

# 面向订单装配系统(ATO)两阶段随机库存优化研究

靖可<sup>1</sup>, 刘宇<sup>2</sup>, 李乐华<sup>3</sup>

(1. 大连海事大学 航运经济管理学院, 辽宁 大连 116026; 2. 大连海事大学 交通运输工程学院,  
辽宁 大连 116026; 3. 厦门大学 管理学院, 福建 厦门 361005)

**摘要:** 基于零部件的基本库存水平补货策略, 在多周期订单产品需求不确定情况下构建两阶段随机优化模型: 第一阶段在需求未知情况下, 规划不同零部件基本库存水平决策变量, 实现系统收益最大化; 第二阶段针对订单交货期约束创新性设计订单指派决策变量, 考虑在不确定需求收益和订单延期惩罚情况下, 最大化订单期望收益. 通过采样获取不同需求场景, 并将不确定需求转成期望需求, 针对该期望需求下的单阶段确定性模型求解, 并与随机模型结果进行对比. 数值实验表明, 随机模型的优化结果远差于确定性模型, 即未知信息具有一定的价值; 同时通过对模型中参数的灵敏度分析, 得到了实际中提升系统收益的策略.

**关键词:** 基本库存水平; 两阶段随机优化; 订单装配系统; 不确定需求; 订单指派

中图分类号: TP 205 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)06-0905-08

## Two-Stage Stochastic Inventory Optimization for the Assemble to Order System

JING Ke<sup>1</sup>, LIU Yu<sup>2</sup>, LI Le-hua<sup>3</sup>

(1. School of Maritime Economics and Management, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 2. Transportation Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 3. School of Management, Xiamen University, Xiamen 361005, China. Corresponding author: LI Le-hua, E-mail: 17824853953@163.com)

**Abstract:** Based on the replenishment strategy for the basic inventory level of parts and components, a two-stage stochastic optimization model is constructed with multi-period uncertain order product demands. In the first stage, the basic inventory level of components is the decision variable and needs to be determined at the condition of unknown demands, and the objective is to achieve the maximum system revenue. In the second stage, the order assignment variable is designed when the order due date constraint is required, and the objective of this stage is to maximize the expected order revenue by taking order revenue and tardiness penalty into account. Additionally, a single-stage deterministic model by transforming the uncertain demand to the determined expected demand is presented and the objective function value of this deterministic model is compared with that of the stochastic model. The numerical experiment results show the performance of the stochastic model is worse than that of the deterministic model, which indicates some value of the unknown information. Meanwhile, a sensitive analysis is implemented for the parameters in the model and a strategy is put forward to improve the system revenue in practice.

**Key words:** basic inventory level; two-stage stochastic optimization; assemble to order (ATO) system; uncertain demand; order assignment

随着知识经济的到来, 顾客需求日益精细化. 以生产制造企业为例, 越来越多的客户对零

收稿日期: 2023-02-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71871038); 教育部人文社科项目(18YJC630061); 中国博士后基金资助项目(2019M661085).

作者简介: 靖可(1981-), 女, 辽宁锦州人, 大连海事大学副教授.

部件或产品的某些配置给出具体的要求,生产商需要根据客户的要求为客户提供定制的产品.因此,生产企业必须保持一定数量的不同零部件库存,以便客户订单到来时可以迅速按订单装配多种类型的产品交付客户,采用这种生产模式的系统称为面向订单的装配(assemble to order, ATO)系统<sup>[1]</sup>.对于采用ATO生产模式的制造企业来说,库存控制问题至关重要,一方面存储一定数量的各种零部件有助于企业应对市场需求波动风险、提升企业的市场竞争力,另一方面,如果零部件数量储量过多,则会占用企业大量的流动资金,增加企业库存持有成本.

尽管面向订单装配系统广泛地应用于生产实践之中,但是对于ATO系统的优化是非常复杂的:一方面,需要在需求波动的情况下确定各个零部件的基本库存水平;另一方面,需要决策各种零部件如何按照某些规则来分配给客户订单,以实现系统最优化的目标,其中难点在于每种类型的产品不仅仅是由单一零部件组成的,在组装产品时需要考虑多种零部件库存的可用性,即每种零部件的分配决策不能独立进行.针对该问题,自20世纪80年代以来,对ATO系统的库存控制问题的研究有很多,其中库存补货策略和库存分配策略是两个比较重要的研究问题<sup>[2]</sup>.

