu

(School of Resources & Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: WANG Shu-hong, E-mail: shwangneu@126.com)

Abstract: The deformation calculation of fish-bellied beam support is a highly statically indeterminate problem, involving complex relationships between stress and strain. Therefore, a theoretical method suitable for the deformation of the fish-bellied beam support structure was needed. Based on the reduction of the force and deformation characteristics of the fish-bellied beam support, a calculation method for the mid-span deflection of the fish-bellied beam support structure was proposed. By comparing various working conditions using finite element software, the theoretical assumption error was corrected. A highly accurate calculation method for the mid-span deflection of fish-bellied beam support was obtained. This method can be used for calculating the deformation of fish-bellied beam support and can efficiently predict the mid-span deformation of fish-bellied beam support. Verification by various methods shows that this method has small errors and conforms to the rules, providing a reference for related engineering projects.

Key words: fish-bellied beam support; statically indeterminate structure; mid-span deflection; calculation method; numerical verification

伴随城市化进程的不断推进, 城市中密集的超高超限建筑不断涌现. 对于这类建筑的基坑工程要求十分严格, 需要进行超深超大基坑的建设, 且由于紧邻既有建筑, 对基坑变形的控制精度也较高. 需要对其支护结构的变形情况进行仔细的分析与控制. 在当前的复杂基坑工程中, 为提升施工效率并节约成本, 常采用大型机械设备

进行大规模土方开挖作业. 但在建筑密度极高的城区环境中, 无法采用放坡开挖等传统工法. 传统支撑体系因需密集布置支撑构件, 难以提供充足的大型机械作业空间. 而鱼腹梁支护体系恰好能够提供开阔的挖掘作业面. 同时, 鱼腹梁作为钢结构支撑体系, 可在地下结构浇筑完成后逐步拆除并重复利用, 显著降低了材料损耗和施工成

收稿日期: 2024-04-11

基金项目: 中国-中东欧国家高校联合教育项目(2021111); 国家自然科学基金资助项目(52374157); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N2301005, N2301006).

作者简介: 王骋飞(1999—), 男, 四川成都人, 东北大学硕士研究生; 王述红(1969—), 男, 江苏泰州人, 东北大学教授, 博士生导师.

本,具有突出的经济性和环保优势。

然而鱼腹梁结构是二十一世纪才发展起来的新型支护体系,其理论基础研究尚不完善.因此本文针对鱼腹梁结构单跨跨中变形开展理论研究.

目前,对于鱼腹梁支护受力条件的研究主要有:2004年Kim等^[1]首次提出预应力装配式鱼腹梁支护体系,介绍了装配式鱼腹梁支护的组成结构和工作原理,并且已将该技术运用于韩国安养市和炳川地区的基坑工程中.根据实际测量数据,鱼腹梁支护结构在变形和受力两方面都具有较好性能且安全可靠,可在实际工程中推广.Park等^[2]则采用ABAQUS软件对预应力鱼腹梁支护进行了建模并进行了模拟计算,数据结果与实际测量数据吻合较好,误差约为10%.同时Park等^[3]还对其基本原理及设计过程进行了研究,总结了其优缺点,展现了这种新型支护结构的良好应用效果.

国内于2010年前后将预应力鱼腹梁钢支护技术引进到国内.郭亮等^[4]基于位移控制方法对预应力鱼腹梁的应用进行了分析.庄诗潮等^[5]通过对基坑进行双向对称布置并作剔除轴力和弯矩较小的次要构件等假设,在此基础上得到了鱼腹梁支护的平均刚度公式:

$$k_R' = \left[\frac{(1-\eta_1)L_1}{2E_1A_1 \sin \theta^2} + \frac{(1-\varphi)(1-4.4\eta_2\lambda_1/\tan \alpha)L_Y^3}{120E_w I_w} \right]^{-1} \quad (1)$$

式中: k_R' 为系统表观刚度; η_1 为角撑预应力系数; η_2 为鱼腹梁钢绞线预应力系数; L_1 为角撑长度; L_Y 为鱼腹梁跨度; θ 为鱼腹梁与角撑的夹角; α 为端部钢绞线与围檩夹角; E_1A_1 为角撑抗拉刚度; $E_w I_w$ 为围檩抗弯刚度; λ_1 为鱼腹梁矢跨比; φ 为折减系数.

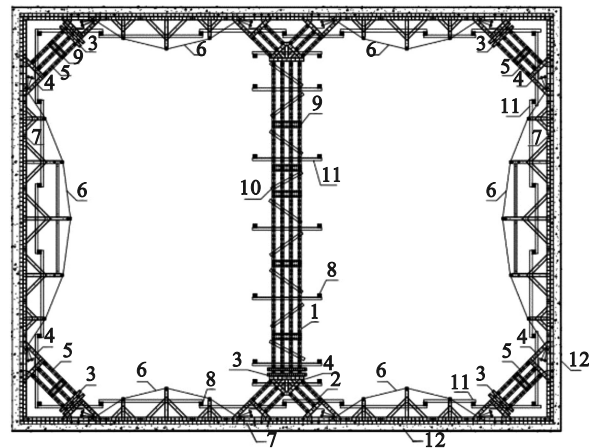
并结合工程实际与数值模拟结果认为其具有较高的准确性.Feng等^[6-7]着重探究了预应力损失和预应力补偿对鱼腹梁变形的影响.

同时根据文献[8-14],通过对比其他种类支护结构的理论研究情况,结合目前关于鱼腹梁支护结构理论研究较少的现状,本文侧重于鱼腹梁支护跨中变形情况的分析.通过大量理论计算及工程实践证明,鱼腹梁支护结构是一种高效的支护结构.但由于其特殊的结构特征,尚未大范围推广应用.本文着重阐述考虑内部结构简化后的鱼腹梁支护变形理论计算,通过理论推导结合有限元模拟的手段,给出一个适用于鱼腹梁支护结构跨中挠度计算的理论公式.

