

doi:10.12068/j.issn.1005-3026.2025.20240193

考虑线边零件库存的多阶段装配线 解析建模与性能评估

崔鹏浩¹, 张祺曼¹, 蒋忠中¹, 盛国军²

(1. 东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110169; 2. 卡奥斯工业智能研究院(青岛)有限公司, 山东 青岛 266500)

摘要: 装配线的产出性能不仅受到机器不可靠性和缓冲空间有限性的影响, 还受到线边零件库存的制约. 针对考虑线边零件库存的多阶段装配线, 研究了其解析建模与性能评估问题. 首先, 对于单阶段装配线, 基于马尔可夫链求得了单阶段装配线系统状态的稳态概率分布. 其次, 对于两阶段装配线, 将单阶段子系统等效为具有1个工作状态和1个故障状态的机器, 基于马尔可夫链建立性能评估模型, 通过模型求解得到产出率等性能指标的闭集表达式. 再次, 对于多阶段装配线, 提出了聚合方法对主要性能指标进行近似评估. 进一步地, 通过数值实验验证了性能评估方法的准确性. 最后, 基于所提出的性能评估方法, 通过数值实验分析了多阶段装配线的可逆性及单调性等系统性质.

关键词: 多阶段装配线; 线边零件库存; 解析建模; 性能评估; 马尔可夫链

中图分类号: TH 166; TP 301.6 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2025)07-0071-13

Analytical Modeling and Performance Evaluation of Multi-stage Assembly Lines with Line-Side Buffers

CUI Peng-hao¹, ZHANG Qi-man¹, JIANG Zhong-zhong¹, SHENG Guo-jun²

(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110169, China; 2. COSMO Plat Industrial Intelligence Research Institute (Qingdao) Co., Ltd., Qingdao 266500, China. Corresponding author: JIANG Zhong-zhong, E-mail: zzjiang@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The output performance of assembly lines is not only affected by machine unreliability and limited buffer capacity but also constrained by line-side buffers. The analytical modeling and performance evaluation of multi-stage assembly lines with line-side buffers were investigated. Firstly, for the single-stage assembly lines, the steady-state probability distribution of system states was derived based on Markov chains. Secondly, for the two-stage assembly lines, each single-stage subsystem was modeled as a machine with one operational state and one failure state. A performance evaluation model was then established using Markov chains, and closed-form expressions for performance indicators were obtained. Thirdly, for the multi-stage assembly lines, an aggregation method was proposed to approximate the performance indicators. Furthermore, the accuracy of the performance evaluation method was validated through numerical experiments. Finally, utilizing the proposed method, numerical experiments were conducted to examine system properties, such as reversibility and monotonicity in the multi-stage assembly lines.

Key words: multi-stage assembly lines; line-side buffer; analytical modeling; performance evaluation; Markov chain

电子装备作为高端装备的典型代表, 广泛应用于航天设备、高端机电设施、汽车电子产品等

国家安全和国民经济的关键领域^[1]. 装配是电子装备生产过程的最后环节, 也是决定生产效率

收稿日期: 2024-10-25

基金项目: 国家社会科学基金重大项目(23&ZD050); 国家自然科学基金资助项目(72402031, 71971052); 大规模个性化定制系统与技术创新国家重点实验室开放课题(H&C-MPC-2023-04-03); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N25ZJL015).

作者简介: 崔鹏浩(1990—), 男, 河北保定人, 东北大学讲师, 硕士生导师; 蒋忠中(1979—), 男, 湖南祁阳人, 东北大学教授, 博士生导师.

和产品质量的关键环节^[2]。电子装备装配过程涉及机装、电装、胶接、检验和测试等多个生产阶段,具有多种型号批研混产、交付周期约束性强、物料配套关系复杂等典型特征,装配线的产出能力直接影响着企业的产出效率和经济效益。因此,对电子装备装配线进行快速、准确的性能评估,对于企业保障及时交付和控制成本至关重要。

电子装备定制化程度高、组成结构复杂,装配过程中物料库存不合理、齐套配送不及时等情况都将直接影响装配流程的连续性和平稳性^[3-4]。例如,在电子对抗设备装配过程中,天线模块、信号处理器、电源模块以及各种连接线缆等零部件具有严格的齐套匹配关系,若某种零件出现缺料、质量缺陷等问题而无法及时装配时,其他线边零件库存中的零部件则会因无法满足物料齐套性而不能完成装配,进而影响装配线的产出效率。

线边零件库存在管理物料齐套匹配、确保系统平顺产出等方面发挥着至关重要的作用^[5-6]。合理的零件供给形式和库存控制策略不仅能确保装配过程的连续性,还能最大限度地降低零件库存成本。然而,线边零件库存也给装配线的运作管控带来诸多挑战。一方面,设备故障、返工返修等生产扰动使得零件的消耗速度出现不均衡,造成局部零件库存增加或告急等问题;另一方面,对于多阶段装配线而言,不同阶段的设备不可靠性、缓冲有限性以及零件供给不确定性等因素会沿物流流以阻塞和饥饿等形式向上下游传播,使得投入产出过程难以准确刻画。现有方法多采用离散事件仿真对此类复杂系统进行建模和分析,但其建模过程需反复调试参数,运行耗时随系统规模呈指数级增长,难以满足快速评估需求。因此,如何在考虑线边零件库存的情况下对装配线性能进行高效和准确的评估,是当前电子装备装配线亟待解决的关键问题之一。

为此,本文提出 1 种基于马尔可夫链的解析建模方法。该方法通过状态聚合与等效机制来降低维度灾难,在保证评估精度的同时显著提升计算效率,为多阶段装配线实时性能优化提供理论支撑。首先,对于由装配机器和零件库存组成的单阶段装配线,基于马尔可夫链求得了系统状态的稳态概率分布。其次,对于两阶段装配线,将单阶段子系统等效为具有 1 个工作状态和 1 个故障状态的机器,进而利用马尔可夫链求得产出率、

在制品水平、线边零件库存水平、饥饿率和阻塞率等指标的闭集表达式。再次,对于多阶段装配线,将其拆解为若干两阶段生产单元,基于两阶段装配线分析结果,提出了聚合方法对性能指标进行近似评估。最后,对多阶段装配线的可逆性及单调性等性质进行了分析。

1 文献综述

马尔可夫链作为 1 种有效的性能评估工具,受到了国内外学者的广泛关注^[7-8]。Wang 等^[9]针对批处理流水线,基于马尔可夫链构建了性能评估模型,通过模型求解得到了主要性能指标,进而对可逆性、单调性等生产系统性质进行了分析。Diamantidis 等^[10]针对由并行机和有限缓冲区组成的流水线,基于工位机器独立近似的思想提出了改进的分解方法,通过与仿真结果对比验证了所提方法的准确性。Wang 等^[11]针对考虑缓冲区驻留时间的多机器装配线,提出了适用于稳态分析和瞬态分析的新型聚合方法,通过数值实验验证了所提方法的准确性。Bai 等^[12]针对由故障率服从指数分布的机器和有限缓冲区组成的流水线,基于机器之间物料流守恒原理提出了改进的聚合方法,通过数值实验验证了所提方法的有效性。可见,当前研究主要针对由不可靠机器和有限缓冲区组成的串行流水线,而忽略了物料供给、线边零件库存等因素对生产系统的影响。

物料供给是生产系统运作管控的重要环节,直接影响着生产过程的运作效率和质量水平^[13-15]。近年来,国内外学者针对生产系统物料供给问题开展了大量研究,相关成果主要集中在供给模式选择、空间布局规划和集成调度优化等方面。Lu 等^[16]针对飞机移动装配线的物料供应问题,建立了物料组批(material batching)与牵引车调度(tow-train scheduling)和线边零件库存空间分配的集成决策模型,提出了 1 种混合内分泌-免疫算法(hybrid endocrine-immune algorithm, HEIA)对问题进行了求解。沈继统等^[17]研究了电子产品混流装配线物料供给模式的选择决策问题,在考虑物料准备、运输和装配过程的成本等因素上建立了线边备货(line stocking)、看板(kanban)和台套供应(kitting)3 种配送模式的选择决策模型,计算出不同配送模式间的盈亏平衡点,求得各个配送模式的成本最佳成本区间。Zangaro 等^[18]研究了装配线的物料供给和产线平衡集成决策问题(joint

assembly line balancing and feeding problem),建立了混合整数线性规划(mixed-integer linear programming)模型,提出了1种混合自适应邻域搜索方法对问题进行了求解。