关于库存补货策略方面的研究, Agrawal等<sup>[3]</sup>量化了对零部件短缺导致的产品延迟和产品订单完成率的影响,确定零部件的最佳基础库存水平,具体取决于订单完成率的限制. Song<sup>[4]</sup>研究了确定补货提前期、连续库存补货策略和先到先服务策略下的系统性能,证明了产品需求的时段满足率可以转化为即时满足率.进一步, Lu等<sup>[5]</sup>用概率母函数方法确定了订库存联合分布、产品满足率以及缺货分布等许多重要指标的解析表达式,并且推广到了产品需求服从更新过程,采取连续库存补货策略的按订单组装的系统中. Hoen等<sup>[6]</sup>研究了产品需求服从齐次泊松过程,零部件补货提前期是确定值的一般按订单组装系统的订单满足率的近似表达式. 陈文博等<sup>[7]</sup>用凸性工具分析在产能不确定环境下M型按订单装配系统的最优零部件补货策略,建立了随机动态规划模型去描述这类问题. 金鑫等<sup>[2]</sup>在ATO系统中产品需求到来强度有波动性的情况下,求出了性能指标与库存控制参数之间关系的解析表达式,以及多产品需求强度波动下系统性能的变化模式. ElHafsi等<sup>[8]</sup>将一般产品结构的ATO问题建

模为无限时域马尔可夫决策过程,并开发了一种将原始系统分解成一系列双组件ATO子系统的启发式策略.

关于库存分配策略方面的研究, Akcay等<sup>[9]</sup>研究了一个满足基本库存策略和先到先得分配规则的ATO系统,并建立两阶段随机规划模型. Huang等<sup>[10]</sup>研究了线性持有和积压成本下的定期审查ATO系统,表明先到先得分配策略将随时间推移的最优零部件分配问题解耦为确定性的逐个周期最优分配问题. Reiman等<sup>[11]</sup>研究了零部件补货前置时间相同的ATO系统,并证明他们的策略组合在扩散规模上是渐进最优的. Sinha等<sup>[12]</sup>分析了在具有产能约束和随机提前期的按订单装配系统中与生产和分包决策相关的权衡. Bortolini等<sup>[13]</sup>提出一个双目标优化模型来设置在生产制造企业中要采用的按订单生产/按库存生产策略,并用实际案例测试了模型. Chu等<sup>[14]</sup>研究了在需求与前置时间都不确定的情况下,考虑提前供应信息的补货和分配联合优化. Feng等<sup>[15]</sup>同样研究了受连续库存补货策略控制的系统,但考虑联合库存的不可约性,并为其提供了新的充要条件,该条件的提出大大降低了计算复杂度. 金鑫等<sup>[16]</sup>针对一类范围广泛的ATO系统,求解其在不同条件下的最优和渐进最优库存控制策略,并将思路推广到具有一般物料清单结构的ATO系统中.

从目前已有的文献可以看出,大多数涉及产品需求不确定性的ATO系统研究都为连续周期模型,且一般都采用先到先服务的库存分配策略.与此不同,本文研究重点是以采用ATO生产模式的制造企业为背景,考虑一个由多种零部件和产品组成的定期检查ATO系统,通过建立两阶段随机规划模型来确定每种零部件的基本库存水平,以及各种零部件如何分配组装成产品的联合优化问题.

## 1 模 型

### 1.1 问题描述与假设

定期检查的面向订单装配系统,包含 $I$ 种零部件和 $J$ 种产品,产品即为最终的客户需求,产生需求的周期为 $T$ .当最终客户的需求到达时,可用的零部件库存可立刻组装成产品满足需求,每个产品都至少需要一个零部件组装而成.其中零部件 $i$ 的库存补货遵循一个独立的基本库存策略,即每个零部件都有一个基本的库存水平为 $s_i$ ,一

且在期初进行库存检查发现库存位置低于这个值,则立刻下补货订单,订货量即为基本库存水平 $s_i$ 减去当前检查库存位置;产品的需求是随机产生的,且每个需求产品都有对应的交货期,超过则会产生一定的惩罚成本.零部件补货的前置时间是确定且已知的,且不同零部件的前置时间不相同,初始库存水平即为每个零部件的基本库存水平 $s_i$ ,本文考虑在需求随机的情况下零部件基本库存水平及如何分配库存去满足需求,以实现最大利润.

一个周期 $t$ 内事件发生的顺序可以做以下描述:

1) 期初,检查每个零部件的当前库存位置,包括可用库存、已下订单但未到的货和未完成的积压订单,并根据相应的基本库存水平 $s_i$ 下补货订单;

2) 零部件补货订单按照已知的前置时间陆续到达,零部件库存位置被更新到相应值;

3) 需求到达,所有与需求相关的可用零部件库存被决策分配并组装成产品以满足需求;

4) 期末,如需求在要求的交货期内被满足就会获得回报,超过时间窗的部分将扣除相应的惩罚成本.

本文考虑如下假设:

1) 零部件组装成产品的过程不消耗时间,只要零部件库存满足,可以立即组装成产品去满足需求;

2) 在每个周期中,假设到货时间早于需求产生的时间,即每个周期在分配库存的时候可用库存量包含该周期的到货量.

## 1.2 符号说明

本文使用的相关参数和变量如下.

1) 集合.

