

混凝土抗压强度的可解释深度学习预测模型

章伟琪, 王辉明

(新疆大学 建筑工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830017)

摘要: 为快速、准确地预测混凝土抗压强度,采用深度学习技术建立预测模型,使用贝叶斯优化算法进行模型自动优化调节,并结合 SHapley Additive exPlanations (SHAP)可解释性方法对预测结果进行分析,以克服预测模型的“黑盒子”问题。利用深度学习模型挖掘各输入特征参数与抗压强度之间潜在的规律;通过可视化输入特征参数的 SHAP 值分析参数对抗压强度预测结果的重要性及影响规律。结果表明,所建深度学习模型相比其他传统模型具有更好的性能;SHAP 分析结果与试验结果一致,该模型较好地反映了各特征参数之间复杂的非线性关系,可为混凝土材料的工程设计提供依据和参考。

关键词: 混凝土;抗压强度;深度学习;SHAP方法;可解释性

中图分类号: TU 528 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)05-0738-08

Interpretable Deep Learning Prediction Model for Compressive Strength of Concrete

ZHANG Wei-qi, WANG Hui-ming

(College of Civil Engineering and Architecture, Xinjiang University, Urumqi 830017, China. Corresponding author: WANG Hui-ming, E-mail: wanghmj@126.com)

Abstract: To quickly and accurately predict the compressive strength of concrete, a prediction model is established using deep learning technology. The model is automatically optimized and adjusted using the Bayesian optimization algorithm, and the prediction results are analyzed by combining with the SHapley Additive exPlanations (SHAP) interpretable method, which overcomes the problem of the “black box” of the prediction model. The deep learning model is used to mine the potential law between each input feature parameter and compressive strength, the importance of the parameters on the compressive strength prediction results and the influence law is analyzed by visualizing the SHAP values of the input feature parameters. The results show that the constructed deep learning model outforms other traditional models. The SHAP analysis results are consistent with the experimental results, and the model better reflects the complex nonlinear relationship among the characteristic parameters, which can provide the basis and reference for the engineering design of concrete materials.

Key words: concrete; compressive strength; deep learning; SHAP method; interpretation

混凝土抗压强度是建筑结构设计和质量检测的一项重要指标,许多设计规范和标准均对此做了严格要求,以确保结构的安全性。因此,快速、准确地预测混凝土抗压强度对提高工程设计的准确度和可靠性有很大帮助。混凝土抗压强度通常是在实验室中通过对试件进行测试来获得。这种方法不仅费时费力,还受到施工工艺、环境

条件等众多因素的影响。许多学者在试验的基础上,借助线性或非线性的数学统计方法,开展了混凝土性能的经验回归模型研究^[1],提出了一些半理论半经验的建议公式。但是,混凝土的组成成分复杂,各种因素相互关联,表现出高度的非线性关系,目前还没有系统和准确的理论或试验研究能够全面准确地反映出影响混凝土抗压强

度的各因素间的关系。

近年来,随着人工智能的兴起和发展,机器学习(machine learning, ML)为解决混凝土抗压强度的合理预测提供了一条新途径。ML模型能够直接从大量数据中学习和挖掘潜在的规律,甚至以任意精度逼近联系输入与输出空间的任意连续函数^[2]。Chaabene等^[3]采用多个ML模型预测混凝土的力学性能,并对每个模型的应用及性能进行了综合分析。Zhang等^[4]建立了9个不同的ML模型来预测混凝土抗压强度,发现非线性模型比线性模型表现出更好的性能。Asteris等^[5]提出一种混合集成模型预测混凝土强度,利用人工神经网络训练和组合模型的预测结果可以处理传统机器学习的过拟合问题。Yu等^[6]建立了多目标人工神经网络模型,用于预测混凝土在盐酸腐蚀下的力学性能,结果显示所建模型具有较好的预测潜力。虽然这些研究在混凝土性能预测方面取得了一定的成果,但ML模型通常被认为是一种“黑盒”,无法给出模型得到结果的充分依据^[7]。也就是说,这些模型的物理意义尚不明确,不能基于理论知识来解释输出结果与各特征参数之间的关系,这一缺陷降低了机器学习的可信度。