目前的研究较少考虑线边零件库存对生产系统产出性能的影响.Yan等^[19]针对装配线边零件库存的容量分配问题(line-side buffer assignment problem, LBAP),利用仿真模型对系统产出率进行了评估,通过分析LBAP与并行机调度问题的关联性,设计了求解LBAP的近似算法.Mindlina等^[20]针对考虑有限缓冲区和有限物料供应的流水线,分别在离散时间和连续时间的情形下,在量化物料库存对系统产出影响的基础上,利用线性规划方法对流水线性能进行了优化,进一步分析了流水线配置对最优物料供给水平的影响.崔鹏浩等^[21]考虑线边零件库存对装配过程的影响,基于马尔可夫链求得了独立工站的稳态概率分布,进而对由两工站组成的装配线的主要性能指标进行了评估.在此基础上,利用遗

传算法对库存控制策略阈值进行了优化。

综上所述,在性能评估方面,当前研究尚未考虑线边零件库存的影响.在物料供给和线边零件库存方面,相关研究主要集中在系统规划决策、调度优化层面.因此,本文考虑了具有线边零件库存的多阶段装配线解析建模与性能评估问题,旨在为装配线的运作管控、持续改善提供决策支持。

2 相关假设

本文的研究对象为考虑线边零件库存的多阶段装配线,如图1所示.具体地,线边零件库存用于存放零件,装配机器将线边零件库存中的零件装配到部件上,缓冲区存放在上游机器完成装配作业的在制品.线边零件库存采用(s,S)控制策略进行补货,其中s表示再订货点(reorder point),S表示订货到达点(order-up-to point).补货采用批量供给形式,完成1次补货的批量为S-s。

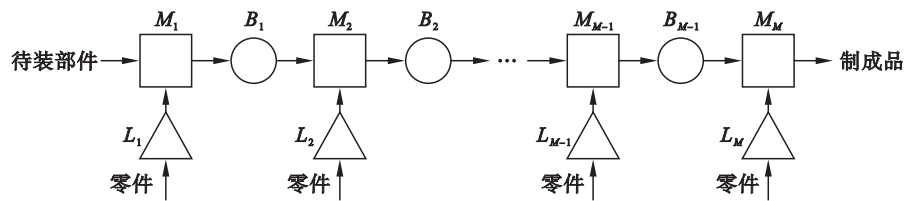


图1 考虑线边零件库存的多阶段装配线

Fig. 1 Multi-stage assembly line with line-side buffers

本文相关假设如下:

1) $M_m (m=1, 2, \dots, M)$ 表示装配机器.装配机器具有相同且固定的作业周期.机器 M_m 服从伯努利可靠性模型.在每个作业周期内,机器 M_m 以 p_m 的概率处于工作状态,以 $1-p_m$ 的概率处于故障状态。

2) $B_m (m=1, 2, \dots, M-1)$ 表示缓冲区.缓冲区 B_m 的容量和在制品水平分别用 $N_m (0 < N_m < \infty)$ 和 $n_m (0 \leq n_m \leq N_m)$ 表示。

3) $L_m (m=1, 2, \dots, M)$ 表示线边零件库存. l_m 表示线边零件库存 L_m 中的零件库存水平.线边零件库存 L_m 采用 (s_m, S_m) 策略进行补货,其中 $0 < s_m < S_m, 0 < S_m < \infty$ 。

4) 零件补给采用批量供应的方式对线边零件库存进行补给.补货指令下达后,在每个作业周期内,线边零件库存 L_m 以 γ_m 的概率补满零件.假设零件补给的概率大于装配机器的概率,即 $\gamma_m > p_m$ 。

5) 当缓冲区 B_m 中的在制品水平达到 N_m ,机器 M_m 处于工作状态且机器 M_{m+1} 无法完成装配作业时,则装配机器 $M_m (m=1, 2, \dots, M-1)$ 发生阻塞.假设最后1台机器 M_M 不会发生阻塞。

6) 当缓冲区 B_{m-1} 中的在制品数量为零且装配机器 M_m 处于工作状态时,则装配机器 $M_m (m=2, 3, \dots, M)$ 发生饥饿.假设装配线的物料输入无限,则第1台装配机器 M_1 不会被待装部件饥饿。

伯努利可靠性模型适用于机器平均故障时间与其加工周期近似的情形,此类场景广泛存在于新能源汽车、消费电子、家用电器等大批量标准化产品的生产和装配阶段.该假设是现有文献中普遍采用的1种经典假设^[8-9]。

3 性能评估

本章利用马尔可夫链对多阶段装配线进行解析建模和性能评估.首先,对于单阶段装配

线,利用马尔可夫链对系统的状态转移过程进行解析建模,求得系统状态的稳态概率分布.然后,对于两阶段装配线,将装配机器和线边零件库存组成的子系统等效为具有1个工作状态和1个故障状态的机器,进而利用马尔可夫链求得主要性能指标的闭集表达式.最后,对于多阶段装配线,为了应对阶段数增加引起的“维数灾难”问题,将多阶段装配线拆分为两阶段装配单元,基于两阶段装配线性能评估结果,提出了聚合方法对多阶段装配线的性能指标进行近似评估.

3.1 单阶段装配线

在单阶段装配线中,考虑到装配机器 M_m 服从伯努利可靠性模型,其状态变动具有无记忆

$$\left. \begin{aligned} P_m(0) &= (1-\gamma_m)P_m(0) + p_m(1-\gamma_m)P_m(1), \\ P_m(1) &= [(1-p_m)(1-\gamma_m)]P_m(1) + p_m(1-\gamma_m)P_m(2), \\ &\vdots \\ P_m(s_m) &= [(1-p_m)(1-\gamma_m)]P_m(s_m) + p_mP_m(s_m+1), \\ P_m(s_m+1) &= (1-p_m)P_m(s_m+1) + p_mP_m(s_m+2), \\ &\vdots \\ P_m(S_m-1) &= (1-p_m)P_m(S_m-1) + p_mP_m(S_m), \\ P_m(S_m) &= \gamma_m[P_m(0) + P_m(1) + \dots + P_m(s_m)] + (1-p_m)P_m(S_m). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

所有状态概率之和满足归一化条件:

$$\sum_{l_m=0}^{S_m} P_m(l_m) = 1. \quad (2)$$

通过联立式(1)和(2)求解系统状态的稳态概率分布,具体由定理1给出.

定理 1 单阶段装配线系统状态的稳态概率分布如下:

$$P_m(l_m) = \begin{cases} \pi(p_m, \gamma_m, s_m, S_m), & l_m = 0, \\ \frac{\gamma_m}{p_m(1-\gamma_m)} \alpha^{l_m-1} \pi(p_m, \gamma_m, s_m, S_m), & 0 < l_m \leq s_m, \\ \frac{\gamma_m}{p_m} \alpha^{s_m} \pi(p_m, \gamma_m, s_m, S_m), & s_m < l_m \leq S_m. \end{cases}$$

其中: $\alpha = 1 + \frac{\gamma_m}{p_m(1-\gamma_m)}$; $\pi(p_m, \gamma_m, s_m, S_m) =$

$$\frac{1}{\alpha^{s_m} \left[1 + (S_m - s_m) \frac{\gamma_m}{p_m} \right]}$$

证明 由式(1)可知,当 $0 < l_m \leq s_m$ 时,状态 l_m 的稳态概率 $P_m(l_m)$ 用 $P_m(0)$ 表示为

$$P_m(l_m) = \frac{\gamma_m}{p_m(1-\gamma_m)} \alpha^{l_m-1} P_m(0). \quad (3)$$

当 $s_m < l_m \leq S_m$ 时,状态 l_m 的稳态概率 $P_m(l_m)$ 利用

性,因此单阶段装配线的系统状态由线边零件库存的零件数量决定.具体地,系统状态由 l_m 表示,对应的系统稳态概率由 $P_m(l_m)$ 表示.基于马尔可夫链分析 (s_m, S_m) 策略对系统状态转移过程的影响得到系统状态转移图,具体如图2所示.