1 鱼腹梁支护特性分析

鱼腹梁支护在继承传统支护结构基本功能的同时,通过其独特的结构形式与构造设计,显著提升了基坑支护体系的性能.其核心优势在于它并非孤立构件,而是通过与对撑、角撑、立柱、横梁、拉杆以及高强度钢绞线等关键部件进行系统化组合与连接,精密地构建起一个高度协同的整体受力结构体系.

在这个体系中,弯曲形态的鱼腹梁如同张开的弓弦,其上下弦杆通过钢绞线施加预应力,形成强大的轴向张力.这种张力通过节点传递给对撑、角撑和立柱等竖向及斜向构件,使得整个支撑系统在承受外部土压力时,能够实现“整体协调变形受力”.这种协同工作机制极大地优化了结构内力分布,不仅增强了支护安全性,也因其构件尺寸相对纤细而节约了材料用量.此外,该结构还能提供较为宽阔的施工空间,有利于大型机械的展开.鱼腹梁支护的典型结构如图1所示.



1—对撑杆件; 2—八字撑杆件; 3—预应力装置; 4—连接单元; 5—角撑杆件; 6—鱼腹梁主体; 7—腰梁; 8—立柱; 9—盖板; 10—系杆; 11—托梁; 12—围护结构.

图1 鱼腹梁支护结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of fish-bellied beam support structure

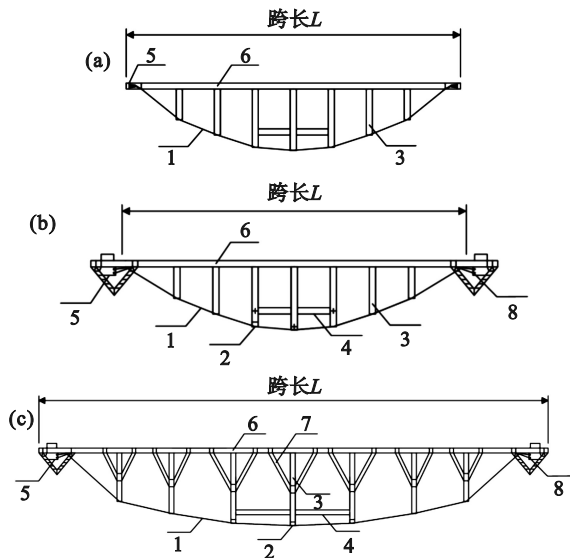
1.1 鱼腹梁支护结构

鱼腹梁支护结构大致分为3种,如图2所示.同时鱼腹梁支护结构凭借预应力钢绞线的约束作用,通过整体结构将力传递至对撑上,从而不需要在跨间布置其他支撑结构,可空出大量施工空间.其受力特性如图3所示.

1.2 工作机理

将鱼腹梁安装到初始位置后,通过钢绞线将

预应力施加在对撑上,同时预应力会通过杆件和围护结构传递至土体中,使土体产生被动土压力,围护结构向外产生虚位移 d_1 ;伴随着基坑的开挖,围护结构内外土压力失衡,从而产生一个朝向基坑内的主动土压力;当基坑开挖至坑底时,产生1个水平位移 d_2 ,最终围护结构的总位移为 $d=d_2-d_1$.



1—钢绞线; 2—桥架; 3—直腹杆; 4—连杆; 5—连接件; 6—围檩; 7—斜腹杆; 8—锚具.

图2 3种鱼腹梁支护结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of three types of fish-bellied beam support structures

(a)—FS型($L: 8\sim 18\text{ m}$); (b)—FA型($L: 19\sim 23\text{ m}$); (c)—SS型($L: 24\sim 52\text{ m}$).

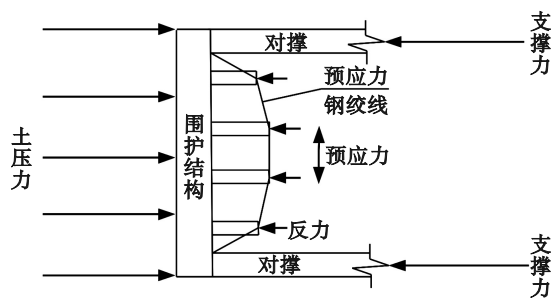


图3 鱼腹梁支护受力特性图

Fig. 3 Force characteristic diagram of fish-bellied beam support

2 鱼腹梁支护单跨跨中挠度理论推导

2.1 方法推导思路

本文拟采用结构简化的鱼腹梁支护体系,通过结构力学及材料力学方法推导其跨中挠度,并借助有限元模拟来减小结构简化过程中的假设误差.具体思路如图4所示.

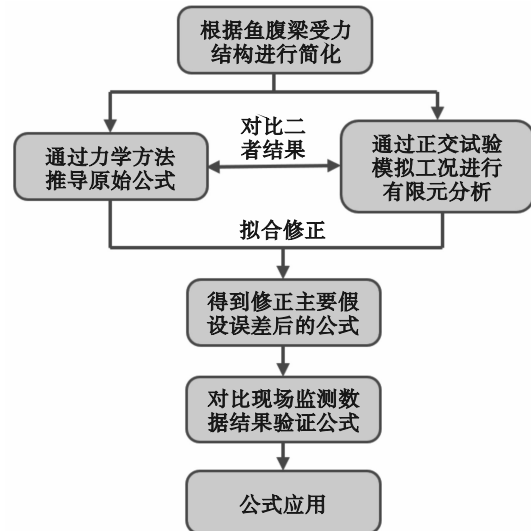


图4 方法推导思路

Fig. 4 Method derivation process

2.2 简化条件

鱼腹梁主要的受力构件为与地连墙等竖向结构接触传力的钢围檩,为机构施加预应力的钢绞线,以及传递预应力到钢围檩上的腹杆.由于鱼腹梁支护结构过于复杂,其超静定次数往往在10次以上,且随着设计不同其形式也会发生一定变化.为了建立简便且统一的计算方法,本文根据鱼腹梁的受力变形特征将复杂的鱼腹梁支护结构简化为如图5所示.

