

## 混凝土三点弯曲梁随机骨料模型的开裂模拟

王青原<sup>1,2,3</sup>, 许颖<sup>1,2,3</sup>, 钱胜<sup>1,2,3</sup>

- 哈尔滨工业大学(深圳)深圳市城市与土木工程防灾减灾重点实验室, 广东 深圳 518055;
- 哈尔滨工业大学(深圳)广东省土木工程智能韧性结构重点实验室, 广东 深圳 518055;
- 哈尔滨工业大学(深圳)深圳市土木工程智能结构系统重点实验室, 广东 深圳 518055)

**摘要:** 在试验表征及工程实践中, 仿真可以准确反映裂缝的发展规律. 采用内聚力模型来研究混凝土梁三点弯曲试验的宏观力学性能和细观开裂损伤破坏行为. 在三点弯曲试验中的受力破坏的全过程研究中, 对I型断裂能、II型断裂能、抗剪强度、抗拉强度及弹性模量(刚度)这5个控制单元开裂的关键参数进行了反演研究. 通过宏观力学性能和细观开裂的试验结果, 对一组试件的试验结果与参数化模型结果进行逆推分析, 得到了控制因素在模拟中适用的参数范围. 然后结合不同配合比试件的骨料定量化信息, 对3个骨料面积不同的模型, 应用已得到的参数范围中值来模拟获得裂缝扩展的定量结果, 并对照模拟与试验的力学性能和裂缝量化结果验证参数范围的准确性.

**关键词:** 内聚力模型; 断裂参数; 三点弯曲试验; 裂缝扩展; 细观尺度

中图分类号: TU 528 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)07-1037-10

## Simulation on Cracking of Random Aggregate Model of Concrete Three-Point Bending Beam

WANG Qing-yuan<sup>1,2,3</sup>, XU Ying<sup>1,2,3</sup>, QIAN Sheng<sup>1,2,3</sup>

- Shenzhen Key Laboratory of Urban Civil Engineering Disaster Prevention & Reduction, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen 518055, China;
- Guangdong Provincial Key Laboratory of Intelligent and Resilient Structures for Civil Engineering, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen 518055, China;
- Shenzhen Key Laboratory of Intelligent Structure System in Civil Engineering, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen 518055, China. Corresponding author: XU Ying, E-mail: cexyx@hotmail.com)

**Abstract:** Accurate description of concrete crack propagation is of great significance to practical engineering. This paper adopts the cohesive zone model (CZM) to investigate both the macro-mechanical properties and the micro-cracking damage behavior of concrete beams in a three-point bending test. Throughout the study of damage under loading in the three-point bending test, parametric examinations are conducted on five key factors controlling the cracking of cohesive elements regarding the case of circulate aggregate, namely type I fracture energy, type II fracture energy, shear strength, tensile strength and elastic modulus (stiffness). Through the test results of macro-mechanical properties and micro-cracking, the test results of a group of specimens and the results of parametric models are reversely analyzed, and the applicable parameter range of control factors in three-point bending simulation is obtained. Three computation models with different aggregate areas are established by taking account of the quantitative aggregate data from specimens with different mix proportions. The parameter range is then applied to derive quantitative results related to crack propagation. Eventually, the accuracy of the parameter range is validated against both the mechanical properties and quantitative crack data obtained from simulations and experiment.

**Key words:** cohesive zone model; fracture parameter; three-point bending test; crack expanding; meso-scale

收稿日期: 2022-10-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52078173); 广东省自然科学基金资助项目(2024A1515011980); 广东省土木工程智能韧性结构重点实验室资助项目(2023B1212010004); 深圳市高等院校稳定支持项目(GXWD20231129175636001).

作者简介: 王青原(1991-), 女, 河南洛阳人, 哈尔滨工业大学(深圳)博士研究生.

越来越多的研究表明,混凝土材料破坏的研究对工程灾害的预测和保护具有重要的意义. 其细观尺度的性能(材料类型、骨料形状、骨料粒径、级配等)对混凝土强度和断裂行为起了主导作用<sup>[1]</sup>. 使得混凝土构件受到外荷载作用时微裂缝发生不规则扩展,导致内部应力分布复杂,严重威胁结构安全. 因此,准确描述混凝土的断裂问题对实际工程极其重要.

目前已有多种方法研究材料的断裂失效,线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学分别用来研究脆性断裂和韧性断裂,有限元仿真中出现了偏重不同研究内容的仿真方法. 在裂缝扩展过程中,常采用虚拟裂纹闭合法计算能量释放率<sup>[2]</sup>. 节点松绑常用来计算围线积分,且应用条件较多,适用范围较小<sup>[3]</sup>. 扩展有限元方法对裂缝扩展的模拟可穿过网格<sup>[4]</sup>,但不可应用于显式动力学分析,且面临多裂缝交汇时的计算精度问题. Barenblatt 提出了内聚力模型理论<sup>[5]</sup>,通过对单元的损伤演化进行表征,因此该模型经常被用于材料界面破坏、裂纹扩展、损伤演化等研究. 国内外已有学者分别针对混凝土 I 型及 II 型断裂能进行研究<sup>[6-7]</sup>,熊学玉等<sup>[8]</sup>通过复合内聚力模型,将混凝土模型受拉破坏和受压破坏的仿真模拟统一起来. 内聚力模型中采用断裂能控制开裂,不受临界裂缝尺度影响,可以实现细观裂缝连续扩展的模拟<sup>[9]</sup>.

通过三点弯曲试验,利用数字图像相关(digital image correlation, DIC)技术获取不同加载阶段的变形与裂缝试验数据. 在混凝土内聚力模型的基础上,采用双尺度模型对细观尺度模型的加载断裂进行模拟,来探讨混凝土细观裂缝扩展、宏观力学表现与控制因素的关联,并研究断裂和接触行为相关重要控制因素对混凝土在三点弯曲作用下内聚力模型的裂缝扩展数值的影响,总结并验证对应参数适用范围的准确性.