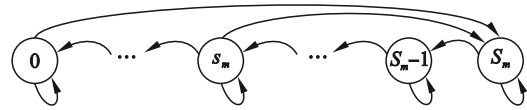


图2 系统状态转移图

Fig. 2 System state transition diagram

在马尔可夫链中,状态转移平衡方程与状态转移图具有一一对应的关系.因此,根据图2,系统状态转移平衡方程组表示如下:

$$\begin{aligned} P_m(s_m) &\text{表示为} \\ P_m(l_m) &= P_m(s_m+1) = P_m(s_m+2) = \dots = P_m(S_m) = \\ &= \frac{\gamma_m + p_m(1-\gamma_m)}{p_m} P_m(s_m). \end{aligned}$$

进一步地,根据式(3)可知,稳态概率 $P_m(l_m)$ 的表达式为

$$P_m(l_m) = \frac{\gamma_m}{p_m} \alpha^{s_m} P_m(0), s_m < l_m \leq S_m.$$

最后,根据式(2)可知,稳态概率 $P_m(0)$ 的表达式为

$$P_m(0) = \pi(p_m, \gamma_m, s_m, S_m) = \frac{1}{\alpha^{s_m} \left[1 + (S_m - s_m) \frac{\gamma_m}{p_m} \right]}.$$

3.2 两阶段装配线

本节基于单阶段装配线分析结果,对两阶段装配线进行性能评估.首先,将装配机器和线边零件库存组成的子系统等效为具有1个工作状态和1个故障状态的机器,基于单阶段装配线系统稳态概率分布求得机器的故障率和修复率参数.然后,针对两阶段装配线,基于马尔可夫链建立性能评估模型,进而求得主要性能指标的解析表达式.

3.2.1 等效过程

等效过程将单阶段装配线的状态空间根据是否能够正常产出划分为两部分,利用工作状态表征正常产出部分,利用故障状态表征停机部分.将复杂机器及系统特征等效为具有 1 台虚拟机器是现有文献中通常采用的 1 种处理方式,其中离散时间情形下虚拟机器的可靠性假设服从

几何分布^[22],连续时间情形下虚拟机器的可靠性假设服从指数分布^[23].等效过程的依据是虚拟机器与原始装配线的有效产出保持不变.鉴于本文研究离散时间模型,因此将两阶段装配线作为构建单元等效成 1 台可靠性服从几何分布的虚拟机器(后文简称为几何机器).等效过程示意图如图 3 所示.

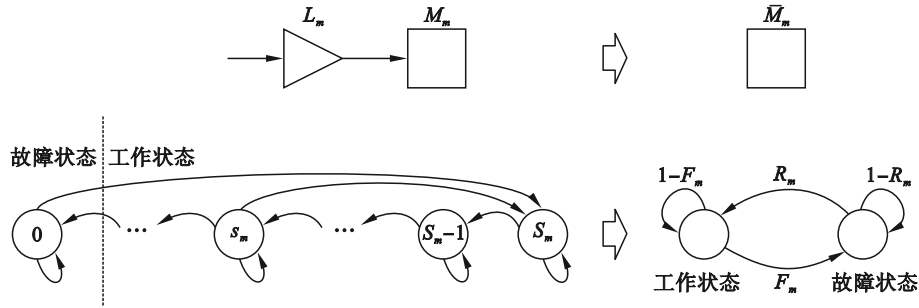


图 3 单阶段装配线等效过程示意图

Fig. 3 Illustration for the equivalent process of the single-stage assembly line

为了表述方便,等效机器 \bar{M}_m 的状态用 $\alpha_m = \{0, 1\}$ 表示,其中 $\alpha_m = 1$ 表示机器 \bar{M}_m 处于工作状态, $\alpha_m = 0$ 表示 \bar{M}_m 处于故障状态.等效机器 \bar{M}_m 的故障率用 F_m 表示,修复率用 R_m 表示.因此,等效机器 \bar{M}_m 的状态转移平衡方程组表示如下:

$$\begin{cases} \bar{P}_m(1) = (1 - F_m)\bar{P}_m(1) + R_m\bar{P}_m(0), \\ \bar{P}_m(0) = F_m\bar{P}_m(1) + (1 - R_m)\bar{P}_m(0). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\bar{P}_m(\alpha_m)$ 表示等效机器 \bar{M}_m 处于状态 α_m 的概率.

根据定理 1 和式(4),等效机器 \bar{M}_m 的修复率 R_m 和故障率 F_m 表达式如下:

$$R_m = \gamma_m, \quad F_m = \frac{\gamma_m \bar{P}_m(0)}{\bar{P}_m(1)} = \frac{\gamma_m [1 - p_m(1 - P_m(0))]}{p_m(1 - P_m(0))}, m = 1, 2.$$

3.2.2 马尔可夫链模型

通过将单阶段装配线等效为几何机器,对应

$$W_{1_m} = \frac{\gamma_m}{P_{pr}} \left[\frac{1}{1 - \gamma_m} \frac{1}{1 - \alpha_m} \left(\frac{1 - \alpha_m^{s_m}}{1 - \alpha_m} - s_m \alpha_m^{s_m} \right) + \frac{(S_m - s_m) \cdot (S_m + s_m + 1)}{2} \cdot \alpha_m^{s_m} \right] \pi(P_{pr}, \gamma_m, s_m, S_m), m = 1, 2,$$

$$W_{b_1} = \begin{cases} \frac{R_1 [(R_1 + R_2 - R_1 R_2)(F_2 + R_2) + F_1 F_2]}{(R_1 + R_2 - R_1 R_2)(R_1 + F_1)(R_2 + F_2)}, N_1 = 1, \\ \frac{B + \sum_{k=2}^{N_1-1} F_1 F_2 R_1 R_2 k (a_1 + b_1)^3 \sigma^{k-1} + N_1 D}{A + B + C + D}, N_1 > 1. \end{cases}$$

其中:

$$Q(F_1, R_1, F_2, R_2, N_1) = \begin{cases} \frac{F_1 b_2}{(R_1 + R_2 - R_1 R_2)(R_1 + F_1)}, N_1 = 1, \\ \frac{F_1 a_1 a_2 b_2^2 (R_2 + F_2)}{A + B + C + D}, N_1 > 1; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \alpha_m &= 1 + \frac{\gamma_m}{P_{pr}(1 - \gamma_m)}; \\ a_1 &= F_1 + F_2 - F_1 F_2 - R_1 F_2; \\ a_2 &= F_1 + F_2 - F_1 F_2 - R_2 F_1; \\ b_1 &= R_1 + R_2 - R_1 R_2 - R_2 F_1; \end{aligned}$$

的两阶段装配线的系统状态用 $(n_1, \alpha_1, \alpha_2)$ 表示.进一步地,根据文献[6]的分析结果,基于马尔可夫链对两阶段装配线进行解析建模.通过对解析模型进行求解,两阶段装配线的产出率 P_{pr} 、饥饿率 P_{st_2} 、阻塞率 P_{b_1} 、平均在制品水平 W_{b_1} 和平均线边库存零件水平 $W_{1_m} (m = 1, 2)$ 的闭集表达式由定理 2 给出.

