

# 柔性空间机械臂RBF神经网络补偿滑模控制策略

李小彭<sup>1</sup>, 付嘉兴<sup>1</sup>, 刘海龙<sup>1</sup>, 尹猛<sup>2</sup>

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 中国科学院 深圳先进技术研究院, 广东 深圳 518055)

**摘要:** 柔性结构导致柔性空间机械臂的动态参数随着时间产生变化, 从而降低了跟踪控制的准确性. 质量轻和长径比大导致柔性空间机械臂在运动过程中出现振动现象. 为了解决上述问题, 本文建立了考虑二维变形和扰动转矩的柔性空间机械臂的动力学模型, 推导出简化的非线性动力学方程. 在此基础上, 设计了控制律, 利用RBF(radial basis function)神经网络对柔性空间机械臂中的时变项和扰动转矩进行识别和补偿. 然后以双曲正切函数作为逼近率, 提出了滑模控制策略. 最后, 通过仿真和地面物理样机控制实验可以得到, 在柔性空间机械臂控制律的设计中, 神经网络补偿的控制策略有效地减少了扰动转矩对柔性空间机械臂的影响. 并且通过使用 tanh 函数来代替 sgn 函数, 能够减少输入转矩的波动, 更加验证了RBF神经网络补偿滑模控制策略的有效性.

**关键词:** 柔性空间机械臂; 神经网络补偿; 动力学建模; 滑模控制

中图分类号: TH 113.1; TP 13 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)09-1258-10

## RBF Neural Network Compensation Sliding Mode Control Strategy for Flexible Space Manipulators

LI Xiao-peng<sup>1</sup>, FU Jia-xing<sup>1</sup>, LIU Hai-long<sup>1</sup>, YIN Meng<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen 518055, China. Corresponding author: LI Xiao-peng, E-mail: xpli@me.neu.edu.cn)

**Abstract:** Flexible structures cause the dynamic parameters of flexible space manipulators to change with time, which reduces the accuracy of tracking control. The lighter mass and the larger ratio of length to radius may result in the vibration of flexible space manipulators during their movement. To solve the above problems, a dynamic model of a flexible space manipulator considering two-dimensional deformation and disturbance torque is established, and a simplified non-linear dynamic formula is derived. On this basis, a control law is designed to identify and compensate for the time-varying term and disturbance torque in the flexible space manipulator using the radial basis function (RBF) neural network. Then, using the hyperbolic tangent function as the approximation rate, a sliding mode control strategy is proposed. Finally, through simulation and ground physical prototype experiment, it can be concluded that in the design of control laws for flexible space manipulators, the control strategy with neural network compensation effectively reduces the impact of disturbance torque on the flexible space manipulator. By using the tanh function instead of the sgn function, the fluctuation of input torque can be reduced, and the effectiveness of the RBF neural network compensation sliding mode control strategy is verified.

**Key words:** flexible space manipulator; neural network compensation; dynamic modeling; sliding mode control

空间机械臂是空间站实现在轨维修以及零部件更换的重要工业装备. 近年来, 随着航天事业的飞速发展, 机械臂系统在未来的太空任务中发挥越来越重要的作用, 如航天器的修理、再加

收稿日期: 2023-05-05

基金项目: 辽宁省应用基础研究计划项目(2023JH2/101300159).

作者简介: 李小彭(1976-), 男, 江西宁都人, 东北大学教授, 博士生导师.

油、再绕轨道运行以及清理越来越多的空间碎片<sup>[1]</sup>。为了提高航天装备的使用寿命以及节约资源成本,许多科研机构研究了不同功能的空间操作器,并且应用到了太空环境中。其中,被称为空间站远程机械臂系统的7自由度冗余机械臂,凭借其卓越性能,目前应用于国际空间站<sup>[2]</sup>。然而,传统的空间机械臂系统由刚性结构组成,在太空环境中适应性差。为了解决传统刚性空间机械臂能耗高、速度慢、质量大的缺点,研究者们通过设计柔性机械臂来解决这一问题。

