

基于B样条与鲸鱼优化算法的机械臂轨迹规划

陆志国, 王道

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 为了提高机械臂的工作效率, 构建一种基于B样条与鲸鱼优化算法 (whale optimization algorithm, WOA) 的机械臂时间最优轨迹规划方法. 用蒙特卡罗法描绘机械臂的工作空间, 用B样条对给出的路径点进行插值处理, 根据机械臂各个关节的性能, 引入角速度与角加速度约束, 同时加入边界条件. 在构建时间最优的目标函数后, 利用引入惯性权重值的WOA对机械臂运行时间进行优化. 用Matlab进行仿真验证, 结果表明构建的算法在时间优化方面效果好于传统的5次多项式方法, 并且角速度与角加速度曲线连续平滑, 验证了算法的有效性和可行性.

关键词: 机械臂; 时间最优轨迹规划; 蒙特卡罗法; B样条; 鲸鱼优化算法

中图分类号: TP 242 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)05-0683-07

Mechanical Arm Trajectory Planning Based on B-Spline and Whale Optimization Algorithm

LU Zhi-guo, WANG Xiao

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: WANG Xiao, E-mail: 2000408@stu.neu.edu.cn)

Abstract: In order to improve the efficiency of mechanical arms, the time optimal trajectory planning method based on the B-spline and whale optimization algorithm (WOA) is proposed. The Monte-Carlo method is used to describe the workspace of the mechanical arms, and then the B-spline is used to interpolate the given path points. According to the performance of each joint of the manipulator, the angular velocity and angular acceleration constraints are introduced, and the boundary conditions are added. After constructing the target function with optimal time, the WOA with inertia weight is used to optimize the running time of the mechanical arm. Finally, using Matlab for simulation, the results show that the algorithm presented is better than the traditional quintic polynomial method in terms of time optimization, and the angular velocity and angular acceleration curve are continuously smoothed, which verifies the validity and feasibility of the algorithm.

Key words: mechanical arm; time optimal trajectory planning; Monte-Carlo method; B-spline; whale optimization algorithm (WOA)

机械臂的轨迹规划, 可以根据给定的路径点, 设计出一条满足约束条件与边界条件的最优运动轨迹^[1]. 文献[2-4]设计了机械臂时间最优轨迹规划算法, 使机械臂经过各个给定路径点的总耗时最少. 在算法策略设计过程中, 需要考虑到机械臂各个关节位置、速度、加速度的边界约束条件^[5-6].

Tondu等^[7]使用特殊折线将路径点连通, 之

后进行关节轨迹的规划. 在机械臂关节空间轨迹规划插值方法的选取上, 3次多项式因其计算简单而应用广泛, 但在使用时容易出现冲击问题^[8-10]. Bazaz等^[11]利用3次多项式插值进行机械臂关节空间内轨迹规划, 完成了曲线的拟合, 但并没有考虑到加速度连续的问题. 5次与更高次的多项式插值, 可以使机械臂关节加速度曲线连

续,克服冲击问题,但高阶多项式容易产生失真现象^[12].

在机械臂时间最优轨迹规划领域,王学琨等^[13]利用3-5-3次多项式插值与差分进化算法设计了一种机械臂时间最优轨迹规划策略.于瑞等^[14]采用4-3-4次多项式插值与改进粒子群算法结合,进行了机械臂时间最优轨迹规划.李国洪等^[15]将B样条与改进遗传算法结合,完成了经过给定路径点的时间的优化.

本文使用B样条进行机械臂关节空间内轨迹规划,并采用优化的WOA进行迭代寻优,以实现时间最优的效果,进而提高机械臂的工作效率.并以宇树Z1型6自由度机械臂为例,通过蒙特卡罗方法求解机械臂的工作空间以确定路径点的合理取值区间,根据其6个关节的角度限幅、角速度与角加速度约束给定的路径点,对其进行关节空间内时间最优轨迹规划,最后通过Matlab进行仿真验证.

1 B样条插值

B样条曲线解决了贝塞尔函数缺乏局部修改性、幂次过高时难以修正等问题.由于B样条曲线的诸多优点,在数据拟合、轨迹规划等领域被广泛应用.