## 1 基于混合型牵引-分离本构的随机骨料内聚力单元模型

### 1.1 内聚力单元本构关系

内聚力单元本构关系可分为 3 个阶段:牵引-分离阶段、损伤起始阶段和损伤演变阶段<sup>[10]</sup>. 在其受力条件符合损伤初始判据后,即开始进行损伤演变,直到单元对应强度超过破坏标准,才会产生裂缝. 在纯 I 型、II 型、III 型损伤载荷下,可以直接比较界面单元的初始损伤位移 $\delta_n^0$ ( $\delta_s^0, \delta_t^0$ )

和裂纹的界面张开位移 $\delta_n^f$ ( $\delta_s^f, \delta_t^f$ ). 内聚力单元在受力情况下表现出牵引-分离行为,本构关系如式(1)所示:

$$\mathbf{t} = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} \\ E_{sn} & E_{ss} & E_{st} \\ E_{tn} & E_{ts} & E_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (1)$$

其中: $\mathbf{t}$ 为内聚力单元在受力情况下的对应牵引应力矢量,包括法向分量 $t_n$ 和 2 个切向分量 $t_s, t_t$ ;  $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为 $\mathbf{t}$ 对应的应变矢量,包括法向分量 $\varepsilon_n$ 和 2 个切向分量 $\varepsilon_s, \varepsilon_t$ ;  $\mathbf{E}$ 是单元对应状态下的弹性矩阵.

在多相混合材料受力过程中,其应力状态复杂,常常是夹杂着 I / II 型损伤形式<sup>[11]</sup>. 本次推导选取二次应力准则决定混合模式下内聚力单元的损伤起始:

$$\left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_s}{t_s^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_t}{t_t^0} \right\}^2 = 1. \quad (2)$$

本研究中 II 型剪切载荷与 III 型剪切载荷<sup>[11]</sup>的相关参数取值相同,当三种破坏的名义应力的比值平方和相加为 1 时,材料损伤开始. 在损伤起始阶段时,当内聚力单元的位移状态满足式(2)后,即进入损伤演化阶段. 损伤变量计算如下:

$$D = \begin{cases} 0, & \delta < \delta^0; \\ \frac{\delta^f(\delta - \delta^0)}{\delta(\delta^f - \delta^0)}, & \delta^0 \leq \delta \leq \delta^f; \\ 1, & \delta > \delta^f. \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\delta^0$ 为初始张开位移; $\delta^f$ 为完全损伤位移. 为得到损伤状态变量 $D$ ,将内聚力单元的相对位移代入等效位移公式可得到 $\delta^0$ :

$$\delta^0 = \sqrt{\langle \delta_n^0 \rangle^2 + (\delta_s^0)^2 + (\delta_t^0)^2}. \quad (4)$$

对于内聚力单元完全损伤时对应的损伤位移 $\delta^f$ ,计算完全损伤位移须引入初始发生损伤时的等效应力 $t_{\text{eff}}^0$ ,即为对应的牵引力.

$$t_{\text{eff}}^0 = \sqrt{\langle t_n \rangle^2 + t_s^2 + t_t^2}. \quad (5)$$

本研究采用 B-K 准则计算内聚力单元完全损伤时对应的等效断裂能 $G^C$ . 为使裂缝开裂更接近实际情况,采用 I 型、II 型断裂能一起控制裂缝的开裂,混合断裂能的表达如式(6)所示,在本模型模拟中采用的 $\eta$ 值(材料系数)为 1.2<sup>[8]</sup>.

$$G^C = G_n^C + (G_s^C - G_n^C) \left\{ \frac{G_s}{G_n + G_s} \right\}^\eta. \quad (6)$$

根据断裂能的定义,由 $t_{\text{eff}}^0$ 和 $\delta^f$ 计算如式(7)所示. 当 $G^C$ 和 $t_{\text{eff}}^0$ 已知时,即可确定内聚力单元的失效位移 $\delta^f$ .

$$G^C = \int_0^{\delta^f} t(\delta) d\delta = \frac{1}{2} t_{\text{eff}}^0 \delta^f. \quad (7)$$

从上述计算结果和理论分析可知,在混凝土裂缝的仿真计算中,本构关系主要由砂浆内界面单元和界面过渡区截面单元相关属性控制.

### 1.2 随机骨料模型组成与网格划分

本研究采用与图像低相关的细观骨料模拟方法<sup>[12]</sup>,忽略实际骨料形状.首先进行试验同配合比试件切面图像处理分析,将C40组试件作为基准组,截面上骨料总占比30.4%,根据瓦拉文公式<sup>[8]</sup>确定骨料面积比例;其中粗骨料(粒径5~10 mm)面积占比17.528%,然后将该面积的骨料随机投放在混凝土细观模型中,骨料投递如图1所示.随后采用python插入内聚力单元控制裂缝开裂.

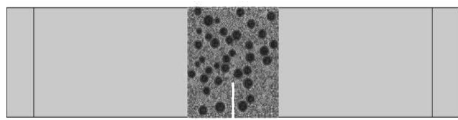


图1 双尺度细观模型内聚力单元网格图

Fig. 1 Two scale meso-model cohesive element grid diagram

## 2 三点弯曲细观混凝土试验概述及建模

### 2.1 试验概述

本研究通过基于DIC技术的三点弯曲断裂试验方法对梁裂缝及CMOD(crack mouth opening displacement)值进行测量,考察不同荷载情况对裂缝特征量化的影响.本试验中混凝土主要材料为水泥、砂、石子、减水剂.采用42.5 R普通硅酸盐水泥及河砂(粒径<5 mm)作为细骨料,碎石(5~15 mm)作为粗骨料,减水剂采用聚羧酸高效减水剂.每组浇筑3个预制切口混凝土梁进行三点弯曲试验<sup>[13-14]</sup>.梁长×高×厚为500 mm×110 mm×60 mm,梁跨度为440 mm,切口深度为 $a_0=35$  mm.在规范要求的条件下养护,随后进行压缩试验<sup>[15]</sup>和动弹模测试<sup>[16]</sup>,相关混凝土级配及力学参数如表1所示.

表1 混凝土配合比及力学参数

Table 1 Concrete mix ratios and mechanical parameters

组号	水	水泥	水灰比	细骨料	粗骨料	减水剂	压缩强度	弹性模量
	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$		$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$			
C30	200	279	0.72	1025	838	0.4	34.40	19.52
C40	195	463	0.42	867	866	3.8	42.37	21.02
C60	153	512	0.30	642	1071	6.2	63.43	23.00

混凝土梁三点弯曲试验采用WANCE 10 T电子万能试验机进行加载,位移加载速率为0.5 mm/min.相机通过DIC技术对裂缝发展情况进行观测,如图2所示,跨中区域为DIC的测量区域.试件采用预加载5~7 N,确保加载处与试件充分接触. Matlab软件采用在之前的研究中搭建的计算方法<sup>[17]</sup>实现DIC数据的后处理分析,从而获得裂缝量化数据.