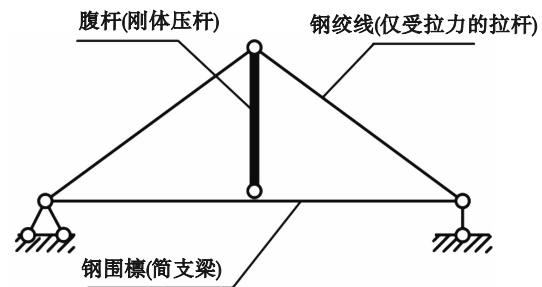


图5 简化的鱼腹梁支护结构

Fig. 5 Simplified fish-bellied beam support structure

根据图5所示,本文将鱼腹梁中施加预应力的钢绞线假设为只受拉力的拉杆;由于鱼腹梁中的腹杆可认为仅受轴压荷载,所以其只会出现轴向变形且此种变形对鱼腹梁整体变形影响有限,故将若干腹杆简化为1根刚体压杆,用于传递钢绞线所施加的预应力;同时将主要承受土压力的钢围檩简化为1根简支梁,梁的两端支座则为支护结构的横撑;将所受土压力简化为均布荷载.通过如上简化,既能模拟鱼腹梁支护结构的受力变形情况,同时将结构简化为一次超静定结构.

2.3 无预应力鱼腹梁单跨挠度计算

在简化后的土压力所形成的均布荷载作用下,结构发生如图 6 所示的变形.

图中: Δ_1 为未施加预应力的钢围檩跨中挠度

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1^2 ds}{E_1 I} + \sum \frac{\bar{F}_{N1}^2 l}{E_2 A} = \frac{2}{E_1 I} \times \frac{L_1}{2} \times L_1 \times \frac{L_1}{3} + \frac{1}{E_2 A} \times \left[\left(\frac{L_1}{2L_2} \right)^2 \times 2L_1 + 2 \times \frac{L_3^3}{4L_2^2} \right] =$$

$$\frac{L_1^3}{6E_1 I} + \frac{1}{E_2 A_1} \frac{L_1^3}{2L_2^2} + \frac{1}{E_2 A_2} \frac{L_3^3}{2L_2^2} = \frac{L_1^3 L_2^2 E_2 A_1 A_2 + 3E_1 I (L_1^3 A_2 + L_3^3 A_1)}{6L_2^2 E_1 E_2 I A_1 A_2} \quad (2)$$

$$\Delta_{1P} = \int \frac{\bar{M}_1 M_P ds}{E_1 I} + \sum \frac{\bar{F}_{N1} F_{NP} l}{E_2 A} =$$

$$\frac{1}{E_1 I} \times 2 \times \frac{2 \times L_1 \times \frac{1}{2} q L_1^2}{3} \times \frac{5 \times \frac{1}{2} L_1}{8} + 0 =$$

$$\frac{5qL_1^4}{24E_1 I} \quad (3)$$

由式(2)、式(3)可得

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{5qL_1^4 L_2^2 E_2 A_1 A_2}{4L_1^3 L_2^2 E_2 A_1 A_2 + 12E_1 I (L_1^3 A_2 + L_3^3 A_1)} \quad (4)$$

其中: $L_3 = \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$; E_1 为钢围檩弹性模量; E_2 为钢绞线弹性模量; I 为钢围檩截面惯性矩; A_1 为钢围檩截面积; A_2 为钢绞线的截面积总和; \bar{M}_1 为单位荷载弯矩; M_P 为外力弯矩; s 为围檩的杆长; \bar{F}_{N1} 为单位荷载轴力; F_{NP} 为外力轴力; l 为受轴力杆的长度; A 为受轴力杆的截面积; δ_{11} 为单位荷载造成的基本体系位移; Δ_{1P} 为外力造成的基本体系位移; q 为均布荷载; X_1 为单位荷载; 简化腹杆视为刚性杆,故不参与变形计算.

从式(4)可得到腹杆处所受轴力大小,因此将钢围檩受力简化为如图 7 所示.

由图 7 及式(5)、式(6)可得钢围檩跨中挠度.

$$\Delta_{1X_1} = \frac{X_1 (2L_1)^3}{48E_1 I} = \frac{5qL_1^4 L_2^2 E_2 A_1 A_2}{4L_1^3 L_2^2 E_2 A_1 A_2 + 12E_1 I (L_1^3 A_2 + L_3^3 A_1)} \times \frac{L_1^3}{6E_1 I} = \frac{5qL_1^7 L_2^2 E_2 A_1 A_2}{24L_1^3 L_2^2 E_1 E_2 I A_1 A_2 + 72E_1^2 I^2 (L_1^3 A_2 + L_3^3 A_1)} \quad (7)$$

$$\Delta_{1q} = \frac{5q(2L_1)^4}{384E_1 I} = \frac{5qL_1^4}{24E_1 I} \quad (8)$$

其中: θ 为转角; Δ_w 为钢围檩跨中挠度; x 为单位长度; M 代表弯矩; E_0 为材料的弹性模量; I_0 为材料的截面惯性矩; $E_0 I_0$ 代表材料抗弯刚度; C, D 为积

$$\Delta_1 = \Delta_{1X_1} - \Delta_{1q} = \frac{5qL_1^4}{24E_1 I} - \frac{5qL_1^7 L_2^2 E_2 A_1 A_2}{24L_1^3 L_2^2 E_1 E_2 I A_1 A_2 + 72E_1^2 I^2 (L_1^3 A_2 + L_3^3 A_1)} = \frac{5qL_1^4 (L_1^3 A_2 + L_3^3 A_1)}{8L_1^3 L_2^2 E_2 A_1 A_2 + 24E_1 I (L_1^3 A_2 + L_3^3 A_1)} \quad (9)$$

2.4 施加预应力鱼腹梁单跨挠度计算

在 2.3 节基础上,对钢绞线施加预应力 F_p 后,

Δ_2 为钢绞线轴向位移; q 为土压力; L_1 为鱼腹梁跨长的一半; L_2 为鱼腹梁最长腹杆的长度.

