

考虑稳定边界和侧倾稳定的车辆路径跟踪控制

唐传茵¹, 潘律¹, 李静红², 章明理¹

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 上海电机学院 机械学院, 上海 201306)

摘要: 为了解决无人驾驶车辆的路径跟踪任务中跟踪精度和车辆稳定性之间的冲突问题,提出了一种考虑横向和侧向稳定的路径跟踪控制器。首先以四轮独立驱动智能车为研究对象,设计了一种基于主动转向和电机驱动扭矩分配的整体模型预测控制器,以保证车辆在极端工况下的稳定和跟踪精度。然后通过相位图法和轮胎最大侧偏角设计车辆稳定性约束以优化动力学性能,利用零力矩方法建立侧倾约束,防止侧倾。最后在仿真中对比现有控制器,结果表明,所提出的控制器能够最大化地发挥车辆动力学极限,并在保证车辆稳定性的同时提高车辆的路径跟踪精度。

关键词: 横向稳定边界;侧倾稳定性;路径跟踪控制;智能车;模型预测控制

中图分类号: U 270.1 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)08-1123-12

Vehicle Path Tracking Control Considering Stability Boundaries and Roll Stability

TANG Chuan-yin¹, PAN Lyu¹, LI Jing-hong², ZHANG Ming-li¹

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. School of Mechanical Engineering, Shanghai Dianji University, Shanghai 201306, China. Corresponding author: TANG Chuan-yin, E-mail: monsigor@aliyun.com)

Abstract: To address the conflict between tracking accuracy and vehicle stability in the path tracking task of autonomous vehicles, a path tracking controller considering lateral and roll stability was proposed. Firstly, a four-wheel independently-driven intelligent vehicle is taken as the research object to develop an integrated model predictive controller based on active steering and motor-driven torque distribution to ensure vehicle stability and tracking accuracy under extreme conditions. Secondly, vehicle stability constraints are designed using the phase plot method and the maximum side slip angle of tires to optimize dynamic performance, while roll constraints are established using the zero-moment method to prevent rollover. Finally, simulations comparing the proposed controller with the existing ones demonstrate that the new controller can maximize vehicle dynamics to the fullest, and enhance path tracking precision while concurrently ensuring vehicle stability.

Key words: lateral stability boundary; roll stability; path tracking control; intelligent vehicle; model predictive control

随着交通环境复杂化程度的提高,进行轨迹跟踪时的主动安全避障性能,对于自动驾驶车辆日益重要。提高跟踪精度的同时保证车辆稳定性是无人驾驶技术需要解决的重要现实问题。由于需要兼顾跟踪精度和行驶安全性,路径跟踪控制仍是自动驾驶汽车面临的主要挑战之一。

对于车辆的轨迹跟踪与稳定性控制,目前有许多国内外学者在寻求最优策略。考虑到多约束和模型的复杂程度,以模型预测控制算法设计控制器已被证明是可行的方案。Falcone等^[1]提出了基于模型预测控制的非线性和线性控制器,用于控制轨迹跟踪。Tjonas等^[2]采用主动转向结合制

动力分配的方法设计了一种控制器,与仅使用主动转向相比,提高了横摆稳定性且保证一定的跟踪精度.上述方法由于车辆性能的原因,跟踪精度和稳定性受到了限制,电动四轮独立驱动车辆的出现,利用过度驱动来控制电动车各个车轮的转矩以获得更好的车辆行驶性能已经实现^[3-5].

上述的研究都考虑到了横摆角速度和质心侧偏角,但考虑的范围略有保守.如何发挥车辆的极限动力学性能以提高跟踪精度而又不会发生失稳是一个难题.针对无人驾驶车辆横摆稳定性分析,相平面分析法是有效的方法.Samsundar等^[6]建立了横摆角速度-侧向加速度相平面,利用求得的相轨迹切点得到横向稳定性的包络边界.Bobier-Tiu等^[7]分析了相位图鞍点的性质,将相位图在车辆动力学中的应用扩展到控制层,通过转向和制动增强车辆开环的稳定性.Cui等^[8]通过分析相位图,直接将车辆的稳定性约束转化为前轮转向角的约束,实现路径跟踪、横向稳定和实时计算方面的有效性.

车辆在紧急转向时会有侧翻的风险,因此车辆的侧倾也是关乎车辆安全的重要指标.Parida等^[9]建立车辆侧翻的分离动力学模型,使用分离动力学模型结合横摆角速度设计了基于主动悬架的侧倾稳定技术,以及针对任意转向输入的合成控制的验证,所述任意转向输入不排除车轮离地条件的严重机动.通过分析车辆横向稳定性,结合设计载荷转移比来限制轮胎离地,从而达到避免车辆发生侧翻.Stankiewicz等^[10]利用零力矩点的方法估计车辆发生侧翻的可能性,使得控制系统可以提前做出反应.Tian等^[4]将力矩点转化为一个约束置入控制器中,从而提高车辆防侧翻的能力.

通过上述分析可以发现,对于电动四轮驱动的智能车辆来说,只采用前轮转向作为控制输入进行轨迹跟踪和车辆稳定性调节已经无法发挥车辆的极限性能.通过主动转向结合车轮力矩对车辆进行控制成为了该问题的较优解.此外,当车辆以较为极限的条件行驶时,其侧翻稳定性也应该考虑在内.

针对既能够发挥车辆极限动力学性能,提高智能车辆跟踪精度的同时又保证车辆稳定性的问题,本文提出了一种考虑横向稳定边界和侧倾稳定性的智能车路径跟踪控制方法.设计了车辆横摆稳定性包络区间,建立了横摆角速度-质心侧偏角相平面,分析了前轮转向时相位图中平衡

点和鞍点的变化规律.结合车辆前后轮最大侧偏角设计了车辆稳定性边界,发挥车辆的动力学极限,从而提高了车辆跟踪精度.考虑到车辆在进行极限运动时有侧翻的可能性,利用零力矩点的分析方法建立了防侧翻约束.针对四轮独立驱动车辆,采用前轮转角与附加横摆力矩作为控制输入,充分发挥车辆性能,在保证车辆稳定性的同时提高轨迹跟踪能力.综合上述设计,设计了基于模型预测控制算法的轨迹跟踪控制器框架,并将横摆稳定性、侧倾稳定性作为约束条件置入该框架.最后,利用Matlab/Simulink和CarSim联合仿真平台验证了所提出算法的有效性.

1 车辆模型

1.1 车辆动力学模型

采用三自由度单轨模型作为车辆动力学模型,如图1所示.考虑车辆横向速度、纵向速度和侧倾的动力学之间耦合关系,利用悬架阻尼和刚度的特性描述车辆侧倾动力学.由牛顿定律可得

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{v}_y + v_x \gamma) &= F_{yf} \sin \delta + F_{yf} + F_{yr}, \\ I_z \dot{\gamma} &= (F_{yf} \sin \delta + F_{yf}) L_f - F_{yr} L_r + M, \\ I_x \ddot{\phi} &= m_s h (\dot{v}_y + v_x \gamma) + m_s g h \phi - K_\phi \phi - D_\phi \dot{\phi}, \\ \dot{e}_y &= v_x \sin(e_\phi) + v_y \cos(e_\phi), \\ \dot{e}_\phi &= \gamma - \kappa v_x. \end{aligned} \right\} (1)$$

假设纵向速度不变,并进行小角度假设^[11],则(1)式可简化为

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}_y &= (F_{yf} + F_{yr})/m - v_x \gamma, \\ \dot{\gamma} &= (F_{yf} L_f - F_{yr} L_r + M)/I_z, \\ \ddot{\phi} &= [m_s h (\dot{v}_y + v_x \gamma) + m_s g h \phi - K_\phi \phi - D_\phi \dot{\phi}]/I_x, \\ \dot{e}_y &= v_x e_\phi + v_y, \\ \dot{e}_\phi &= \gamma - \kappa v_x. \end{aligned} \right\} (2)$$

式中: v_x 和 v_y 分别为车体中心的纵向和横向速度; m 为车辆的重心质量; m_s 为簧上质量; M 为横摆力矩; g 为重力加速度; γ 为车辆横摆角速度; δ_f 为前轮转角; I_x 和 I_z 分别表示车身绕 x 和 z 轴的转动惯量; L_f 和 L_r 分别为车辆重心到前轴和后轴的距离; h 为车辆的质心高度; F_{yf} 和 F_{yr} 分别为前轮和后轮的侧向力; F_{xf} 和 F_{xr} 分别为前轮和后轮的纵向力; ϕ 为车辆的侧倾角; κ 为道路曲率; K_ϕ 和 D_ϕ 分别为悬架侧倾刚度和阻尼; e_y 和 e_ϕ 分别为车辆与参考路径的横向偏差和航向角偏差.车辆基本参数见表1.