对于B样条曲线 $Q(u)$ 定义如下:

$$Q(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) d_i, \quad a \leq u \leq b. \quad (1)$$

式中: p 为B样条曲线的指数; d_i 为控制点参数; i 为B样条序号; u 为参数; a 与 b 分别为 u 的取值上界与下界; $N_{i,p}(u)$ 为B样条基函数.

$N_{i,p}(u)$ 的定义如下:

$$N_{i,p}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+1}-u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u). \quad (2)$$

其初值为 $N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1}; \\ 0, & \text{else}; \end{cases}$

式中 $N_{i,p}(u)$ 的可行区间为 $[u_i, u_{i+1}]$,当分母为零时,将结果定义为零.

将B样条基函数的节点向量定义为 $U = (a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{m-p+1}, b, \dots, b)$, m 为节点数目参数.节点向量 U 非均匀随机分布,并且通常设定 $a=0$, $b=1$,以达到构成的B样条曲线能够通过规划曲线起点与终点的目的.

由以上表达式,可以总结出B样条曲线有如下性质:

1) B样条曲线的节点数目 $m+1$ 、指数 p 与控

制点的数目 $n+1$ 满足 $m=n+p+1$;

2) p 次B样条基函数由 p 次多项式线性组合而成;

3) 当 $u \in [u_i, u_{i+1}]$ 时, $Q(u)$ 最多和 $p+1$ 个控制点有关,和其他控制点无关.

由以上性质可知,B样条曲线的局域性好,适用于机械臂轨迹规划路径点插值.相比于幂函数,B样条曲线的凸包性更好.

现利用B样条曲线对机械臂轨迹路径点进行插值处理.当给出机械臂关节角度位置序列 $Q_k = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ 时,可以列出如下 $n+1$ 阶线性方程:

$$Q_k = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u_k) d_i. \quad (3)$$

式中, $u_k = \{u_0, u_1, \dots, u_n\}$ 为节点向量,在轨迹规划过程中,也就是经过各个路径点对应的时间序列.

可以通过弦长参数法进行节点参数的求取.设总弦长为 l ,于是可得

$$l = \sum_{k=1}^n |Q_k - Q_{k-1}|. \quad (4)$$

节点参数可表示如下:

$$\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k - Q_{k-1}|}{l}. \quad (5)$$

式中, $\bar{u}_k = \{\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n\}$ 为与 $u_k = \{u_0, u_1, \dots, u_n\}$ 对应的节点参数向量,由节点参数,即可将节点向量 $u_k = \{u_0, u_1, \dots, u_n\}$ 中的各个分量表示如下:

$$u_{i+p} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^{j+p-1} \bar{u}_j, \quad j=1, 2, \dots, n-p. \quad (6)$$

将 u_k 代入到(3)式中,求出控制点参数,即求解出经过给定路径点的B样条插值机械臂角度曲线.

为了机械臂关节角速度与角加速度约束条件与边界条件的引入,现对B样条曲线进行求导.

B样条曲线 y 阶导求解公式如下:

$$Q^{(y)}(u) = \sum_{i=0}^{n-y} N_{i,p-y}(u) d_i^{(y)}. \quad (7)$$

式中:

$$d_i^{(y)} = \begin{cases} d_i, & y=0; \\ \frac{p-y+1}{u_{i+p+1}-u_{i+y}} (d_{i+1}^{(y-1)} - d_i^{(y-1)}), & y>0. \end{cases} \quad (8)$$

设在首端点处的一阶与二阶导数分别为 $Q'(0), Q^{(2)}(0)$,在末端点处的一阶与二阶导数分别为 $Q'(1), Q^{(2)}(1)$,可由式(7)与式(8)求得.