面对上述不足,SHAP (SHapley Additive exPlanations)可解释方法和深度学习(deep learning, DL)提供了较好的解决方案。Lundberg等^[8]提出了解释机器学习模型的SHAP方法,该方法引入了加性解释的概念,可以计算每个特征对预测结果的贡献度。DL作为一种深层次的ML模型,能够通过构建多层神经网络自动地对数据进行高维抽象学习^[9],避免了传统ML方法在训练前对原始数据进行特征筛选、降维等处理,节约了时间,在处理数据量较大、高度非线性的问题上更具优势。因此,本文以大量已发表的相关试验数据为基础,采用DL算法建立模型,对混凝土抗压强度进行预测,并利用SHAP方法揭示模型预测结果背后的机理。通过可视化特征参数的SHAP值直观分析输入参数对抗压强度的重要性和影响程度以及特征参数对抗压强度的影响规律。

1 基本原理

1.1 深度学习

深度学习起源于对人工神经网络的研究,泛指各种基于多层网络结构的模型。目前存在的

DL模型有很多种,深度神经网络(deep neural network, DNN)作为DL的基本网络结构之一,适用于解决一般无特殊结构特征数据的问题,具有较好的普适性^[10],因此本文采用DNN模型,图1为其示意图。DNN构建具有多个隐藏层的神经网络,利用前向传播来学习输入层传入的数据中隐藏的有效信息,下层神经元接受上层神经元传递的信息并进行加权计算,再反向传播损失函数计算得到的误差。整个过程中通过优化器不断调整神经元之间的权重和偏置,从而使预测结果不断向真实值逼近,继而实现从输入到输出的复杂非线性映射。设网络总层数为 l ,激活函数为 σ ,输入特征向量为 $\mathbf{x}(\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_n])$,最终输出向量为 $\mathbf{y}(\mathbf{y}=[y_1, y_2, \dots, y_m])$,隐藏层输出向量为 $\mathbf{a}_i(i=1, 2, \dots, l-1)$,其中 $\mathbf{a}_1=\mathbf{x}$,计算公式可表示为

$$\mathbf{y} = \sigma(\mathbf{a}_{l-1} \cdot \mathbf{W}_l + \mathbf{b}_l). \quad (1)$$

式中: \mathbf{W}_l 表示第 $l-1$ 层到 l 层的权重矩阵; \mathbf{b}_l 表示第 l 层的偏置向量。

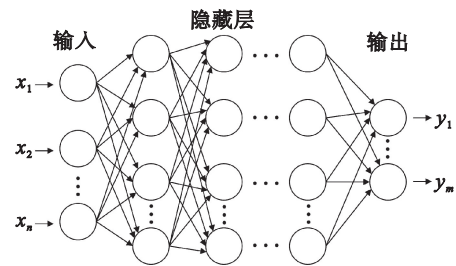


图1 深度神经网络示意图

Fig. 1 Schematic diagram of deep neural network

1.2 SHAP可解释方法

SHAP是一种基于博弈论的解释复杂机器学习模型的方法,它通过计算每个特征加入到模型时的贡献来进行模型解释,所有特征的贡献值的和即为模型的最终预测,有效统一了全局可解释性和局部可解释性^[11]。在SHAP方法中,输出结果建立在输入特征的SHAP值线性相加基础上,根据式(2)计算。

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= g(x') = \varphi_0 + \sum_{j=1}^N \varphi_j x_j' \\ \varphi_j &= \sum_{z' \subseteq x'} \frac{|z'|!(N-|z'|-1)!}{N!} [f_x(z') - f_x(z)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $f(x)$ 表示预测模型; $g(x')$ 表示对应的解释模型; x 表示输入特征; x' 表示与 x 存在映射关系的简化输入特征; φ_0 表示所有样本的预测均值,即基准值; N 表示输入特征总数; φ_j 表示第 j 个特征的SHAP值; x_j' 表示第 j 个简化输入特征,其中 $j=1, 2, \dots, n$, n 为输入特征个数; z' 表示特征子集;

z 表示不包括第 j 个特征的特征子集; $f_x(z')$ 和 $f_x(z)$ 分别表示在子集 z' 和 z 上的期望值。

图 2 展示了 SHAP 分析模型得到预测值的过程。SHAP 将模型的最终预测解释为引入条件期望的每个特征的 SHAP 值 φ_j 的总和, 图中箭头向右表示贡献为正, 箭头向左表示贡献为负。因此 SHAP 可以反映每个样本中各特征的影响力及正负相关性, 不仅给出了输入特征的重要性, 还能给出每个特征是如何影响最终预测的。