文献[3]提出了一个固定长度的柔性空间机械手来捕捉飞行器。同样,本文提出了一个具有较大运动范围的柔性空间机械臂。由于质量轻和长径比大的特点,柔性空间机械臂在运动中会产生振动。随着机械臂的运动,柔性空间机械臂的长度和密度等参数具有时间变化的特性,增加了控制的难度。此外,在执行不同的抓取任务时,柔性空间机械臂的抓取质量也不同。抓取质量的变化会引起转速的波动,从而影响柔性空间机械臂末端负载的控制精度。因此,柔性空间机械臂研究需要提出一个准确的动态模型,并设计一个控制方法来补偿动态不确定性。

柔性空间机械臂是一个复杂的非线性系统,具有动态参数和时变特性。高精度跟踪控制的前提和基础是建立精确的柔性空间机械臂动态模型。柔性空间机械臂的动力学建模方法与柔性机械手的动力学建模类似。因此,如何准确地描述柔性空间机械臂的柔性变形这一非线性因素是动力学建模中的一个难点。学者们通常使用AMM(assumed modal method)<sup>[4]</sup>和有限元(finite element, FE)方法<sup>[5]</sup>来描述柔性变形。有限元方法通常用于描述具有大变形和复杂边界情况的柔性结构。本文中提出的柔性空间机械臂是一个具有规则形状的小变形问题。因此,AMM可用于描述柔性变形。此外,非线性扰动转矩将影响旋转期间的柔性空间机械臂,建立精确的动态模型有助于提高柔性空间机械臂跟踪控制的精度。因此,在动力学建模中需要考虑柔性结构的二维变形和柔性空间机械臂的非线性扰动力矩的耦合效应。

本文采用假设模态法推导出空间柔性机械臂的动力学方程,建立了考虑各种非线性因素的柔性空间机械臂动力学模型。与传统的动力学模型相比,本文在动力学建模中考虑了二维变形,

提出了忽略非线性项的简化动力学方程。

对于空间机械臂的高精度控制,许多学者进行了研究并取得了很多成果。在空间机械臂控制策略研究的前期,一些研究人员采用PID(proportional integral derivative)控制方法来控制空间机械臂<sup>[6]</sup>。随着空间机械臂的发展和研究的深入,PID控制方法已经不能解决外部干扰力矩对空间机械臂的影响。因此,有学者提出了一些自抗扰控制策略,如自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)和干扰观测器(disturbance observer)<sup>[7-8]</sup>。文献[9]提出了一种适用于具有外部扰动的近空间飞行器变结构的切换ADRC律。文献[10]提出了一种非线性扰动观测器,实现了多种扰动下空间机械臂运动的跟踪控制。虽然一些自抗扰控制策略可以解决外部干扰问题,但无法降低时变动力学参数对空间机械臂的影响。文献[11]提出了一种新型RBF神经网络自适应控制器,结合滑模控制及模糊控制理论进行实时鲁棒补偿。文献[12]针对空间机械臂在轨插、拔孔操作,提出事件触发滑模阻抗控制策略。文献[13]针对时滞柔性关节空间机械臂系统的控制问题,提出一种新的鲁棒自适应滑模控制器。针对滑模控制策略中控制律不稳定的问题,有学者将干扰观测器<sup>[14]</sup>或智能控制策略<sup>[15]</sup>引入滑模控制器。文献[16]提出了一种基于自适应时延估计的连续非奇异终端滑模控制方法,保证了滑模面的连续性与系统的非奇异性,同时保证系统控制精度。文献[17]提出了一种基于固定时间扰动观测器的改进滑模控制方案,从而降低了耦合扰动下的航天器振动。文献[18]提出了一种基于神经网络的自适应终端滑模控制器来提高空间机械臂的轨迹跟踪精度。

此外,柔性空间机械臂是一个典型的不确定性动态系统,其动态模型不确定性由时变参数和外部扰动力矩组成。因此,采用RBF神经网络用于辨识包括扰动力矩和时变参数在内的动态不确定性,可以提高柔性空间机械臂控制精度。在控制律的设计中,采用了双曲正切函数来减小输入转矩的振荡。通过仿真和地面物理样机控制实验,表明了神经网络补偿控制策略的优越性。本文的主要贡献是考虑各种非线性因素,提出滑模控制器的控制规律,设计带有神经网络补偿的滑模控制器,并且利用神经网络识别和补偿柔性空间机械臂的动态不确定因素。

## 1 柔性空间机械臂动力学模型

柔性空间机械臂在轨工作的等效物理模型如图 1 所示,由柔性伸缩杆、固定机械臂、伺服电机和末端负载等组成.柔性空间机械臂的长度是时间的函数,这导致了柔性空间机械臂在动态建模中的时变参数问题.并且,末端负载相当于柔性空间机械臂末端的理想粒子,末端负载有效载荷的变化将改变柔性空间机械臂的输出特性.此外,柔性伸缩杆的致动力方向和柔性空间机械臂的旋转方向彼此不干涉,可以忽略柔性伸缩杆致动力的影响.