$$Q'(0) = \frac{p}{u_{p+1}} (d_1 - d_0), \quad (9)$$

$$Q^{(1)} = \frac{p}{1 - u_{m-p-1}} (d_n - d_{n-1}), \quad (10)$$

$$Q^{(2)}(0) = \frac{p(p-1)}{u_{p+1}} \left(\frac{d_0}{u_{p+1}} - \frac{(u_{p+1} + u_{p+2})}{u_{p+1}u_{p+2}} + \frac{d_2}{u_{p+2}} \right), \quad (11)$$

$$Q^{(2)}(1) = \frac{p(p-1)}{1 - u_{m-p-1}} \left(\frac{d_n}{1 - u_{m-p-1}} - \frac{(2 - u_{m-p-1} - u_{m-p-2})d_{n-1}}{(1 - u_{m-p-1})(1 - u_{m-p-2})} + \frac{d_{n-2}}{1 - u_{m-p-2}} \right). \quad (12)$$

利用以上式子,即可引入机械臂轨迹规划过程中的角速度与角加速度的边界条件.

2 WOA 轨迹规划

在机械臂时间最优轨迹规划过程中,定义目标函数为

$$\min f = \sum_{i=1}^{n-1} t_i. \quad (13)$$

式中: n 为路径点个数; t_i 为第*i*段路径所用时间.

在利用B样条插值并且引入边界约束条件后,采用引入权重系数的WOA进行迭代寻优,以达到机械臂经过给定路径点耗时最少的效果.

2.1 WOA

WOA是由Mirjalili与Andrew提出的^[16].WOA模仿座头鲸的捕食过程,进行数据的迭代寻优.座头鲸使用螺旋气泡网进行围捕猎物,并且可以将这种捕食行为划分为3个阶段:包围阶段、气泡网攻击阶段与探索阶段.

1) 包围阶段.WOA可以识别猎物的位置并将其包围.由于最优设计在搜索空间中的位置未知先验,WOA假设当前最佳候选解是目标猎物或接近最优解.定义了最佳搜索代理后,其他搜索代理将尝试向最佳搜索代理更新其位置.此行为由以下方程式表示:

$$D = |CX^*(I) - X(I)|, \quad (14)$$

$$X(I+1) = X(I) - AD. \quad (15)$$

式中: D 为距离向量; $X(I)$ 是当前位置向量; $X^*(I)$ 是当前最优候选解的位置向量; $X(I+1)$ 是迭代一次后的位置向量; I 是目前迭代次数; A 和 C 是迭代系数.

A 和 C 的表达式为

$$A = 2\delta r - \delta, C = 2r. \quad (16)$$

式中: r 是 $[0, 1]$ 区间上的随机数; δ 为迭代系数,随着迭代次数的增加从二线性递减到零.

2) 气泡网攻击阶段.此阶段属于算法的开发阶段,使用两种方法攻击猎物.

① 包围收缩机制.此种方法利用 δ 的递减实现.通过式(16)可知,系数 A 的波动范围也是通过 δ 的线性递减实现的.

② 螺旋更新位置.这种方法通过模仿座头鲸捕食过程中螺旋上升的运动,建立了迭代过程中的螺旋方程.

$$X(I+1) = D'e^{bg} \cos(2\pi g) + X^*(I), \quad (17)$$

$$D' = |X^*(I) - X(I)|. \quad (18)$$

式中: D' 是当前搜索代理与最优解之间的距离; b 是螺旋线参数; g 是处于 $[-1, 1]$ 区间上的任意数.

座头鲸通过螺旋形的路径缩小包围圈进而围捕猎物.WOA规定在迭代过程中,各有50%的概率选择包围收缩机制与螺旋更新位置的方法来更新搜索代理的位置,其数学模型如下:

$$X(I+1) = \begin{cases} X^*(I) - AD, & \lambda < 0.5; \\ D'e^{bg} \cos(2\pi g) + X^*(I), & \lambda \geq 0.5. \end{cases} \quad (19)$$

式中, λ 为 $[0, 1]$ 区间上的任意值.

3) 探索阶段.在WOA中,候选解的更新方式很大程度上依赖于当前最优候选解.与上一阶段不同,在探索阶段任意选择候选解替代当前最优解来更新候选解的位置.其数学模型建立如下:

$$D = |CX_r - X|, X(I+1) = X_r - AD. \quad (20)$$

式中, X_r 是当前种群中任意选择的位置向量.

