

多目标投资组合优化问题的学习型NSGA-II

朱珠¹, 娄航宇²

(1. 辽宁大学 信息学院, 辽宁 沈阳 110036; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 针对快速非支配排序遗传算法(NSGA-II)在求解投资组合问题时存在分散性不足和约束处理能力差的问题,提出了一种基于聚类和自适应可行性修复策略的学习型改进NSGA-II算法(INSGA-II)用于求解多目标投资组合问题. 在该算法中,通过聚类学习改进种群的分散性,通过自适应修复保证新生成的解均为可行解,从而改进算法的分散性和提高算法的收敛速度. 此外,对交叉及变异后的种群分别进行保存,并将其与父代种群合并以提高生成子代种群的选择压力及质量. 实验结果表明,所提算法具有更高的搜索性能和稳定性,能够有效求解多目标投资组合问题.

关键词: 多目标优化; NSGA-II; 投资组合优化问题; 聚类学习; 自适应修复

中图分类号: TP 18 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2025)09-0017-08

Learning-Based NSGA-II for Multi-objective Portfolio Optimization Problems

ZHU Zhu¹, LOU Hang-yu²

(1. School of Information, Liaoning University, Shenyang 110036, China; 2. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHU Zhu, E-mail: zhuzhuz@126.com)

Abstract: To address the issues of insufficient diversity and poor constraint-handling capability in the non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II) when solving portfolio optimization problems, a learning-based improved NSGA-II algorithm (INSGA-II) incorporating clustering and an adaptive feasibility repair strategy for multi-objective portfolio optimization was proposed. In the proposed algorithm, clustering learning was employed to enhance population diversity, while adaptive repair ensured that newly generated solutions were feasible, thereby improving the algorithm's diversity and convergence speed. Additionally, the populations after crossover and mutation were preserved separately and merged with the parent population to increase the selection pressure and quality of offspring generation. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm exhibits superior search performance and stability, effectively solving multi-objective portfolio optimization problems.

Key words: multi-objective optimization; NSGA-II; portfolio optimization problem; clustering learning; adaptive repair

如何在充斥众多不确定因素的金融市场中合理配置资产是投资组合问题的核心. Markowitz^[1]提出的均值-方差(mean-variance, MV)模型是投资组合理论研究的开端,该理论表明最好的投资方法是在一定的风险下进行多样化组合配置. 然而,在实际复杂的金融系统中广泛存在买空卖空

行为、最低交易单位、政策方案以及交易成本等限制因素,而这些因素被均值-方差模型所忽略,从而限制了其在实际投资实践中的应用价值.

投资组合优化的目的是分散风险并提高收益. Loke等^[2]综述了投资组合问题的最新研究进展,从机制与性能两个方面总结了求解该问题的

最新方法. He 等^[3]针对投资组合中的保证金交易,构建了一个多目标模型,旨在实现收益最大化与风险最小化,并开发了一种基于膝决策的多目标区间优化进化算法,以满足不同风险偏好投资者的需求. Zhao 等^[4]在均值-方差-偏度投资组合框架中引入了收益率偏度这一维度,并以股票市场为应用场景,采用基于分解的多目标进化算法求解投资组合优化问题.

近年来,考虑交易成本的投资组合问题受到学者的广泛关注. Kamin^[5]在动态投资组合问题模型中引入了交易成本因素,验证了有无交易成本时投资行为的巨大差异,即存在交易成本更加贴近实际交易环境. Wang 等^[6]采用拉格朗日方法求解考虑固定比例交易成本的均值-方差模型. 马源源等^[7]通过多角度挖掘和量化股市规律来预测股价趋势. 由于实际交易模型是包含大量约束、结构复杂的非线性模型,导致传统的数值优化方法失效而无法求解. 智能优化算法是受自然界启发而提出的,包含遗传算法(genetic algorithm, GA)^[8], 差分进化算法(differential evolution algorithm, DEA)^[9], 粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)^[10-11]算法及人工蜂群(artificial bee colony, ABC)^[12]算法等在内的一系列进化算法,具有收敛速度快、隐式并行性及鲁棒性强等优点,能有效求解非线性优化模型及 NP-Hard 问题,得到广泛应用^[13].

林佳丽等^[14]采用差分进化算法求解证券投资的最优组合策略. 孙有发等^[15]在市场出清价格模型基础上引入均值-方差模型,以风险最小化为目标利用遗传算法进行求解. 针对智能优化算法求解问题时普遍存在搜索效率低、易陷入局部最优等缺点,不同学者对求解算法进行了改进. 陈国福等^[16]将引力搜索算法和粒子群算法进行混合,求解证券投资组合问题以使得投资收益率最大,仿真结果表明该混合算法能有效平衡算法的全局搜索和局部搜索能力. 张懿^[17]采用人工蜂群算法对考虑基数约束的均值-方差模型进行求解,以最大化投资回报,并利用当前最优解引导种群进化方向,提高算法的收敛速度. 郑继明等^[18]使用正态分布交叉子代对遗传算法进行改进,求解预期收益下的最优投资策略,实验表明改进算法相比于传统遗传算法更加稳定.