由图 5~图 6 可知,该结构为一次超静定结构,对其进行内力分析.

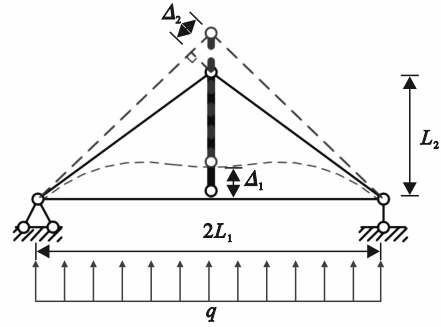


图 6 未施加预应力时简化的鱼腹梁变形情况
Fig. 6 Simplified fish-bellied beam deformation without pre-stress

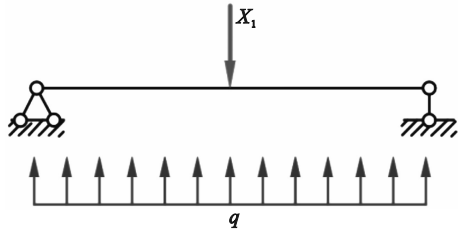


图 7 钢围檩简化受力图
Fig. 7 Simplified stress diagram of steel wale

$$\theta = \tan \theta = \frac{d\Delta_w}{dx} = \int \frac{M}{E_0 I_0} dx + C, \quad (5)$$

$$\Delta_w = \int \left(\int \frac{M}{E_0 I_0} dx \right) dx + Cx + D, \quad (6)$$

分常数; Δ_{1X_1} 为集中力造成的跨中挠度; Δ_{1q} 为均布荷载造成的跨中挠度.

由式(7)、式(8)可得,在未施加预应力的情况下,鱼腹梁简化后的跨中挠度为

结构发生如图 8 所示的变形. 图中: Δ_{1P} 为施加预应力 F_p 后的钢围檩跨中挠度; Δ_{2P} 为施加预应力

后钢绞线的轴向位移.

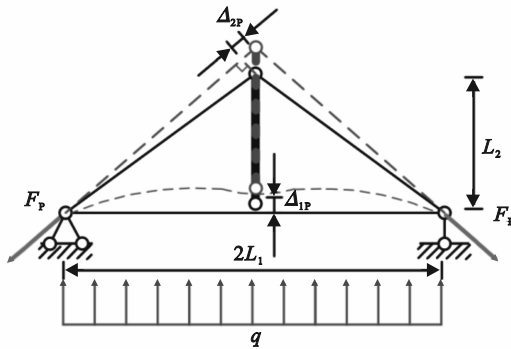


图 8 施加预应力后简化的鱼腹梁变形情况

Fig. 8 Simplified fish-bellied beam deformation with pre-stress

同理,通过一次超静定结构求解结构内力.

$$\delta_{11p} = \frac{L_1^3}{6E_1I} + \frac{1}{E_2A_1} \frac{L_1^3}{2L_2^2} + \frac{1}{E_2A_2} \frac{L_3^3}{2L_2^2} =$$

$$\frac{L_1^3L_2^2E_2A_1A_2 + 3E_1I(L_1^3A_2 + L_3^3A_1)}{6L_2^2E_1E_2IA_1A_2}, \quad (10)$$

$$\Delta_{1pp} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_p ds}{E_1I} + \sum \frac{\bar{F}_{N1} F_{NP} l}{E_2A} =$$

$$\frac{5qL_1^4L_2E_2A_2 + 24F_pL_3^2E_1I}{24L_2E_1E_2IA_2}. \quad (11)$$

其中: δ_{11p} 为施加预应力后单位荷载造成的基本体系位移; Δ_{1pp} 为施加预应力后外力造成的基本体系位移.

由式(10)、式(11)可得

$$X_{1p} = -\frac{\Delta_{1pp}}{\delta_{11p}} =$$

$$-\frac{5qL_1^4L_2^2E_2A_1A_2 + 24F_pL_3^2E_1IA_1}{4L_1^3L_2^2E_2A_1A_2 + 12E_1I(L_1^3A_2 + L_3^3A_1)}. \quad (12)$$

式中: X_{1p} 为施加预应力后的单位荷载.

同理,由图7及式(5)、式(6)可得

$$\Delta_{1xp} = \frac{X_{1p}(2L_1)^3}{48E_1I} =$$

$$\frac{5qL_1^7L_2^2E_2A_1A_2 + 24F_pL_1^3L_2L_3^2E_1IA_1}{24L_1^3L_2^2E_1E_2IA_1A_2 + 72E_1^2I^2(L_1^3A_2 + L_3^3A_1)}, \quad (13)$$

$$\Delta_{1qp} = \frac{5q(2L_1)^4}{384E_1I} = \frac{5qL_1^4}{24E_1I}. \quad (14)$$

其中: Δ_{1xp} 为施加预应力后集中力造成的跨中挠度; Δ_{1qp} 为施加预应力后均布荷载造成的跨中挠度.

由式(13)、式(14)可得,在施加预应力后鱼腹梁简化模型的跨中挠度:

$$\Delta_{1p} = \Delta_{1xp} - \Delta_{1qp} =$$

$$\frac{5qL_1^4(L_1^3A_2 + L_3^3A_1) - 8F_pL_1^3L_2L_3^2A_1}{8L_1^3L_2^2E_2A_1A_2 + 24E_1I(L_1^3A_2 + L_3^3A_1)} =$$

$$\frac{5qL_1^4\Delta_L - 8F_pL_1^3L_2L_3^2A_1}{8L_1^3L_2^2E_2A_1A_2 + 24E_1I\Delta_L} \quad (15)$$

式中引入鱼腹梁变形系数 $\Delta_L = L_1^3A_2 + L_3^3A_1$; Δ_{1p} 为鱼腹梁理论挠度.