图2 混凝土三点弯曲试验后处理裂缝测量示意图

Fig. 2 Schematic diagram of post-treatment of cracks in three-point bending test

### 2.2 基准模型建立

模拟基准材料属性如表2所示,本研究使用ABAQUS软件进行数值仿真,考虑到混凝土在损伤开裂后可能产生的碰撞和错位现象,因此将接触方式选为整体接触(general contact).法向接触为“硬接触”,摩擦系数 $\mu$ 定为1.43(内摩擦角 $\varphi=45^\circ$ ).

图3a所示的混凝土梁断裂过程的DIC应变云图与基准模型的开裂应变云图结果(图3b)对比,可见内聚力单元可以实现对实际混凝土开裂的模拟.在本仿真研究中的每个对应断裂状态下,裂缝长度和裂缝面积可由内聚力单元坐标和改变面积叠加求出,如式(8)~(10)所示.

$$L(D) = \sum_{i=1}^n l_i(D); \quad (8)$$

$$L(D) = \begin{cases} l_i, d_i \geq D, \\ 0, 0 < d_i < D; \end{cases} \quad (9)$$

$$S(D) = \sum_{i=1}^n \Delta s_i(D). \quad (10)$$

其中: $L(D)$ 为断裂长度, $D$ 为SDEG对应设定损伤变量; $n$ 是内聚力单元总数量; $l_i$ 为第*i*个单元的网格长度; $S(D)$ 是断裂单元的裂缝面积; $\Delta S_i(D)$ 是第*i*个单元的面积改变量,本研究中对裂缝微观研究时所用阈值为1.

表2 基准模型材料参数  
Table 2 Material parameters of baseline model

参数	骨料	砂浆	ITZ	MII
弹性模量/GPa	72	28	24	26
平面内泊松比	0.16	0.2	—	—
最大容许拉应力/MPa	—	—	2.6	4
最大容许切应力/MPa	—	—	12	30
I型断裂能/(N·mm <sup>-1</sup> )	—	—	0.025	0.1
II型断裂能/(N·mm <sup>-1</sup> )	—	—	0.625	2.5
准则材料系数	—	—	1.2	1.2

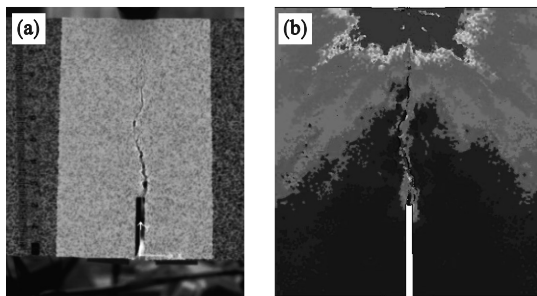


图3 内聚力单元裂缝开裂模拟

Fig. 3 Cohesive elements simulating crack expanding  
(a)—开裂试验应力结果;  
(b)—有限元模拟裂缝开裂的米塞斯应力.

内聚力模型参数很难通过直接试验的方式来精准获取,本研究利用三点弯曲试验估算材料内聚力模型参数,提出了一种基于混合型牵引-分离本构的随机骨料内聚力单元模型的反演优化方法(如图4所示),以混凝土梁在三点弯曲试验中的实测力-位移、裂缝面积-荷载数据与有限元计算得到的相关信息建立优化目标函数,实现了对内聚力模型关键参数的反演识别和验证.

### 3 内聚力单元本构控制参数分析

#### 3.1 界面过渡区与砂浆内界面强度

##### 3.1.1 界面单元抗拉应力的影响

如图5所示,在标准模型0.1~4.0的参数取值范围内,峰值荷载对应的CMOD值随抗拉应力增大而逐渐增大,当抗拉应力值大于1.2倍基准参数时,峰值对应的CMOD值稳定不变.

图6为基准抗拉应力的0.6倍、0.8倍、1.0倍和4.0倍单元参数对应断裂失效示意图,可以看出在抗拉应力增大时,截面会出现明显的断裂

带.以SDEG值1作为裂缝开裂的单元统计的阈值,采用式(8)~(10)统计裂缝扩展过程中的数值,图7给出了界面单元抗拉应力对裂缝面积-荷载情况的影响,其中散点图像为通过DIC技术计算的C40组混凝土梁在加载过程中的裂缝面积变化.与模型在不同参数的计算值对比,可知对应0.6~1.4倍基准材料参数的范围内,裂缝开裂面积相近,再结合前面基于宏观力学性能的分析,抗拉应力参数取值范围宜为0.8~1.4倍基准材料参数.

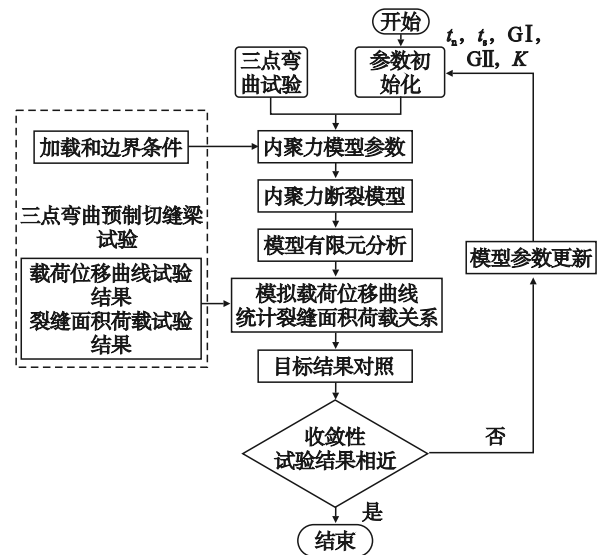


图4 反演方法流程图

Fig. 4 Inversion method diagram

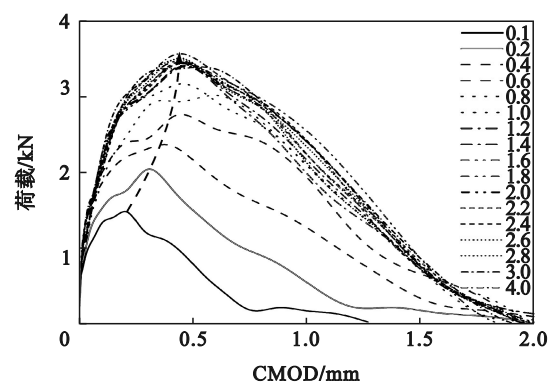


图5 界面单元抗拉应力对力学性能的影响

Fig. 5 Effect of tensile stress of cohesive elements on mechanical properties

##### 3.1.2 界面单元剪应力的影响

在基准模型的基础上,对应0.1~4.0倍基准剪应力参数取值范围内,分别研究了界面单元剪应力对混凝土三点弯曲梁峰值荷载和裂缝演变规律等的影响.由图8可知,峰值荷载随剪应力的增大而增大,峰值荷载对应的CMOD值随抗拉应力增大而逐渐增大,当抗拉应力值大于1.2倍