综上所述,大部分文献只考虑将收益回报或投资风险作为单一目标函数进行优化,而将其综合考虑的多目标投资组合问题研究不多. NSGA-

II 算法因具有结构简单、搜索效率高、参数少以及求解速度快等优点,被广泛应用于组合优化及连续优化问题中^[19-20]. 在约束处理方面,本文提出了一种自适应可行性修复策略,克服了复杂约束处理困难、不可行解修复繁琐等问题. 此外,将机器学习中的聚类算法引入 NSGA-II 框架中,对可行解进行聚类,充分利用可行解的信息以改进种群分散性,并在此基础上对合并种群进行扩充(分别保存交叉和变异后的种群并与父代种群合并),提高生成子代种群的选择压力和质量. 本文在均值-方差模型的基础上进一步考虑市场交易费用的影响,构建了考虑交易费用的证券投资组合模型,使其更加贴近实际金融市场交易环境. 采用改进的 NSGA-II 算法求解该模型,在最小化投资风险的同时最大化投资回报率,投资者可根据其偏好在最终的 Pareto 解集中选择投资策略.

1 考虑交易费用的证券投资组合模型

本文主要以文献[10]中提出的单目标证券投资组合优化模型为基础,构建多目标优化模型. 相关的模型参数表述如下:设投资者初始总投资为 A_0 , 分别用于无风险投资(国债)及股票投资. 资产投资收益率向量 $\mathbf{R}=(r_1, r_2, \dots, r_n)$, 其中 r_i ($i=1, 2, \dots, n$) 表示第 i 种资产的投资收益率, n 为投资资产数目; 资产价格向量 $\mathbf{P}=(p_1, p_2, \dots, p_n)$, 其中 p_i ($i=1, 2, \dots, n$) 表示第 i 种资产的买入价格; 资产投资权重向量为 $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 其中 x_i ($i=1, 2, \dots, n$) 表示投资第 i 种资产占总资产的比重, x_1 代表投资无风险资产的比重. 若对第 i 种资产投资则 $x_i \neq 0$, 否则 $x_i = 0$; x_i 须满足约束 $l_i \leq x_i \leq u_i$, 其中 u_i 及 l_i 分别代表第 i 种资产投资比例的上界及下界.

依据文献[10], 投资过程中会产生交易费用, 在计算投资收益时需将其扣除, 故在构建模型时需将交易费用考虑在内. 设交易费用向量 $\mathbf{C}=(c_1, c_2, \dots, c_n)$, 其中 c_i ($i=1, 2, \dots, n$) 表示投资第 i 种资产所产生的交易费用; 根据我国股票市场的交易规则, 最小的购买单位为手(100股), 故设第 i 种股票的交易手数为 y_i ($i=1, 2, \dots, n$), 其中 $y_i \geq 1$ 且为整数. 以上海证券交易所为例, 投资过程中涉及的交易费用主要包括以下 6 个部分:

1) 委托费: 5 元/次.

2) 券商交易佣金: 投资者向券商支付交易佣金, 最高不超过成交金额的 3‰, 不足 5 元按 5 元

收取.

3) 过户费:按实际成交金额的 0.02‰ 缴纳,用于更换股票成交后的户名,不足 1 元按 1 元收取.

4) 印花税:按实际成交金额的 1‰ 向出让方单边收取,由券商代扣此税后由交易所统一代缴.

5) 证券交易经手费:按成交金额的 0.069 6‰ 收取.

6) 证管费:按成交金额的 0.23‰ 收取.

因此,进行风险投资时,购买 y_i 手 i 股票产生的交易费用 $c_i(y_i)$ 为

$$c_i(y_i) = e_0 + e_1(y_i) + e_2(y_i) + e_3(y_i). \quad (1)$$

其中:委托费 $e_0=5$;券商交易佣金 $e_1(y_i)=\max\{5, 100k_1y_i p_i\}$;佣金成本系数 $k_1=3\%$;过户费 $e_2(y_i)=\max\{1, 100k_2y_i p_i\}$,过户成本系数 $k_2=2\%$;印花税,证券交易经手费和证管费 $e_3(y_i)=k_3y_i p_i$,其总成本系数 $k_3=1.299 6\%$.

此外,无风险投资设定为一年期国债,年化收益率 $r_1=2.68\%$.国债在购买过程中涉及的交易费用为交易金额的 0.1%,即成本系数 $k_0=1\%$,因此无风险投资的交易成本 $c_1=A_0x_1k_0$.

总交易成本 C' 为无风险投资及有风险投资交易费用之和:

$$C' = c_1 + \sum_{i=2}^n c_i(y_i) = A_0x_1k_0 + \sum_{i=2}^n c_i(y_i). \quad (2)$$

在任意时刻,投资金额及投资比例均须满足约束条件:

$$x_1A_0 + \sum_{i=2}^n 100y_i p_i \leq A_0, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1. \quad (4)$$

本文的优化目标为最大化投资组合收益及最小化投资风险,其中投资组合的总收益(M)为

$$\max M = A_0x_1r_1 + \sum_{i=2}^n 100y_i p_i r_i - C'. \quad (5)$$

此外,投资组合问题在考虑收益的基础上还需兼顾投资风险.设投资组合的协方差矩阵为 σ ,其中 σ_{ij} 表示资产 i 和资产 j 的投资收益率协方差.投资收益率的方差可以视作投资风险,因此反映投资组合风险的总方差 V 为

$$\min V = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_i \sigma_{ij} x_j. \quad (6)$$

2 改进 NSGA-II 算法设计

NSGA-II 是一种基于种群的进化算法,因其具备优越的搜索性能而被广泛用于求解复杂多目标优化问题.本文在 NSGA-II 算法的基础上提出了 INSGA-II 算法.主要的改进策略包括:在 NSGA-II 中嵌入聚类算法,以充分利用个体间的信息;通过扩大合并种群的规模提高算法的搜索能力;在算法的进化过程中设计了自适应的可行解修复策略,避免进化过程中不可行解的产生.