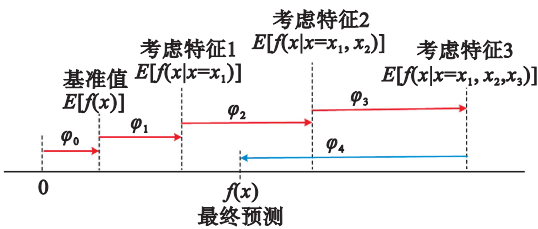


图 2 SHAP 可加性解释示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the SHAP additive interpretation

2 模型的建立与预测结果

2.1 数据集的建立

以文献[12-20]中的试验数据为基础建立数据库。因数据来源于不同的试验, 为最大化模型的性能, 尽可能地降低原材料、设备、环境等因素的影响, 试验数据的选取遵从以下原则: ①水泥采用普通硅酸盐水泥或硅酸盐水泥; ②骨料为天然骨料, 骨料级配良好; ③外加剂种类仅为减水剂; ④试件养护为标准养护, 抗压强度值为立方体试验值或其他试件转换值。每组数据均包含试件几何信息、混凝土组成成分、养护龄期和抗压强度等。基于这些参数, 选择和组合了 12 个输入特征来预测混凝土抗压强度, 各特征参数的统计结果见表 1 所示。本文进行的抗压强度预测属于有监督深度学习, 需要对存在参数缺失、重复的数据进行剔除, 然后对余下的每条试验数据参数进行离群点分析。如果单个样本数据中有超过 3 个参数值离群, 就删除该条数据。经过数据清洗后, 从数据库中筛选出 1 576 个试验数据作为最终数据集, 用于模型的训练与预测。

2.2 模型的建立

DNN 模型在建立过程中有两类参数需要设置, 一类是可在数据学习过程中进行初始化和更新的模型参数(如权重和偏置); 另一类是超参数, 无法从数据学习中直接获得, 只能在训练模型时凭借经验手动设置或利用优化算法选取(如

表 1 特征参数的统计结果

Table 1 Statistical results of the characteristic parameters

特征参数	最大值	最小值	平均值	标准差
水泥用量/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	592	45	277.92	112.21
水的用量/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	295	84	173.09	44.60
粗细骨料比	3	1.05	1.66	0.43
骨料最大粒径/mm	80	10	15	24
高炉矿渣替代率/%	80	0	18	24
粉煤灰替代率/%	90	0	8	16
硅灰替代率/%	20	0	2.5	5.5
水胶比	1.57	0.17	0.47	0.17
骨胶比	14.35	1.67	5.23	2.53
截面边长/mm	300	100	133	41
减水剂用量/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	28.5	0	4.39	5.46
龄期/d	500	1	79	117
抗压强度/MPa	112	1.76	48.1	23.6

隐藏层及神经元个数)。这些超参数定义了整个模型的架构, 决定了模型的最终性能, 所以在模型建立时需要调整超参数来获得最优模型。由于不同算法模型的超参数类型和调优过程不同, 选择合适的优化方法来确定最佳超参数至关重要。本文采用贝叶斯优化 (Bayesian optimization, BO) 算法对模型进行调参, 大多数 DL 模型和超参数调优问题都是非凸优化问题, 而 BO 针对这种非线性非凸函数优化问题是个非常有效的工具^[21]。BO 算法由 Snoek 等^[22]提出, 主要是通过不断地添加样本点来更新目标函数的后验分布 (高斯过程), 直到后验分布基本贴合于真实分布。简而言之, 就是考虑了上一次参数的信息, 从而更好地调整当前的参数^[23], 避免了花费大量时间来搜索表现不佳的参数。将处理后的数据集按数据量 8:2 的比例随机分为训练集和测试集, 训练集输入模型进行训练和参数的确定。为避免数据集的随机划分导致结果具有偶然性, 调参时采用十折交叉验证的方式对当前模型进行评估, 测试集仅参与最终模型的预测, 模型超参数的取值见表 2。

2.3 模型预测结果及对比

经过多次迭代训练后, 得到 DNN 模型在训练集和测试集上的预测情况, 如图 3a 所示。DNN 模型在训练集和测试集上都显示出较好的预测性能, 除个别样本点离散程度较大, 大部分样本点的抗压强度预测值与实测值非常接近。为更全面地考察本文 DNN 模型的预测性能, 在相同的