3 修正系数

由于本文第2节对于鱼腹梁跨中挠度计算中引入了部分假设,其中影响最大的假设是将众多腹杆简化为一根不变形的刚性杆,这必然会导致预应力全部由此刚性杆传递至跨中部位,从而改变跨中变形情况.因此,需要通过有限元软件对鱼腹梁进行分析,以获取修正这一误差的系数.

3.1 参数确定及支护结构建立

根据式(15)所得结果,由于 E_1, E_2, I, A_1, A_2, q 这6个参数仅为设计时直接取值的常数,而 L_3 为 L_1 及 L_2 的表达式,所以本式只有 L_1, L_2, F_p 这3个自变量.通过对上述3个自变量及6个参数进行正交试验模拟,并参考表1进行模拟计算.单跨鱼腹梁结构如图9所示.

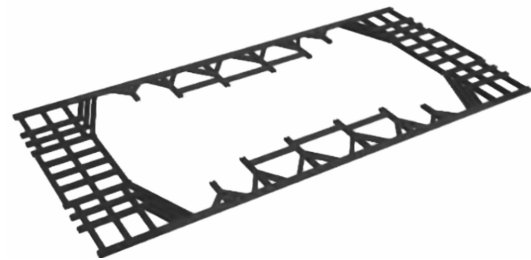


图 9 单跨鱼腹梁支护结构模型图

Fig. 9 Model diagram of single-span fish-bellied beam support structure

3.2 修正系数确认

将模型代入 ANSYS 软件进行模拟计算.通过不同参数模型的模拟结果与将表1中的工况代入式(15)所得理论计算结果进行对比分析.

通过理论计算及数值模拟计算,将计算结果汇总于表2.通过结果对比可知,在预应力为0时,式(15)的计算结果与模拟结果存在较大误差;但当施加预应力后,该公式计算结果与模拟结果的吻合度显著提高.由此可得式(15)在 F_p 为0时存在较大误差,同时在较大荷载且腹杆较短的情况下,由于预应力传递路径不佳,导致工况7,13,14,16也出现了较大误差.对比情况如图10所示.

通过 Origin 软件对18种工况数据进行拟合计算,得到理论值与模拟值之间的关系如图11所示.

表 1 鱼腹梁支护工况表
Table 1 Fish-bellied beam support working condition table

工况编号	自变量			常数					
	L_1/m	L_2/m	F_p/kN	E_1/GPa	E_2/GPa	I/m^4	A_1/m^2	A_2/m^2	$q/(kN \cdot m^{-1})$
1	12	5	0	206	206	0.006 69	0.021 95	0.003 04	100
2	12	8	1 000	206	206	0.009 30	0.029 62	0.007 33	125
3	12	10	2 000	206	206	0.011 90	0.036 14	0.009 78	150
4	19	5	0	206	206	0.009 30	0.029 62	0.009 78	150
5	19	8	1 000	206	206	0.011 90	0.036 14	0.003 04	100
6	19	10	2 000	206	206	0.006 69	0.021 95	0.007 33	125
7	26	5	1 000	206	206	0.011 90	0.036 14	0.007 33	150
8	26	8	2 000	206	206	0.006 69	0.021 95	0.009 78	100
9	26	10	0	206	206	0.009 30	0.029 62	0.003 04	125
10	12	5	2 000	206	206	0.009 30	0.029 62	0.007 33	100
11	12	8	0	206	206	0.011 90	0.036 14	0.009 78	125
12	12	10	1 000	206	206	0.006 69	0.021 95	0.003 04	150
13	19	5	1 000	206	206	0.006 69	0.021 95	0.009 78	125
14	19	8	2 000	206	206	0.009 30	0.029 62	0.003 04	150
15	19	10	0	206	206	0.011 90	0.036 14	0.007 33	100
16	26	5	2 000	206	206	0.011 90	0.036 14	0.003 04	125
17	26	8	0	206	206	0.006 69	0.021 95	0.007 33	150
18	26	10	1 000	206	206	0.009 30	0.029 62	0.009 78	100

表 2 理论计算结果及数值模拟结果
Table 2 Theoretical calculation results and numerical simulation results

工况编号	理论值	模拟值	差值
1	85.047	64.855	20.192
2	14.340	6.929	7.411
3	-0.301	-5.066	4.765
4	299.261	220.351	78.910
5	153.508	120.942	32.566
6	56.032	45.085	10.947
7	1 072.694	823.985	248.709
8	247.918	198.288	49.630
9	676.887	549.720	127.167
10	5.991	1.021	4.970
11	22.622	13.714	8.908
12	29.275	19.164	10.111
13	244.159	195.207	48.952
14	209.547	180.852	28.695
15	82.194	62.518	19.676
16	1 401.509	1 243.367	158.142
17	616.749	500.453	116.296
18	174.866	138.439	36.427