$I$ 为零部件集合;

$J$ 为产品集合;

$T$ 为产生需求的周期集合;

$K$ 为完成需求的周期集合;

$H$ 为产品随机需求场景集合, $H = \{\omega_1, \dots, \omega_h\}$ .

2) 索引.

$i$ 为零部件索引;

$j$ 为产品索引;

$t$ 为产生需求的周期索引;

$k$ 为完成需求的周期索引;

$h$ 为产品随机需求场景索引.

3) 参数.

$W_j$ 为产品 $j$ 的交货期;

$\xi$ 为随机场景;

$P_j(\xi)$ 为 $t$ 周期内产品 $j$ 的随机需求;

$p_h$ 为随机场景 $\xi = \omega_h$ 出现的概率, $p_h = P(\xi = \omega_h)$ ;

$r_j$ 为完成单位产品 $j$ 的需求所获得的回报;

$\alpha$ 为延期完成的部分所产生的单位周期惩罚系数;

$a_{ij}$ 为物料单,即组装每个产品 $j$ 需要的零部件 $i$ 的个数;

$c_i$ 为订购零部件 $i$ 的单价;

$B$ 为零部件基本库存总投资的预算;

$L_i$ 为零部件 $i$ 的补货前置时间;

$L$ 为零部件补货前置时间中的最大值,即 $L = \max\{L_i\}, i \in I$ ;

$O_{ik}$ 为 $k$ 周期内零部件 $i$ 的可用库存;

$D_{ik}$ 为 $k$ 周期内零部件 $i$ 的到货量.

4) 决策变量.

$s_i$ 为零部件 $i$ 的基本库存水平;

$x_{jt}(\xi)$ 为对于 $t$ 周期的产品需求,在 $k$ 周期内需完成的个数,即 $t$ 周期的需求分配到 $k$ 周期去完成的个数.

## 1.3 两阶段随机规划模型

基于上述问题,构建一个两阶段的随机规划模型,其中第一阶段为基本库存水平决策,第二阶段为库存分配决策.具体来说,第一阶段在产品需求未知的情况下基于全部可能场景以及预算去决定每个零部件的最佳基本库存水平 $s_i$ ,并将其在整个计算周期范围内固定;第二阶段在产品需求已知的情况下,根据各个阶段的需求量,作出库存的最优分配决策.

1) 第一阶段模型(P1).

$$\max Z = E_{\zeta} Q(s, \zeta) - \sum_{i \in I} c_i s_i \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{i \in I} c_i s_i \leq B, \quad (2)$$

$$s_i \in Z_+, i \in I. \quad (3)$$

在第一阶段模型P1中,目标函数(1)表示第二阶段完成产品需求所获得的期望回报与零部件的初始库存成本之差最大化,其中 $Q(s, \zeta)$ 表示在随机需求场景 $\zeta$ 发生的时候,在基本库存水平为 $s_i$ 的情况下,完成需求所能获得的回报,也是第二阶段需要优化的目标值.约束(2)表示确保零部件基本库存的总投资不能超过预计投资水平,约束(3)要求零部件基本库存水平为正整数.

2) 第二阶段模型(P2).

$$Q(s, \zeta) = \max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \{ \sum_{k=t}^{t+W_j} r_j \times x_{jkt}(\zeta) + \sum_{k=t+W_j+1}^{t+L+1} x_{jkt}(\zeta) \times [r_j - (k - W_j - t)\alpha_j] \}. \quad (4)$$

s.t.

$$\sum_{k=t}^{t+L+1} x_{jkt}(\zeta) = P_{jt}(\zeta), \forall j \in J, \forall t \in T; \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} (a_{ij} \sum_{k=t-L-1}^k x_{jkt}(\zeta)) \leq O_{ik}, \forall i \in I, \forall k \in \{1, T+L+1\}; \quad (6)$$

$$O_{ik} = s_i, k=1, \forall i \in I; \quad (7)$$

$$O_{ik} - \sum_{j \in J} (a_{ij} \sum_{k=t-L-1}^k x_{jkt}(\zeta)) = O_{ik+1} - D_{ik+1}, \forall i \in I, \forall k \in \{2, T+L+1\}; \quad (8)$$

$$x_{jkt}(\zeta) \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall k \in \{1, T+L+1\}. \quad (9)$$

第二阶段模型 P2 是在一个随机场景下作出库存分配决策的模型. 其中目标函数(4)是指在完成所有需求的全部周期内可以获得的最大总收益, 对于每个周期的产品需求在某一周期的完成都需要比较一下它们的完工周期和要求的交货期, 在交货期内完成的产品可以获得收益, 而超过交货周期的部分需扣除相应的惩罚成本; 约束(5)指每个周期对每个产品的需求必须在多个阶段被完全满足; 约束(6)表示每个周期完工的产品所消耗的零部件个数不能超过该周期的可用零部件库存个数; 约束(7)表明零部件第一周期的可用库存水平为其对应的基本库存水平, 即第一阶段求得的决策变量, 由此可知决策变量  $s_i$  将两个阶段进行关联; 约束(8)是零部件库存的转换方程, 表示从第二个周期开始, 当前阶段的可用库存减去该阶段消耗的库存等于下一阶段期初剩余的库存, 而下一阶段期初剩余的库存又等于下一阶段的可用库存减去下一阶段的到货量, 这里减去到货量是因为假设到货发生在需求之前, 使得零部件可用库存包括了到货量; 约束(9)是决策变量取值约束.