由以上可知,WOA共有3种位置更新方式,即式(19)中由 λ 值决定的包围收缩机制与螺旋更新位置方式以及式(20)中随机更新候选解位置的方式.

2.2 引入权重系数

WOA具有迭代速度快、寻优精度高等优点,但同时受其迭代更新位置方式的限制,WOA在迭代过程中有时容易陷入局部最优.为克服改善这种情况,本文参考粒子群算法,在WOA中引入惯性权重系数 w 以避免算法陷入局部最优.引入惯性权重值建立的数学模型如下:

$$X(I+1) = \begin{cases} w(I)X^*(I) - AD, & \lambda < 0.5; \\ D'e^{bg} \cos(2\pi g) + w(I)X^*(I), & \lambda \geq 0.5. \end{cases} \quad (21)$$

其中,权重系数 w 的定义如下:

$$w(I) = \frac{1 - \frac{I}{T}}{1 + s \frac{I}{T}}. \quad (22)$$

式中: T 为最大迭代次数; s 为大于-1的常数.

在算法初期权重值较大,具有较强的全局搜

索能力,迭代次数增加后,权重值会减小,使算法在某一区域内精细搜索,可以防止算法陷入局部最优.

2.3 混沌映射初始化种群

混沌映射具有初值敏感性和遍历性,可以随机产生混沌序列用于初始化迭代种群,使得初代种群尽可能平均地散布在可行区间内,从而提高算法的收敛速度^[17].混沌映射的数学表达式如下:

$$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{\beta}, & 0 \leq x_n \leq \beta; \\ \frac{1-x_n}{1-\beta}, & \beta < x_n \leq 1. \end{cases} \quad (23)$$

式中, β 属于(0,1)区间,本文取 $\beta=0.5$ 以达到输出结果均匀性的效果.

使用 Matlab 测试混沌映射的种群初始化效果.将可行空间下界设置成0;可行空间上界设置成5;种群维度定义为2,即X-Y维度;种群数目定义为30.利用混沌映射对种群进行初始化,结果如图1所示.

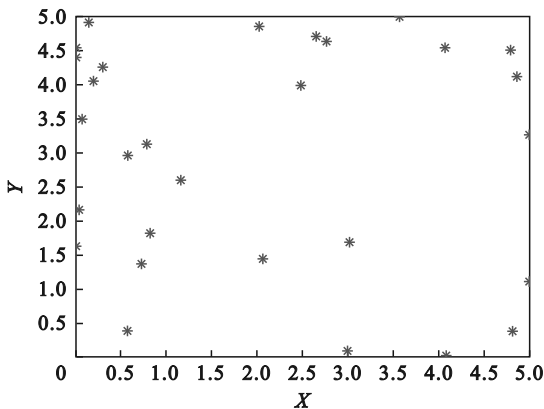


图1 混沌映射种群分布

Fig. 1 Chaotic mapping of population distribution

由图1可知,经混沌映射产生的初始化种群在可行区间内均匀且随机分布,验证了使用混沌映射产生初始化种群的可行性与合理性.

引入惯性权重值后并采用混沌映射优化的WOA的工作原理如图2所示.

3 Matlab 仿真实验

3.1 创建机械臂模型

以宇树Z1型6自由度机械臂为例,进行基于B样条与WOA的机械臂时间最优轨迹规划方法的仿真实验.宇树Z1型6自由度机械臂结构如图3所示.