定理 2 两阶段装配线的性能指标闭集表达式如下:

$$\begin{aligned} P_{pr} &= \frac{R_2}{F_2 + R_2} [1 - Q(F_1, R_1, F_2, R_2, N_1)], \\ P_{st_2} &= \frac{R_2}{F_2 + R_2} Q(F_1, R_1, F_2, R_2, N_1), \\ P_{b_1} &= \frac{R_1}{F_1 + R_1} Q(F_2, R_2, F_1, R_1, N_1), \end{aligned}$$

$$b_2 = R_1 + R_2 - R_1 R_2 - R_1 F_2;$$

$$\sigma = \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2};$$

$$A = F_1 R_2 a_1 a_2 b_2 (F_2 + b_2);$$

$$B = F_1 R_1 R_2 a_2 [b_2^2 + F_2(a_1 + b_1)(a_2 + 2b_2)];$$

$$C = \sum_{k=2}^{N_1-1} F_1 F_2 R_1 R_2 (a_2 + b_2)^3 \sigma^{k-1};$$

$$D = F_2 R_1 a_1 b_2 [R_2(a_1 + b_1) + a_2(F_1 + R_1)] \sigma^{N_1-1}.$$

3.3 多阶段装配线

对于多阶段装配线,系统状态数随着阶段数和缓冲区数量的增加会出现指数爆炸的情况,导致马尔可夫链模型在解析建模及求解过程中遇到“维数灾难”的问题.因此,基于两阶段装配线性能评估结果,利用聚合方法对系统性能进行近似评估.

聚合方法将多阶段装配线分解为若干两阶

段装配单元,考虑阻塞对系统性能的影响进行后向聚合(backward aggregation),考虑饥饿对系统性能的影响进行前向聚合(forward aggregation),通过后向聚合和前向聚合交替迭代对多阶段装配线的性能进行近似评估.聚合方法迭代过程示意图如图4所示.

后向聚合从等效机器 \bar{M}_M 开始聚合,直至等效机器 \bar{M}_1^b 结束.首先,等效机器 \bar{M}_M 和 \bar{M}_{M-1}^f 聚合成机器 \bar{M}_{M-1}^b .然后, \bar{M}_{M-1}^b 和 \bar{M}_{M-2}^f 聚合成机器 \bar{M}_{M-2}^b .以此类推,直至所有的等效机器聚合为1台机器 \bar{M}_1^b .前向聚合从等效机器 \bar{M}_1 开始,直至等效机器 \bar{M}_M^f 结束.首先,等效机器 \bar{M}_1 和 \bar{M}_2^b 聚合成机器 \bar{M}_2^f .然后, \bar{M}_2^f 和等效机器 \bar{M}_3^b 聚合成机器 \bar{M}_3^f ,以此类推,直至所有的等效机器聚合为1台机器 \bar{M}_M^f .在迭代更新过程中,等效机器 \bar{M}_m 聚合后的故障率和修复率计算公式如下:

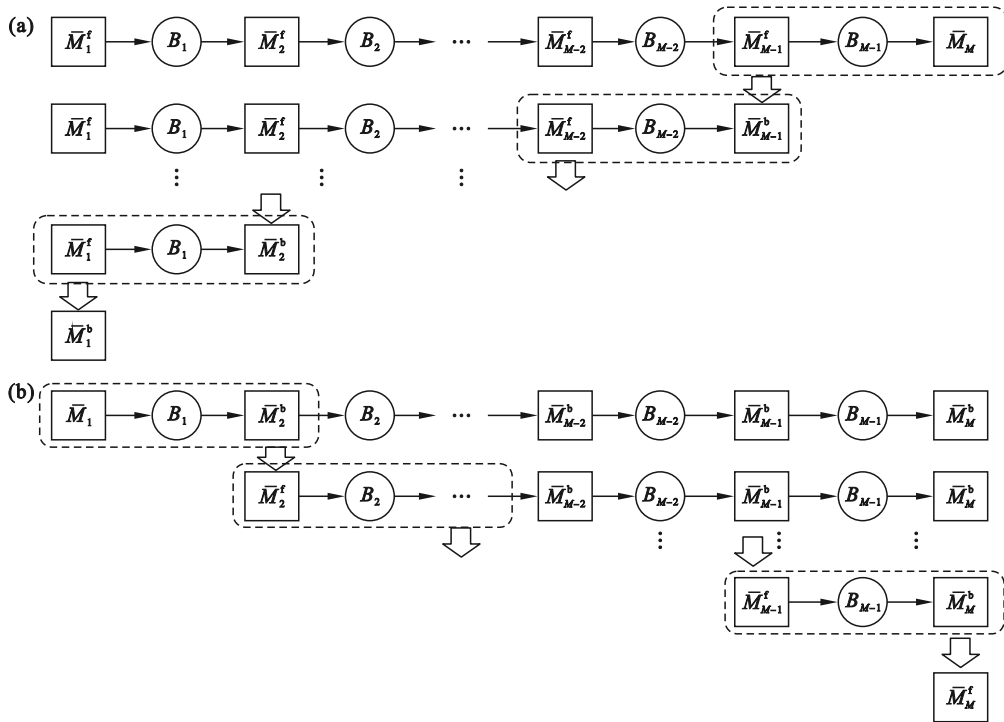


图4 聚合方法迭代过程示意图

Fig. 4 Iterative process diagram of the aggregation method

(a)—后向聚合; (b)—前向聚合.

$$F_m^b(n+1) = F_m + R_m Q(F_{m+1}^b(n+1), R_{m+1}^b(n+1), F_m^f(n), F_m^f(n), N_m), m = 1, \dots, M-1;$$

$$R_m^b(n+1) = R_m - R_m Q(F_{m+1}^b(n+1), R_{m+1}^b(n+1), F_m^f(n), R_m^f(n), N_m), m = 1, \dots, M-1;$$

$$F_m^f(n+1) = F_m + R_m Q(F_{m-1}^f(n+1), R_{m-1}^f(n+1), F_m^b(n+1), R_m^b(n+1), N_{m-1}), m = 2, \dots, M;$$

$$R_m^f(n+1) = R_m - R_m Q(F_{m-1}^f(n+1), R_{m-1}^f(n+1), F_m^b(n+1), R_m^b(n+1), N_{m-1}), m = 2, \dots, M.$$

边界状态为

$$F_1^f(n) = F_1, \quad R_1^f(n) = R_1,$$

$$F_M^b(n) = F_M, \quad R_M^b(n) = R_M,$$

$$n = 0, 1, 2, \dots.$$

初始状态为

$$F_m^f(0) = F_m, \quad R_m^f(0) = R_m, \quad m = 2, \dots, M-1.$$

其中: $F_m^b(n), R_m^b(n)$ 表示等效机器 \bar{M}_m 第 n 次后向聚合中的故障率和修复率; $F_m^f(n), R_m^f(n)$ 表示等

效机器 \bar{M}_m 第 n 次前向聚合中的故障率和修复率.

文献[6]通过数值实验证明了上述聚合方法收敛至唯一的数值解,所得数值解由定理3给出.

定理 3 聚合方法能够收敛至唯一的数值解:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_m^f(n) = F_m^f, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} F_m^b(n) = F_m^b,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_m^f(n) = R_m^f, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} R_m^b(n) = R_m^b,$$

$$P_{st_m} = \frac{R_m}{F_m + R_m} Q(F_{m-1}^f, R_{m-1}^f, F_m^b, R_m^b, N_{m-1}), m = 2, \dots, M;$$

$$P_{bl_m} = \frac{R_m}{F_m + R_m} Q(F_{m+1}^b, R_{m+1}^b, F_m^f, R_m^f, N_m), m = 1, \dots, M-1;$$

$$W_{l_m} = \frac{\gamma_m}{P_{pr}} \left[\frac{1}{1-\gamma_m} \frac{1}{1-\alpha_m} \left(\frac{1-\alpha_m^{s_m}}{1-\alpha_m} - s_m \alpha_m^{s_m} \right) + \frac{(S_m - s_m)(S_m + s_m + 1)}{2} \alpha_m^{s_m} \right] \pi(P_{pr}, \gamma_m, S_m, S_m),$$

$$m = 1, 2, \dots, M;$$

$$W_{b_m} = \begin{cases} \frac{R_m [(R_m + R_{m+1}^b - R_m^f R_{m+1}^b)(F_{m+1}^b + R_{m+1}^b) + F_m^f F_{m+1}^b]}{(R_m^f + R_{m+1}^b - R_m^f R_{m+1}^b)(R_m^f + F_m^f)(R_{m+1}^b + F_{m+1}^b)}, & N_m = 1, \\ \frac{B_m + \sum_{k=2}^{N_m-1} F_m^f F_{m+1}^b R_m^f R_{m+1}^b k(a_m + b_m)^3 \sigma_m^{k-1} + N_m D_m}{A_m + B_m + C_m + D_m}, & N_m > 1, m = 1, 2, \dots, M-1. \end{cases}$$