2.1 NSGA-II 算法

NSGA-II 算法执行流程可描述如下:首先,将当前种群与交叉变异后产生的子代种群分别记作 P_t 和 U_t ,其种群规模均为 N .通过合并两个种群可得到新种群 $R_t = P_t \cup U_t$ (种群规模为 $2N$).通过非支配排序操作将新种群 R_t 划分为若干前沿(F_1, F_2, \dots, F_n),并依次加入后代种群 P_{t+1} 中,直至加入某个 F_k (临界层)时, P_{t+1} 中的个体数目超过 N .此时,需根据 F_k 层中个体的拥挤距离,依次选择拥挤距离最大的个体加入后代种群,直至 P_{t+1} 规模为 N ,进而参与下轮进化.重复上述过程直至满足停止条件.NSGA-II 算法的种群更新机制如图 1 所示,算法流程图如图 2 所示.

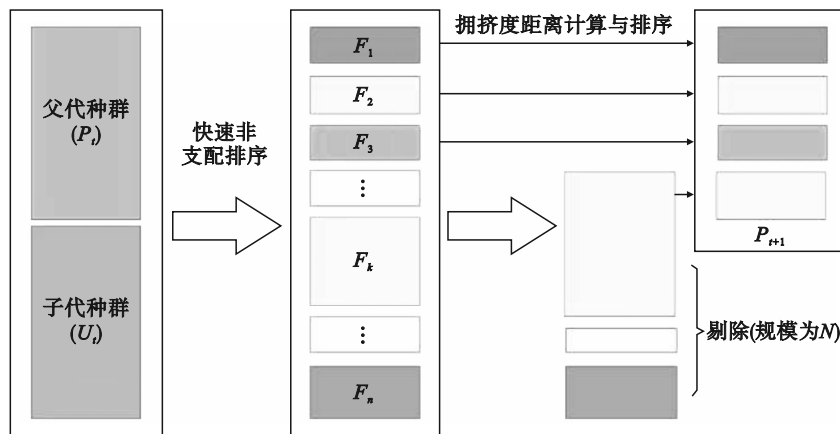


图 1 NSGA-II 种群更新机制

Fig. 1 Population updating mechanism of the NSGA-II

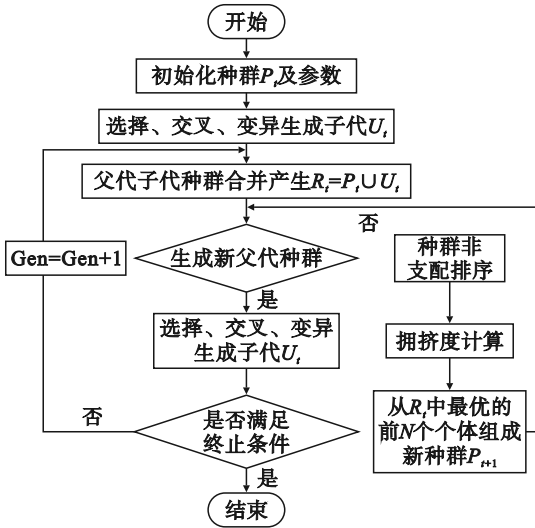


图2 NSGA-II 流程图

Fig. 2 Flowchart of the NSGA-II

2.2 编码机制

在算法迭代进化过程中,需建立染色体与投资方案的映射关系.考虑到投资组合问题的特性,本文采用实值编码方式,染色体长度与投资资产数目相同,染色体上第 i 个基因值 s_i ($i=1, 2, \dots, n$) 代表投资第 i 种资产的比例, n 为染色体长度.此外,可行染色体须满足所有基因值之和为 1, 编码示意图如图 3 所示.

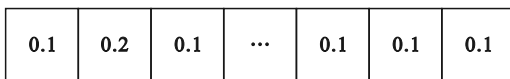


图3 染色体编码示意图

Fig. 3 Schematic diagram of chromosome encoding

2.3 遗传算子

交叉算子是进化算法的重要组成部分.采用适合于问题特性的交叉算子不仅能够提高算法的搜索能力,还可加快算法的收敛速度,有效提高算法的求解性能.因投资组合优化问题可以归结为连续型优化问题,故采用连续型问题常用的模拟二进制交叉(simulated binary crossover, SBX),该方法可以描述为两父代个体 p_{1i} 和 p_{2i} , 经过如下过程生成子代个体 p'_{1i} 和 p'_{2i} :

$$\begin{cases} p'_{1i} = [(1 + \alpha)p_{1i} + (1 - \alpha)p_{2i}] / 2, \\ p'_{2i} = [(1 - \alpha)p_{1i} + (1 + \alpha)p_{2i}] / 2. \end{cases} \quad (7)$$

其中 α 为随机变量.在计算子代每一维度的基因值时, α 均需根据交叉参数 η 重新生成,其生成方式为

$$\alpha = \begin{cases} (2\mu)^{\frac{1}{\eta+1}}, & \mu \leq 0.5; \\ (2(1-\mu))^{-\frac{1}{\eta+1}}, & \mu > 0.5. \end{cases} \quad (8)$$

其中, μ 为 $[0, 1]$ 间的随机数且服从均匀分布.