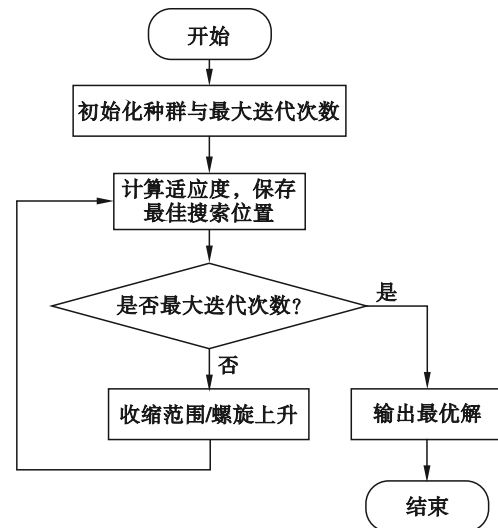


图2 WOA流程图

Fig. 2 WOA flow diagram

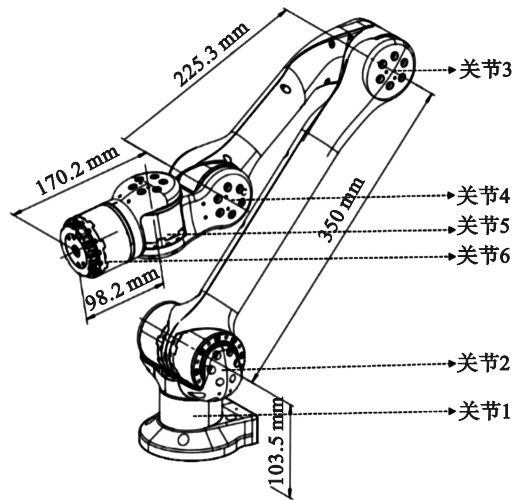


图3 机械臂

Fig. 3 Mechanical arm

在 Matlab 中,首先创建出宇树Z1型机械臂的标准DH参数如表1,其中 θ_i 为关节转角,代表1个关节与下1个关节的公共法线和它与上1个关节的公共法线绕这个关节轴的转角; d_i 代表2个关节的轴(旋转关节的旋转轴,平移关节的平移轴)之间的公共法线长度; α_i 代表1个关节的轴相对于另1个关节的轴绕它们的公共法线旋转的角度; a_i 代表1个关节与下1个关节的公共法线和它与上1个关节的公共法线沿这个关节轴的距离.

通过机器人工具箱进行可视化处理,如图4所示.

机械臂模型创建完成后,利用机器人工具箱中的ikine()函数进行机械臂运动学逆解,即可将笛卡尔空间下的路径点转化为机械臂关节空间

下各个关节转角值.并且根据机械臂各个关节性能参数,给出各个关节的角速度与角加速度约束如表2所示.

表 1 DH参数
Table 1 DH parameters

关节编号	$\theta_i / (^\circ)$	d_i / m	$\alpha_i / (^\circ)$	a_i / m
1	θ_1	0.130 5	90	0
2	θ_2	0	0	0.350 0
3	θ_3	0	0	0.225 3
4	θ_4	0	90	0.072 0
5	θ_5	0	90	0
6	θ_6	0.098 2	0	0

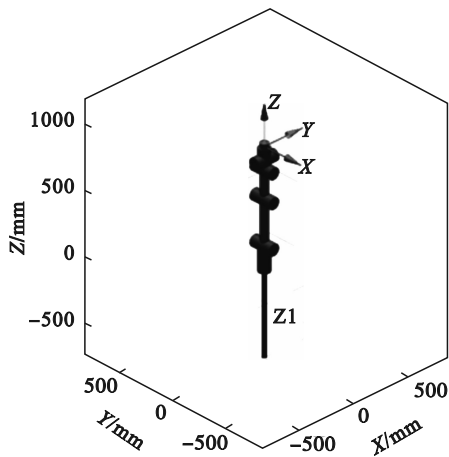


图 4 机械臂模型

Fig. 4 Model of the mechanical arm

表 2 角速度与角加速度约束
Table 2 Angular velocity and angular acceleration constraints

变量	关节编号					
	1	2	3	4	5	6
角速度/(rad·s ⁻¹)	120	120	100	180	145	180
角加速度/(rad·s ⁻²)	100	100	100	100	100	100

3.2 仿真步骤与结果

利用 Matlab 编写脚本文件对本文提出的基于 B 样条与引入惯性权重值的 WOA 的机械臂关节空间内时间最优轨迹规划进行仿真验证.

使用 B 样条对给出的 8 个路径点对应的关节角度进行插值,在利用 B 样条一阶与二阶导数引入各关节角速度与角加速度的约束条件后,利用引入惯性权重值的 WOA 进行迭代寻优.具体步骤如下:

1) 混沌映射初始化种群.将最大迭代次数设置成 500,种群数目设置成 30,每个种群即为 1 个搜索代理.由于路径点数目为 8,故问题维度为 7.