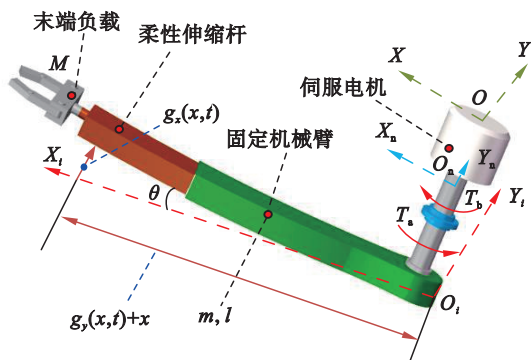


图 1 柔性空间机械臂等效物理模型图

Fig. 1 Equivalent physical model diagram of the flexible space manipulator

图中: $M$ 是末端负载,kg; $m$ 是固定机械臂质量,kg; $l$ 是柔性伸缩杆长度,m; $\theta$ 是柔性伸缩杆旋转角度; $T_a$ 是输入转矩,N·m; $T_b$ 是扰动转矩,N·m; $g_y(x,t)$ 是柔性空间机械臂纵向变形; $g_x(x,t)$ 是柔性空间机械臂横向变形; $X_i O_i Y_i$ 是随动坐标系; $X O Y$ 是惯性参考系; $X_n O_n Y_n$ 是电机轴坐标系.

首先,在柔性空间机械臂中,外部干扰力矩是不可避免的.因此,在对柔性空间机械臂进行动力学建模时,应考虑扰动力矩的影响.扰动转矩  $T_b$  可以通过 LuGre 摩擦模型<sup>[19]</sup>来描述,如式(1)~(3)所示:

$$T_b = \gamma_0 z + \gamma_1 \dot{z} + \gamma_2 \dot{\theta}, \quad (1)$$

$$\dot{z} = \dot{\theta} - \gamma_0 z \left( \frac{|\dot{\theta}|}{f(\dot{\theta})} \right), \quad (2)$$

$$f(\dot{\theta}) = F_g + (F_s - F_g) \exp \left[ - \left| \frac{\dot{\theta}}{v_s} \right| \right]. \quad (3)$$

式中: $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$ 是 LuGre 摩擦模型中的参数; $F_g$ 是

$$T_p = \frac{1}{2} \rho \int_0^l \dot{\mathbf{R}}^T \dot{\mathbf{R}} dx = \frac{1}{2} \rho \int_0^l \left[ \left( (x + g_y)^2 + g_x^2 \right) \dot{\theta}^2 + \left( \dot{g}_x^2 + \dot{g}_y^2 \right) + \left( 2(x + g_y) \dot{g}_x - 2\dot{g}_y g_x \right) \dot{\theta} \right] dx. \quad (9)$$

式中: $T_p$ 是柔性机械臂的动能; $\rho$ 是线密度(kg/m).

库仑摩擦力; $F_s$ 是静摩擦力; $z$ 是内部摩擦状态; $v_s$ 是 Stribeck 速度.

其次,柔性空间机械臂的变形可称为柔性机械手的变形.对于柔性机械手的变形描述,大多是从梁的振动理论中推导出来的.梁模型在运动过程中的变形一般是二维的,横向变形和纵向变形构成梁系的总变形.如图 1 所示,本文考虑柔性空间机械臂的二维变形.柔性空间机械臂是一个难以求解的无限维动力系统.本文采用假设模态法对柔性空间机械臂连续系统进行离散化.参考文献[20-21],推导出柔性空间机械臂的横向变形  $g_x(x,t)$  以及柔性空间机械臂的纵向变形  $g_y(x,t)$ ,如式(4)~(5b)所示:

$$g_x(x,t) = \zeta_1(t) \delta_1(x), \quad (4)$$

$$\frac{\partial g_y(x,t)}{\partial x} = \sqrt{1 - \left( \frac{\partial g_x(x,t)}{\partial x} \right)^2} - 1 \approx - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_x(x,t)}{\partial x} \right), \quad (5a)$$

$$g_y(x,t) = - \frac{1}{2} \int_0^x \left( \frac{\partial g_x(\tau,t)}{\partial \tau} \right)^2 d\tau - \frac{1}{2} \int_0^x \left( \zeta_1(t) \delta_1'(\tau) \right)^2 d\tau. \quad (5b)$$