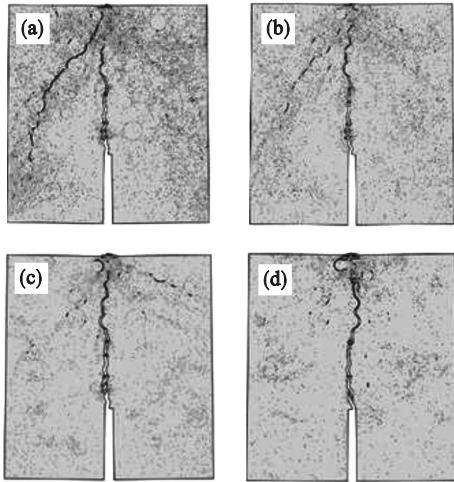


图 6 不同界面抗拉应力模型的破坏形态

Fig. 6 Damage images of different tensile stress models

(a)—0.6倍; (b)—0.8倍; (c)—1.0倍; (d)—4.0倍.

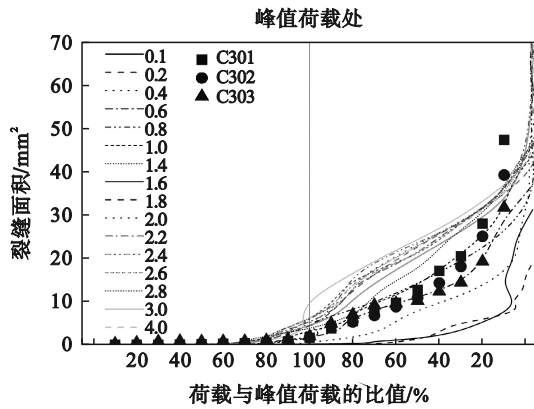


图 7 界面单元抗拉应力对裂缝面积-荷载情况的影响  
Fig. 7 Summary diagram of crack area-load curves with change of tensile stress of cohesive elements

基准参数时,峰值对应的CMOD值稳定不变.当采用二次函数或一次函数拟合时,相关系数均为0.99,即峰值荷载和开裂破坏应力之间存在明显的正相关.当开裂破坏剪应力在0.8~1.6倍基准参数范围内,结果相对稳定.

图 9 提取了 0.6 倍、0.8 倍、1.0 倍、4.0 倍基准剪应力参数对应断裂失效示意图,可以看出,剪应力增大时,截面断裂带路径逐渐明确.

图 10 给出了界面单元剪应力对裂缝面积-荷载情况的影响,可知对应 0.4~4.0 倍基准材料参数范围内,裂缝开裂面积相近,但是通过图 10 可知,0.6 倍基准材料参数情况下,模型的裂缝与实际不符,较为分散,结合基于宏观力学性能的分析,剪应力参数取值范围宜为 0.8~1.6 倍基准材料参数.

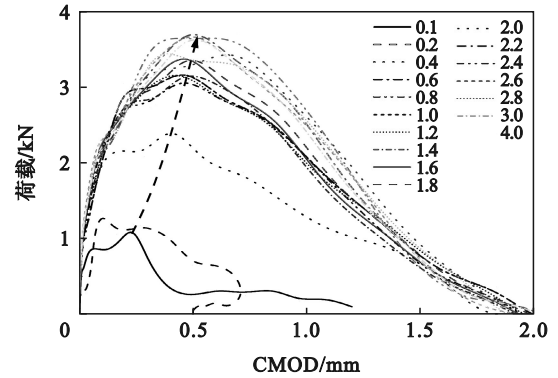


图 8 界面单元剪应力对力学性能的影响

Fig. 8 Effect of shear stress of cohesive elements on mechanical properties

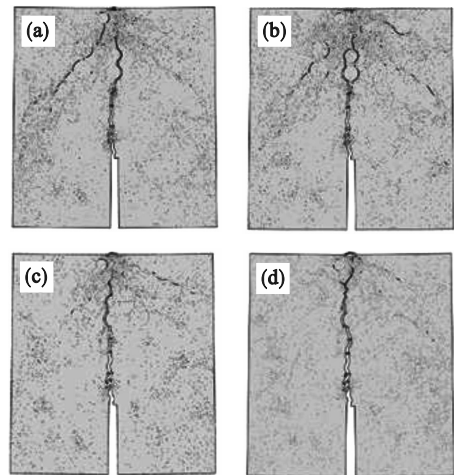


图 9 不同界面剪应力模型的破坏形态

Fig. 9 Damage images of different shear stress models

(a)—0.6倍; (b)—0.8倍; (c)—1.0倍; (d)—4.0倍.

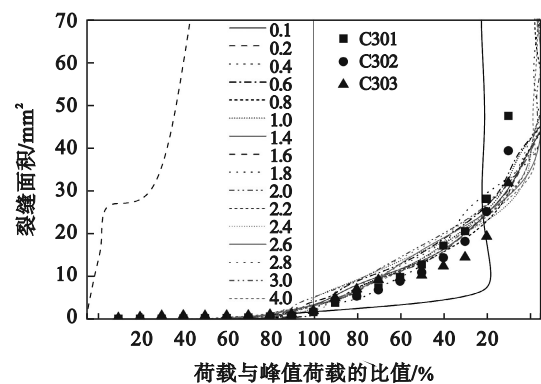


图 10 界面单元剪应力对裂缝面积-荷载情况的影响  
Fig. 10 Summary diagram of crack area-load curves with change of shear stress of cohesive elements

综上所述,在低抗拉应力及低剪应力的情况下,混凝土中未形成贯穿整个断面的断裂区域(图 6 及图 9).但当抗拉应力及剪应力增大时,会出现明显的断裂带.虽然在相对基准参数模型的

情况下,抗拉应力与剪应力选取研究范围倍数一致,但是抗拉应力数值范围为:ITZ单元数值范围为1.56~10.4 MPa,III单元数值范围为2.4~16 MPa,剪应力数值范围为:ITZ单元数值范围为8~40 MPa,III单元数值范围为24~120 MPa. 总体来说,呈现相似破坏形态变化,抗拉应力数值的浮动较小,混凝土的三点弯曲破坏更敏感于单元的抗拉应力参数的变化.