表 2 模型超参数的取值
Table 2 Values of the model hyperparameters

超参数	描述	最终取值	取值范围
隐藏层数	除输入层和输出层以外的其他各层	6	1~10
神经元个数	每层的节点数	12,116,72,40,16,1	1~200
激活函数	向神经网络中引入非线性因素	ReLU	ReLU, Tanh, LReLU
优化器	帮助模型确定如何更新权重最大程度地降低损失函数	Adam	SGD, Adam, RMSProp
学习率	决定每步权重更新对当前权重的改变程度	0.001	1, 0.01, 0.001, 0.0001
正则化	改善模型泛化能力	Dropout	L1, L2, Dropout
epochs	模型训练迭代次数	1500	—
batch_size	单次传递给模型用以训练的数据量	16	1~50

训练和测试条件下,采用了 3 个常用算法模型与之比较,分别是极端梯度提升(extreme gradient boosting, XGBoost)模型、随机森林(random forest, RF)模型和反向传播(back propagation,

BP)神经网络模型,各模型的预测情况见图 3. 通过图 3 对比可以看出,本文所建 DNN 模型是预测效果最好的,其次是 XGBoost 模型,而 RF 模型和 BP 神经网络模型的预测能力则稍弱一些.

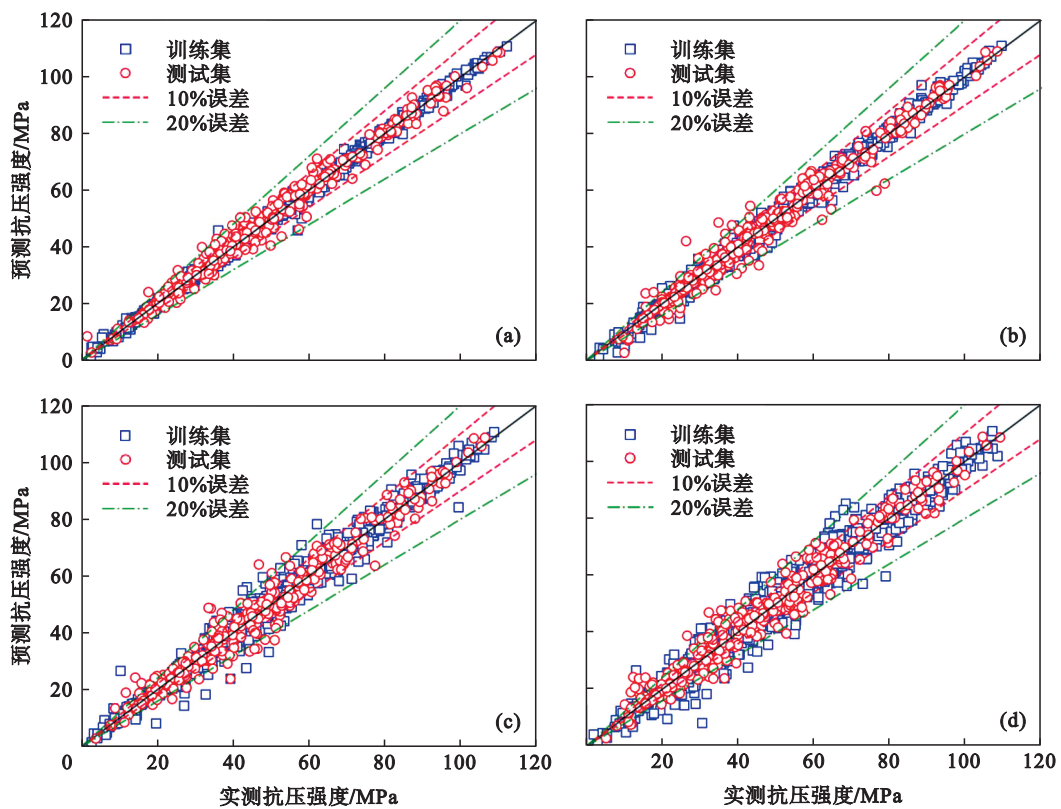


图 3 不同模型在训练集和测试集上的表现

Fig. 3 Performance of different models on the training and test sets
(a)—DNN 模型; (b)—XGBoost 模型; (c)—RF 模型; (d)—BP 模型.