式中: $\zeta_1(t)$ 是一阶模态坐标; $\delta_1(x)$ 是一阶模态函数; $t$ 是时间; $\tau$ 是积分变量.为了方便简化,采取下列定义的符号:

$$\begin{aligned} l(t) &= l; g_x(x,t) = g_x; g_y(x,t) = g_y; g_x(l,t) = g_{xl}; \\ g_y(l,t) &= g_{yl}; \dot{g}_x(x,t) = \dot{g}_x; \dot{g}_y(x,t) = \dot{g}_y; \dot{g}_x(l,t) = \dot{g}_{xl}; \\ \dot{g}_y(l,t) &= \dot{g}_{yl}; \delta_1(x) = \delta_1; \delta_1(l) = \delta_1; \delta_1'(x) = \delta_1'; \\ \delta_1'(l) &= \delta_1'; \delta_1'(\tau) = \widehat{\delta}_1'; \delta_1''(x) = \delta_1''; \delta_1''(l) = \delta_1''; \\ \zeta_1(t) &= \zeta_1; \ddot{\zeta}_1(t) = \ddot{\zeta}_1. \end{aligned}$$

柔性空间机械臂的位置向量  $\mathbf{R}$  可以写成

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \mathbf{O}(\theta) \begin{bmatrix} x + g_y \\ g_x \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{O}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (7)$$

式中, $\mathbf{O}(\theta)$ 表示旋转变换矩阵.

同样,尖端有效载荷的位置矢量  $\mathbf{R}_M$  为

$$\mathbf{R}_M = \begin{bmatrix} R_{Mx} \\ R_{My} \end{bmatrix} = \mathbf{O}(\theta) \begin{bmatrix} l + g_{yl} \\ g_{xl} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

然后,柔性机械臂的动能可以通过式(9)计算.

柔性机械臂尖端有效载荷的动能如式(10)所示:

$$T_c = \frac{1}{2} M \dot{\mathbf{R}}_M^T \mathbf{R}_M = \frac{1}{2} M \left[ \left( (l+g_{yl})^2 + g_{xl}^2 \right) \dot{\theta}^2 + \left( \dot{g}_{xl}^2 + \dot{g}_{yl}^2 \right) + \left( 2(l+g_{yl})\dot{g}_{xl} - 2\dot{g}_{yl}g_{xl} \right) \dot{\theta} \right]. \quad (10)$$

柔性空间机械臂的动能  $T$  由柔性机械臂的动能和尖端有效载荷的动能组成。

$$T = T_p + T_c = \frac{1}{2} \rho \int_0^l \left[ \left( (x+g_y)^2 + g_x^2 \right) \dot{\theta}^2 + \left( \dot{g}_x^2 + \dot{g}_y^2 \right) + \left( 2(x+g_y)\dot{g}_x - 2\dot{g}_y g_x \right) \dot{\theta} \right] dx + \frac{1}{2} M \left[ \left( (l+g_{yl})^2 + g_{xl}^2 \right) \dot{\theta}^2 + \left( \dot{g}_{xl}^2 + \dot{g}_{yl}^2 \right) + \left( 2(l+g_{yl})\dot{g}_{xl} - 2\dot{g}_{yl}g_{xl} \right) \dot{\theta} \right]. \quad (11)$$

由于结构细长且质量轻,柔性空间机械臂在运动过程中产生的变形较小.因此,柔性空间机械臂势能就是柔性机械臂的弹性势能  $P$ ,如式(12)所示:

$$P = \frac{1}{2} \sigma \int_0^l (g_x'')^2 dx = \frac{1}{2} \sigma \int_0^l (\xi_1 \delta_1'')^2 dx. \quad (12)$$

式中,  $\sigma$  是弯曲刚度.基于拉格朗日原理,可以得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial P}{\partial \theta} &= T_a - T_b, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}_1(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial \xi_1(t)} + \frac{\partial P}{\partial \xi_1(t)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