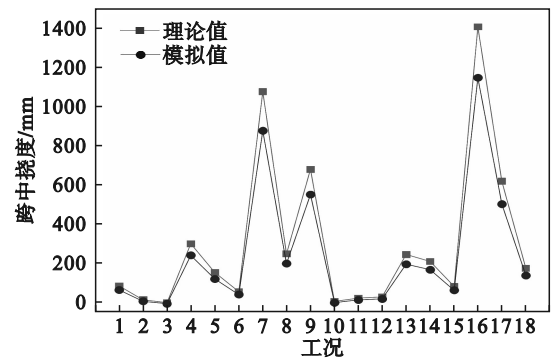


图 10 理论值与模拟值对比图
Fig. 10 Comparison diagram of theoretical and simulated values

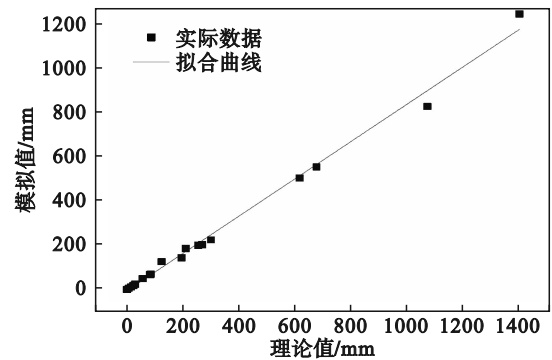


图 11 理论值与模拟值关系图
Fig. 11 Relationship diagram of theoretical and simulated values

通过图 11 发现理论值与模拟值之间存在显著的一次函数关系,利用 Origin 软件进行拟合计算得到二者的关系式,并将理论公式做如下修正,得到修正后的鱼腹梁跨中挠度表达式为: $\Delta_{IPS} = k\Delta_{IP} + b$,其中修正系数 k 取 0.819,修正初值 b 取 -4.819,得到式(16)如下:

$$\Delta_{IPS} = 0.819 \frac{5qL_1^4\Delta_L - 8F_p L_1^3 L_2 L_3^2 A_1}{8L_1^3 L_2^2 E_2 A_1 A_2 + 24E_1 I \Delta_L} - 4.819. (16)$$

4 结果检验及应用

4.1 其他理论数据对比

得到修正的鱼腹梁跨中挠度 Δ_{IPS} 后,结合庄诗潮^[5]所得理论推导结果,对本公式进行对比验证.

根据其理论计算数据,选取其中一榀鱼腹梁进行分析,参数如下: $L_1 = 10\text{ m}$, $L_2 = 4\text{ m}$, $E_1 = 206\text{ GPa}$, $E_2 = 206\text{ GPa}$, $I = 0.008\ 99\text{ m}^4$, $A_1 = 0.021\ 95\text{ m}^2$, $A_2 = 0.003\ 63\text{ m}^2$, $q = 100\text{ kN/m}$. 其预应力 F_p 大小分别取 0 kN, 1 050 kN, 1 150 kN, 1 250 kN, 1 350 kN(对应工况 1~5).

并将数据带入 Δ_{IPS} ,得到不同应力下跨中挠度分别为 $\Delta_{IPS1} = 31.72\text{ mm}$, $\Delta_{IPS2} = 11.59\text{ mm}$, $\Delta_{IPS3} = 9.67\text{ mm}$, $\Delta_{IPS4} = 7.75\text{ mm}$, $\Delta_{IPS5} = 5.83\text{ mm}$. 同时根据文献[5]方法其结果分别为 33.29, 11.31, 9.26, 7.20 和 5.15 mm. 结果平均误差为 6.14%. 根据文献[5]其理论结果与实际工程误差为 11.9%, 可认为本方法也具备合理性. 具体误差对比见图 12.

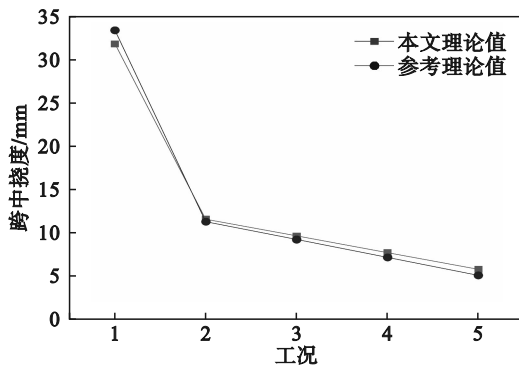


图 12 两理论值误差对比图

Fig. 12 Comparison diagram of error between two theoretical values

发现修正后的理论公式所得结果与已有理论数据变化规律较为吻合且误差处在合理范围内,可认为本方法具有合理性.

4.2 理论数据及有限元结果对比

在 4.1 节的基础上,对所计算工况进行有限元建模分析,模拟结果如图 13 所示.通过图 13 可以看

出,在施加预应力后,结构变形得到了明显的控制.

图 13b~图 13f 中标有五角星的位置为鱼腹梁的跨中挠度监测点,其数值依次为 27.76, 11.95, 9.52, 7.39, 5.37 mm, 呈现出递减的趋势.

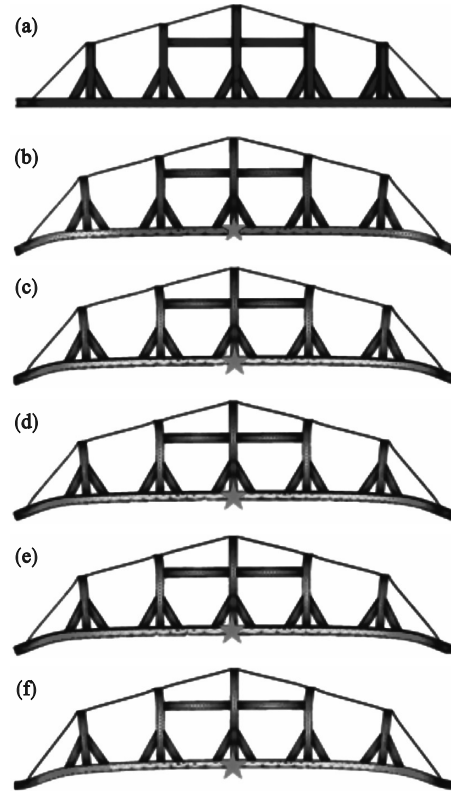


图 13 有限元模拟结果

Fig. 13 Finite element simulation results

(a) — 网格模型; (b) — 预应力为 0kN 时变形情况; (c) — 预应力为 1 050 kN 时变形情况; (d) — 预应力为 1 150 kN 时变形情况; (e) — 预应力为 1 250 kN 时变形情况; (f) — 预应力为 1 350 kN 时变形情况.