### 3.2 断裂能

仅用某一类型断裂能来描述内聚力单元的断裂,很难反映出混凝土作为多相非均质材料的复合裂缝. 本研究采用2.1节介绍的混合型牵引-分离本构的随机骨料内聚力单元模型,通过B-K准则在有限元中实现对混合断裂能变化的规律研究.

#### 3.2.1 I型断裂能

由图11可以看出,I型断裂能对混凝土三点弯曲的极限荷载影响有限,在基准断裂能参数的0.2~2.6倍区间,荷载值范围变化不大.

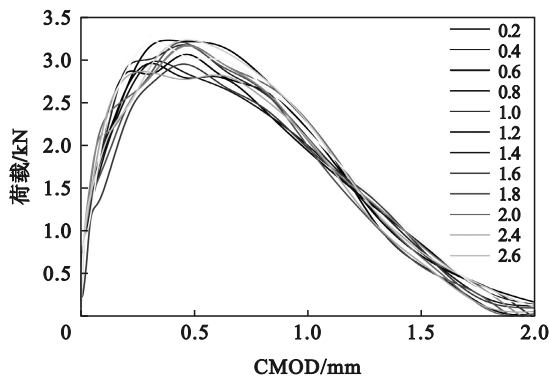


图 11 I型断裂能对力学性能的影响

Fig. 11 Effect of type I fracture energy on mechanical properties

如图12所示,断裂能的变化会导致开裂方式的不同. 图12提取了0.6倍、1.0倍、2.6倍基准材料模型单元I型断裂能变化下的破坏形状,并通过与标准模型的破坏形态对比,可见与应力强度变化情况相似,随着I型断裂能数值的增加,混凝土裂缝发展相对明确.

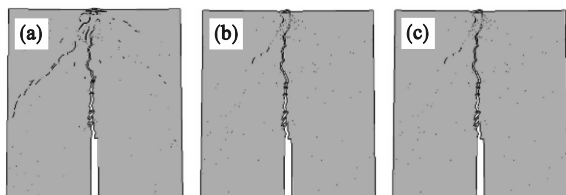


图 12 不同I型断裂能模型的破坏形态

Fig. 12 Damage patterns of different type I fracture energy models  
(a)—0.6倍; (b)—1.0倍; (c)—2.6倍.

图13给出了I型断裂能数值对裂缝面积-荷载情况的影响,其中散点图像为通过DIC方法计算的C40组混凝土梁在加载过程中的裂缝面积变化,与模型在不同参数的计算值对比,得到I型断裂能参数取值范围宜为1.0~2.6倍基准材料I型断裂能参数.

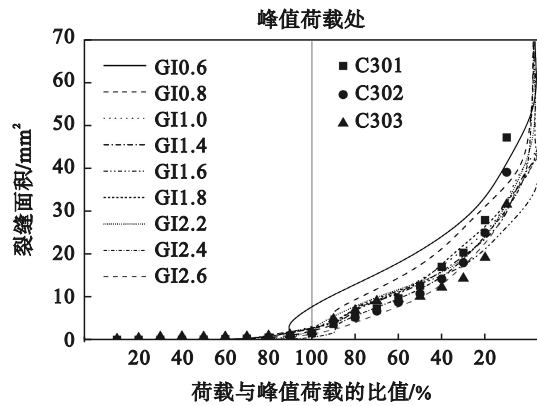


图 13 I型断裂能对裂缝面积-荷载情况的影响

Fig. 13 Effect of type I fracture energy on crack area-load case

#### 3.2.2 II型断裂能

由图14可见,II型断裂能主要影响混凝土在三点弯曲作用下荷载-位移曲线的整体形状,略微影响混凝土的极限强度. 除了 $0.04G_c^c = G_c^n$ 的情况下,其他II型断裂能参数变化对极限荷载的数值无规律性的影响. II型断裂能的变化同样会导致开裂方式的不同,如图15所示,提取了0.6倍、1.0倍、2.6倍基准材料模型单元II型断裂能变化下的破坏形状,并通过与标准模型的破坏形态对比,可见与应力变化情况相似,而随着II型断裂能数值的增加,混凝土裂缝发展相对明确. 宏观力学性能在1.0~1.8倍基准材料模型单元II型断裂能数值情况下相对稳定,但裂缝扩展形式有所变化.

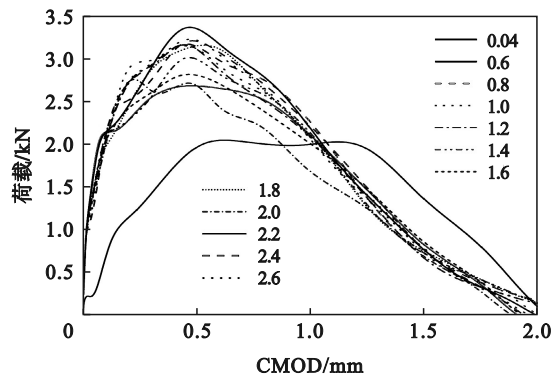


图 14 II型断裂能对力学性能的影响

Fig. 14 Effect of type II fracture energy on mechanical properties

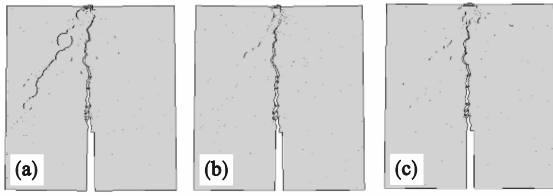


图 15 不同 II 型断裂能模型的破坏形态

Fig. 15 Damage patterns of different type II fracture energy models

(a)—0.6 倍 GII 模型; (b)—1.0 倍 GII 模型;  
(c)—2.6 倍 GII 模型.

图 16 给出了界面单元抗拉应力数值对裂缝面积-荷载情况的影响,其中散点图像为通过 DIC 方法计算的 C40 组混凝土梁在加载过程中的裂缝面积变化,与模型在不同参数下的计算值对比,得到断裂能参数取值范围宜为 1.0~1.8 倍基准材料 II 型断裂能参数.