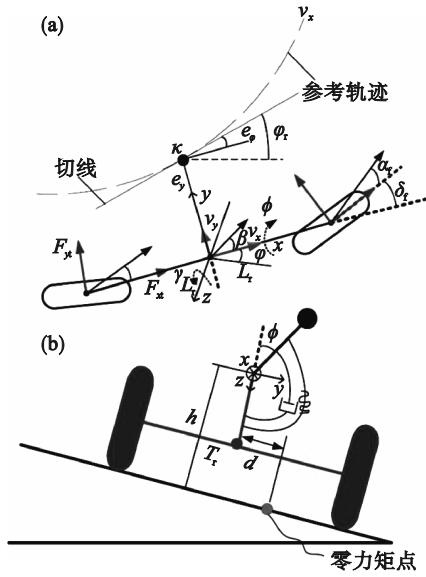


图 1 车辆动力学模型

Fig. 1 Vehicle dynamics model

(a)—俯视图; (b)—后视图.

表 1 车辆基本参数

Table 1 Basic vehicle parameters

参数	数值
整车质量 m/kg	1 760
簧上质量 m_s/kg	1 598
质心高度 h/m	0.6
轮距 T_r/m	1.6
悬架侧倾刚度 $K_\phi/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-2})$	145 330
悬架侧倾阻尼 $D_\phi/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-2})$	4 500
前轴到质心的距离 L_f/m	1.4
后轴到质心的距离 L_r/m	1.6
后轮侧偏刚度 $C_{ar}/(\text{kN} \cdot \text{rad}^{-1})$	55
前轮侧偏刚度 $C_{af}/(\text{kN} \cdot \text{rad}^{-1})$	55
x 轴转动惯量 $I_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	750
z 轴转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1 636

1.2 轮胎模型

为了允许路径跟踪控制发挥车辆的极限性能,考虑非线性轮胎特性.忽略制动/驱动力的影响,使用魔术轮胎模型对轮胎侧向力进行建模:

$$F_y = -\mu D_y \left\{ C_y \arctan \left[B_y \alpha + E_y \left(B_y \alpha - \arctan(B_y \alpha) \right) \right] \right\}. \quad (3)$$

其中: C_y 是形状因子; B_y 是刚度因子; D_y 是曲线峰值系数; E_y 是曲率因子,与轮胎的垂向力大小相关; α 是轮胎滑移角; μ 是道路附着系数.轮胎侧向力与其侧偏角的关系如图 2 所示.

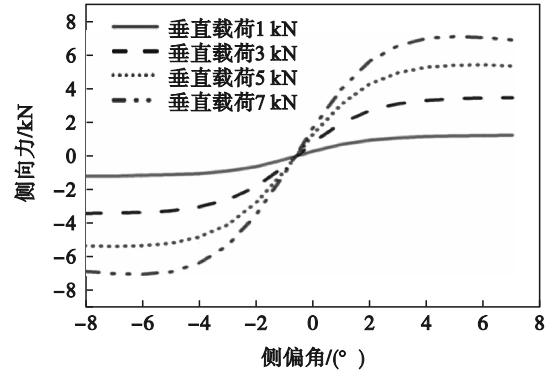


图 2 轮胎侧向力与侧偏角的关系

Fig. 2 Relationship between tire lateral force and sideslip angle

为了降低控制器的计算复杂程度以获得计算的实时性,对式(3)中使用的魔术轮胎模型进行线性化:

$$\left. \begin{aligned} F_{yf} &= \bar{C}_{af} \cdot \alpha_f, \\ F_{yr} &= \bar{C}_{ar} \cdot \alpha_r. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: \bar{C}_{af} 和 \bar{C}_{ar} 是线性区域中前轴和后轴的侧偏刚度; α_f 和 α_r 表示前、后轮胎侧偏角.轮胎模型线性化可通过估计得到, α_f 和 α_r 可由式(5)估计:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_f &\approx \frac{v_y + L_f \gamma}{v_x} - \delta_f, \\ \alpha_r &\approx \frac{v_y + L_r \gamma}{v_x}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

进一步考虑到非线性轮胎特性, C_{af} 和 C_{ar} 是前轴和后轴的等效侧偏刚度,定义为

$$\left. \begin{aligned} C_{af} &= \frac{\mu}{\mu_0} \times \frac{\bar{C}_{af}}{\gamma_{af} \alpha_f^2 + 1}, \\ C_{ar} &= \frac{\mu}{\mu_0} \times \frac{\bar{C}_{ar}}{\gamma_{ar} \alpha_r^2 + 1}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在每个采样时间,转弯刚度变化应随轮胎打滑角更新. μ_0 是标称道路附着系数; μ 是道路附着系数; γ_{af}, γ_{ar} 分别为轮胎模型的前、后轮胎的形状因子.在本文中,考虑标称道路附着系数 $\mu_0=0.85$, 轮胎模型的前、后轮胎的形状因子值分别取 27, 33 rad^{-2} .

以前轮转角 δ_f 和横摆力矩 M 作为控制输入,道路曲率 κ 作为附加输入,结合式(1)~式(6),定义 $\mathbf{x}=[v_y, \gamma, \dot{\phi}, \phi, e_y, e_\phi]^T$, $\mathbf{y}=[e_y, e_\phi]^T$, $\mathbf{u}_1=[\delta_f, M]^T$, $\mathbf{u}_2=\kappa$, 车辆动力学模型表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_2, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{C_{af}+C_{ar}}{mv_x} & \frac{L_r+C_{af}L_f}{mv_x} & -v_x & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_{af}L_f-C_{ar}L_r}{I_z v_x} & \frac{C_{af}L_f^2-C_{ar}L_r^2}{I_z v_x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{h(C_{af}+C_{ar})}{I_x v_x} & \frac{h(L_r+C_{af}L_f)}{I_x v_x} & -\frac{D_\phi}{I_x} & \frac{m_s g h - K_\phi}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{C_{af}}{m} & 0 \\ -\frac{L_f}{I_z} & \frac{1}{I_z} \\ -\frac{hC_{af}}{I_x m_s} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -v_x \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2 车辆的安全跟踪行驶控制

车辆的稳定性主要包括横向稳定性和侧倾稳定性.其中,横向稳定性可表示为车辆按照驾驶指令保持稳定驾驶的能力;侧倾稳定性体现了车辆抵抗侧翻的能力,侧倾稳定性也是车辆稳定性的重要指标.

为此,本文分析了前轮转角与相平面的变化规律,建立稳定包络曲线以确定稳定域,最后推导出合理的稳定性约束条件.对于车辆的侧倾稳定性,挑战在于侧倾开始发生的时刻难以预测,特别是高速行驶于大曲率的路况时.在设计防侧倾约束时,进行力矩归一化,然后分析零力矩点位置,最后以即将发生侧倾时刻的零力矩点作为预防车辆发生侧翻的条件.

2.1 车辆横向稳定性分析

车辆进行转向时轮胎的侧向力会有所增加,若是转向角增大到一定角度,轮胎的侧向力将进入非线性饱和区域,车辆很容易发生失稳.当车辆前轮侧向力饱和时,容易失去转向能力无法跟踪期望轨迹;当后轮侧向力饱和时,容易产生甩尾等失稳动作.质心侧偏角 β 是描述车辆轨迹跟踪偏离程度的物理量;在质心侧偏的值较小的情况下,横摆角速度 γ 的大小决定了汽车的转弯能力,因此,使用这两个参数来表征车辆的稳定性.