变异算子是维持种群多样性的重要环节,通过对染色体施加较小扰动实现,从而有效维持种群的多样性.多项式变异算子可有效提高算法的局部搜索能力和收敛速度,故本文采用多项式变异算子,其计算过程为

$$p'_i = p_i + \gamma(u_i - l_i). \quad (9)$$

γ 的计算方式为

$$\gamma = \begin{cases} [2\mu + (1 - 2\mu)(1 - \delta_1)^{d+1}]^{\frac{1}{d+1}}, & \mu \leq 0.5; \\ 1 - [2(1 - \mu) + 2(\mu - 0.5)(1 - \delta_2)^{d+1}]^{\frac{1}{d+1}}, & \mu > 0.5. \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\delta_1 = (v_i - l_i)/(u_i - l_i)$; $\delta_2 = (u_i - v_i)/(u_i - l_i)$; d 为分布指数.

2.4 聚类策略

在算法搜索过程中,若缺乏有效的搜索策略,则很难在决策空间中找到问题的最优解. k -means 是一种典型的无监督聚类算法,具有原理简单、运算速度快及时间复杂度低等优点,因而被广泛应用.本文将机器学习中的 k -means 聚类算法嵌入 NSGA-II 框架以改进子代种群的分散性,聚类策略实施步骤如下:

步骤 1 对种群 P_t 在目标空间中进行聚类,聚类簇数设定为 n .

步骤 2 统计每簇中个体数目,设数目最多的簇 A_1 中包含 p 个个体,其余 $n-1$ 簇中平均个体数目为 q .

步骤 3 随机从 A_1 中删除 q 个个体,使得 A_1 规模变为 $p-q$.

步骤 4 随机从 A_1 及其余 $n-1$ 簇中挑选个体 o_1 和 o_2 作为父代个体,执行交叉或变异操作产生子代,并放回 A_1 中.

步骤 5 重复步骤 4,直至 A_1 的规模为 N ,返回 A_1 .

通过对种群在目标空间中进行聚类,在后代产生过程中,利用目标空间中处于同一簇的个体对应解空间的信息相似的特征,通过选择处于不同类别中的个体作为父代进行交叉或变异操作,即可充分运用个体间的信息差异,从而产生具有良好多样性的后代解.

2.5 自适应可行性解修复策略

在进行交叉变异过程中,产生的子代个体均需满足约束 $l_i \leq x_i \leq u_i$,而通过 SBX 和多项式变异产生的后代往往存在基因值越界的情况.此外,因约束(4)为等式约束,相较于不等式约束更加难

以处理,本文提出了一种自适应可行性修复策略:

$$s_i^{new} = s_i / \sum_{i=1}^n s_i. \quad (11)$$

其中: s_i 为第 i 个基因修复前的数值; s_i^{new} 为第 i 个基因修复后的数值.通过上述计算对个体基因值依次进行修复,并将修复后数值 s_i^{new} 替换原基因位数值 s_i ,即可有效处理复杂等式及不可行解修复繁琐的问题.

2.6 改进 INSGA-II 流程

INSGA-II 在基于聚类和自适应可行性修复策略的基础上,分别保存交叉及变异后的种群,并与父代种群合并,进一步提高子代种群的质量和选择压力.INSGA-II 的具体流程如下:

步骤 1 为 INSGA-II 设定初始参数,并随机生成规模为 N 的初始种群 P_t .

步骤 2 对种群 P_t 进行聚类操作,根据交叉概率 p_c 进行交叉操作,并对交叉生成的个体进行自适应可行性修复,进而产生子代种群 P_g .

步骤 3 对子代种群 P_g 进行聚类操作,根据变异概率 p_m 进行变异操作,并对变异生成的个体进行自适应可行性修复,进而产生后代种群 P_b .

步骤 4 合并初始种群 P_t 和后代种群 P_g 及 P_b ,产生新种群 U_t (种群规模为 $3N$).

步骤 5 对 U_t 中个体进行适应度值评估,基于非支配排序对种群个体进行排序,并对个体间的拥挤距离进行计算,根据非支配排序和拥挤距离选择 U_t 中的 N 个个体生成后代种群 P_t .

步骤 6 若满足终止条件,程序结束并输出种群 P_t ;否则,重复执行步骤 2 至步骤 5.