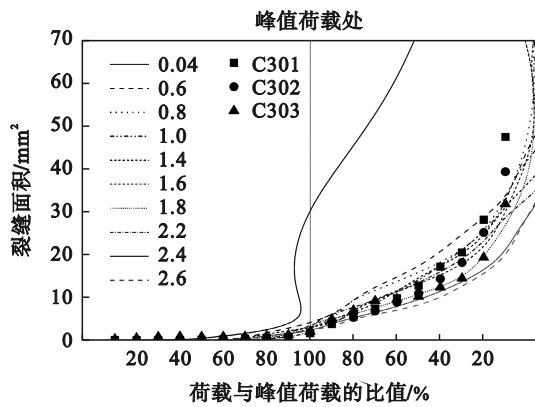


图 16 II 型断裂能对裂缝面积-荷载情况的影响

Fig. 16 Effect of type II fracture energy on crack area-load

当  $0.04G_s^c = G_n^c$  取值情况下,荷载-CMOD 曲线与其他取值结果相差甚大.这是由于在混凝土的三点弯曲试验中,得到的荷载-CMOD 曲线所包围的面积与断裂能有关.相关公式如下:

$$G_{p-CMOD} = \frac{W}{t(d-a)}. \quad (11)$$

式中:  $W$  表示外力用于裂缝的扩展所做的功(即图 14 中荷载-CMOD 曲线所包围的面积值<sup>[18]</sup>);  $A$  表示试验所用梁的有效截面积;  $t$  表示梁的厚度;  $d$  表示梁高;  $a$  表示预制裂缝长度.

当 II 型断裂能等于 I 型断裂能时(断裂能为 65.23 N/m),相比于标准模型(断裂能为 77.73 N/m),整个试件的能量消耗下降了 16.1%.这说明混凝土在三点弯曲作用下,虽然发生的是偏向于 I 型断裂的混合型断裂,但其整

体受拉破坏的能量消耗大于 I 型断裂能.因此在细观尺度下,II 型断裂能对混凝土的宏观受拉断裂有不可忽略的影响.并且由图 15 可以看出,在混凝土开裂的细观尺度下,II 型断裂能有不可忽略的作用.但增大 II 型断裂能时,会加大剪应力对断裂能的控制,出现拉力过强的现象,与试验结果不一致.

### 3.3 弹性模量(刚度)变化

本文采用 1.1 节所述的双线型内聚力模型描述混凝土开裂,在应力未超过混凝土强度前,内聚力单元处于弹性阶段,本构关系可以表示为

$$t_n = K_p \langle \delta_n \rangle, \quad (12)$$

$$t_s = K_p \delta_s. \quad (13)$$

式中:  $\langle \rangle$  表示在压缩状态下始终为 0;  $K_p$  表示内聚力单元罚刚度,需要选取合适的罚刚度使得内聚力单元和实体单元在弹性阶段力学的响应近乎一致.

当内聚力单元出现损伤后,通过引入损伤来对这一阶段的刚度变化进行描述.内聚力单元损伤刚度可表示为

$$K_i = (1 - D) K_p. \quad (14)$$

式中:  $K_i$  表示单元损伤刚度;  $D$  表示刚度损伤因子,如式(3)所示.

对某一类确定材料而言,刚度为定值.故参考文献[8,17]所得的结果,实体单元参数如表 2 所示.

在材料参数的基准模型的基础上,建立了弹性模量标准参数的 0.4~4.0 倍的对比模型组,通过对基准弹性模量采用对应倍数在内聚力单元中进行相应仿真计算,结果如图 17 所示.其中,刚度的变化对峰值荷载没有显著规律性影响,峰值荷载稳定在 2.7~3.4 kN.

由图 17 可以看出,在固定的加载位移下,当单元的弹性模量增大,完全达到极限位移的单元数量反而减少,故并不集中表现为细观单元刚度增大,宏观单元就随之增大,而是在一定范围内增大,而后呈现刚度宏观下降的现象(图 18).

由图 17 中不同弹性模量取值范围的峰值荷载值与 2.1 节所述试件组的平均峰值荷载值 3 014.23 N 相比,相对误差值在(-10%,+10%)范围内.对图 19 中不同荷载情况下裂缝面积数据,用拟合优度(goodness of fit)对仿真结果与试验结果的相近程度进行评价.拟合优度是指回归曲线对观测值

的拟合程度. 度量拟合优度的统计量是决定系数  $R^2$ ,  $R^2$  最大值为 1, 式(15)给出计算公式.

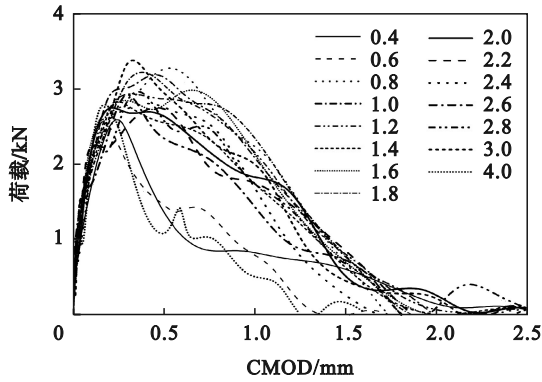


图 17 弹性模量对断裂力学性能的影响

Fig. 17 Effect of elastic modulus on mechanical properties

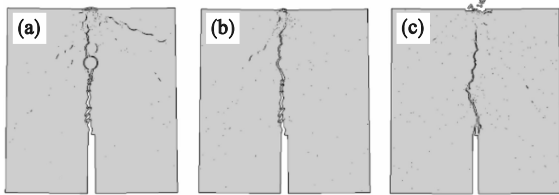


图 18 不同弹性模量模型的破坏形态

Fig. 18 Damage patterns of different elastic modulus models

(a)—0.6 倍 K 模型; (b)—1.0 倍 K 模型; (c)—4.0 倍 K 模型.

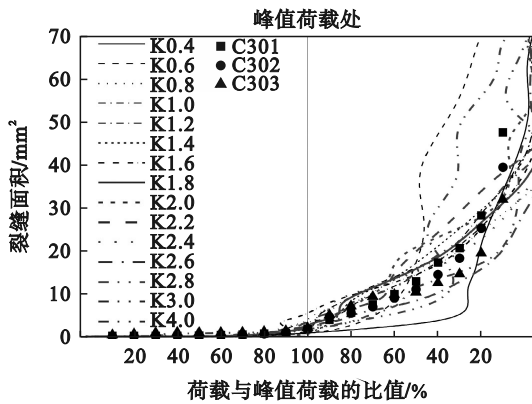


图 19 刚度变化对裂缝面积-荷载情况的影响

Fig. 19 Effect of stiffness change on crack area-load case

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{n=1}^N (x_t - x_s)^2}{\sum_{n=1}^N (x_s - \bar{x}_s)^2} \quad (15)$$

式中:  $n$  是不同荷载状态下用来分析裂缝面积的荷载状态数量;  $N$  在本研究中为 19;  $x_t$  是 3 个试件

通过 DIC 计算的不同荷载状态下的裂缝面积平均值;  $x_s$  是不同参数值对应的有限元模型计算的裂缝面积值,  $\bar{x}_s$  是仿真结果中对应 19 个荷载情况下裂缝面积的平均值. 一般来说,  $R^2$  越接近 1, 模型拟合得越好. 计算得到在 1.2~2.6 倍弹性模量标准参数模型的  $R^2$  大于 0.9. 该取值范围使得数值仿真的峰值荷载及裂缝随荷载变化的情况, 均与试验结果基本吻合. 由以上结果汇总, 关键参数的适宜区间如图 20 所示.