相平面图用于分析系统的动态变化,可以从图形中找出系统平衡点的位置及其稳定区域.通过车辆动力学模型,建立 γ 与 β 的微分方程:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{2L_f F_{yf} \cos \delta_f - 2L_r F_{yr}}{I_z}, \\ \dot{\beta} &= \frac{2F_{yf} \cos \delta_f + 2F_{yr}}{mv_x} - \dot{\phi}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

结合式(8)和式(3),在确定了 v_x 、 δ_f 和 μ 的情况下,对方程赋不同的初值得出 γ - β 的相位图.当车速为98 km/h、路面附着系数为0.85时,不同前轮转角下的相平面图如图3所示,图中圆点表示稳定的平衡点,三角形表示鞍点.

从图3中可以看出,随着前轮转角不断改变,平衡点从坐标中心(0,0)向右下方发生漂移,这表明系统的稳定态在发生变化.随着前轮转角的绝对值不断增大,平衡点向着右下方的鞍点漂移,前轮转角为-0.20 rad时平衡点与鞍点发生交叉,前轮转角继续减小至-0.31 rad时平衡点消失,这时车辆的状态已经处于失稳状态.

为了最大化地发挥车辆瞬时极限性能,可认为车辆动力学稳定极限与车辆即将发生失稳的状态一致^[4].对相平面图的分析可知车辆的稳态区域极限与鞍点有关;此外,一般采用后轮侧向轮胎力的峰值对应的侧偏角表示车辆横向的稳定极限,因此,可使用后轮最大侧偏角计算质心侧偏角的最大值.当前轮转向角增大时,其侧偏角也会增大,若是前轮的侧偏角达到最大时,也会导致车辆趋向于极限转向不足状态,可能会发生失稳.所以,也要考虑到前轮的侧偏角达到极限时的情况.因此,可结合前、后轮对应的最大、最小侧偏角和鞍点的位置设计车辆稳定性判据.

I_{\max} 和 I_{\min} 分别表示后轮确定的最大和最小侧偏角,表示后轮所能达到的稳定极限,公式为

$$\left. \begin{aligned} I_{\max} &= L_r \gamma v_x^{-1} - \tan(\alpha_{s,r}), \\ I_{\min} &= -L_r \gamma v_x^{-1} - \tan(\alpha_{s,r}). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中, $\alpha_{s,r}$ 为后轮最大侧偏角.

J_{\max} 和 J_{\min} 分别表示前轮确定的最大和最小侧偏角,表示前轮所能达到的稳定极限,公式为

$$\left. \begin{aligned} J_{\max} &= -L_f \gamma u_c^{-1} + \tan(\alpha_{s,f} + \delta_f), \\ J_{\min} &= L_f \gamma u_c^{-1} - \tan(-\alpha_{s,f} + \delta_f). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中: $\alpha_{s,f}$ 为前轮最大侧偏角; u_c 为车辆横摆速度.

H_{\max} 和 H_{\min} 为鞍点确定的直线,公式为

$$\left. \begin{aligned} H_{\max} &= \mu g v_x^{-1}, \\ H_{\min} &= -\mu g v_x^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

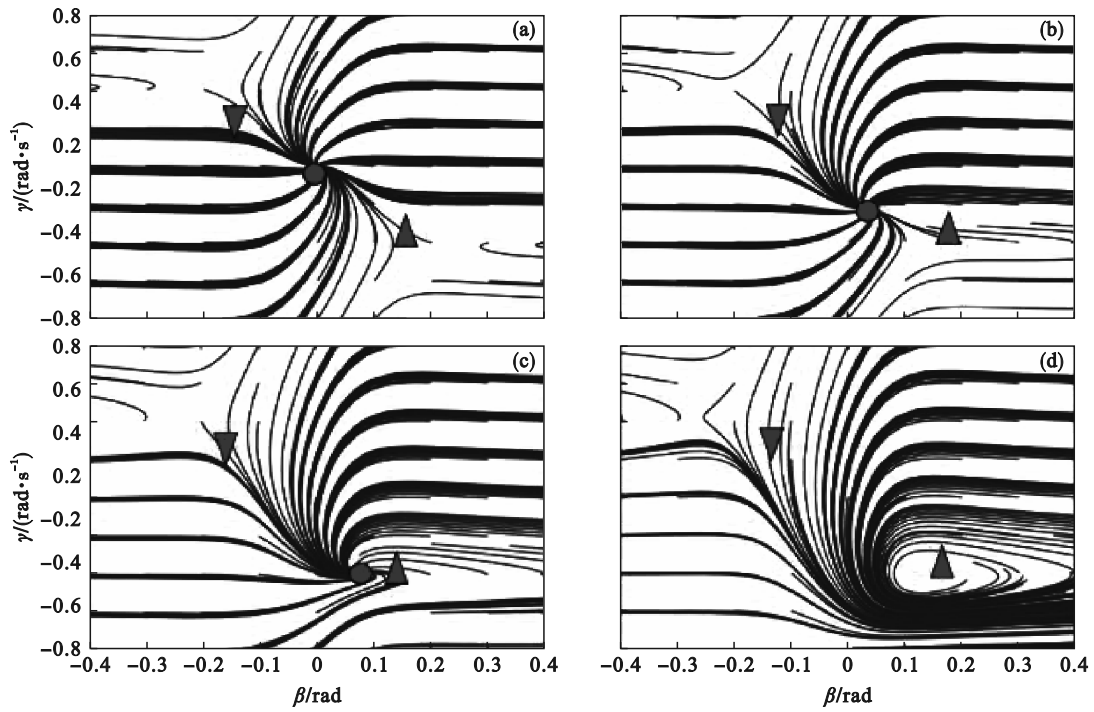


图 3 不同前轮转角下的相平面图

Fig. 3 Phase plan under different front wheel angles

(a) $\delta_f=0$ rad; (b) $\delta_f=-0.12$ rad; (c) $\delta_f=-0.20$ rad; (d) $\delta_f=-0.31$ rad.

图 4 为车速保持在 27 m/s 时不同前轮转角下的稳定边界. 当前轮进行转向时, 可通过相位图看出稳定点与前、后轮对应的最大和最小侧偏角所确定的稳定边界的关系. 从图中可以看到, J_{max} 和 J_{min} 随着前轮转角的变化而变化, 平衡点的位置从 (0, 0) 逐渐趋向鞍点位置. 当前轮转角达

到 -0.20 rad 时, H_{max} 和 J_{max} 相交且交点在鞍点附近 (图 4c), 表明此处已经处于车辆失稳极限, 当转向角继续增加, 鞍点消失且前轮所确定的 J_{max} 和 J_{min} 包络线与 H_{max} 和 H_{min} , I_{max} 和 I_{min} 无法形成闭合包围区域, 这表明此刻车辆将趋于不稳定状态, 如图 4d 所示.