根据式(13)得到考虑二维变形和一阶模态的柔性空间机械臂动力学方程.

$$T_a - T_b = \ddot{\theta} \chi_{0-0} + \left( \frac{1}{4} \ddot{\theta} \xi_1^4 + \dot{\theta} \xi_1^3 \right) \chi_{1-1} - \left( \ddot{\theta} \xi_1^2 + 2\dot{\theta} \xi_1 \dot{\xi}_1 \right) \chi_{1-2} + \left( \ddot{\theta} \xi_1^2 + 2\dot{\theta} \xi_1 \dot{\xi}_1 \right) \chi_{1-3} + \ddot{\xi}_1 \chi_{1-4} + \frac{1}{2} \left( \ddot{\xi}_1 \xi_1^2 + 2\dot{\xi}_1^2 \dot{\xi}_1 \right) \chi_{1-5}, \quad (14)$$

$$0 = \ddot{\theta} \chi_{1-4} + \frac{1}{2} \ddot{\theta} \xi_1^2 \chi_{1-5} + \ddot{\xi}_1 \chi_{1-3} + \left( \ddot{\xi}_1 \xi_1^2 + 2\dot{\xi}_1^2 \dot{\xi}_1 \right) \chi_{1-1} - \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \xi_1^3 \chi_{1-1} + \dot{\theta}^2 \xi_1 \chi_{1-2} - \dot{\theta}^2 \xi_1 \chi_{1-3} + \xi_1 \chi_{1-6}. \quad (15)$$

式中,  $\chi_{ij}$  是动力学方程中的系数.式(14)~(15)表明,在柔性空间机械臂的动力学方程中存在许多非线性项.大范围的旋转运动和运动过程中产生的小变形在柔性空间机械臂中相互耦合.此外,这些非线性项的存在使柔性空间机械臂的动力学方程非常复杂,不利于控制策略的控制律设计.因此,需要简化式(14)和(15).

忽略式(14)~(15)中的非线性项,柔性空间机械臂的简化动力学方程为

$$\ddot{\theta} \chi_{0-0} + \ddot{\xi}_1 \chi_{1-4} = T_a - T_b, \quad (16)$$

$$\ddot{\theta} \chi_{1-4} + \ddot{\xi}_1 \chi_{1-3} + \xi_1 \chi_{1-6} = 0. \quad (17)$$

## 2 基于 RBF 神经网络的补偿控制策略

本文研究了柔性空间机械臂,其柔性结构导致柔性空间机械臂的长度具有时变性,并且由于

干扰力矩的存在,不可能获得柔性空间机械臂的精确动力学模型.基于此,本文设计了一种基于 RBF 神经网络补偿的滑模控制策略. RBF 神经网络的基本结构由三部分组成:输入层、隐含层和输出层,如图 2 所示.它的基本原理是通过将输入空间划分为多个互不重叠的子空间,每个子空间由 1 个 RBF 来描述,从而有效地提取数据中的非线性特征,并通过输入层、隐含层和输出层之间的联系实现非线性输入输出关系的建模,从而解决复杂的任务.本文中 RBF 神经网络用于识别和补偿柔性空间机械臂动力学模型中的时变项和扰动转矩.

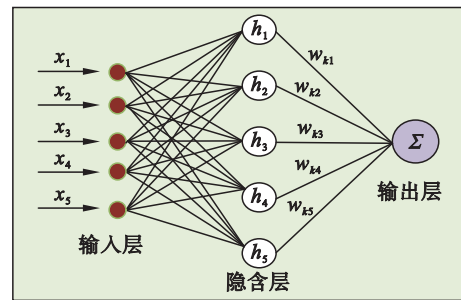


图 2 RBF 神经网络的结构

Fig. 2 RBF neural network structure

首先,式(16)~(17)提出的简化模型易于计算,因此,选择其进行控制律的设计.将式(16)~(17)改写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} \chi_{0-0} & \chi_{1-4} \\ \chi_{1-4} & \chi_{1-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\xi}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \chi_{1-6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \xi_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_b \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_a \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

基于式(18),柔性空间机械臂的动力学方程可以写为

$$\mathbf{N}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q} + \mathbf{D} = \mathbf{u}. \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{q}$  是位移矢量;  $\mathbf{N}(\mathbf{q})$  是惯性矩阵;  $\mathbf{B}(\mathbf{q})$  是阻尼矩阵;  $\mathbf{K}(\mathbf{q})$  是刚度矩阵;  $\mathbf{D}$  是扰动项;  $\mathbf{u}$  是输入矢量.