3) 模型改进(P3).

通过观察可知上述描述的第二阶段模型中的约束(6)至(8)存在一定重复和冗余, 可以通过约束(8)的零部件库存状态转移方程对每个周期的可用库存水平  $O_{ik}$  进行迭代表示, 并代入到约束(6)中进行合并, 最终第二阶段模型可描述为

$$Q(s, \zeta) = \max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \{ \sum_{k=t}^{t+W_j} r_j \times x_{jkt}(\zeta) + \sum_{k=t+W_j+1}^{t+L+1} x_{jkt}(\zeta) \times [r_j - (k - W_j - t)\alpha_j] \}. \quad (10)$$

s.t.

$$\sum_{k=t}^{t+L+1} x_{jkt}(\zeta) = P_{jt}(\zeta), \forall j \in J, \forall t \in T; \quad (11)$$

$$\sum_{k'=1}^k \text{unit}_{ik'} \leq s_i + \sum_{k'=2}^k D_{ik'}, \forall i \in I, \forall k \in \{1, T+L+1\}; \quad (12)$$

$$x_{jkt}(\zeta) \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall k \in \{1, T+L+1\}. \quad (13)$$

其中约束(12)中  $\text{unit}_{ik'}$  的表示如式(14)所示:

$$\text{unit}_{ik'} = \sum_{j \in J} (a_{ij} \sum_{t=k'-L-1}^{k'} x_{jkt}(\zeta)), \forall i \in I, \forall k' \in \{1, T+L+1\}. \quad (14)$$

第二阶段的修正模型 P3 变动在于将原模型约束(6)至(8)替换为约束(12), 其余未变. 约束(12)表示将所有周期的零部件库存消耗量进行累加, 该值不会超过初始库存水平与每周到货量累加之和, 从而精简原模型 P2.

## 2 模型求解

### 2.1 确定性模型求解

首先考虑模型为确定性模型时的求解处理, 即产品需求信息可以提前准确获知. 这种确定性需求的考虑有两方面原因: 一方面, ATO 制造商可根据历史信息提前作出准确预测(即下游零售商可以准确地将需求信息反馈给 ATO 制造商); 另一方面, 即便需求是不确定的, 但 ATO 制造商可以依据期望的需求来制定决策, 来观察系统收益表现. 在某一给定场景下(确定性需求), 可以将前文两个阶段模型合并写成一个混合整数规划模型 P4:

$$\max Z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \{ \sum_{k=t}^{t+W_j} r_j \times x_{jkt} + \sum_{k=t+W_j+1}^{t+L+1} x_{jkt} \times [r_j - (k - W_j - t)\alpha_j] \} - \sum_{i \in I} c_i s_i. \quad (15)$$

s.t.

$$\sum_{k=t}^{t+L+1} x_{jkt} = P_{jt}, \forall j \in J, \forall t \in T; \quad (16)$$

$$\sum_{k'=1}^k \text{unit}_{ik'} \leq s_i + \sum_{k'=2}^k D_{ik'}, \forall i \in I, \forall k \in \{1, T+L+1\}; \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} c_i s_i \leq B; \quad (18)$$

$$s_i \in Z_+, i \in I; \quad (19)$$

$$x_{jkt} \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall k \in \{1, T+L+1\}. \quad (20)$$

### 2.2 随机模型求解

通常情况下, ATO 制造商无法提前获得关于客户产成品需求的准确信息, 只能通过历史数据的概率分布情况生成一些随机的产成品需求作为对未知信息的估计. 当产成品的随机需求信息所对应的不同的场景数量有限时, 可以将两阶段的随机规划模型转换为等价的确定性线性规划模型, 定义以下符号来表示随机变量:

$P_{jht}$  为当随机场景  $\zeta = \omega_h$  时,  $t$  周期内产成品  $j$  的需求;

$x_{jkh}$  为当随机场景  $\zeta = \omega_h$  时,对于  $t$  周期的产品需求,在  $k$  周期内可以完成的个数,也就是  $t$  周期的需求分配到  $k$  周期去完成的个数;

$\text{unit}_{ik'h}$  为当随机场景  $\zeta = \omega_h$  时, $k'$  周期将消耗的零部件  $i$  的库存量,如式 (21) 所示,

$$\text{unit}_{ik'h} = \sum_{j \in J} \left( a_{ij} \sum_{t=k'-L-1}^{k'} x_{jkh} \right), \quad \forall i \in I, \forall k' \in \{1, T+L+1\}. \quad (21)$$

$D_{ik'h}$  为当随机场景  $\zeta = \omega_h$  时, $k'$  周期内零部件  $i$  的到货量.