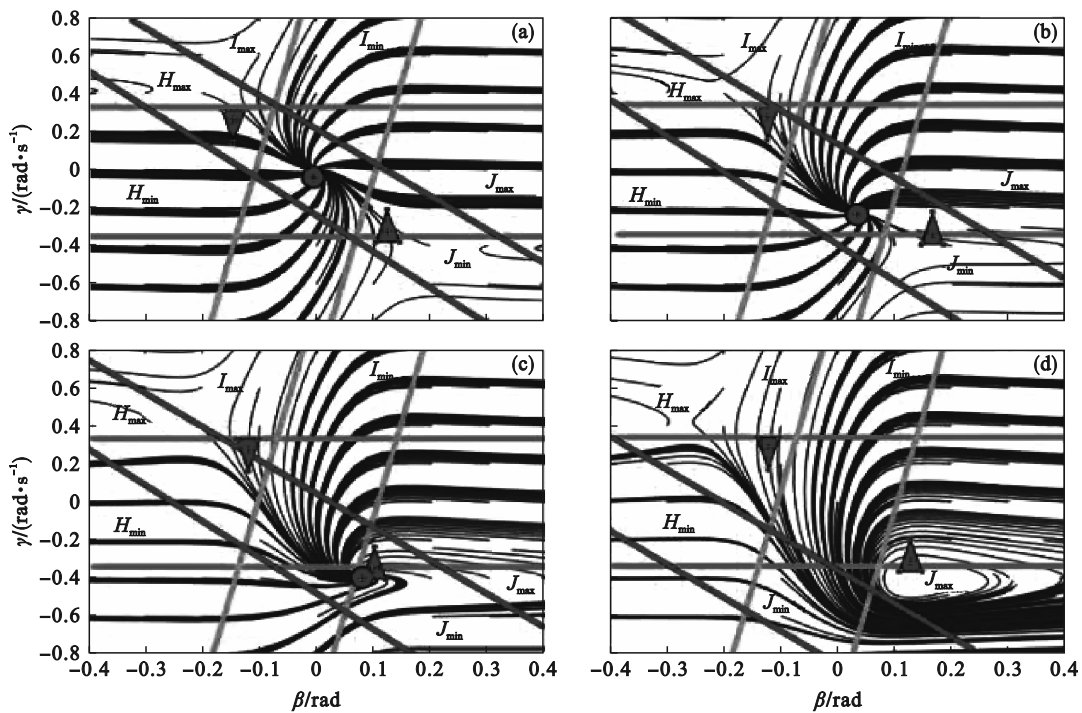


图 4 27 m/s 时不同前轮转角下的稳定边界

Fig. 4 Stability boundary under different front wheel angles at 27 m/s

(a) $\delta_f=0$ rad; (b) $\delta_f=-0.12$ rad; (c) $\delta_f=-0.20$ rad; (d) $\delta_f=-0.31$ rad.

假设纵向车速恒定,综合考虑鞍点附近的最大与最小横摆速度、前后轮确定的最大与最小侧偏角范围和当前车速下前轮的最大与最小稳定转向角,可以推导出车辆横向稳定性的稳定域为

$$\left. \begin{aligned} -\lambda_1 \leq \lambda_0 \gamma - \beta \leq \lambda_1, \\ -\lambda_3 \leq \gamma - \lambda_2 \beta \leq \lambda_3. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中, $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为稳定域边界系数,受到车辆纵向速度、路面附着系数、前轮转角等因素的影响,也是确定稳定域边界的关键。

结合系统状态 $\mathbf{x} = [v_y, \gamma, \dot{\phi}, \phi, e_y, e_\phi]^T$, 每个时刻基于该包络的横向稳定性判据可写成以下形式:

$$-I_s(k) \leq V_s(k) \eta(k) \leq I_s(k). \quad (13)$$

式中, $\eta(k)$ 为稳定裕度;

$$\left. \begin{aligned} V_s(k) &= \begin{bmatrix} -1/v_x & \lambda_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda_2/v_x & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ I_s(k) &= \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中,

$$\lambda_0 = L_r v_x^{-1}, \lambda_1 = \tan(\alpha_{s,r}), \lambda_2 = \frac{v_x}{L_r}, \lambda_3 = \frac{v_x}{L_r} \tan(\alpha_{s,r}).$$

该封闭的包络曲线作为控制器里的一个约束,保证车辆行驶时的横向稳定性。

图5是车速保持在22 m/s时不同前轮转角下的稳定边界图.通过平衡点的位置可以看出,该平衡点一直保持在本文设计的稳定性约束范围内.此外,通过与图4对比可以发现,采用相同前轮转角的情况下,较低的车速引起稳定边界图中平衡点漂移程度将会下降。

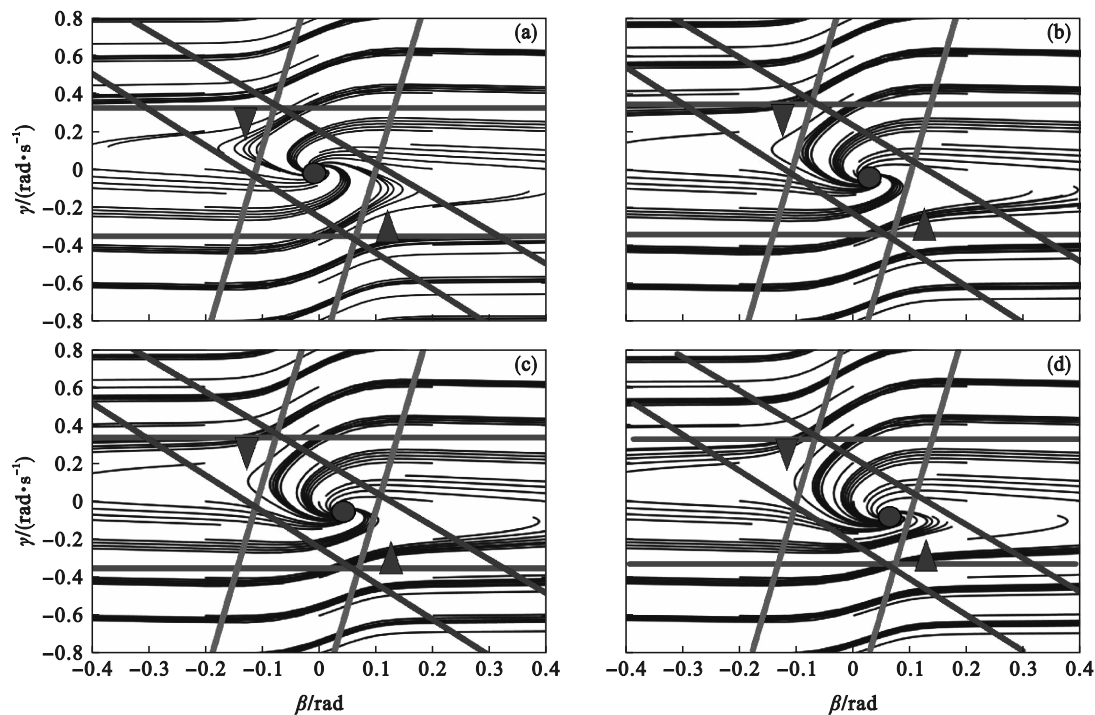


图5 22 m/s时不同前轮转角下的稳定边界

Fig. 5 Stability boundary under different front wheel angles at 22 m/s

(a) $\delta_f = 0$ rad; (b) $\delta_f = -0.12$ rad; (c) $\delta_f = -0.20$ rad; (d) $\delta_f = -0.31$ rad.

2.2 车辆的侧倾约束

车辆侧倾稳定性对于车辆的行驶至关重要,特别是在高速和大曲率极端条件下,零力矩点是地面上由于重力和惯性力作用在物体上产生的侧翻力矩之和为零的点^[12].图6为零力矩点示意图,当倾斜路面的倾斜角过大或者侧向力过大,将导致零力矩点移到轮距之外,如图6d所示,此时车轮将抬起,有侧翻的风险。

通过预设零力矩点可以预测当输入不适合的前轮转角导致车轮抬起的风险.因此,可以将

零力矩点作为模型预测控制器的一个防侧翻约束,通过给出归一化的零点力矩,可以对前轮转角进行约束以纠正转向输入从而降低车辆侧翻风险.零力矩点的横向偏移记为 d ,并将其相对于车辆轮距进行归一化:

$$\bar{d} = 2[h\phi + h(\dot{v}_y + \gamma v_x)g^{-1} - I_x \ddot{\phi}(mg)^{-1}]T_r^{-1}. \quad (15)$$