采用 4 个常用的统计指标对各模型的性能进行评价,分别是:决定系数(R^2)、均方根误差(root-mean-squared error, RMSE)、平均绝对百分比误差(mean absolute percentage error, MAPE)、平均绝对误差(mean absolute error, MAE),计算结果见表 3. 模型的 R^2 越接近 1, RMSE, MAPE 和

MAE 越小,表明模型的拟合效果越好,模型优化结果误差越小.从评价指标可以看出,本文建立的 DNN 模型在预测性能上的表现是最好的. XGBoost 模型在训练集上表现非常好,但在测试集上并没有表现出很高的准确度,出现了较大的过拟合现象.

表 3 模型性能评价
Table 3 Models performance evaluation

模型	训练集				测试集			
	R^2	MAPE/%	RMSE/MPa	MAE/MPa	R^2	MAPE/%	RMSE/MPa	MAE/MPa
DNN	0.997 2	2.34	1.23	0.86	0.983 2	4.66	3.03	2.19
XGBoost	0.992 4	4.01	2.05	1.39	0.964 5	6.95	4.41	3.12
RF	0.965 0	7.28	4.42	3.15	0.938 1	8.62	5.82	4.28
BP	0.947 8	8.67	5.35	3.95	0.928 9	9.35	6.01	5.73

3 基于SHAP的可解释性分析

3.1 局部解释分析

基于DNN模型的预测结果,选择了3个样本数据,利用SHAP方法进行局部解释.样本取自文献[20]中的试件C300GGBS0(龄期180 d),C210GGBS90(龄期180 d)和C210GGBS90(龄期28 d).对抗压强度的最终预测是不同输入特征的SHAP值在基准值上相互抵消的结果,这里采用力图来可视化抵消的过程.图4是3个样本的力图,其中红、蓝色条分别表示对抗压强度值正向和负向的影响,色条的长度代表特征的SHAP值,即相应的影响程度,基准值为48 MPa.

由图4a可知,水胶比(0.75)对样本1的抗压强度预测起决定性作用,有很大程度的负向影响.由专业理论可知,水胶比与抗压强度之间的关系可解释为基体和界面过渡区的孔隙率,高水胶比意味着孔隙率偏大,从而导致抗压强度降低.结合基准值与各特征的SHAP值,DNN预测样本1的最终抗压强度是32.87 MPa,与试验值33.1 MPa接近.水泥用量($300 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$)和龄期(180 d)是对样本1抗压强度起正向作用的主要特征.

对图4b中样本2来说,高水胶比(0.75)依旧是降低抗压强度的典型负影响参数,龄期(180 d)和高炉矿渣替代率(质量分数为30%)是对抗压强度最重要的正影响参数.最终预测抗压强度是38.26 MPa,与试验值37.1 MPa相差较小.对比图4a与图4b可知,其他参数不变的情况下,随质量分数为30%的高炉矿渣对水泥的替代,水泥的SHAP值降低,对最终预测的正影响程度下降.而高炉矿渣替代率对最终预测的正向贡献升高,最终预测样本2的抗压强度值高于样本1.表明在胶凝材料总量相同时,掺入矿渣的混凝土比普通混凝土的抗压强度要高.虽然矿渣的胶凝性与水泥相比较弱,但它能吸收水化产物 $\text{Ca}(\text{OH})_2$,促进生成更多凝胶,改善混凝土的微观结构,促使抗压强度提高.

对图4c的样本3来说,龄期(28 d)与高炉矿渣替代率(30%)是典型的正影响参数,高水胶比

(0.75)是负向影响参数.最终预测抗压强度是29.85 MPa,与试验值30 MPa非常接近.对比图4c和4b可以看出,当样本龄期缩短为28 d时,龄期对抗压强度预测结果的正向贡献显著下降,最终预测样本3的抗压强度低于样本2的抗压强度.也就是说,DNN模型显示龄期对混凝土抗压强度的正向影响程度随龄期的增长而增大.这意味着在其他条件相同的情况下,延长龄期可以使矿渣混凝土获得更高的抗压强度.矿渣的水化反应比较慢,需要水泥的水化产物 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 作为激发剂,所以矿渣在水化反应后期(一般在28 d以后)才会表现出明显的增强作用.