3.4 准确性分析

本节随机产生 10 000 条装配线,通过数值实验分析性能评估方法的准确性.装配线参数的选择区间如下:

$$M \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, p_m \in (0.5, 1), \gamma_m \in (p_m, 1),$$

$$N_m \in \{1, \dots, 10\},$$

$$S_m \in \{2, \dots, 10\}, s_m \in (0, S_m).$$

本文所有数值实验均基于 MATLAB 软件实现,硬件平台为 Windows 11 操作系统、Intel(R) Core(TM) i7-8250U CPU (2.40 GHz)以及 16.0 GB RAM,后文不再赘述.实验过程中,每条装配线分别利用所提性能评估方法和仿真方法得到性能指标值.具体地,仿真过程每条装配线运行 30 次.每次运行由 10 000 个时间单位的预热过程和 100 000 个时间单位的统计过程组成.仿真过程的输出为 30 次实验的性能指标平均值.所提性能评估方法和仿真方法的误差计算公式如下:

$$\delta_{P_{pr}} = \left| \frac{P_{pr}^{Ana} - P_{pr}^{Sim}}{P_{pr}^{Sim}} \right| \times 100\%;$$

$$m = 1, 2, \dots, M.$$

根据定理 3,多阶段装配线的产出率 P_{pr} 、饥饿率 P_{st_m} 、阻塞率 P_{bl_m} 、平均在制品水平 W_{b_m} 和平均线边零件库存水平 W_{l_m} 的表达式如下:

$$P_{pr} = \frac{R_M^f}{F_M^f + R_M^f} = \frac{R_1^b}{F_1^b + R_1^b};$$

$$\delta_{W_s} = \frac{\sum_{m=1}^{M-1} \left| \frac{W_{b_m}^{Ana} - W_{b_m}^{Sim}}{N_m} \right|}{M-1} \times 100\%;$$

$$\delta_{W_l} = \frac{\sum_{m=1}^M \left| \frac{W_{l_m}^{Ana} - W_{l_m}^{Sim}}{S_m} \right|}{M} \times 100\%;$$

$$\delta_{P_{bl}} = \frac{\sum_{m=1}^{M-1} |P_{bl_m}^{Ana} - P_{bl_m}^{Sim}|}{M-1}; \delta_{P_{st}} = \frac{\sum_{m=2}^M |P_{st_m}^{Ana} - P_{st_m}^{Sim}|}{M-1}.$$

其中: $(\cdot)^{Ana}$ 和 $(\cdot)^{Sim}$ 分别表示由所提性能评估方法和仿真方法得到的性能指标值; δ 为误差.

对于所有的 10 000 条装配线,所提性能评估方法的最大收敛时间为 1 s,最大迭代次数为 100.所得性能指标的误差统计结果,如表 1~5 所示.与仿真实验结果对比,所有性能指标的平均误差均值小于 4%.产出率 P_{pr} 误差的平均值为 1.25%,在制品水平 W_b 误差的平均值为 3.36%,线边零件库存水平 W_l 误差的平均值为 0.73%.阻塞率 P_{bl} 和饥饿率 P_{st} 偏差的平均值分别为 0.009 7 和 0.009 7.

表 1 产出率(P_{pr})准确性分析结果
Table 1 Accuracy analysis results of production rate (P_{pr})

指标	M					
	2	4	6	8	10	12
P_{pr}^{Ana}	0.786 2	0.747 4	0.727 4	0.717 3	0.710 3	0.705 9
P_{pr}^{Sim}	0.784 4	0.746 4	0.724 7	0.712 9	0.704 3	0.698 6
$\delta_{P_{pr}}/\%$	0.27	0.92	1.26	1.50	1.70	1.82

表2 在制品水平(W_b)准确性分析结果
Table 2 Accuracy analysis results of work in process level (W_b)

指标	M					
	2	4	6	8	10	12
W_b^{Ana}	3.204 9	3.325 8	3.334 4	3.334 6	3.350 0	3.359 7
W_b^{Sim}	3.201 0	3.324 7	3.332 1	3.329 4	3.334 8	3.330 2
$\delta_{W_b}/\%$	1.08	2.35	3.37	4.12	4.43	4.81

表3 线边零件库存水平(W_1)准确性分析结果
Table 3 Accuracy analysis results of inventory level in the line-side buffers (W_1)

指标	M					
	2	4	6	8	10	12
W_1^{Ana}	4.944 2	4.595 7	4.550 4	4.571 7	4.550 0	4.560 8
W_1^{Sim}	4.943 1	4.637 2	4.592 0	4.614 0	4.592 6	4.603 7
$\delta_{W_1}/\%$	0.02	0.84	0.86	0.88	0.89	0.89

表4 阻塞率(P_{bl})准确性分析结果
Table 4 Accuracy analysis results of blockage probability (P_{bl})

指标	M					
	2	4	6	8	10	12
P_{bl}^{Ana}	0.062 2	0.050 6	0.060 8	0.065 8	0.069 8	0.072 5
P_{bl}^{Sim}	0.064 3	0.052 7	0.063 6	0.069 2	0.073 6	0.076 5
$\delta_{P_{bl}}$	0.002 1	0.006 3	0.009 6	0.012 1	0.013 4	0.014 6

表5 饥饿率(P_{st})准确性分析结果
Table 5 Accuracy analysis results of starvation probability (P_{st})

指标	M					
	2	4	6	8	10	12
P_{st}^{Ana}	0.058 4	0.051 3	0.060 2	0.065 2	0.069 1	0.071 0
P_{st}^{Sim}	0.060 5	0.053 2	0.063 2	0.069 2	0.073 8	0.076 7
$\delta_{P_{st}}$	0.002 1	0.006 5	0.009 6	0.011 9	0.013 3	0.014 5

4 系统性质

利用所提出的性能评估方法,本章继续利用3.4节中随机生成的10 000条装配线,通过数值实验分析多机器装配线的可逆性与单调性等系统性质.

4.1 可逆性分析

为了验证多机器装配线的可逆性,首先给出多机器装配线 L 及其逆向装配线(reverse line) L_r 的概念.根据文献[6],对于任意1条多阶段装配线 L ,其逆向装配线 L_r 是指将装配线 L 的物料流方向进行调转,即装配线 L 中的最后1台机器 M_M 作为装配线 L_r 的第1台机器,装配线 L 中的最后1个缓冲区 B_{M-1} 作为装配线 L_r 的第1个缓冲区.多

阶段装配线 L 和逆向装配线 L_r 的相关关系,如图5所示.

对于任意1条多阶段装配线 L 及其逆向装配线 L_r ,定理4成立.

定理4 满足假设1)~6)任意1条多阶段装配线 L 及其逆向装配线 L_r 具有可逆性,即二者的生产率满足如下关系:

$$P_{pr}^L \approx P_{pr}^{L_r}$$

数值验证 针对所生成的10 000条装配线,利用所提性能评估方法求得每条装配线 P_{pr}^L 及其逆向装配线的生产率 $P_{pr}^{L_r}$,实验结果表明,每条原装配线与其逆向装配线生产率的误差均小于 10^{-6} .由此可得,定理4成立.

为了进一步说明多阶段装配线的可逆性,对于三阶段装配线,选取13条装配线进行案例展示

说明. 每条装配线的概率参数和线边零件库存控制参数, 如表 6 所示.