基于上述分析,将两阶段随机规划模型重构为等价的确定性线性规划模型 **P5**:

$$\max Z = \sum_{h \in H} P_h \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \left\{ \sum_{k=t}^{t+W_j} r_j \times x_{jkh} + \sum_{k=t+W_j+1}^{t+L+1} x_{jkh} \times [r_j - (k - W_j - t)\alpha_j] \right\} - \sum_{i \in I} c_i s_i. \quad (22)$$

s.t.

$$\sum_{k=t}^{t+L+1} x_{jkh} = P_{jh}, \quad \forall j \in J, \forall t \in T, h \in H; \quad (23)$$

$$\sum_{k'=1}^k \text{unit}_{ik'h} \leq s_i + \sum_{k'=2}^k D_{ik'h}, \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in \{1, T+L+1\}, h \in H; \quad (24)$$

$$\sum_{i \in I} c_i s_i \leq B; \quad (25)$$

$$s_i \in Z_+, i \in I; \quad (26)$$

$$x_{jkh} \geq 0, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall k \in \{1, T+L+1\}, h \in H. \quad (27)$$

### 3 数值分析

#### 3.1 信息价值分析

1) 参数设置.首先生成零部件集合  $I$ , 产品集合  $J$ , 与两者相关的参数以及物料矩阵等的取值,并在本节的模拟计算中,这些参数取值保持不变,如表 1 所示.惩罚系数  $\alpha$  取值为 2.

对产生需求的周期  $T$ , 产品随机需求  $P_{jh}$  以及零部件库存预算  $B$  三个参数进行设置,对每个参数分别取不同的值,生成若干模拟算例,其中产生需求的周期  $T \in \{10, 15, 20\}$ , 零部件库存预算  $B \in \{2\,000, 2\,500, 3\,000, 3\,500\}$ , 产品随机需求的

数值服从 0 到 500 之间的均匀分布.规定产生需求的周期为 10 的算例为小算例,周期为 15 的算例为中算例,周期为 20 的算例为大算例.

表 1 零部件和产品的已知信息

Table 1 Known information about parts and finished products

$i$	1	2	3	4	5	$L_i$	$c_i$
1	2	0	3	4	1	20	6
2	3	2	0	5	1	30	10
3	0	3	2	2	2	10	1
4	5	0	0	1	4	10	9
5	0	3	1	0	3	40	5
$W_j$	1	1	2	3	1	—	—
$r_j$	80	70	80	100	50	—	—

2) 不确定信息价值分析.通过不同规模的算例对比确定性模型和随机规划模型对该问题的求解结果,来判断未知的产品需求信息是否有价值,其中确定性模型采用两种平均的方法分别与随机规划模型进行对比,未知需求信息的价值  $V$  可以通过式 (28) 来衡量,  $V$  的值越大,则未知信息越有价值.表 2 的第一列和第二列分别为不同规模的参数设置,第三列 SGB 是随机模型 **P5** 采用 Gurobi 求解器的求解结果,其中需求  $P_{jh}$  服从 0 到 500 之间的均匀分布,每组参数分别设置随机生成的 20 组不同的场景,每个场景出现的概率相同,第四列和第五列为确定性模型 **P4** 的求解结果,其中 GB1 的求解方法为分别计算 20 组场景下的目标函数值,再对 20 次求解结果求平均; GB2 的求解方法为先平均 20 组场景下的需求量,再利用期望意义的需求求得目标函数值,  $V1$  列为 GB1 与 SGB 的对比结果,  $V2$  列为 GB2 与 SGB 的对比结果,最后三列统计模型的运行时间.

$$V = \frac{\text{GB} - \text{SGB}}{\text{SGB}} \times 100\%. \quad (28)$$

表 2 确定性模型对比不确定性模型求解结果

Table 2 Deterministic model vs. uncertainty model solution results

$T$	$B$	SGB	GB1	GB2	$V1/\%$	$V2/\%$	运行时间/s		
							SGB	GB1	GB2
10	2 000	102 710.00	107 420.24	107 721.00	4.59	4.88	10.676	8.678	0.584
	2 500	104 914.00	113 000.71	113 385.00	7.71	8.07	11.227	6.981	0.566
	3 000	107 042.00	118 542.83	118 960.00	10.74	11.13	10.388	7.222	0.543
	3 500	109 149.00	124 047.51	124 491.00	13.65	14.06	11.844	7.053	0.868
15	2 000	135 067.00	164 608.05	165 393.00	21.87	22.45	20.972	17.319	0.588
	2 500	137 374.00	171 254.60	172 078.00	24.66	25.26	19.401	19.572	0.590
	3 000	139 566.00	177 809.30	178 697.00	27.40	28.04	20.021	16.573	0.696
	3 500	141 732.00	184 279.35	185 279.00	30.02	30.72	20.192	16.087	0.568