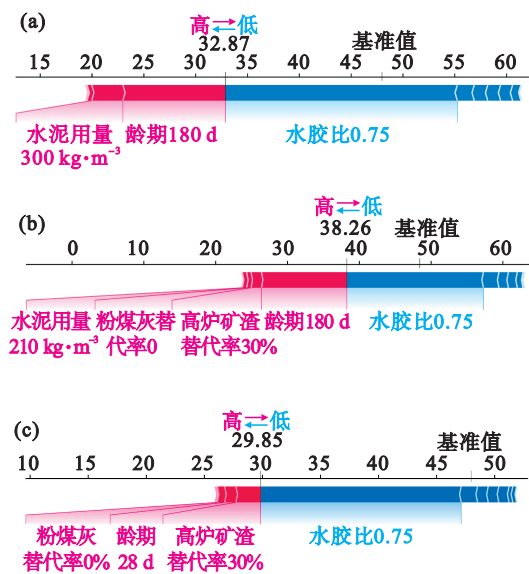


图 4 样本力图

Fig. 4 Force plot of samples

(a)一样本1 C300GGBS0(180 d); (b)一样本2 C210GGBS90(180 d); (c)一样本3 C210GGBS90(28 d).

以上3个样本的SHAP分析结果表明,适当的高炉矿渣替代率和较长的龄期有助于混凝土发展更高的抗压强度.文献[20]中基于试验得出结论:有效利用高炉矿渣在胶凝材料中占比的最佳水平,可以使混凝土产生较高的抗压强度,并且随着养护龄期的延长,混凝土的抗压强度值提升较大.本文样本的SHAP值分析结果与该结论

相符合,验证了本文模型预测的合理性.

3.2 全局解释分析

全局解释旨在给出全局的特征影响趋势.图 5 为所有特征参数的 SHAP 值汇总图,给出了数据集中所有样本点的单个特征的 SHAP 值分布.图 5 中,特征参数按照对抗压强度贡献的重要程度从上到下排序,横轴的 SHAP 值正、负代表对输出结果的正、负影响,绝对值越大,影响程度越大.颜色代表特征参数取值的大小,蓝色表示较低的值,红色表示较高的值.因此,图 5 不仅可以展示特征参数的重要性,还可以揭示特征的变化对抗压强度的影响趋势.

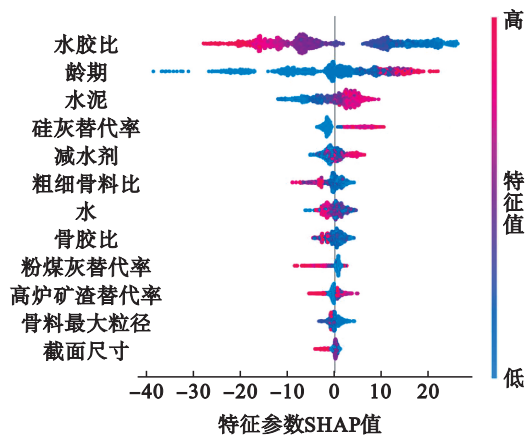
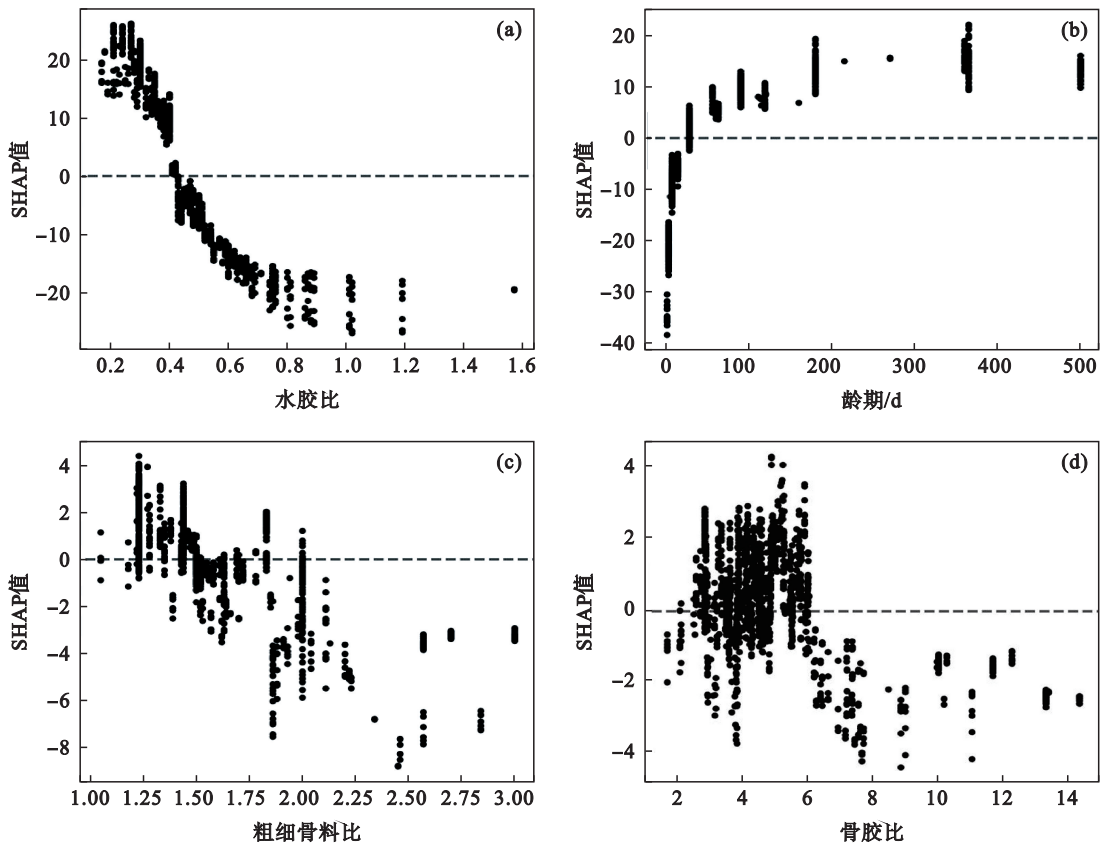