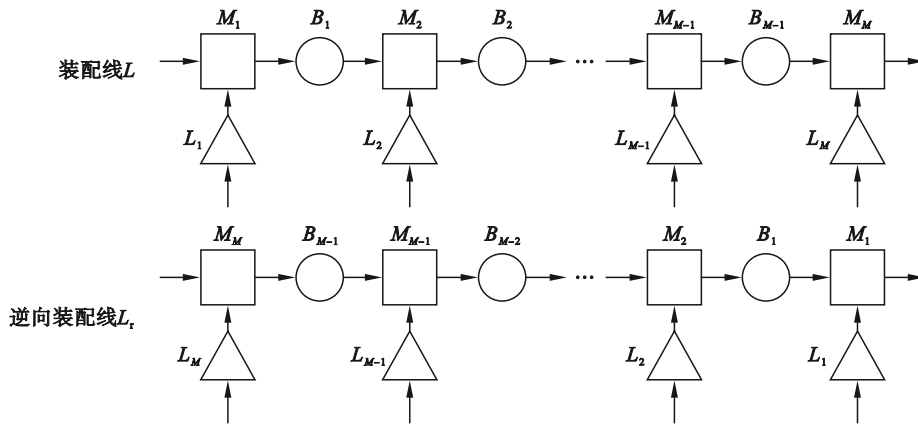


图 5 多阶段装配线与对应逆向装配线示意图

Fig. 5 Diagram of multi-stage assembly line and its reverse line

表 6 三阶段装配线具体参数

Table 6 Parameters of three-stage assembly lines

编号	概率参数	线边零件库存控制参数
L_0	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_1	$p = [0.95, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_2	$p = [0.80, 0.95, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_3	$p = [0.80, 0.80, 0.95], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_4	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.98, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_5	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.98, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_6	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.98]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_7	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [9, 8, 8], s = [4, 4, 4]$
L_8	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 9, 8], s = [4, 4, 4]$
L_9	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 9], s = [4, 4, 4]$
L_{10}	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [5, 4, 4]$
L_{11}	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 5, 4]$
L_{12}	$p = [0.80, 0.80, 0.80], \gamma = [0.96, 0.96, 0.96]$	$S = [8, 8, 8], s = [4, 4, 5]$

装配线 L_0 作为 1 条基准装配线, 所有概率参数和线边零件库存控制参数均相同. 对于装配线 $L_1 \sim L_3$, 相应的机器概率 p_1, p_2, p_3 增加至 0.95, 其他参数保持不变. 对于装配线 $L_4 \sim L_6$, 相应的零件补给概率 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 增加到 0.98, 其他参数保持不变. 对于装配线 $L_7 \sim L_9$, 相应的阈值 S 增加到 9, 其他参数保持不变. 对于装配线 $L_{10} \sim L_{12}$, 相应的阈值 s 增加到 5, 其他参数保持不变. 由此可知, 装配线 L_1 和 L_3, L_4 和 L_6, L_7 和 L_9, L_{10} 和 L_{12} 均互为逆向装配线. 装配线 L_2, L_5, L_8 和 L_{11} 均为对称结构, 与自身互为逆向装配线. 特别地, 所有生产线中的缓冲区参数保持一致, 取值范围为 $N_i \in [1, 20]$.

不同参数组合的生产率对比结果, 如图 6a~

6d 所示. 实验结果表明, L_1, L_4, L_7 和 L_{10} 的产出率分别与 L_3, L_6, L_9 和 L_{12} 相同. 因此, 在多机器装配线中, 产出率具有可逆性. 此外, 如图 6a 所示, L_2 的产出率均大于 L_1 和 L_3 . 因此, 当 L_0 中只有 1 台机器可以提高效率时, 最佳位置是中间机器.

进一步地, 对于七阶段装配线, 选取 9 条装配线进行案例分析. 每条装配线的概率参数和线边零件库存控制参数, 如表 7 所示.

具体地, 装配线 L_{13} 作为 1 条基准装配线, 所有概率参数和线边零件库存控制参数均相同. 对于装配线 L_{14}, L_{15} , 相应的机器概率 $p_1 \sim p_7$ 分别按照表 7 所示变化, 其他参数保持不变. 对于装配线 L_{16}, L_{17} , 相应的零件补给概率 $\gamma_1 \sim \gamma_7$ 分别按照表 7

所示变化,其他参数保持不变.对于装配线 L_{18}, L_{19} , 相应的阈值 S 分别按照表 7 所示变化,其他参数保持不变.对于装配线 L_{20}, L_{21} , 相应的阈值 s 分别按照表 7 所示变化,其他参数保持不变.

由此可知,装配线 L_{14} 和 L_{15}, L_{16} 和 L_{17}, L_{18} 和 L_{19}, L_{20} 和 L_{21} 均互为逆向装配线.此外,所有缓冲区的参数范围为 $N_i \in [1 \ 20]$.

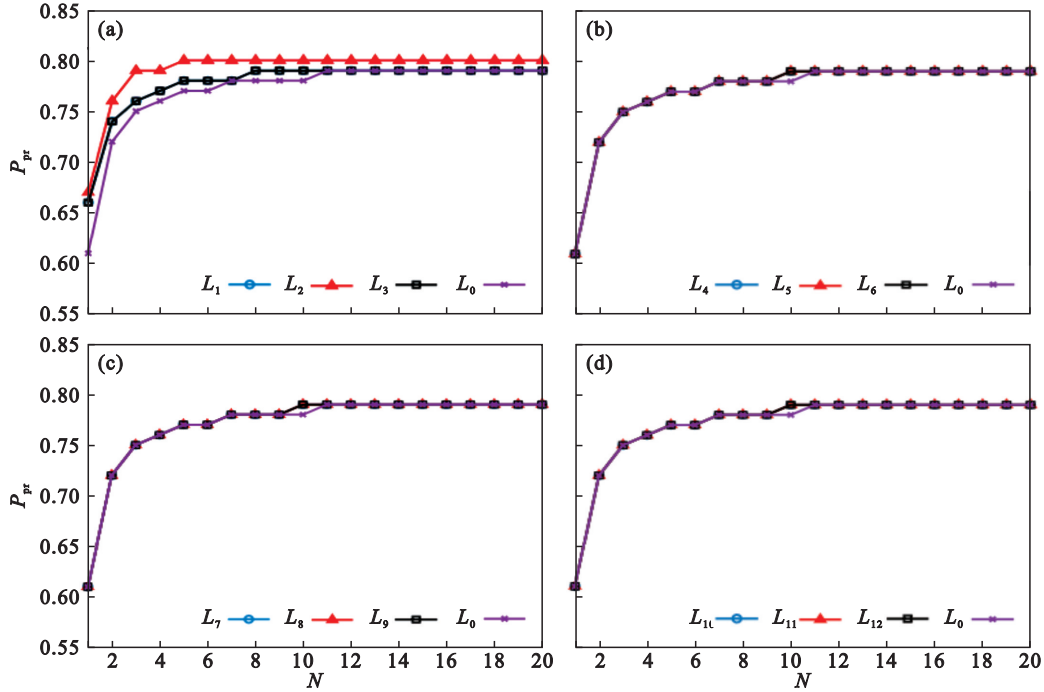


图6 三阶段装配线可逆性

Fig. 6 Reversibility of three-stage assembly lines

表 7 七阶段装配线具体参数

Table 7 Parameters of seven-stage assembly lines

编号	概率参数	线边零件库存控制参数
L_{13}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9]$ $s=[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
L_{14}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.83, 0.88, 0.89, 0.81]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9]$ $s=[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
L_{15}	$p=[0.81, 0.89, 0.88, 0.83, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9]$ $s=[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
L_{16}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.91, 0.93, 0.95, 0.91]$	$S=[9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9]$ $s=[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
L_{17}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.91, 0.95, 0.93, 0.91, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9]$ $s=[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
L_{18}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[9, 9, 9, 10, 12, 11, 15]$ $s=[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
L_{19}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[15, 11, 12, 10, 9, 9, 9]$ $s=[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
L_{20}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9]$ $s=[5, 5, 5, 7, 6, 8, 8]$
L_{21}	$p=[0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80, 0.80]$ $\gamma=[0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90, 0.90]$	$S=[9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9]$ $s=[8, 8, 6, 7, 5, 5, 5]$

不同参数组合的产出率对比结果,如图 7a~7d 所示.实验结果显示, L_{14}, L_{16}, L_{18} 和 L_{20} 的产出

率分别与 L_{15}, L_{17}, L_{19} 和 L_{21} 几乎相同.因此,在多机器装配线中,产出率具有可逆性.