续表 2

$T$	$B$	SGB	GB1	GB2	$V1/\%$	$V2/\%$	运行时间/s		
							SGB	GB1	GB2
20	2 000	173 755.00	227 069.80	227 776.00	30.68	31.09	29.357	17.052	0.890
	2 500	176 405.00	234 870.85	235 660.00	33.14	33.59	28.728	16.624	0.946
	3 000	181 322.00	242 593.90	243 425.00	33.79	34.25	29.775	19.052	1.045
	3 500	184 472.00	250 272.00	251 177.00	35.67	36.16	29.015	19.056	1.070

观察表 2 中的 SGB, GB1 和 GB2 列可以看出,采用随机规划模型得到的目标函数值基本差于确定性模型,且采用期望意义的需求所获得的收益大于直接对结果求平均所获收益,1 次随机规划模型的运行时间也长于相同参数的 20 次确定性模型的运行时间,且当  $T$  一定时,随着  $B$  的增加,确定性模型的求解结果的增长速度明显快于随机规划模型;从  $V$  列可以看出,在不同的产生需求的周期  $T$  和预算  $B$  下,  $V1$  和  $V2$  列的值均为正值,且随着  $T$  和  $B$  值的增加,  $V$  值也逐渐增加,说明随着算例规模的扩大和预算  $B$  的增加,未知信息所体现的价值增大,在实际组装过程中,可以通过准确预测产品需求来提高最终获得的收益。

### 3.2 灵敏度分析

零部件的前置时间和库存投资预算值是直接影响随机规划模型的主要参数,本节应用随机规划模型,分析当零部件的前置时间和库存投资预算值发生变化时,对总利润和零部件基本库存水平的影响.选取产生需求的周期  $T$  为 5 的算例,生成 20 组随机场景,采用 Gurobi 直接求解的方法,利用 Python 实现可视化。

1) 前置时间影响.为了分析零部件前置时间对基本库存水平和总利润的影响,固定库存预算  $B$  为 5 000,初始零部件前置时间  $L = \{2, 3, 1, 1, 4\}$ ,然后以 3 为步长增加 20 次和 25 次,分别求得各零部件的库存水平和目标收益,并绘制图 1。

图 1a 描述了零部件前置时间和基本库存水平的关系,其中横坐标表示零部件前置时间,纵坐标表示各零部件的基本库存水平.从图 1a 可以看出,每个零部件在不同的参数设置下库存量的变化趋势不相同,对于零部件 3,它的库存量变化为先减少后增大,而对于零部件 2 和 5 则是一直呈上升趋势,但上升速度先慢后快,这说明前置时间对零部件库存量的影响同时也受其他参数(例如零部件库存成本、零部件需求量等)的制约.当前置时间以 3 为步长增加到第 5 次的时候,即  $L = \{17, 18, 16, 16, 19\}$  时,继续增加前置时间,所有零部件的库存量都不会发生变化,同时零部

件的单位库存成本  $c_i$  越小,则库存水平越高,例如零部件 3 的单位库存成本为 1,在所有零部件中最低,它的库存水平一直保持最高。

图 1b 描述了零部件的前置时间和目标收益的关系,其中横坐标表示零部件前置时间,纵坐标表示目标收益.从图 1b 可以看出,随着前置时间的增加,完成产品需求所能获得的总利润下降,且下降速度逐渐减缓,最终当前置时间增加到第 18 次时,即  $L = \{53, 54, 52, 52, 55\}$  时,总利润趋于不变.实际中,降低零部件的前置时间可以有效地提高总利润。

2) 库存预算影响.为了分析零部件库存总投资预算对基本库存水平和目标收益的影响,固定前置时间  $L = \{20, 30, 10, 10, 40\}$ ,总投资预算以 20 000 的步长从 5 000 增加到 200 000,分别求得各零部件的库存水平和目标收益,并绘制图 2。

图 2a 描述了零部件库存总投资预算和基本库存水平的关系,其中横坐标表示零部件总投资预算,纵坐标表示各零部件的基本库存水平.从图 2a 可以看出,随着总投资预算  $B$  的增加,各零部件基本库存水平逐渐增加,且增长速度先快后慢,当预算  $B$  达到 85 000 时,继续增加预算,基本库存水平不再变化.同时,可以看到零部件 4 的基本库存水平低于其他零部件,这是因为零部件 4 的单位库存成本较高而前置时间较小,但是从各零部件的对比可以发现单一参数并不能决定零部件的最优基本库存水平,实际中各零部件的最优基本库存水平需要考虑前置时间、单位库存成本以及需求量等多种因素的制约。