由于所求问题为求取机械臂运行轨迹规划路径的最短时间,将每个维度的搜索下界定义为 0,避免出现负值.将维度的搜索上界定义为 5,单位为 s.

2) 根据式(13)即目标函数表达式,计算出每个搜索代理的适应度,找出当前最优解并保存.

3) 根据式(21),由随机数 λ 与 A 的值,选择收缩包围机制、螺旋更新位置或随机更新侯选解位置的方式进行迭代更新.

4) 根据角速度与角加速度约束,截止越界搜索.

5) 更新种群位置,比较之前保存的当前最优解,若耗时更短,则更新当前最优解.

6) 若满足最大迭代次数,则结束算法,输出最优解;否则返回步骤3)继续迭代寻优.

由图 5 可知,本文提出的机械臂时间最优轨迹规划算法在迭代过程中收敛速度快,在迭代次数大于 100 后即趋于平稳,且观察图像可知,在迭代次数等于 50 左右时,算法陷入局部最优,但很快便跳出局部最优继续迭代.同时,验证了算法迭代收敛的快速性.

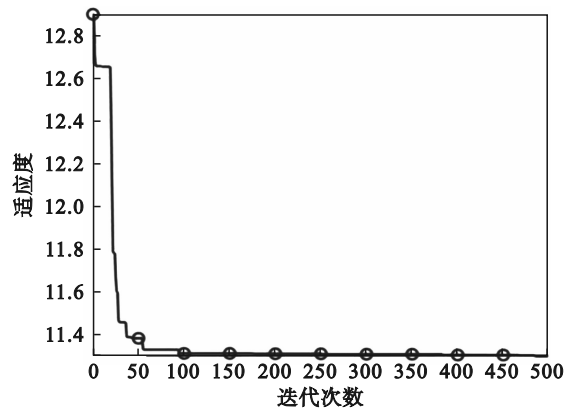


图 5 适应度收敛曲线

Fig. 5 Adaptive convergence curve

在使用本文提出的基于 B 样条与优化后的 WOA 进行轨迹规划后,在相同的角速度与角加速度约束条件下,经过相同的路径点的情况下,使用传统的 5 次多项式插值与未优化的 WOA 进行机械臂关节空间内时间最优轨迹规划,并输出其最终结果.

将本算法得出的角度曲线与传统的 5 次多项式和未优化的 WOA 相结合得出的轨迹规划角度曲线进行比较,如图 6 所示.

由图 6 可知,本文的轨迹规划算法最终所用

时间为 11.71 s,传统的方法所用时间为 13.08 s,实现了在时间上对传统算法的改进.同时,基于本文方法得出的机械臂时间最优轨迹规划角度曲线连续光滑,并得出机械臂各个关节角速度与角加速度曲线,如图 7 和图 8 所示.

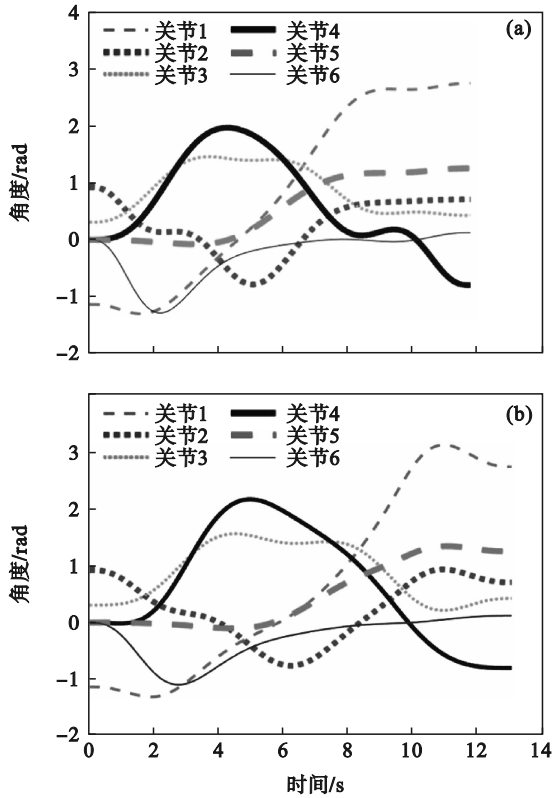


图 6 关节角度曲线

Fig. 6 Joint angle curves

(a)—本文算法规划曲线; (b)—传统算法规划曲线.