3 仿真实验及分析

文中算法采用 Python 3.8 编程实现,在 Intel

Core i5 3.4 GHz CPU, 8 GB RAM 的计算机上运行.仿真实验分两方面展开:首先,将本文提出的 INSGA-II 在连续型问题标准测试集 ZDT 上进行仿真实验,并与 NSGA-II, MOEA/D 和 NSGA-III 等 3 种多目标算法进行比较,验证算法的有效性;其次,从应用角度出发,将 INSGA-II 用于求解投资组合问题,并对不同预期收益率下的投资策略及其风险值进行分析.

3.1 数据来源及选择

为探究 INSGA-II 优化投资组合问题的能力,本文在沪市机械、银行、消费、科技和医药板块中选取了 8 支股票,并收集了相应股票在 2020 年 11 月 30 日至 2021 年 1 月 22 日共计 8 周的收盘价格及收益率.所选股票的平均周收益率及价格见表 1,其中每只股票的价格和周收益率分别采用 8 周的平均报价和收益率.根据 8 支股票的周收益率计算得到的协方差矩阵见表 2,用以衡量每只股票的风险.

表 1 所选股票平均周收益率及价格
Table 1 Average weekly return and price of selected stocks

序号	股票名称	股票代码	收益率/%	价格/元
1	三一重工	600031	0.036 9	34.67
2	招商银行	600036	0.116 0	45.16
3	海天味业	603288	0.029 9	192.81
4	伊利股份	600887	0.024 9	42.27
5	美的电器	000333	0.017 9	93.07
6	海康威视	002415	0.047 0	49.41
7	良信股份	002706	0.034 3	26.91
8	爱尔眼科	300015	0.033 4	70.17

表 2 所选股票的协方差矩阵
Table 2 Covariance matrix of selected stocks

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
1	21.27	11.43	-1.52	5.03	-5.00	-9.71	-15.30	-7.59
2	11.43	8.42	-0.17	2.92	-3.82	2.08	-11.01	-0.01
3	-1.52	-0.17	6.02	-5.91	-0.78	6.14	-7.04	-2.74
4	5.03	2.92	-5.91	20.69	2.24	-20.49	-1.51	11.84
5	-5.00	-3.82	-0.78	2.24	16.74	-13.13	-1.99	2.15
6	-9.71	2.08	6.14	-20.49	-13.13	67.84	4.03	-15.69
7	-15.30	-11.01	-7.04	-1.51	-1.99	4.03	29.06	2.10
8	-7.59	-0.01	-2.74	11.84	2.15	-15.69	2.10	44.14

此外,除了配置上述股票资产外,还可配置一年期国债作为无风险资产,其年化收益率为 2.68%.

3.2 参数设置及评价指标

针对每个测试函数,各个算法均独立运行 20 次,算法实验参数设置如下:种群大小 $N=100$,算法终止条件为 3×10^4 次评估次数,交叉概率 $p_c=0.8$,变异概率 $p_m=0.1$,聚类簇数 $n=5$,SBX 交叉算子中交叉参数 $\eta=20$,多项式变异算子中分布指数 $d=0.2$.所有资产的投资比例下界 $l_i=0$,比例上界 $u_i=1$.本文采用反世代距离和超体积作为评估算法的性能指标,两种指标具体描述如下:

1) 反世代距离(IGD)指标.IGD 用于评价算法求解的 Pareto 解集的收敛性和分布性,即计算每个真实 Pareto 前沿面上的点到算法求解点集合最小距离之和的平均值为

$$IGD(P, Q) = \frac{\sum_{v \in P} d(v, Q)}{|P|} \quad (12)$$

其中: P 为真实 Pareto 最优集; $|P|$ 为集合中点个数; $d(v, Q)$ 为 P 中点 v 到算法获得的 Pareto 集 Q

中最近点的欧氏距离.

2) 超体积指标(HV).HV 指算法获得的 Pareto 集与参照点围成的目标空间中区域的体积,HV 越大说明算法的收敛性和分布性越好,计算公式为

$$HV = \delta(\cup_{i=1}^{|Q|} V_i), \quad (13)$$

其中: δ 为 Lebesgue 测度; $|Q|$ 为算法获得的 Pareto 集中个体数; V_i 为参考点与解集中第 i 个点围成的超体积.

3.3 INSGA-II 与其他算法比较

为验证本文提出的 INSGA-II 求解连续性问题 的有效性,利用 ZDT 标准测试函数集对算法进行测试,并与 3 种先进多目标算法 NSGA-II, MOEA/D 和 NSGA-III 进行比较.采用 IGD 和 HV 指标对算法的收敛性和分布性进行度量,运行结果 的平均值及标准差见表 3,最优指标值用加粗字体 表示.此外,为了进一步验证所提 INSGA-II 的收敛 速度,图 4 展示了该算法与对比算法在 ZDT1 和 ZDT3 两个实例上 $\lg(IGD)$ 指标的收敛曲线.