结合状态空间方程 $\mathbf{x} = [v_y, \gamma, \dot{\phi}, \phi, e_y, e_\phi]^T$, 可以将 \bar{d} 表示为

$$\bar{d}(k) = N_1 \dot{\mathbf{x}}(k) + \dot{N}_2 \mathbf{x}(k). \quad (16)$$

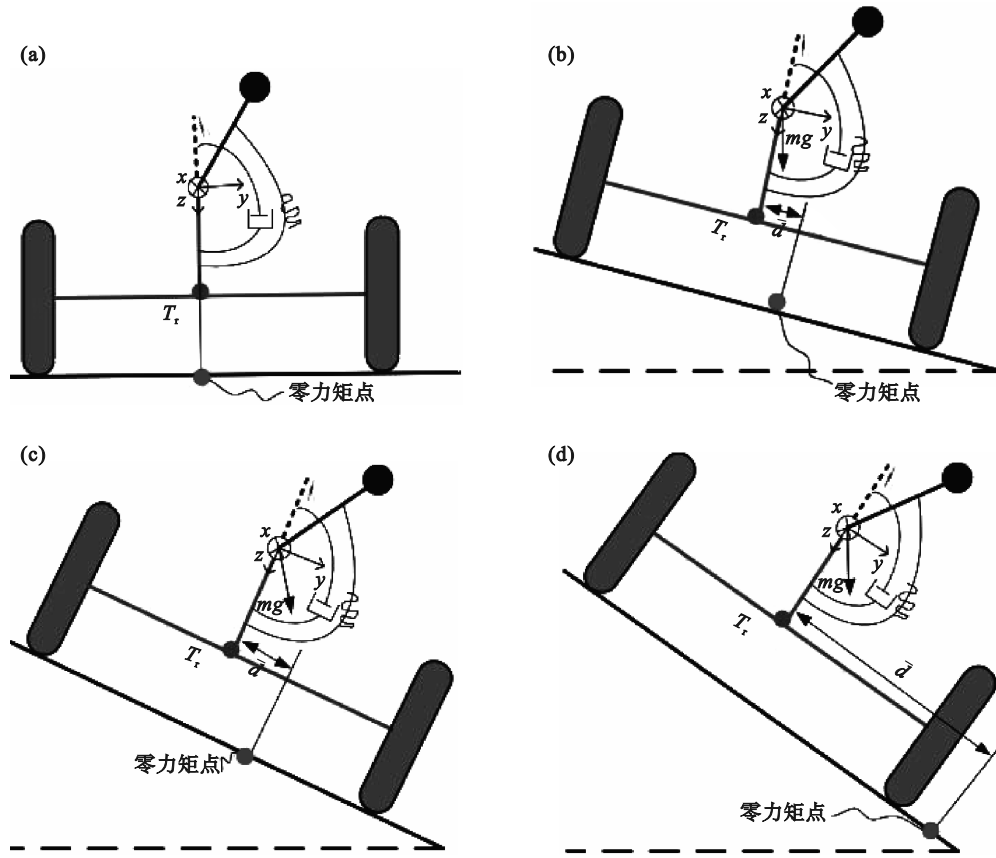


图 6 零力矩点示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the zero-moment point

(a)—水平路面; (b) —倾斜路面但车辆无侧向力; (c) —倾斜路面且车辆有侧向力;
(d) —倾斜路面的倾斜角过大或者侧向力过大.

其中,

$$N_1 = \begin{bmatrix} 2h/(gT_r) & 0 & -2I_x/(mgT_r) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2hv_x(gT_r)^{-1} & 0 & 2hT_r^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

则车辆侧翻稳定性约束可表示为

$$-\bar{d} \leq \bar{d}(k) \leq \bar{d}. \quad (17)$$

\$\bar{d}\$ 的取值范围为 \$[0.60, 0.95]\$, 根据实际情况选取.

3 模型预测控制器设计

模型预测控制由于其独特的框架, 目前广泛应用于车辆轨迹跟踪与稳定性控制中^[13-18]. 在此, 提出一种基于模型预测控制算法的无人驾驶车辆路径跟踪控制器. 该控制器的主要目标是确保在不同工况下, 有较好跟踪精度、偏航稳定性和具有防侧倾的能力. 如图 7 所示, 该控制器需要 2 个外部输入: 参考轨迹的参数以及车辆状态, 控制器的控制输入为前轮转角 \$\delta_f\$ 和附加横摆力矩 \$M\$.

为了得到线性化时变模型, 通过使用欧拉近

似法, 将方程(7)以采样时间 \$t\$ 离散化:

$$\left. \begin{aligned} \xi(k+1) &= A_s \xi(k) + B_{s1} u_1(k) + B_{s2} u_2(k), \\ y(k) &= Cx(k). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中, \$A_s = I_N + At\$, \$B_{s1} = B_1 t\$, \$B_{s2} = B_2 t\$, 均为离散后的矩阵表示形式.

在控制器每次执行时, 路径跟踪问题被表示为优化问题, 以最小化车辆横向位置和期望道路轨迹的误差为目标. 因此, 结合车辆离散模型(18), 建立优化函数:

$$\min \sum_{k=1}^N \left(\|y(k, t) - y_{ref}(k, t)\|_Q^2 + \|u_1(k, t) - u_1(k-1, t)\|_R^2 \right). \quad (19)$$

$$\text{s.t. } \begin{aligned} \xi(k+1) &= A_s \xi(k) + B_{s1} u_1(k) + B_{s2} u_2(k), \quad \forall k; \\ -I_s(k) &\leq V_s(k) \eta(k) \leq I_s(k), \quad k=1, 2, \dots, N; \\ -\bar{y}_1 &\leq \bar{y}(k)_{ZMP} \leq \bar{y}_1, \quad k=1, 2, \dots, N; \\ -\Delta M &\leq M(k) - M(k-1) \leq \Delta M, \quad \forall k; \\ -\Delta \delta_f &\leq \delta_f(k) - \delta_f(k-1) \leq \Delta \delta_f, \quad \forall k. \end{aligned}$$

式中: \$\bar{y}_1\$ 为车辆侧倾最大横向偏移误差; \$\bar{y}(k)_{ZMP}\$ 为零力矩点的误差; \$Q, R\$ 是权重矩阵; 式(19)中的第一项体现了车辆相对于参考路径偏差的优化,

第二项确保控制的平滑性.另外,约束条件包括了车辆动力学约束、车辆横向稳定性约束、车辆

侧倾约束,考虑到车辆控制器的性能,对附加横摆力矩 M 和前轮转角 δ_f 进行限制.

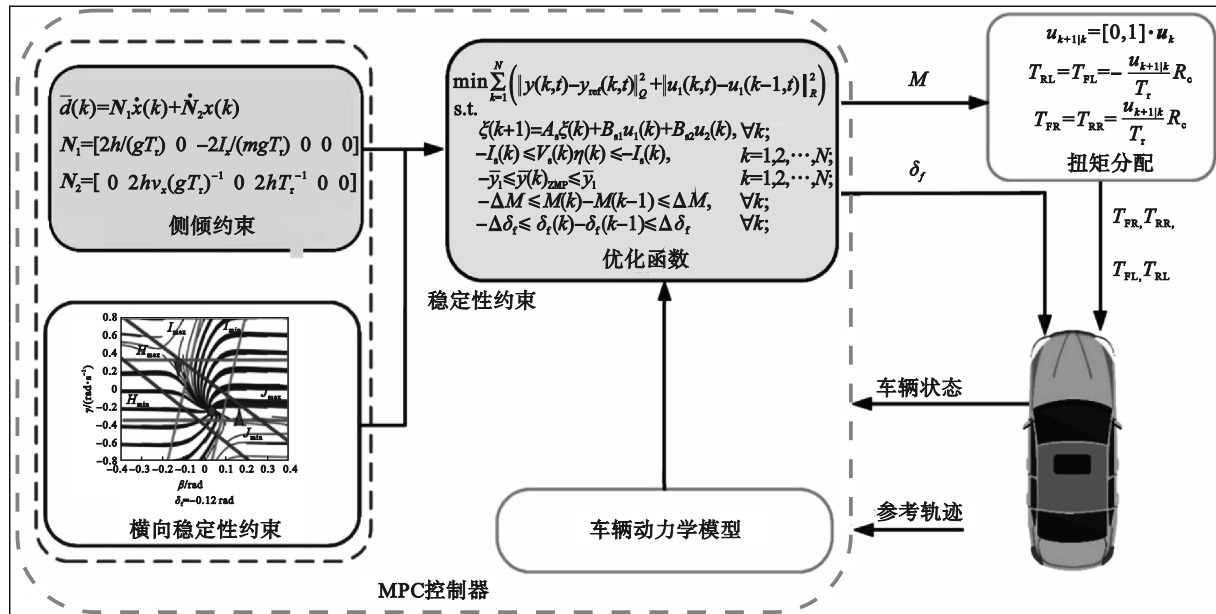


图 7 模型预测控制器框架
Fig. 7 Model predictive controller framework

优化函数中预测范围内的状态序列、最优控制序列分别表示为

$$\xi_k = [\xi_{k+1|k}, \xi_{k+2|k}, \dots, \xi_{k+N|k}]^T,$$

$$u_k = [u_{k|k}, u_{k+1|k}, \dots, u_{k+N-1|k}]^T.$$

将控制序列 u_k 的第一项作为车辆的控制输入,为了得到每个车轮的附加扭矩,将控制序列 u_k 的第二项 $u_{k+1|k}$ 用于计算附加电机驱动扭矩 T ,4 个电机的附加扭矩^[19]为

$$\left. \begin{aligned} T_{RL} &= T_{FL} = -\frac{u_{k+1|k}}{T_r} R_c, \\ T_{FR} &= T_{RR} = \frac{u_{k+1|k}}{T_r} R_c. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: $T_{RL}, T_{FL}, T_{FR}, T_{RR}$ 分别为左后轮,左前轮,右前轮,右后轮的电机附加扭矩; R_c 为轮胎半径.控制器基本参数如表 2 所示.