图 2b 描述了零部件库存总投资预算和目标收益的关系,其中横坐标表示零部件库存总投资预算,纵坐标表示目标收益.从图 2b 可以看出,随着库存总投资预算的增加,完成产品需求所能获得的总收益上升,但上升速度逐渐减缓,最终当库存总投资预算增加到 65 000 时,总利润趋于不变.实际中,适当增加库存总投资预算可以增大总收益,但增大到一定程度后将不再对收益产生影响。

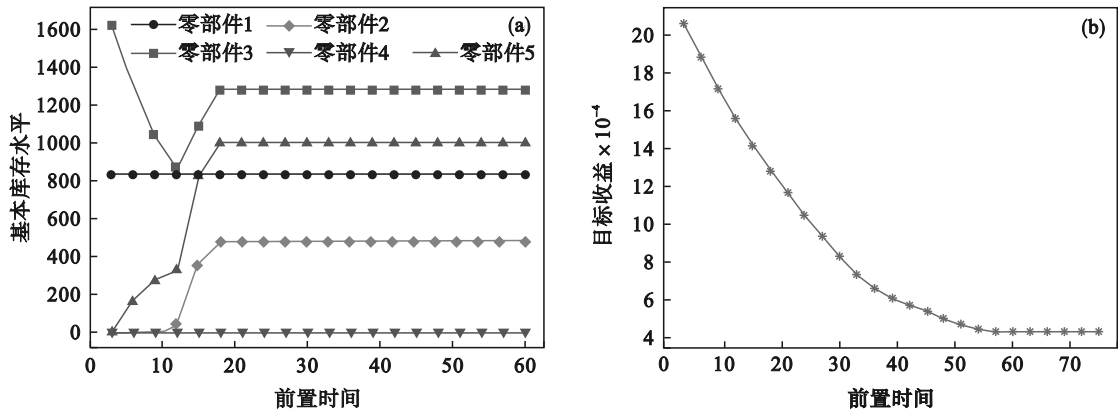


图1 零部件前置时间对基本库存水平和目标收益的影响

Fig. 1 Impact of component lead time on base inventory levels and target earnings

(a)—基本库存水平; (b)—目标收益.

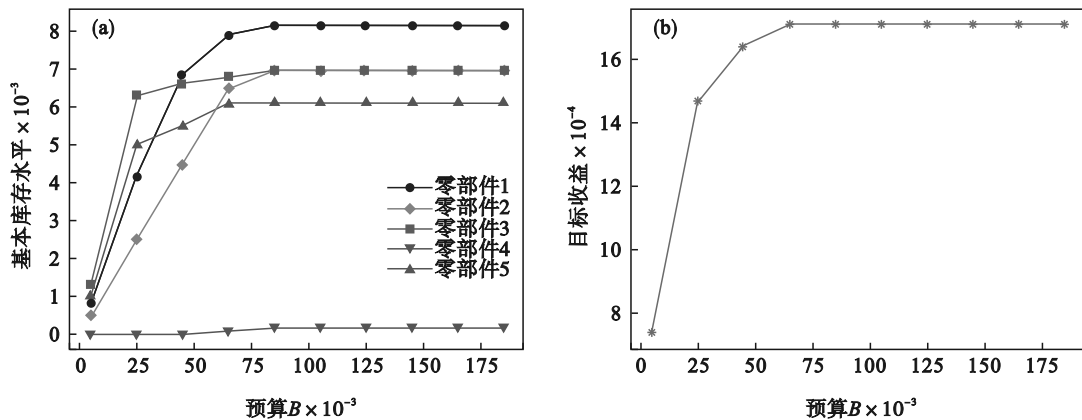


图2 零部件库存总投资预算对基本库存水平和目标收益的影响

Fig. 2 Impact of the total investment budget for parts on base inventory levels and target earnings

(a)—基本库存水平; (b)—目标收益.

## 4 结 语

1) 本文针对面向订单的供应链装配系统的库存分配问题进行研究. 该问题特点在于制造商不存储产品而是存储零部件, 属于延迟生产策略. 此外, 只有当客户订单产品所需零部件均存在时, 才进行组装和分配操作. 本文对不确定客户需求下的零部件库存分配问题进行了研究, 与传统多阶段库存问题每阶段按需分配不同, 本文考虑了客户订单的交货期约束, 用延期交货成本刻画客户订单延期交货带来的惩罚, 并创新性采用订单指派变量对  $t$  周期需求分配到当期及后续周期完成数量进行决策. 本文采用基本库存水平作为补货策略, 并构建两阶段随机优化模型对不确定需求下库存分配问题进行处理, 并采用了有效的求解方法.