为了便于编写,定义了如下符号表达式:

$$\mathbf{N}(\mathbf{q}) = \mathbf{N}; \mathbf{B}(\mathbf{q}) = \mathbf{B}; \mathbf{K}(\mathbf{q}) = \mathbf{K}; \dot{\mathbf{N}}(\mathbf{q}) = \dot{\mathbf{N}}.$$

在本文中,用 RBF 来逼近柔性空间机械臂动力学模型中的时变项.参考相应文献,RBF 神经网络算法如式(20)所示<sup>[22]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{x} &= [\boldsymbol{e} \quad \dot{\boldsymbol{e}} \quad \hat{\boldsymbol{q}} \quad \dot{\hat{\boldsymbol{q}}} \quad \hat{\dot{\boldsymbol{q}}}]^T, \\ \boldsymbol{e} &= \hat{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{q}, \\ \boldsymbol{q} &= [\theta \quad \xi_1]^T, \\ \hat{\boldsymbol{q}} &= [\hat{\theta} \quad \hat{\xi}_1]^T, \\ h_i &= \exp\left(\frac{(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{c}_i)^T(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{c}_i)}{2d_i^2}\right), i = 1, 2, \dots, n, \\ \boldsymbol{\varphi} &= [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_n]^T, \\ \boldsymbol{w}^T &= [w_{k1} \quad w_{k2} \quad \dots \quad w_{kn}]^T, \\ \hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) &= \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{\varphi}. \end{aligned} \right\} (20)$$

其中:  $\boldsymbol{x}$  是 RBF 神经网络输入;  $\hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x})$  是 RBF 神经网络输出;  $\boldsymbol{e}$  是误差向量;  $\hat{\boldsymbol{q}}$  是期望位移矢量;  $\boldsymbol{c}_i$  是高斯函数中心向量;  $\hat{\theta}$  是理想的柔性机械手旋转角度;  $\hat{\xi}_1$  是期望的一阶模态坐标;  $v_i$  是正常化常数;  $h_i$  是神经网络隐藏节点的输出;  $\boldsymbol{w}$  是神经网络权重系数;  $\boldsymbol{\varphi}$  是神经网络的高斯基函数输出.

其次, 控制律定义为

$$\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{Z}\boldsymbol{e}. \quad (21)$$

式中:  $\boldsymbol{Z}$  是滑模函数中的正矩阵;  $\boldsymbol{v}$  是滑模函数.

根据式(19)和式(21), 可以得到

$$\begin{aligned} N\dot{\boldsymbol{v}} &= N(\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{e}}) = N(\dot{\hat{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{e}}) - N\dot{\boldsymbol{q}} = \\ N(\dot{\hat{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{e}}) &+ \boldsymbol{B}(\dot{\hat{\boldsymbol{q}}} - (\boldsymbol{v} - \boldsymbol{Z}\boldsymbol{e})) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{D} - \boldsymbol{u} = \\ -\boldsymbol{u} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{f}. \end{aligned} \quad (22)$$

式中:  $\boldsymbol{f}$  是柔性空间机械臂动力学方程中的不确定项向量.

$\boldsymbol{f}$  的表达式为

$$\boldsymbol{f} = N(\dot{\hat{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{e}}) + \boldsymbol{B}(\dot{\hat{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{e}}) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{D}. \quad (23)$$

根据文献[22]在理想情况下, 当神经网络中的权重系数  $\boldsymbol{w}$  达到最优值  $\boldsymbol{w}^*$  时, RBF 神经网络输出接近不确定项向量, 如式(24)所示:

$$\boldsymbol{f} - \hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{w}^{*T} \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\delta}. \quad (24)$$

式中:  $\boldsymbol{\delta}$  是 RBF 神经网络输出和不确定项向量之间存在的无穷小误差向量.

按照式(24), 可以得到

$$\boldsymbol{f} - \hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{w}^{*T} \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\delta} + \hat{\boldsymbol{w}}^T \boldsymbol{\varphi}. \quad (25)$$

式中:  $\hat{\boldsymbol{w}}$  是权重系数误差.