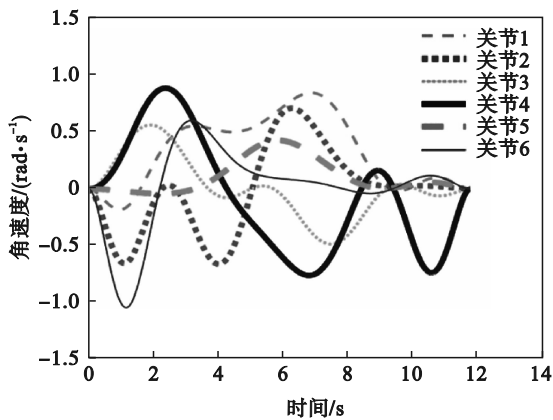


图 7 关节角速度曲线

Fig. 7 Joint angular velocity curves

由图 7 与图 8 可知,得出的关节角速度与角加速度曲线顺畅连续,没有突变,避免了机械臂在运动过程中产生冲击现象,且满足机械臂各个关节角速度与角加速度约束条件,同时满足在路径起点与终点处角速度与角加速度为 0 的边界条

件,保证了机械臂运动过程中启动与停止阶段的稳定性,证明了轨迹规划效果良好.

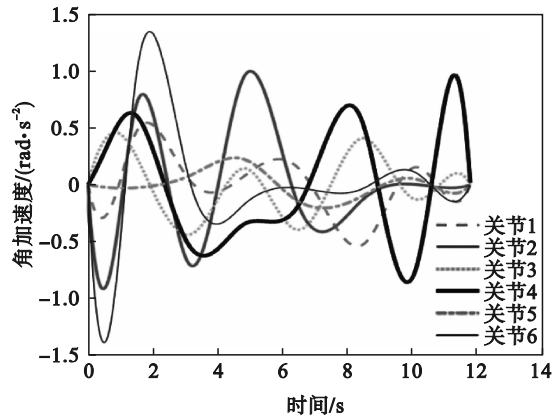


图 8 关节角加速度曲线

Fig. 8 Joint angular acceleration curve

4 结 语

以宇树 Z1 型 6 自由度机械臂为例,使用蒙特卡罗法描绘机械臂的工作空间,确定了机械臂轨迹路径点的合理取值范围.在考虑了机械臂各个关节角速度与角加速度约束的情况下,使用 B 样条进行插值处理,进行了机械臂关节空间内轨迹规划.同时,在使用混沌映射初始化种群后,使用引入惯性权重值的 WOA 优化机械臂运动时间.在 Matlab 中进行仿真验证,结果表明本文使用的基于 B 样条与 WOA 的轨迹规划在时间最优方面效果优于传统的方法,提高了机械臂的工作效率,保证了机械臂角速度与角加速度曲线的平滑连续,并且在机械臂运动起点与终点处满足了角速度与角加速度为 0 的边界条件. Matlab 的仿真结果验证了基于 B 样条与 WOA 的机械臂时间最优轨迹规划的可行性.

参考文献:

- [1] Choi Y K, Park J H, Kim H S, et al. Optimal trajectory planning and sliding mode control for robots using evolution strategy[J]. *Robotica*, 2000, 18(4): 423-428.
- [2] Lin C S, Chang P R, Luh J. Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1983, 28(12): 1066-1074.
- [3] Gasparetto A, Zanotto V. A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2008, 24(3): 415-426.
- [4] Rout A, Dileep M, Mohanta G B, et al. Optimal time-jerk trajectory planning of 6 axis welding robot using TLBO method [J]. *Procedia Computer Science*, 2018, 133: 537-544.
- [5] Saramago S F P, Steffen V. Optimization of the trajectory planning of robot manipulators taking into account the