表 2 控制器基本参数
Table 2 Basic parameters of the controller

参数	数值
预测时域长度 N (该变量无单位)	15
离散步长/s	0.02
前轮转角最大变化率 $\Delta\delta_f/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	0.08
前轮最大转角 $\delta_{f,\text{max}}/\text{rad}$	0.4
最大附加横摆力矩 $M_{\text{max}}/(\text{N} \cdot \text{m})$	400
附加横摆力矩最大变化率 $\Delta M/(\text{N} \cdot \text{m})$	800

4 仿真测试

由于车速较高,考虑到场地和设备局限性以及人身安全,在 Matlab/Simulink 和 CarSim 联合仿真平台上验证该控制器的有效性.

4.1 侧倾约束测试

车辆发生侧倾时车轮会抬起,使用轮胎载荷转移比来检测车轮是否抬起,则将归一化后的零力矩点与轮胎载荷转移比进行对比,验证侧倾约束的有效性. J-turn 操作可用于测试车辆的侧倾性能,控制车辆以 25 m/s 的车速行驶,然后迅速大幅度转动方向盘,方向盘转角如图 8 所示.

从图 9 中可以看出,归一化后的零力矩点曲线与轮胎载荷转移比曲线变化趋势几乎一致且两者数值差值不大,因此可以用归一化后的零力矩点预防车辆侧翻.此外,在矩形区域中轮胎载荷转移比达到了极限,此时该轮胎的垂直载荷降为零,车轮将被抬起.零力矩点在所示范围内没有达到极限值,这是因为设定的零力矩点范围较为保守,防止出现轮胎出现离地的情况.

4.2 轨迹跟踪测试

为了验证所设计控制器的有效性和优越性,与另外一个基于模型预测控制算法的控制器^[20]进行了比较,该控制器命名为控制器 1.设计了

3 种工况用以验证控制器的性能. 工况一为双移线工况, 工况二为高速换道工况, 工况三为低附着系数路面工况.

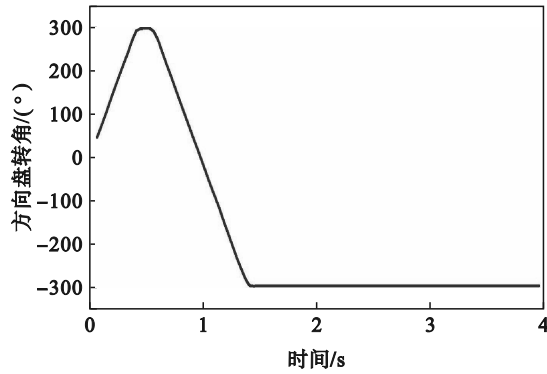


图 8 J-turn 操作过程中的方向盘转角

Fig. 8 Steering wheel angle during J-turn operation

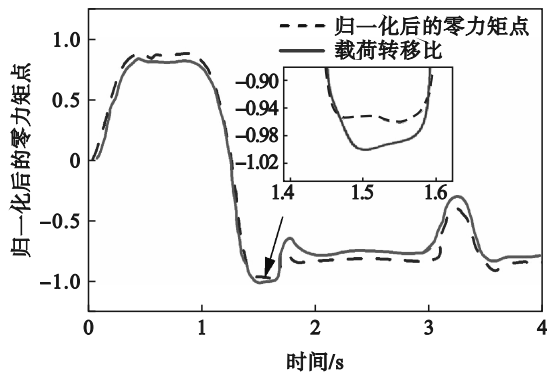


图 9 零力矩点与轮胎载荷转移比的对比

Fig. 9 Comparison between the zero moment point and tire load ratio

控制器 1 的动力学模型与本文建立的状态方程一致, 不同之处在于考虑车辆可能会发生横向失稳条件的时候, 控制器 1 采用了常数约束的方法. 控制器 1 的优化函数如下:

$$\min \sum_{k=1}^N \left(\|y(k, t) - y_{ref}(k, t)\|_Q^2 + \|u_1(k, t) - u_1(k-1, t)\|_R^2 \right) \quad (21)$$

s.t.

$$\xi(k+1) = A_s \xi(k) + B_{s1} u_1(k) + B_{s2} u_2(k), \quad \forall k;$$

$$|H_s \eta(k)| \leq M_s, \quad k=1, 2, \dots, N;$$

$$-\bar{y}_i \leq \bar{y}(k) \leq \bar{y}_i, \quad k=1, 2, \dots, N;$$

$$-\Delta \delta_f \leq \delta_f(k) - \delta_f(k-1) \leq \Delta \delta_f, \quad \forall k.$$

式中: $H_s = \begin{bmatrix} 1/v_x & -L_r/v_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & g/v_x & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

$M_s = [\alpha_i \quad k_{\alpha_i} \quad \alpha_i]^T$; α_i 为后轮最大侧偏角; k_{α_i} 为常数系数.

工况一: 在路面附着系数 $\mu = 0.82$ 的路面上,

车辆以 22 km/h 的恒定速度沿道路行驶, 然后进行双移线运动.

图 10 为仿真结果对比曲线. 在工况良好的情况, 两种控制器都完成了轨迹跟踪. 从图 10a 中可以看出, 速度相同时两个控制器都有较好的跟踪效果, 但本文的控制器整体上有更好的效果, 特别是在纵向距离为 57 m 左右跟踪效果更优. 从图 10b 中可以看到控制器 1 的前轮转角整体小于本文控制器的前轮转角. 图 10c 和图 10d 分别展示了两种控制器的横摆角速度和质心偏角的对比, 反映出控制器 1 这两项参数整体上小于本文控制器.

双移线工况下本文的控制器相对于控制器 1 跟踪精度更好. 这是因为虽然两种控制器都基于模型预测控制设计控制器且对横向稳定性进行约束, 但是控制器 1 的稳定性约束方法是基于经验的常数约束, 这在一定程度上会比较保守, 无法发挥车辆的动力学极限.

质心偏角和横摆角速度都是车辆稳定性的指标, 通过图 10c 和图 10d 可以看出, 在放大图中控制器 1 的这两项数值都小于本文控制器. 这是因为车辆在进行较为极限的动作时控制器框架内的横向稳定性约束发挥作用, 对于只控制前轮转角的控制器 1, 只能降低跟踪精度以满足车辆的横向稳定性要求, 否则框架内的横向稳定性约束会与前轮转角发生冲突.

本文控制器采用前轮转角和附件横摆力矩作为控制量, 在相同场景下可以满足框架内的横向稳定性约束, 且前轮转角可进行较大的转向动作, 这样既可以满足稳定性又能提高跟踪精度, 从图 10b 能反映出. 由于框架内的横向稳定性约束, 采用控制器 1 时的前轮转角小于本文控制器, 特别是进行大幅度转向时, 这是因为作为控制量的前轮为了满足横向稳定性将不能进行较大的转向动作, 但这也导致跟踪误差变大.

图 11 和图 12 给出了本文控制器的附加横摆力矩和车辆 4 个扭矩的分配结果. 图 11 和图 12 的仿真结果表明, 本文控制器在急转弯的情况下能够及时准确地对附加横摆力矩作出响应, 并将附加横摆力矩转化成车辆的 4 个驱动力. 说明了设计前轮转向和直接横摆力矩集成式控制策略的有效性.

工况二: 该工况模拟在高速路上快速地进行变道操作, 路面附着系数 $\mu = 0.82$. 本文控制器与对比的控制器 1 都设定车辆为恒定车速 27 m/s.