表 3 不同算法性能指标对比
Table 3 Comparison of performance metrics of different algorithms

算例	IGD				HV			
	NSGA-II	MOEA/D	NSGA-III	INSGA-II	NSGA-II	MOEA/D	NSGA-III	INSGA-II
ZDT1	2.00e-1	1.67e-1	6.30e-1	5.06e-3	5.50e-1	5.09e-1	1.66e-1	6.60e-1
	(1.12e-1)	(5.85e-2)	(2.42e-1)	(2.18e-4)	(6.57e-2)	(6.38e-2)	(1.30e-1)	(2.46e-4)
ZDT2	5.07e-1	3.92e-1	1.04e+0	5.13e-3	5.81e-2	1.34e-1	1.02e-1	3.27e-1
	(1.33e-1)	(1.74e-1)	(1.69e-1)	(2.86e-4)	(5.59e-2)	(6.92e-2)	(5.88e-2)	(3.66e-4)
ZDT3	1.79e-1	2.09e-1	4.24e-1	5.57e-2	6.49e-1	4.58e-1	3.61e-1	1.04e+0
	(1.03e-1)	(1.12e-1)	(2.02e-1)	(2.65e-4)	(8.87e-2)	(1.10e-1)	(1.31e-1)	(2.06e-4)
ZDT4	2.40e-1	4.80e-1	6.71e-1	4.98e-2	4.97e-1	2.16e-1	1.73e-1	6.60e-1
	(1.44e-1)	(2.13e-1)	(3.58e-1)	(3.13e-4)	(1.33e-1)	(1.46e-1)	(1.51e-1)	(8.67e-4)

注:表中数据为均值(方差).

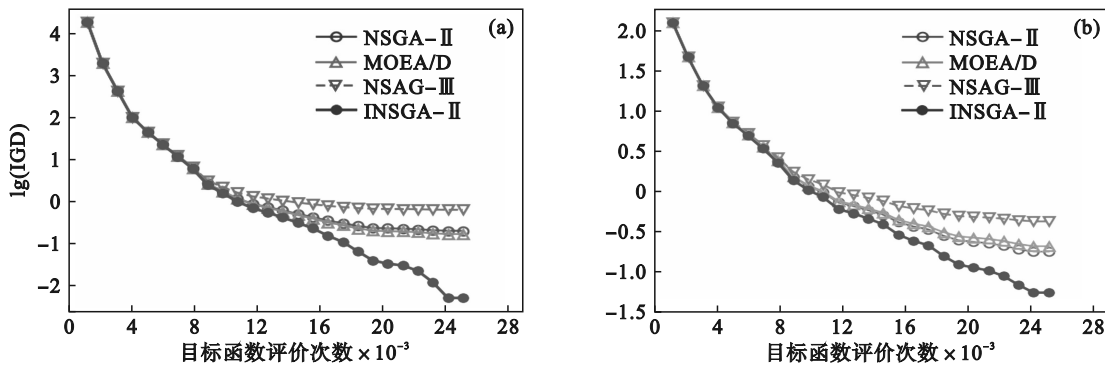


图 4 ZDT1 和 ZDT3 上 IGD 指标的收敛曲线

Fig. 4 Convergence curves of IGD metric on ZDT1 and ZDT3

(a)—ZDT1; (b)—ZDT3.

根据表 3 结果可知,INSGA-II 在所有测试算例上均获得了 IGD 和 HV 指标的最优值,这意味着

在固定种群规模和迭代次数情况下,该算法具有良好的开发和探索能力.从图 4 可以看出,INSGA-II

的收敛速度显著优于其他先进算法.此外,相比于其他算法,该算法能够更加逼近真实 Pareto 前沿,收敛性更强并显著提升了搜索能力,从而验证了所提算法的有效性.

3.4 应用 INSGA-II 求解投资组合问题

设定总资产 A_0 为 100 万元,投资预期收益率 ε 分别设为 0.05, 0.07 和 0.09.将所选股票的平均周收益率和买入价格(见表 1),所选股票的协方差矩阵(见表 2)代入优化模型,并通过本文设计的 INSGA-II 求解,以最大化收益及最小化风险为优化目标,得到不同预期收益率下的投资方案(见表 4).

由表 4 中的投资方案可以看出,随着预期收益率的提升,投资风险也相应增加,无风险国债投资比例下降而高收益股票资产投资比例显著上升.通过对 2020 年 11 月 30 日至 2021 年 1 月 22 日共计 8 周内上证指数及上证 50 指数的收益率进行统计,并与 INSGA-II 求解得到的投资方案进行对比,绘制了投资收益折线图如图 5 所示.

从图 5 中可以看出,随着预期收益率的提升,投资方案的收益波动随之增加,符合市场客观规律.相比于投资上证指数和上证 50 指数, INSGA-II 求解出的投资方案收益率更高,具有收益稳定且

回撤幅度小等优点.为进一步验证 INSGA-II 在长期投资组合问题中的适用性,本文统计了 2021 年 1 月 8 日至 2021 年 5 月 28 日共计 20 周的股票市场数据,并根据优化结果绘制了 20 周的投资收益折线图,如图 6 所示.实验结果表明,该算法所获得的组合投资方案在长周期内依然优于上证指数和上证 50 指数,验证了所提算法的泛化能力.