根据模拟结果与理论计算结果进行对比,得到图 14 所示的误差分析.

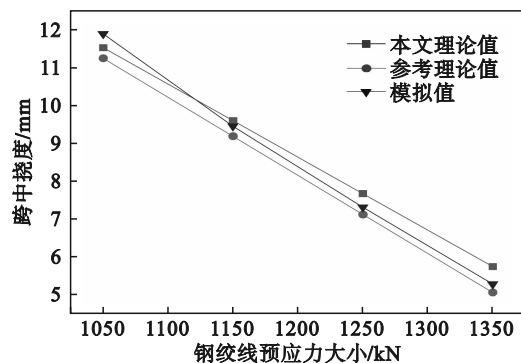


图 14 理论与模拟结果对比图

Fig. 14 Comparison diagram of theoretical and simulation results

从图 14 中的对比结果可以看出,在同等条件下,本文理论值、参考理论值及模拟值之间的变

化规律基本一致,且三者间误差较小.本文理论值与模拟值的最大误差仅为 3.11%,与参考理论值的最大误差为 7.64%,具有高度相关性,表明本文理论值符合鱼腹梁的实际变化情况.

4.3 模拟基坑工程应用

代入实际工程的基坑中,进行模拟计算.本文结合某地铁基坑工程,其基坑全长 234 m,宽 22.6 m,其中两端加宽处宽 33 m,深 20.8 m.

其土层信息如表 3 所示,土层大部分为砂砾等非黏性土质,稳定水位埋深为 10.67~11.40 m.根据土体性质相似性,将土体简化为 6 层.

表 3 某地铁车站场地工程地质分层系统表
Table 3 Engineering geological stratification system for a certain subway station site

土层	重度	黏聚力	弹性模量	内摩擦角
	$\gamma/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	C/kPa	E/GPa	$\varphi_m/(\text{°})$
1-杂填土	18.0	15.0		10.0
2-中粗砂	19.7	3.6	23.2	34.0
3-砾砂	19.9	5.2	19.0	36.5
4-砾砂	20.2	7.3	29.4	37.4
5-圆砾	20.2		41.6	39.0
6-粗砂	20.1		29.6	37.8

通过 Rhino 7 软件对基坑及支护结构进行简化建模,其中围护结构采用地下连续墙,墙厚为 1.2 m,地下水水位取 11.00 m.模型建立如图 15 所示.

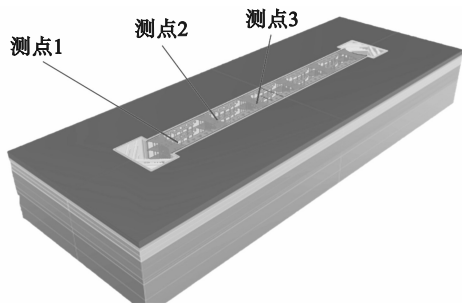


图 15 某地铁车站基坑模型

Fig. 15 A certain subway station's foundation pit model

在基坑的每跨跨中取监测点 1~9(由于本基坑模型为对称模型,故仅取一侧监测值.其中,测点 1~3 位置如图 15 所示.测点 4~6 位于第二层支护,7~9 位于第三层支护),进行变形情况监测.随着开挖过程的推进,选取其中 4 种工况下的监测数据如表 4 所示.其中工况 1 为开挖并施作第一层支护;工况 2 为开挖并施作第二层支护;工况 3 为开挖并施作第三层支护;工况 4 为开挖至坑底.

表 4 模拟基坑各监测点变形情况表

Table 4 Simulated deformation situation of each monitoring point in foundation pit mm

监测点编号	工况编号			
	1	2	3	4
监测点 1	31.27	36.41	41.79	46.03
监测点 2	34.74	39.36	44.72	49.15
监测点 3	38.25	42.32	48.65	54.27
监测点 4		43.97	50.42	55.76
监测点 5		46.92	51.81	56.89
监测点 6		47.88	53.74	58.01
监测点 7			54.51	59.93
监测点 8			56.97	61.62
监测点 9			57.37	62.74

以中间跨支护结构整体受力变形情况为代表,其土体变形程度随深度的变化如图 16 所示.

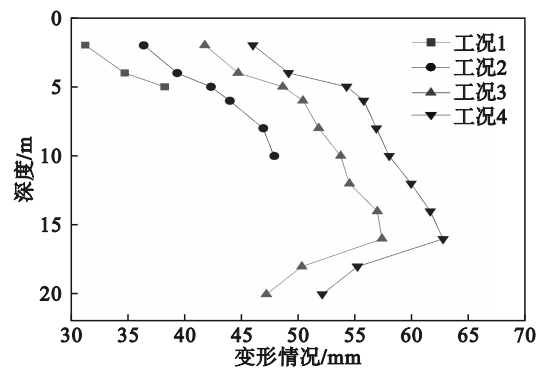


图 16 中间跨土体水平位移软件模拟结果

Fig. 16 Simulation results of horizontal displacement of intermediate-span soil using software

通过图 16 与其他有限元模拟结果相比^[5],其变化规律相似,且与类似工程的监测数据变化规律吻合,表明其基本符合实际变化规律.但无法完全模拟实际施工过程中的各类不可控因素造成的影响,不过小范围内这种误差在工程中是可以接受的.

同时将基坑模型运算过程中监测点随各工况的变形情况汇总于表 4 中.可以发现随着基坑逐步开挖及各层支护施作,同一层支护随着基坑深度增加其变形程度逐渐增大,且中间跨的变形程度最大,边跨变形程度最小.此外,同一位置下层支护的变形量大于上层支护,符合实际的基坑开挖支护变形特征.