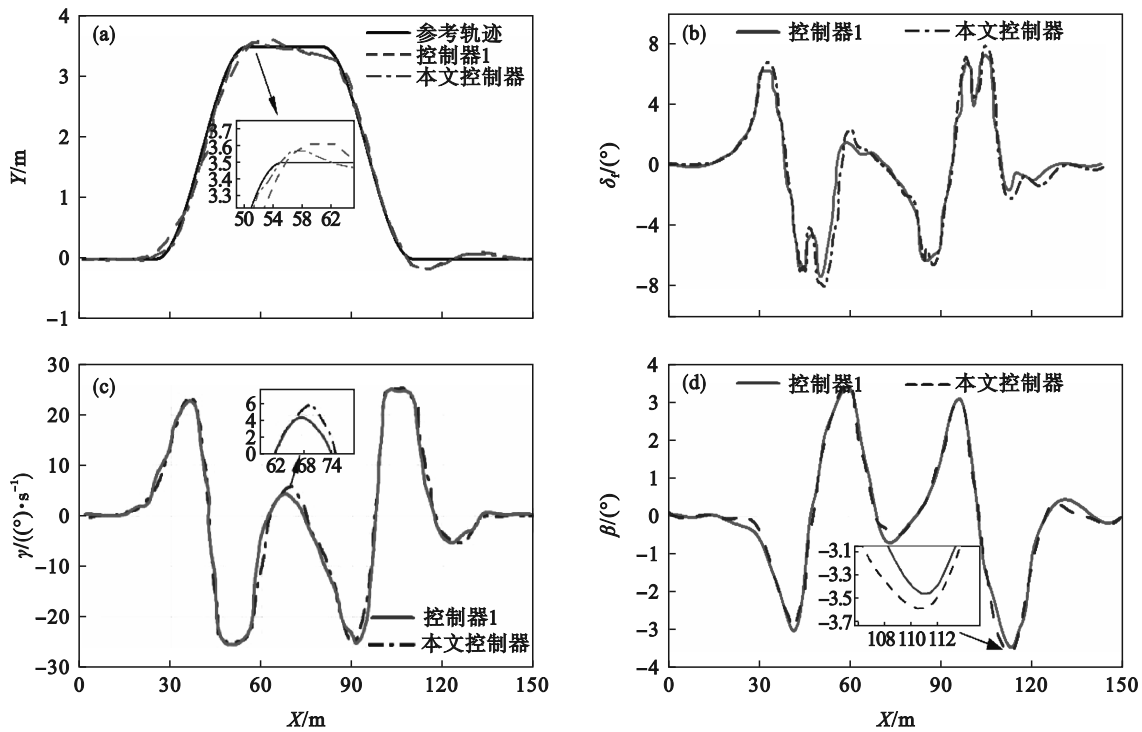


图 10 仿真结果对比曲线

Fig. 10 Comparison curves of simulation results

(a)一行驶轨迹; (b)一前轮转角; (c)一横摆角速度; (d)一质心侧偏角.

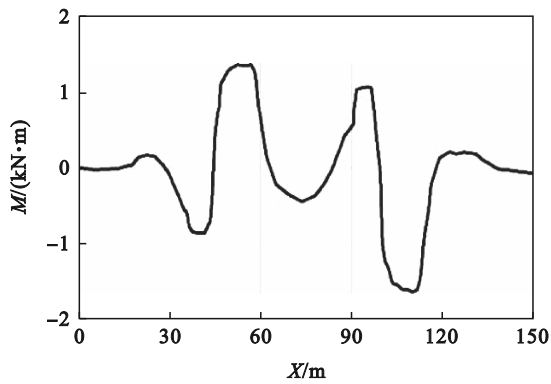


图 11 车辆附加横摆力矩曲线

Fig.11 Additional yaw moment

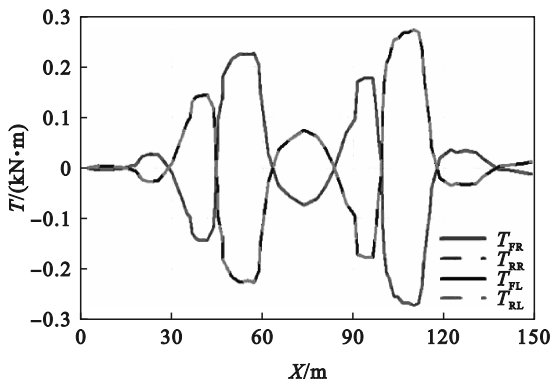


图 12 车辆电机扭矩分配曲线

Fig.12 Motor torque distribution

文设计的控制器跟踪精度优于控制器 1,特别是在完成车道变换的时刻.这是因为控制器 1 设置的车辆稳定性约束采用的是常数的约束方法,本文设计的约束方法会随着前轮的转角发生一定的变化,有效地挖掘了车辆的动力学极限.此外,控制器 1 还没有附加横摆力矩,为了保证车辆在高速行驶时不发生失稳,只能降低跟踪精度.图 13a 和图 13b 反映了车辆的瞬时稳定状态,可以看出控制器 1 曲线的波动小于本文控制器,特别是在完成换道的时刻,有着较大的差别.这也反映出控制器 1 为了保证稳定性降低了跟踪精度.而本文控制器在进一步优化稳定性边界条件和加入附加横摆力矩之后车辆可以以极限的状态进行轨迹跟踪而不发生失稳.

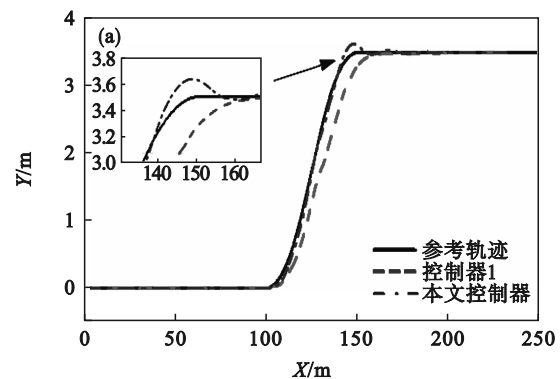


图 13 为两个控制器在高速换道工况下的仿真结果.从图 13a 可以看出,在高速换道工况下本

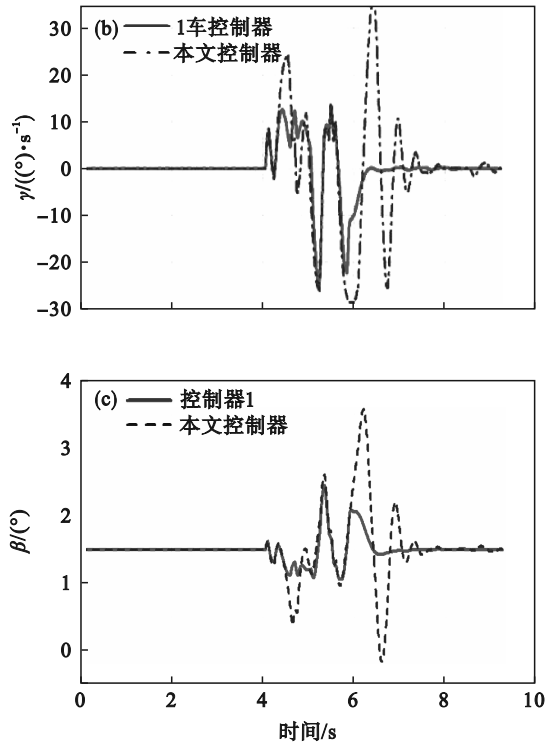


图 13 高速换道工况下的仿真结果

Fig. 13 Simulation results for high-speed lane changes (a)一行驶轨迹; (b)一横摆角速度; (c)一车辆质心侧偏角.

工况三:为了进一步测试控制器的性能,设定车辆的速度为 11 m/s,在路面附着系数为 0.33 且有连续大曲率弯道的复杂路况进行测试,如图 14 所示.

由图 14a 可以看出,在低附着系数的路面行驶时,本文设计的控制器能够实现平滑的轨迹,且全程跟踪误差较小.由图 14b 可以看出,在进入大曲率转弯时,前轮转角变化较为频繁,这是由于地面附着系数较低且车速较高,这时很容易发生失稳,当即将发生失稳时,稳定性约束条件对前轮产生了约束.由图 14c 可以看出,设计的控制器在最大、最小横摆角速度附近出现了超调,该超调表示该车辆兼顾了横摆稳定性的同时发挥了动力学极限以提高车辆跟踪.