图 5 SHAP 值汇总图

Fig. 5 Summary plot of SHAP values

由图 5 可知,水胶比是影响抗压强度最重要的参数,这与局部解释得出的结论一致.水胶比越大,负 SHAP 值越大,对抗压强度的负向作用越大.同样,粗细骨料比、水的用量、骨胶比、粉煤灰替代率、骨料最大粒径等的 SHAP 值也随参数值的增大而逐渐变为负值,对抗压强度产生负向作用.长龄期对抗压强度有正向作用,水泥用量、硅灰替代率和减水剂用量等对抗压强度的正向作用随参数值的增大而增大,说明龄期、水泥用量、硅灰替代率和减水剂用量与抗压强度呈正相关.而矿渣替代率对抗压强度的影响存在先上升后下降的趋势.因为矿渣掺料对水泥的替代率过大,势必会造成水泥用量减少,起激发作用的 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 含量减少,使矿渣的水化条件劣化,所以矿渣的替代率并非越大越好.

图 6 绘制了水胶比、龄期、粗细骨料比、骨胶比、硅灰替代率和高炉矿渣替代率的依赖图,通过图 6 可以更深入地了解参数变化对抗压强度的影响. DNN 模型显示这 6 个参数对抗压强度影响的总体规律是:水胶比、粗细骨料比和骨胶比的增加将降低抗压强度预测值;龄期、硅灰替代率和高炉矿渣替代率的增大将增加抗压强度预测值.从图 6a 中可以明显看出,水胶比与抗压强度成反比.由图 6b 可得,龄期的 SHAP 值随龄期的增长而增大,并且在 28 d 之前增幅迅速,28 d 以



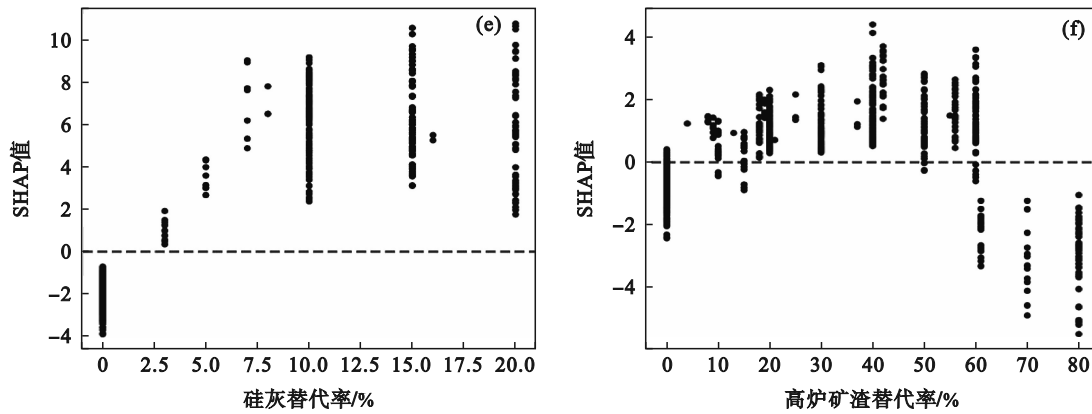


图6 SHAP特征依赖图

Fig. 6 Feature dependence plots by SHAP

(a)—水胶比; (b)—龄期; (c)—粗细骨料比; (d)—骨胶比; (e)—硅灰替代率; (f)—高炉矿渣替代率.