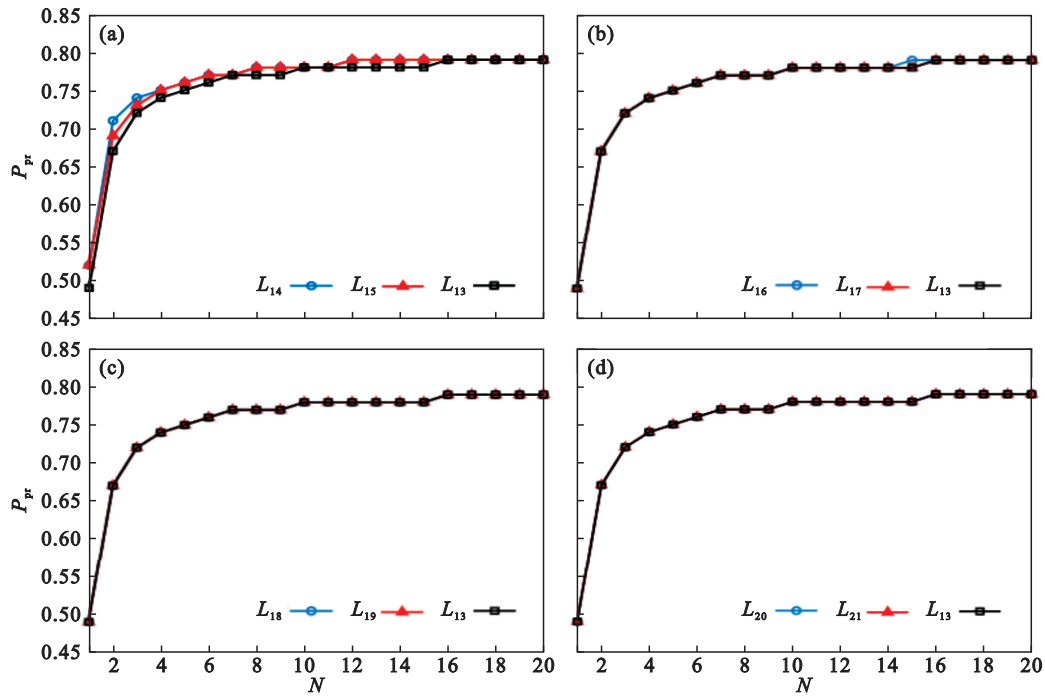


图 7 七阶段装配线可逆性

Fig. 7 Reversibility of seven-stage assembly lines

4.2 单调性分析

对于任意 1 条多阶段装配线,定理 5 成立.

定理 5 满足假设 1)~6)任意 1 条多阶段装配线,其产出率 P_{pr} 具有如下性质:

- ① 随概率参数 p_m 和 γ_m 的增加单调递增;
- ② 随线边零件库存控制参数 S_m 和 s_m 的增加单调递增.

数值验证 针对所生成的 10 000 条装配线,对于概率参数 p_m ,每条装配线以间隔 0.01 递增至 $p_m - 0.01$;对于概率参数 γ_m ,每条装配线以间隔 0.01 递增至 0.99;对于线边零件库存控制参数 s_m ,每条装配线以间隔 1 递增至 $S_m - 1$;对于线边零件库存控制参数 S_m ,每条装配线以间隔 1 递增至

$2S_m$;以上过程形成的每组装配线参数,利用所提出的性能评估方法求得产出率 P_{pr} .实验结果表明,每条装配线的产出率 P_{pr} 均随相应参数的增加而单调递增.由此可得,定理 5 成立.

进一步地,对于产出率 P_{pr} 关于概率参数 p_m 和 γ_m 的单调性,选取 1 条三阶段装配线,设计 6 组实验.三阶段装配线的初始参数如下:

$$p = [0.45, 0.50, 0.48], \gamma = [0.53, 0.60, 0.54],$$

$$S = [8, 7, 6], s = [2, 1, 1], N = [10, 10].$$

具体地,在实验 1~3 中,分别对 p_1, p_2, p_3 进行变动;在实验 4~6 中,分别对 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 进行变动.每组实验的参数变动间隔为 0.01.装配线概率参数取值范围及组合情况如表 8 所示.

表 8 三阶段装配线概率参数取值范围及组合情况

Table 8 Efficiency parameters ranges and combination of three-stage assembly lines

编号	p_1	p_2	p_3	γ_1	γ_2	γ_3
1	[0.45, 0.51]	0.50	0.48	0.53	0.60	0.54
2	0.45	[0.50, 0.59]	0.48	0.53	0.60	0.54
3	0.45	0.50	[0.48, 0.53]	0.53	0.60	0.54
4	0.45	0.50	0.48	[0.53, 0.63]	0.60	0.54
5	0.45	0.50	0.48	0.53	[0.60, 0.70]	0.54
6	0.45	0.50	0.48	0.53	0.60	[0.54, 0.67]

在分析产出率 P_{pr} 关于线边零件库存控制参数 S_m 和 s_m 的单调性时,三阶段装配线的初始参数设置如下:

$$p = [0.48, 0.54, 0.50], \gamma = [0.53, 0.60, 0.54],$$

$$S = [8, 7, 6], s = [2, 1, 1], N = [10, 10].$$

类似地,本文设计 6 组实验.在实验 7~9 中,

分别对 S_1, S_2, S_3 进行变动;在实验 10~12 中,分别对 s_1, s_2, s_3 进行变动. 每组实验的参数变动间隔

为 1,其他参数保持不变. 装配线线边零件库存控制参数取值范围及组合情况,如表 9 所示.

表 9 三阶段装配线线边零件库存控制参数取值范围及组合情况

Table 9 Value range and combination of threshold parameters for line-side buffers of three-stage assembly lines

编号	S_1	S_2	S_3	s_1	s_2	s_3
7	[8,15]	7	6	2	1	1
8	8	[7,15]	6	2	1	1
9	8	7	[6,12]	2	1	1
10	8	7	6	[2,7]	1	1
11	8	7	6	2	[1,6]	1
12	8	7	6	2	1	[1,5]

不同参数组合的产出率随参数的变动情况,如图 8a~8d 所示. 具体地,多阶段装配线的产出率关于概率参数 p_m 和 γ_m 、线边零件库存控制参数 S_m 和 s_m 均呈现单调递增,并且表现出增量逐渐放缓

的趋势. 究其原因,是单一或单个参数的改善效果会随着程度的增加受到其他参数的制约. 因此,在通过改善单一参数提升装配线产出率的过程中,需要考虑参数变动边际收益的变化情况.