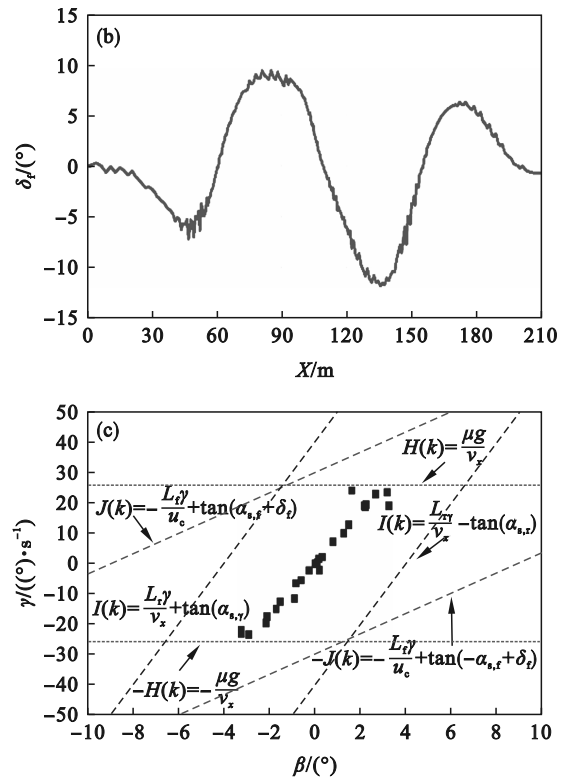
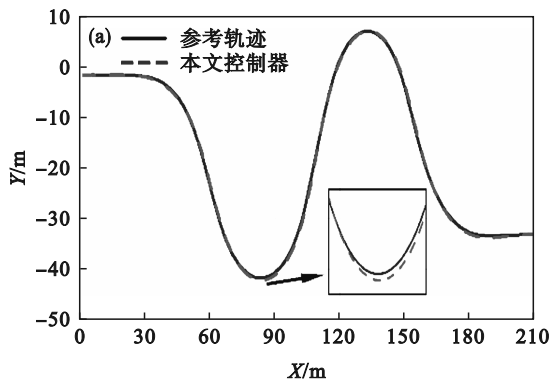


图 14 复杂路况下的仿真结果

Fig. 14 Simulation results under complex road conditions (a)一行驶轨迹; (b)一前轮转角; (c)一横摆稳定性.

5 结 论

1) 本文提出的基于相位图结合包络曲线的车辆稳定性约束方法可以在保证车辆稳定性的情况下,尽可能发挥车辆动力学极限以提高车辆的跟踪精度.

2) 本文设计的前轮转向和直接横摆力矩集成式模型预测控制器能够及时地响应,鲁棒性较好,前轮转角不会和附加横摆力矩产生冲突.

3) 通过与传统方法的模型预测控制器进行对比,得出本文控制器的跟踪精度更好且不会发生失稳.

4) 目前该方法只是在仿真环境中进行试验,其适用情况有限,现实的交通情况更为复杂,未来将考虑进一步地将模型应用于实际当中.

参考文献:

[1] Falcone P, Borrelli F, Asgari J, et al. Predictive active steering control for autonomous vehicle systems [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, 15(3): 566-580.
 [2] Tjonnas J, Johansen T A. Stabilization of automotive vehicles using active steering and adaptive brake control allocation [J]. *IEEE Transactions on Control Systems*

- Technology*, 2010, 18(3): 545-558.
- [3] Zhang W L, Wang Z P, Drugge L, et al. Evaluating model predictive path following and yaw stability controllers for over-actuated autonomous electric vehicles [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69 (11) : 12807-12821.
- [4] Tian Y, Yao Q Q, Hang P, et al. Adaptive coordinated path tracking control strategy for autonomous vehicles with direct yaw moment control [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 35(1): 234-248.
- [5] Ren B T, Chen H, Zhao H Y, et al. MPC-based yaw stability control in in-wheel-motored EV via active front steering and motor torque distribution [J]. *Mechatronics*, 2016, 38: 103-114.
- [6] Samsundar J, Huston J C. Estimating lateral stability region of a nonlinear 2 degree-of-freedom vehicle [J]. *SAE Transactions*, 1998, 107: 1791-1797.
- [7] Bobier-Tiu C G, Beal C E, Kegelman J C, et al. Vehicle control synthesis using phase portraits of planar dynamics [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2019, 57(9): 1318-1337.
- [8] Cui Q J, Ding R J, Wei C F, et al. Path-tracking and lateral stabilisation for autonomous vehicles by using the steering angle envelope [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2021, 59(11): 1672-1696.
- [9] Parida N C, Raha S, Ramani A. Rollover-preventive force synthesis at active suspensions in a vehicle performing a severe maneuver with wheels lifted off [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2014, 15 (6): 2583-2594.
- [10] Stankiewicz P G, Brown A A, Brennan S N. Preview horizon analysis for vehicle rollover prevention using the zero-moment point [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control—Transactions of the ASME*, 2015, 137(9): 091002.
- [11] 吴西涛, 魏超, 翟建坤, 等. 考虑横摆稳定性的无人车轨迹跟踪控制优化研究 [J]. *机械工程学报*, 2022, 58(6): 130-142.
(Wu Xi-tao, Wei Chao, Zhai Jian-kun, et al. Study on the optimization of autonomous vehicle on path-following considering yaw stability [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(6): 130-142.)
- [12] 刘凯, 龚建伟, 陈舒平, 等. 高速无人驾驶车辆最优运动规划与控制的动力学建模分析 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54 (14): 141-151.
(Liu Kai, Gong Jian-wei, Chen Shu-ping, et al. Dynamic modeling analysis of optimal motion planning and control for high-speed self-driving vehicles [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(14): 141-151.)
- [13] Erlien S M, Fujita S, Gerdes J C. Shared steering control using safe envelopes for obstacle avoidance and vehicle stability [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, 17(2): 441-451.
- [14] 路宏广, 赵树恩. 基于鲁棒模型预测的智能汽车轨迹跟踪控制研究 [J]. *系统仿真学报*, 2022, 34(1): 153-162.
(Lu Hong-guang, Zhao Shu-en. research on intelligent vehicle trajectory tracking control based on robust model prediction [J]. *Journal of System Simulation*, 2022, 34(1) : 153-162.)
- [15] 冷姚, 赵树恩. 智能车辆横向轨迹跟踪的显式模型预测控制方法 [J]. *系统仿真学报*, 2021, 33(5): 1177-1187.
(Leng Yao, Zhao Shu-en. Explicit model predictive control for intelligent vehicle lateral trajectory tracking [J]. *Journal of System Simulation*, 2021, 33(5): 1177-1187.)
- [16] 张志达, 郑玲, 张紫微, 等. 基于自适应模型预测的智能汽车横向轨迹跟踪控制 [J]. *中国公路学报*, 2022, 35(7) : 305-316.
(Zhang Zhi-da, Zheng Ling, Zhang Zi-wei, et al. Lateral trajectory tracking control of intelligent vehicles based on adaptive model prediction [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2022, 35(7): 305-316.)
- [17] Peng H N, Wang W D, An Q, et al. Path tracking and direct yaw moment coordinated control based on robust MPC with the finite time horizon for autonomous independent-drive vehicles [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(6): 6053-6066.
- [18] 龚建伟, 姜岩, 徐威. 无人驾驶车辆模型预测控制 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.
(Gong Jian-wei, Jiang Yan, Xu Wei. Model predictive control for self-driving vehicles [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014.)
- [19] Wang P, Liu Z Y, Liu Q F, et al. An MPC-based manoeuvre stability controller for full drive-by-wire vehicles [J]. *Control Theory and Technology*, 2019, 17(4): 357-366.
- [20] 孙银健. 基于模型预测控制的无人驾驶车辆轨迹跟踪控制算法研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2015.
(Sun Yin-jian. Research on model predictive control-based trajectory tracking algorithm for unmanned vehicles [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015.)