后减缓,这与混凝土的水化反应过程一致.由图6c可以看出,粗细骨料比大于1.5后,SHAP值基本为负,对抗压强度主要起负作用,并且随着比值的增大,对抗压强度的降低程度越大.由图6d所示,当骨胶比高于6时,SHAP值为负,对抗压强度值起负向的贡献.高骨胶比意味着胶凝材料用量较少,无法密实填充骨料之间的缝隙,因此骨胶比不宜高于6.此外,骨胶比在3~5之间能获得较高的正SHAP值,说明骨胶比在3~5之间是较好的配比.图6e表明,硅灰替代率低于10%时,SHAP值随替代率的增大而增大,超过10%以后的增幅不太明显.这意味着硅灰替代率在10%左右即可对抗压强度起到较好的提升.图6f显示,随着高炉矿渣替代率的增加,SHAP值呈现先增大后减小的趋势.即存在一个最佳替代率,使抗压强度最大化,这与大多数试验的观测结果一致.由图6f还可得,当高炉矿渣替代率在40%左右时,对抗压强度的提升效果最好.需要说明的是,本文分析所得结果依据的是本文建立的文献数据库中的试验数据,对于数据库范围外的情况需要进一步讨论.

4 结 论

1) DNN模型较好地反映了各特征参数之间复杂的非线性关系,相较其他机器学习算法模型具有更高的预测精度和泛化能力.

2) 所取样本的SHAP值分析结果与基于试验得到的结论一致,验证了本文模型对混凝土抗压强度的预测合理性和可靠性,可以利用本文模型结合传统试验方法进行更有效、更全面的混凝土力学性能研究.

3) 全局解释分析表明,在12个输入特征中,

影响抗压强度最重要的两个特征是水胶比和龄期.水胶比、粗细骨料比和骨胶比的增加将降低预测的抗压强度;龄期、硅灰替代率、水泥用量、减水剂用量和高炉矿渣替代率等的增大对增强混凝土抗压强度有积极的影响.

参考文献:

- [1] Liu G H, Zheng J. Prediction model of compressive strength development in concrete containing four kinds of gelled materials with the artificial intelligence method[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(6): 1039.
- [2] 樊健生, 王琛, 宋凌寒. 土木工程智能计算分析研究进展与应用[J]. *建筑结构学报*, 2022, 43(9): 1-22.
(Fan Jian-sheng, Wang Chen, Song Ling-han. Research and application of intelligent computation in civil engineering [J]. *Journal of Building Structures*, 2022, 43(9): 1-22.)
- [3] Chaabene W B, Flah M, Nehdi M L. Machine learning prediction of mechanical properties of concrete: critical review[J]. *Construction and Building Materials*, 2020, 260: 119889.
- [4] Zhang X Q, Akber M Z, Zheng W. Prediction of seven-day compressive strength of field concrete[J]. *Construction and Building Materials*, 2021, 305: 124604.
- [5] Asteris P G, Skentou A D, Bardhan A, et al. Predicting concrete compressive strength using hybrid ensembling of surrogate machine learning models[J]. *Cement and Concrete Research*, 2021, 145: 106449.
- [6] Yu P, Qiu H F, He S, et al. Pore structure and prediction of mechanical properties by ANN of concrete mixed MK and SF under hydrochloric acid corrosion[J]. *Construction and Building Materials*, 2023, 409: 133665.
- [7] Rudin C. Stop explaining black box machine learning models for high stakes decisions and use interpretable models instead[J]. *Nature Machine Intelligence*, 2019, 1(5): 206-215.
- [8] Lundberg S M, Lee S I. A unified approach to interpreting model predictions [C]//31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS). Long Beach: Curran Associates Inc, 2017: 4765-4774.
- [9] 郭丽丽, 丁世飞. 深度学习研究进展[J]. *计算机科学*, 2015, 42(5): 28-33.
(Guo Li-li, Ding Shi-fei. Research progress on deep learning [J]. *Computer Science*, 2015, 42(5): 28-33.)

(下转第 752 页)