同时,根据建模时所用参数及模拟所得数据代入 Δ_{ips} 公式中进行计算,其计算结果如表 5 所示.理论计算结果的变化规律与表 4 中所得模拟变形规律相符.初步认为在本基坑工程中 Δ_{ips} 公式的计算方法是可行的.

表5 理论计算各监测点变形情况表
Table 5 Theoretical calculation of deformation at each monitoring point mm

监测点编号	工况编号			
	1	2	3	4
监测点1	35.36	40.28	50.14	53.43
监测点2	38.64	43.57	53.43	56.72
监测点3	41.93	46.86	56.72	60.01
监测点4		48.68	51.97	55.26
监测点5		51.97	56.90	58.54
监测点6		55.26	60.19	61.83
监测点7			55.44	57.08
监测点8			57.08	60.37
监测点9			62.01	63.66

并且发现监测结果与修正后的理论公式 Δ_{IPS} 的误差最大不超过15%,且最小误差可低至1.45%。由此可得,本公式与模拟结果的误差整体范围可控且变化规律较为一致,可认为其具备实际应用价值。

5 结 论

1) 通过理论计算与数值模拟相结合的方式得到了完整的鱼腹梁跨中挠度计算公式。

2) 将本公式与庄诗潮等人提出的理论所得到的跨中挠度计算结果进行对比验证,发现二者整体规律较为接近,平均误差为6.14%。同时,将两种理论公式与模拟结果进行对比,其变化趋势基本一致,最大误差仅为3.11%。考虑到庄诗潮等人的理论已通过实际工程数据验证具有合理性,因此可以认为本公式的误差处于可接受范围,从而证明本理论具备合理性与可靠性。

3) 对公式进行应用模拟,通过对某地铁基坑的建模分析,得到了该基坑各处鱼腹梁的变形情况。将所得数据代入本公式进行理论计算,结果显示,公式计算结果 Δ_{IPS} 与模拟数据之间的最大误差不超过15%,且最小误差仅为1.45%。

参考文献:

[1] Kim N K, Park J S, Han M Y, et al. Development of innovative prestressed support earth retention system [J]. *Journal of the Korean Geotechnical Society*, 2004, 20(2): 107-113.

[2] Park J S, Kim S K, Joo Y S, et al. Finite element analysis of earth retention system with prestressed wales [J]. *Journal of the Korean Geotechnical Society*, 2008, 21(2): 27-36.

[3] Park J S, Joo Y S, Kim N K. New earth retention system with prestressed wales in an urban excavation [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2009,

135(11): 1596-1604

- [4] 郭亮,胡卸文,钱德良,等. 基于位移控制的装配式预应力鱼腹梁深基坑应用研究[J]. *工程地质学报*, 2016, 24(5): 1016-1021.
(Guo Liang, Hu Xie-wen, Qian De-liang, et al. Study on application of prefabricated prestressed fish-bellied beam in deep foundation pit based on displacement control [J]. *Journal of Engineering Geology*, 2016, 24(5): 1016-1021.)
- [5] 庄诗潮,张建霖,张灿辉,等. 装配式预应力鱼腹式钢支撑系统的刚度研究[J]. *土木工程学报*, 2021, 54(4): 18-25.
(Zhuang Shi-chao, Zhang Jian-lin, Zhang Can-hui, et al. On stiffness of prefabricated prestressed fish-belly steel support system [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2021, 54(4): 18-25.)
- [6] Feng T G, Tong T, Cao Y J, et al. Finite element analysis on lateral deformation of foundation pit influenced by prestress of fish-bellied beam support [J]. *Advanced Materials Research*, 2013, 838/839/840/841: 622-628.
- [7] Feng T G, Liu L, Tong T, et al. Numerical study on lateral wall displacement of deep excavation supported by IPS earth retention system [J]. *Underground Space*, 2017, 2(4): 259-271.
- [8] 张俊,朱浮声,王助,等. 沈阳某超深基坑支护系统监测分析[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2010, 31(3): 444-447.
(Zhang Jun, Zhu Fu-sheng, Wang Zhu, et al. Analysis of lasting monitoring results for design/construction of supporting system of a deep foundation in Shenyang [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2010, 31(3): 444-447.)
- [9] 赵文,韩健勇,李慎刚,等. 砂土地层深基坑桩锚支护体系的受力与变形[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2015, 36(4): 576-580, 595.
(Zhao Wen, Han Jian-yong, Li Shen-gang, et al. Stresses and deformations in pile-anchor support system of deep foundation pit in sandy layers [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2015, 36(4): 576-580, 595.)
- [10] Zhang W C, Shi P X, Wang Z S, et al. Explainable boosted combining global and local feature multivariate regression model for deformation prediction during braced deep excavations [J]. *Engineering Computations*, 2023, 40(9/10): 2648-2666.
- [11] Liu Y K, Zhang Q S, Liu R T, et al. Numerical simulation and field monitoring of deformation characteristics of TRD composite supporting structure for deep foundation pit in quaternary stratum: a case study in Qingdao [J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2022, 40(5): 2691-2703.
- [12] Wang Q T, Qian H Y. Research on deformation characteristics of foundation pit support structure [J]. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, 452(2): 022101.
- [13] 连秀艳. 预应力鱼腹梁钢支撑与钢筋混凝土支撑组合的设计与应用[J]. *工程技术研究*, 2022, 7(24): 149-151.
(Lian Xiu-yan. Design and application of the combination of prestressed fish belly girder steel support and reinforced concrete support [J]. *Engineering and Technological Research*, 2022, 7(24): 149-151.)
- [14] 李闯,王瑞芳. 鱼腹梁钢支撑体系的基坑变形控制研究与分析[J]. *岩土工程技术*, 2025, 39(1): 97-104.
(Li Chuang, Wang Rui-fang. Deformation control and analysis of pre-stressed fish-belly beam steel support system pit [J]. *Geotechnical Engineering Technique*, 2025, 39(1): 97-104.)