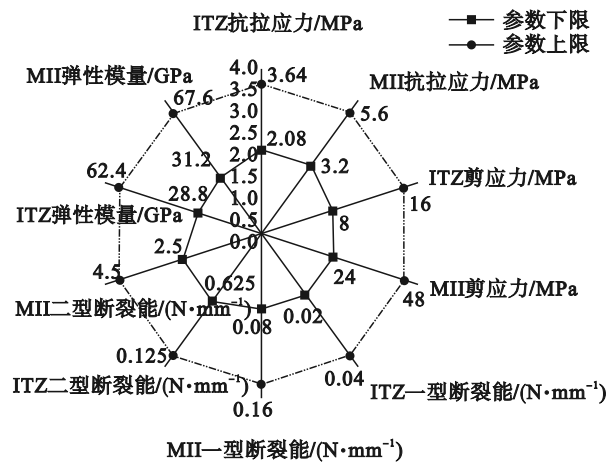


图 20 宏观力学性能与细观裂缝关键参数适宜区间

Fig. 20 Appropriate intervals of macroscopic mechanical properties and key parameters of micro-cracking

## 4 与试验结果的对比及验证

为了验证以上基于内聚力的混凝土三点弯曲线随机骨料建模方法的准确性, 通过试验得到的荷载-CMOD 曲线及裂缝量化值来对比数值模拟和试验中的宏观力学结果与细观裂缝扩展数据. 将不同骨料面积建模的宏观力学及细观裂缝扩展结果与对应试验结果进行对比. 应用高清晰度数字摄像机进行数据采集, 并对剖面进行数据分析<sup>[18]</sup>, 根据富勒集配投递骨料, 代入瓦拉文公式可以算得不同粒径对应的骨料面积, 如表 3 所示.

采用图 20 中给出的模拟参数范围的中值, 对表 3 所述模型应用 2.2 节所述模拟方法, 进行三点弯曲断裂模拟. 断裂模拟后所得到的荷载-CMOD 曲线, 对照 2.1 节中对应试验结果如图 21 所示, 与试验所得结果进行对比, 通过数值仿真得到的数据趋势符合实际情况.

表 3 不同占比的骨料面积计算结果  
Table 3 Calculation results of aggregate area with different percentages %

组别	骨料总面积占比	粗骨料 (5~10 mm)	细骨料 (1~5 mm)
C30	30.4	0.113	0.191
C40	42.9	0.158	0.268
C60	47.3	0.175	0.297

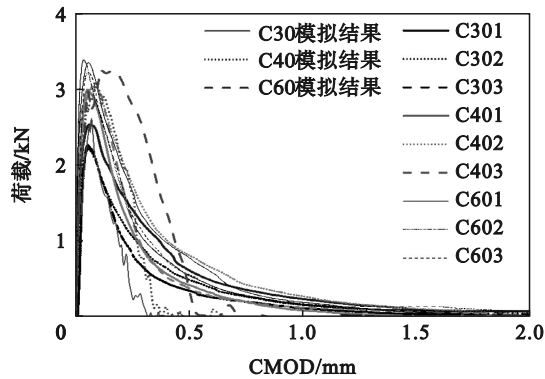


图 21 3组试件试验与模拟的荷载-CMOD变化情况  
Fig. 21 Load-CMOD variation for three sets of specimens tested and simulated

在基准模型组的基础上,采用 SDEG 值为 1 时指定裂缝开裂,对裂缝相关信息进行统计,结果如图 22 所示. 对照 3 组试件试验计算的裂缝面积,数值仿真的裂缝面积随荷载变化的情况与试验的裂缝发展规律基本吻合.

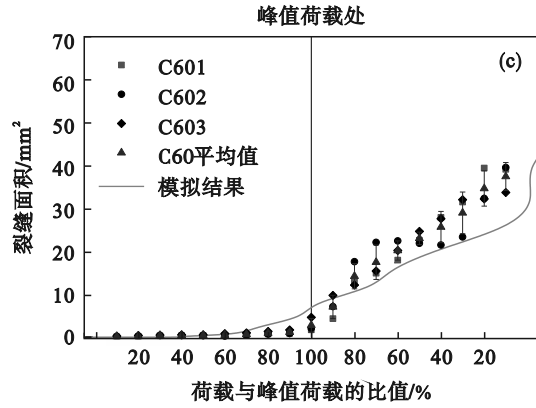
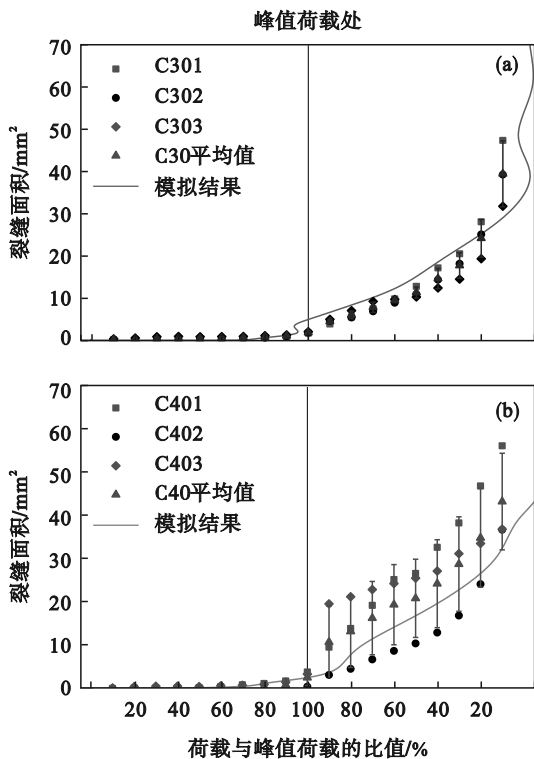


图 22 3组试件试验与模拟的裂缝面积-荷载情况  
Fig. 22 Crack area-load of three groups of specimens tested and simulated  
(a)—C30组; (b)—C40组; (c)—C60组.