表 4 不同预期收益下国债与股票投资比例
Table 4 Investment proportions in treasury bonds and stocks under different expected returns

名称	投资比例		
	$\varepsilon=0.05$	$\varepsilon=0.07$	$\varepsilon=0.09$
国债	0.3562	0.0460	0.0607
三一重工	0.0340	0.0026	0.0239
招商银行	0.1615	0.3991	0.6980
海天味业	0.2127	0.2271	0.1595
伊利股份	0.0308	0.0027	0.0135
美的电器	0.0679	0.1025	0.0263
海康威视	0	0.0007	0.0108
良信股份	0.1369	0.2140	0.0007
爱尔眼科	0	0.0053	0.0066
风险值	6.25e-3	8.88e-2	1.15e-1

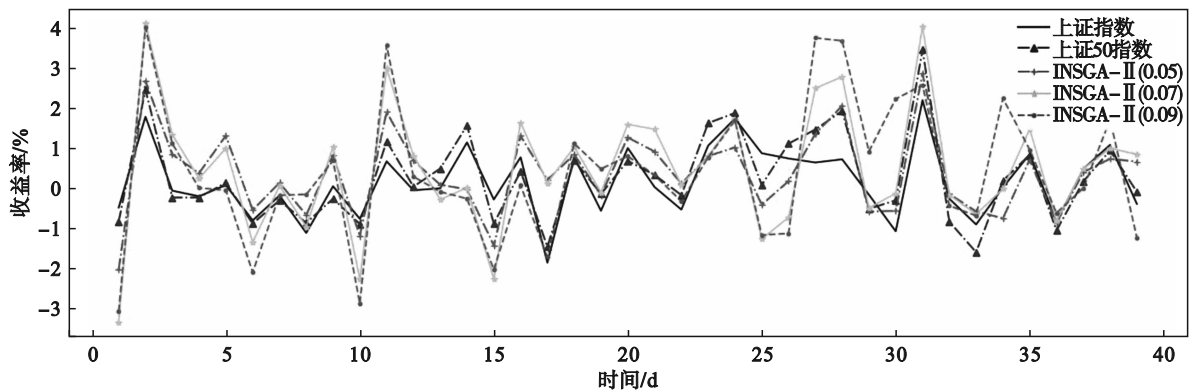


图 5 8 周的投资收益折线图

Fig. 5 Line chart of investment returns over 8 weeks

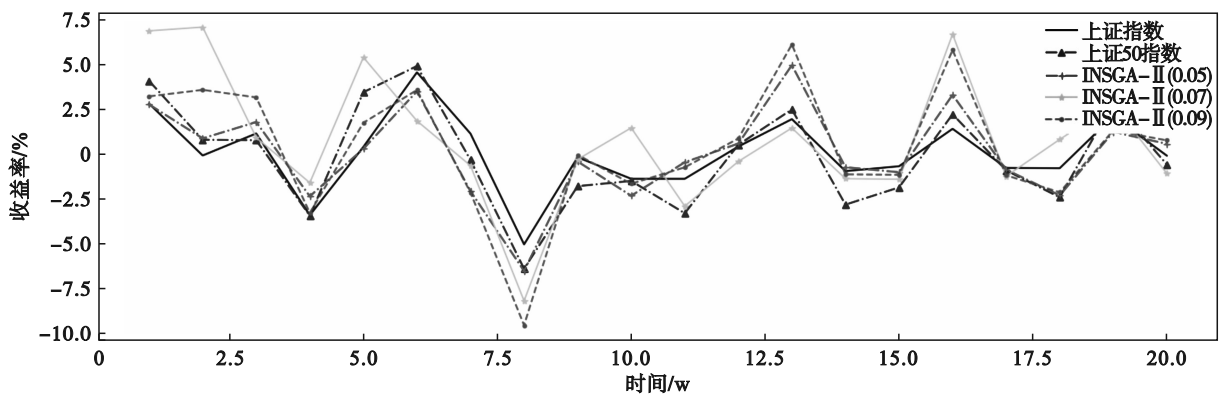


图 6 20 周的投资收益折线图

Fig. 6 Line chart of investment returns over 20 weeks

通过上述仿真实验,验证了本文构建的考虑交易费用的证券投资组合模型的正确性,且 INSGA-II 可有效求解投资组合问题。

4 结 语

本文在 NSGA-II 框架基础上,提出了一种基于聚类和自适应可行性修复策略的 INSGA-II,用以改进种群分散性及约束处理困难的问题。此外,分别对交叉及变异后的种群进行保存,并与父代种群合并,以提高生成子代种群的选择压力,从而更好地求解投资组合问题。通过在 4 个标准测试问题上的测试,并与 NSGA-II, MOEA/D, NSGA-III 进行比较,验证了所提出的 INSGA-II 具有更优的搜索能力和稳定性。针对以往投资组合问题研究大多集中在单目标的情况,本文将交易成本引入投资组合模型,并将投资收益和投资风险作为优化目标,使得本文构建的投资组合模型更具应用价值。通过对真实交易数据进行仿真,得到了不同预期收益率下的投资方案及对应的风险,仿真实验结果验证了所提出算法的有效性。此外,投资者可根据其投资偏好在算法输出的 Pareto 解集中选择对应的投资方案进行配置。

参考文献:

- [1] Markowitz H. Portfolio selection [J]. *The Journal of Finance*, 1952, 7(1): 77-91.
- [2] Loke Z X, Goh S L, Kendall G, et al. Portfolio optimization problem: a taxonomic review of solution methodologies [J]. *IEEE Access*, 2023, 11: 33100-33120.
- [3] He Q Y, He Z N, Duan S L, et al. Multi-objective interval portfolio optimization modeling and solving for margin trading [J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2022, 75: 101141.
- [4] Zhao P X, Gao S, Yang N C. Solving multi-objective portfolio optimization problem based on MOEA/D [C]// 2020 12th International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI). Dali, 2020: 30-37.
- [5] Kamin J H. Optimal portfolio revision with a proportional transaction cost [J]. *Management Science*, 1975, 21(11): 1263-1271.
- [6] Wang Z, Liu S Y. Multi-period mean-variance portfolio selection with fixed and proportional transaction costs [J]. *Journal of Industrial & Management Optimization*, 2013, 9(3): 643-656.
- [7] 马源源, 刘晏泽, 刘呈隆, 等. 中国投资者多角度舆情分析及其在股市预测中的作用 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2022, 43(8): 1201-1208, 1216.
(Ma Yuan-yuan, Liu Yan-ze, Liu Cheng-long, et al. Chinese investors' multi-perspective sentiment analysis and its role in stock market forecasting [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2022, 43(8): 1201-1208, 1216.)
- [8] 李敏, 黄敏, 程智锋, 等. 遗传算法在路径规划上的应用 [J]. 计算机系统应用, 2020, 29(8): 255-260.
(Li Min, Huang Min, Cheng Zhi-feng, et al. Application of genetic algorithm in path planning [J]. *Computer Systems & Applications*, 2020, 29(8): 255-260.)
- [9] Song Y J, Zhao G Y, Zhang B, et al. An enhanced distributed differential evolution algorithm for portfolio optimization problems [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2023, 121: 106004.
- [10] 陈婷婷, 殷贺, 江红莉, 等. 基于天牛须搜索的粒子群优化算法求解投资组合问题 [J]. 计算机系统应用, 2019, 28(2): 171-176.
(Chen Ting-ting, Yin He, Jiang Hong-li, et al. Particle swarm optimization algorithm based on beetle antennae search for solving portfolio problem [J]. *Computer Systems & Applications*, 2019, 28(2): 171-176.)
- [11] 刘士琦, 宋锦春, 杨滨. 基于粒子群算法的 3 种分级水网络超结构比较 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2021, 42(6): 829-834.
(Liu Shi-qi, Song Jin-chun, Yang Bin. Comparison of three stage-wise superstructures of water network based on particle swarm optimization [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2021, 42(6): 829-834.)
- [12] Xiang W L, Li Y Z, He R C, et al. Artificial bee colony algorithm with a pure crossover operation for binary optimization [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 152: 107011.
- [13] Liu S B, Lin Q Z, Li J Q, et al. A survey on learnable evolutionary algorithms for scalable multiobjective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2023, 27(6): 1941-1961.
- [14] 林佳丽, 姜大志. 基于差分演化算法的证券投资组合研究 [J]. 汕头大学学报(自然科学版), 2012, 27(4): 4-8.
(Lin Jia-li, Jiang Da-zhi. Study on the portfolio problem based on differential evolution [J]. *Journal of Shantou University(Natural Science Edition)*, 2012, 27(4): 4-8.)
- [15] 孙有发, 李雪岩, 刘彩燕, 等. 基于遗传算法的 Markowitz 策略模型与股票价格行为 [J]. 系统管理学报, 2012, 21(4): 546-551.
(Sun You-fa, Li Xue-yan, Liu Cai-yan, et al. Genetic algorithm based Markowitz portfolio model and stock price behavior [J]. *Journal of Systems & Management*, 2012, 21(4): 546-551.)
- [16] 陈国福, 陈小山, 张瑞. 基于引力搜索和粒子群混合优化算法的证券投资组合问题研究 [J]. 运筹与管理, 2018, 27(9): 170-175.
(Chen Guo-fu, Chen Xiao-shan, Zhang Rui. A hybrid algorithm based on gravitational search and particle swarm for the portfolio optimization problem [J]. *Operations Research and Management Science*, 2018, 27(9): 170-175.)
- [17] 张懿. 人工蜂群算法在投资组合问题中的优化应用 [J]. 计算机与数字工程, 2019, 47(8): 1869-1873, 1894.
(Zhang Yi. Research on improvement of artificial bee colony algorithm for portfolio problems [J]. *Computer & Digital Engineering*, 2019, 47(8): 1869-1873, 1894.)
- [18] 郑继明, 郑永杰, 胡济桐, 等. 均值-CVaR 投资组合模型的遗传算法求解研究 [J]. 科技与创新, 2020(20): 12-14, 18.
(Zheng Ji-ming, Zheng Yong-jie, Hu Ji-tong, et al. Research on genetic algorithm for mean-CVaR portfolio model [J]. *Science and Technology & Innovation*, 2020(20): 12-14, 18.)
- [19] Ma H P, Zhang Y J, Sun S Y, et al. A comprehensive survey on NSGA-II for multi-objective optimization and applications [J]. *Artificial Intelligence Review*, 2023, 56(12): 15217-15270.
- [20] Estrada-Padilla A, Gómez-Santillán C, Fraire-Huacuja H, et al. GRASP/Δ: an efficient algorithm for the multi-objective portfolio optimization problem [J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 211: 118647.