2) 本文对比了期望需求确定性模型和两阶

段随机模型的收益表现, 发现随着算例规模的扩大和零部件库存总投资预算  $B$  的增加, 随机模型的优化结果远差于确定性模型, 说明未知信息所体现的价值很大. 同时也对零部件的前置时间和库存投资预算进行灵敏度分析, 结果表明零部件的最优基本库存水平受单位库存成本、前置时间、需求量等因素的相互制约, 但无论是前置时间还是总投资预算, 当增大到一定程度时, 将不再影响最优基本库存水平; 总收益则随着零部件前置时间的增大而减少, 随着总投资预算的增大而增大, 同样在一定程度时收敛于某个值. 综上, 在实际中可以采用降低零部件前置时间、适当增加总投资预算、准确预测未来的需求信息等策略来提高收益.

3) 本文考虑了随机需求下的供应链装配系统库存分配, 而很多情况下客户需求的概率分布是很难获取的, 未来有必要采用鲁棒优化的方法来对模型进行构建和求解.

## 参考文献:

- [ 1 ] 李智. 面向订单装配的生产管理系统研究[J]. 中国制造业信息化(学术版), 2005, 34(9): 88-93.  
(Li Zhi. Research on production management system for assemble to order [J]. *Informatization of China's Manufacturing Industry: Academic Edition*, 2005, 34(9): 88-93.)
- [ 2 ] 金鑫, 王正肖, 叶建芳, 等. 非平稳需求面向订单装配系统库存稳定性研究[J]. 计算机集成制造系统, 2020, 26(9): 2531-2540.  
(Jin Xin, Wang Zheng-xiao, Ye Jian-fang, et al. Inventory stability of ATO system with non-stationary demand [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2020, 26(9): 2531-2540.)
- [ 3 ] Agrawal N, Cohen M A. Optimal material control in an assembly system with component commonality [J]. *Naval Research Logistics*, 2001, 48(5): 409-429.
- [ 4 ] Song J. A note on assemble-to-order systems with batch ordering[J]. *Management Science*, 2000, 46(5): 739-743.
- [ 5 ] Lu Y, Song J, Yao D D. Order fill rate, leadtime variability, and advance demand information in an assemble-to-order system[J]. *Operations Research*, 2003, 51(2): 292-308.
- [ 6 ] Hoen K M R, Güllü R, van Houtum G J, et al. A simple and accurate approximation for the order fill rates in lost-sales assemble-to-order systems [J]. *International Journal of Production Economics*, 2011, 133(1): 95-104.
- [ 7 ] 陈文博, 董明. 产能不确定时 M 型按订单装配产品 (ATO) 的多周期最优零部件补货策略[J]. 工业工程与管理, 2017, 22(6): 63-70.  
(Chen Wen-bo, Dong Ming. Optimal component replenishment policy for a multi-period M type assembly-to-order (ATO) with random supply capacity [J]. *Industrial Engineering and Management*, 2017, 22(6): 63-70.)
- [ 8 ] ElHafsi M, Fang J X, Hamouda E. A novel decomposition-based method for solving general-product structure assemble-to-order systems [J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 286(1): 233-249.
- [ 9 ] Akçay Y, Xu S H. Joint inventory replenishment and component allocation optimization in an assemble-to-order system[J]. *Management Science*, 2004, 50(1): 99-116.
- [ 10 ] Huang K. Optimal FCFS allocation rules for periodic-review assemble-to-order systems [J]. *Naval Research Logistics*, 2015, 62(2): 158-169.
- [ 11 ] Reiman M I, Wang Q. Asymptotically optimal inventory control for assemble-to-order systems with identical lead times[J]. *Operations Research*, 2015, 63(3): 716-732.
- [ 12 ] Sinha A K, Krishnamurthy A. Dual index production and subcontracting policies for assemble-to-order systems [J]. *IIE Transactions*, 2016, 48(5): 415-427.
- [ 13 ] Bortolini M, Faccio M, Gamberi M, et al. MTO/MTS policy optimization for sheet metal plate parts in an ATO environment[J]. *Procedia CIRP*, 2019, 81: 1046-1051.
- [ 14 ] Chu J, Huang K. Integrating decisions with advance supply information in an assemble-to-order system [J]. *Naval Research Logistics*, 2020, 67(1): 34-44.
- [ 15 ] Feng J X, Zhang M, Yang J L. New necessary and sufficient condition for the irreducibility of joint inventory positions in an assemble-to-order system [J]. *Operations Research Letters*, 2021, 49(2): 171-175.
- [ 16 ] 金鑫, 王正肖, 叶建芳, 等. 可拆分 ATO 系统的最优、渐进最优和次优库存控制策略[J]. 计算机集成制造系统, 2022, 28(2): 426-441.  
(Jin Xin, Wang Zheng-xiao, Ye Jian-fang, et al. Optimal, asymptotically optimal and suboptimal inventory control policies for detachable ATO systems [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2022, 28(2): 426-441.)