## 5 结 论

1) 针对内聚力模型参数的确定问题,提出了一种基于混合型牵引-分离本构的随机骨料内聚力单元模型的反演优化方法,以混凝土梁在三点弯曲试验中的实测荷载-CMOD,裂缝面积-荷载数据与有限元计算得到的相关信息建立优化目标函数,实现了对内聚力模型关键参数的反演识别,并对其进行了验证.

2) 断裂能、抗拉应力、剪应力、弹性模量(刚度)是控制内聚力单元开裂的重要因素,其中抗拉应力和剪应力对模型结果的宏观力学性能和细观开裂情况均有影响,尤其是宏观力学性能表现出有规律的变化. 两种断裂能对材料的宏观力学性能影响较小,对裂缝开展情况的变化具有显著影响. 弹性模量(刚度)取值的增长对模型的峰值荷载前的变化具有影响,而峰值荷载后的荷载-位移曲线无明显规律,对裂缝面积呈现先减小后增大的趋势.

3) 最适合进行模拟采用的参数范围如下,对于 MII 单元,弹性模量范围为 31.2 ~ 67.6 GPa, I 型断裂能为 0.08 ~ 0.16 N/mm, II 型断裂能为 2.5 ~ 4.5 N/mm,抗拉应力为 3.2 ~ 5.6 MPa,剪应力为 24 ~ 48 MPa. 对于 ITZ 单元,弹性模量范围为 28.8 ~ 62.4 GPa, I 型断裂能为 0.02 ~ 0.04 N/mm, II 型断裂能为 0.625 ~ 0.125 N/mm,抗拉应力为 2.08 ~ 3.5 MPa,剪应力为 8 ~ 16 MPa. 由随机骨料双尺度模型获取的仿真结果发现,采用对应范围的参数进行模拟,宏观力学性能及细观裂缝扩展均与对应试验所得结果吻合.

## 参考文献:

- [1] Ying J W, Guo J. Fracture behaviour of real coarse aggregate distributed concrete under uniaxial compressive load based on cohesive zone model [J]. *Materials*, 2021, 14(15): 4314.
- [2] Zhang P, Li J C, Zhao Y, et al. Crack propagation analysis and fatigue life assessment of high-strength bolts based on fracture mechanics [J]. *Science Reports*, 2023, 13: 14567.
- [3] Michels J, Zile E, Czaderski C, et al. Debonding failure mechanisms in prestressed CFRP/epoxy/concrete connections [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, 132: 16–37.
- [4] 肖宇轩, 叶晓峰, 周伟, 等. 基于非线性断裂力学模型的混凝土坝闸墩裂缝成因分析 [J]. *武汉大学学报(工学版)*, 2022, 55(3): 229–237.  
(Xiao Yu-xuan, Ye Xiao-feng, Zhou Wei, et al. Cause analysis of cracks in piers of concrete dam based on nonlinear fracture mechanics model [J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2022, 55(3): 229–237.)
- [5] Barenblatt G I. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks [J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1959, 23(3): 622–636.
- [6] Vishalakshi K P, Revathi V, Reddy S S. Effect of type of coarse aggregate on the strength properties and fracture energy of normal and high strength concrete [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018, 194: 52–60.
- [7] 徐世焯, 熊松波, 李贺东, 等. 混凝土断裂参数厚度尺寸效应的定量表征与机理分析 [J]. *土木工程学报*, 2017, 50(5): 57–71.  
(Xu Shi-lang, Xiong Song-bo, Li He-dong, et al. Quantitative characterization and mechanism analysis on thickness-dependent size effect of concrete fracture [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2017, 50(5): 57–71.)
- [8] 熊学玉, 肖启晟. 基于内聚力模型的混凝土细观拉压统一数值模拟方法 [J]. *水利学报*, 2019, 50(4): 448–462.  
(Xiong Xue-yu, Xiao Qi-sheng. A unified meso-scale simulation method for concrete under both tension and compression based on cohesive zone model [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2019, 50(4): 448–462.)
- [9] 田文祥, 周伟, 林力, 等. 基于内聚力模型复合水泥基材料细观开裂模拟 [C]//中国力学大会 (CCTAM 2019). 杭州, 2019: 1515–1526.  
(Tian Wen-xiang, Zhou Wei, Lin Li, et al. Meso-cracking simulation of composite cement-based material based on cohesive zone model [C]//The Chinese Conference of Theoretical and Applied Mechanics (CCTAM 2019). Hangzhou, 2019: 1515–1526.)
- [10] Słowik M. The analysis of failure in concrete and reinforced concrete beams with different reinforcement ratio [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2019, 89: 885–895.
- [11] Marulli M R, Valverde-Gonzalez A, Paggi M, et al. A combined phase-field and cohesive zone model approach for crack propagation in layered structures made of nonlinear rubber-like materials [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 395: 11507.
- [12] Gyurko Z, Nemes R. Fracture modelling of normal concrete using different types of aggregates [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2019, 101: 464–472.
- [13] Manning J M, Lee C K, Cerami A, et al. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams [J]. *Materials & Structures*, 1985, 18: 287–290.
- [14] Shah S P. Determination of fracture parameters (K<sub>IC</sub>s and CTOD<sub>c</sub>) of plain concrete using three-point bend tests [J]. *Materials & Structures*, 1990, 23(6): 457–460.
- [15] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土物理力学性能试验方法标准: GB/T 50081—2019 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019.  
(Ministry of Housing and Urban-Rural Developing of the People's Republic of China. Standard for test methods of concrete physical and mechanical properties: GB/T 50081—2019 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2019.)
- [16] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 普通混凝土长期性能和耐久性能试验方法标准: GB/T 50082—2009 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.  
(Ministry of Housing and Urban-Rural Developing of the People's Republic of China. Standard for test methods of long-term performance and durability of ordinary concrete: GB/T 50082—2009 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009.)
- [17] Wang Q Y, Xu Y, Liu C Y. Concrete microcracks detection under compressive load based on nonlinear ultrasonics modulation with broadband excitation [J]. *Research in Nondestructive Evaluation*, 2022, 33(2): 98–120.
- [18] Yuan W Y, Dong W, Zhang B S, et al. Determination of double-K fracture parameters of concrete using bottom-notched splitting test [J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2023, 35(5): 04023066.