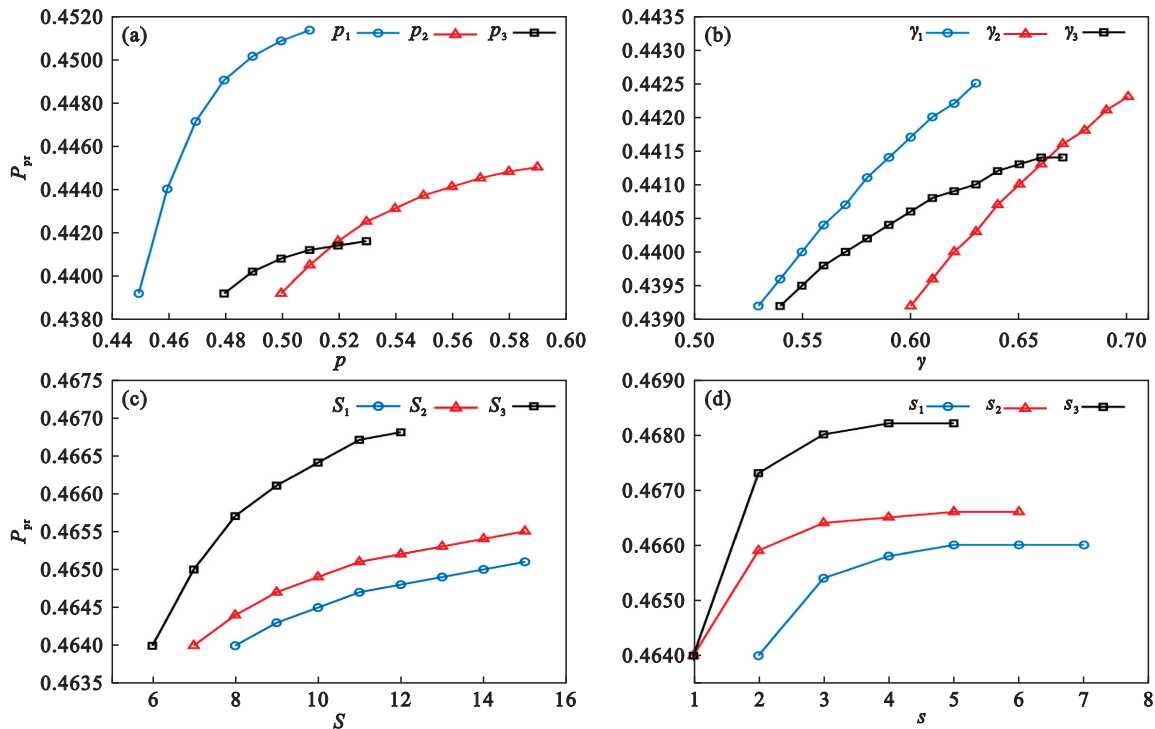


图 8 多阶段装配线单调性

Fig. 8 Monotonicity of multi-stage assembly lines

5 结 语

本文以航天设备、高端机电设施、汽车电子产品等电子装备的总装过程为研究对象,考虑线边零件库存对多阶段装配线性能的影响,研究解析建模与性能评估问题. 首先,对于单阶段装配线,分析了库存控制策略对系统状态转移过程的影响,基于马尔可夫链求得了系统稳态概率分布. 其次,对于两阶段装配线,将装配机器和线边

零件库存组成的单阶段子系统等效为具有 1 个工作状态和 1 个故障状态的等效机器,利用马尔可夫链求得了主要性能指标的闭集表达式. 然后,对于多阶段装配线,为了应对由于阶段数增加引起的“维数灾难”问题,提出了聚合方法对相关性能指标进行了近似评估. 进一步地,通过大规模数值实验验证了性能评估方法的准确性. 实验结果表明:所提的性能评估方法对于 5 种性能指标的平均误差均小于 4%. 最后,基于所提的性能评估方法,通过数值实验分析了多阶段装配线的可

逆性及单调性等系统性质.

本文研究了考虑线边零件库存的多阶段装配线性能评估问题,未来可以进一步扩展到库存控制策略优化等决策问题.同时,在库存控制策略方面,本文研究了静态阈值策略对装配线性能的影响问题,为了适应不同的生产场景,未来可考虑研究动态控制策略的情形.

参考文献:

- [1] 陆少军,崔龙庆,赵婷,等.面向高端装备制造协同优化的人工智能方法研究综述与展望[J].计算机集成制造系统,2022,28(7):1940-1952.
(Lu Shao-jun, Cui Long-qing, Zhao Ting, et al. Review and prospect of artificial intelligence methods for collaborative optimization of high-end equipment manufacturing [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2022, 28(7): 1940-1952.)
- [2] Yi Y, Yan Y H, Liu X J, et al. Digital twin-based smart assembly process design and application framework for complex products and its case study [J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 2021, 58: 94-107.
- [3] 贾之阳,陈京川,戴亚平.基于几何可靠性机器模型的装配系统实时性能分析[J].自动化学报,2020,46(12):2583-2592.
(Jia Zhi-yang, Chen Jing-chuan, Dai Ya-ping. Real-time performance evaluation of assembly systems with geometric machines [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(12): 2583-2592.)
- [4] 黄雪梅,王越超,谈大龙,等.基于数字制造环境的可重构装配线仿真分析平台[J].东北大学学报(自然科学版),2004,25(5):489-492.
(Huang Xue-mei, Wang Yue-chao, Tan Da-long, et al. Simulation platform for reconfigurable assembly line based on digital manufacturing environment [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2004, 25(5): 489-492.)
- [5] Zhao C, Kang N X, Li J S, et al. Production control to reduce starvation in a partially flexible production-inventory system [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(2): 477-491.
- [6] 周炳海,费芊然.考虑能耗的混流装配线物料配送多目标调度方法[J].东北大学学报(自然科学版),2020,41(2):258-264.
(Zhou Bing-hai, Fei Qian-ran. Multi-objective scheduling algorithm for mixed-model assembly line considering energy consumption [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2020, 41(2): 258-264.)
- [7] Gershwin B. Manufacturing systems engineering [M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1994.
- [8] Li J S, Meerkov S M. Production systems engineering [M]. New York: Springer, 2008.
- [9] Wang J Q, Yan F Y, Cui P H, et al. Bernoulli serial lines with batching machines: performance analysis and system-theoretic properties [J]. *IIEE Transactions*, 2019, 51(7): 729-743.
- [10] Diamantidis A, Lee J H, Papadopoulos C T, et al. Performance evaluation of flow lines with non-identical and unreliable parallel machines and finite buffers [J]. *International Journal of Production Research*, 2020, 58(13): 3881-3904.
- [11] Wang F F, Ju F. Transient and steady-state analysis of multistage production lines with residence time limits [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2020, 18(1): 122-134.
- [12] Bai Y S, Tu J C, Yang M Z, et al. A new aggregation algorithm for performance metric calculation in serial production lines with exponential machines: design, accuracy and robustness [J]. *International Journal of Production Research*, 2021, 59(13): 4072-4089.
- [13] Michalos G, Makris S, Papakostas N, et al. Automotive assembly technologies review: challenges and outlook for a flexible and adaptive approach [J]. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 2010, 2(2): 81-91.
- [14] Qin J, Liu Y, Grosvenor R. A categorical framework of manufacturing for industry 4.0 and beyond [J]. *Procedia CIRP*, 2016, 52: 173-178.
- [15] Zammori F, Braglia M, Castellano D. Just-in-time parts feeding policies for paced assembly lines: possible solutions for highly constrained layouts [J]. *International Transactions in Operational Research*, 2016, 23(4): 691-724.
- [16] Lu Z Q, Zhu H W, Han X L, et al. Integrated modelling and algorithm of material delivery and line-side storage for aircraft moving assembly lines [J]. *International Journal of Production Research*, 2019, 57(18): 5842-5856.
- [17] 沈继统,王创剑,徐贤浩.电子产品混流装配线物料供给模式规划决策问题研究[J].工业工程与管理,2023,28(1):110-119.
(Shen Ji-tong, Wang Chuang-jian, Xu Xian-hao. Research on the decision-making problem of material supply mode for mixed-flow assembly line of electronic products [J]. *Industrial Engineering and Management*, 2023, 28(1): 110-119.)
- [18] Zangaro F, Minner S, Battini D. The multi-manned joint assembly line balancing and feeding problem [J]. *International Journal of Production Research*, 2023, 61(16): 5543-5565.
- [19] Yan C B, Zhao Q C, Huang N J, et al. Formulation and a simulation-based algorithm for line-side buffer assignment problem in systems of general assembly line with material handling [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2010, 7(4): 902-920.
- [20] Mindlina J, Tempelmeier H. Performance analysis and optimisation of stochastic flow lines with limited material supply [J]. *International Journal of Production Research*, 2022, 60(17): 5293-5306.
- [21] 崔鹏浩,李成,蒋忠中.考虑零件库存的两机器装配线性能评估与库存控制[J].计算机集成制造系统,2024,30(1):289-299.
(Cui Peng-hao, Li Cheng, Jiang Zhong-zhong. Performance evaluation and inventory control of two-machine assembly lines with parts inventories [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2024, 30(1): 289-299.)
- [22] Zhao C, Li J S, Huang N J. Efficient algorithms for analysis and improvement of flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, 13(1): 105-121.
- [23] Kang Y Y, Ju F. Integrated analysis of productivity and machine condition degradation: performance evaluation and bottleneck identification [J]. *IIEE Transactions*, 2019, 51(5): 501-516.