李雅普诺夫函数定义为

$$V_1 = \frac{1}{2} \boldsymbol{v}^T N \boldsymbol{v} + \frac{1}{2} \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \frac{1}{\gamma} \hat{\boldsymbol{w}} \right). \quad (26)$$

式中:  $V_1$  是构造的李雅普诺夫标量函数;  $\gamma$  是正的参数. 通过式(26)与式(22)的偏差, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \boldsymbol{v}^T N \dot{\boldsymbol{v}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{v}^T \dot{N} \boldsymbol{v} + \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\boldsymbol{w}}} \right) = \\ \boldsymbol{v}^T \left( -\boldsymbol{u} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{f} + \frac{1}{2} \dot{N} \boldsymbol{v} \right) &+ \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\boldsymbol{w}}} \right). \end{aligned} \quad (27)$$

随后, 引入双曲正切函数, 双曲正切函数为

$$\tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) = \frac{e^{\frac{\boldsymbol{v}}{\kappa}} - e^{-\frac{\boldsymbol{v}}{\kappa}}}{e^{\frac{\boldsymbol{v}}{\kappa}} + e^{-\frac{\boldsymbol{v}}{\kappa}}}. \quad (28)$$

式中,  $\kappa$  是双曲正切函数中的系数.

双曲正切函数的性质如下:

$$\boldsymbol{v} \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) = \left| \boldsymbol{v} \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) \right| = |\boldsymbol{v}| \left| \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) \right| \geq 0. \quad (29)$$

使用双曲正切函数的控制律设计为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u} &= \hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{K}_v \boldsymbol{v} + \delta_N \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) = \\ \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{\varphi} + \boldsymbol{K}_v \boldsymbol{v} + \delta_N \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right). \end{aligned} \quad (30)$$

式中:  $\boldsymbol{K}_v$  是控制器中的参数矩阵;  $\delta_N$  是控制器中的参数. 控制器的参数满足  $\delta_N \geq \|\boldsymbol{\delta}\|$ .

将式(30)代入式(27), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \boldsymbol{v}^T \left( -\boldsymbol{u} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{f} + \frac{1}{2} \dot{N} \boldsymbol{v} \right) + \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\boldsymbol{w}}} \right) = \\ \boldsymbol{v}^T \left( -\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{K}_v \boldsymbol{v} - \delta_N \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) \right) &+ \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\boldsymbol{w}}} \right) = \\ -\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{K}_v \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{B}\boldsymbol{v} + \frac{1}{2} \boldsymbol{v}^T \dot{N} \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}^T \left( \boldsymbol{\delta} - \delta_N \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) \right) &+ \\ \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \right) \left( \gamma^{-1} \dot{\hat{\boldsymbol{w}}} + \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{\varphi} \right). \end{aligned} \quad (31)$$

上述动力学方程具有  $\boldsymbol{v}^T (\dot{N} - 2\boldsymbol{B}) \boldsymbol{v} = 0$  的性质.

因此, 式(31)可以被重写, 如式(32)所示:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{2} \boldsymbol{v}^T (\dot{N} - 2\boldsymbol{B}) \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{K}_v \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}^T \left( \boldsymbol{\delta} - \delta_N \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) \right) + \\ \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \right) \left( \gamma^{-1} \dot{\hat{\boldsymbol{w}}} + \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{\varphi} \right) &= -\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{K}_v \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}^T \left( \boldsymbol{\delta} - \delta_N \tanh \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\kappa} \right) \right) + \\ \text{tr} \left( \hat{\boldsymbol{w}}^T \right) \left( \gamma^{-1} \dot{\hat{\boldsymbol{w}}} + \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{\varphi} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

最后, 神经网络的自适应律设计为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{w}}} = -\gamma \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{v}^T + k\gamma \|\boldsymbol{v}\| \boldsymbol{w}. \quad (33)$$

式中,  $k \in \mathbf{R}^+$  是常数. 当权重系数接近最佳权重系数时, 权重系数将停止变化. 因此, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{w}} &= 0, \\ \dot{\boldsymbol{w}} &= -\dot{\hat{\boldsymbol{w}}} = \gamma \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{v}^T - k\gamma \|\boldsymbol{v}\| \boldsymbol{w}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

基于式(34), 可以将式(32)重写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -v^T K_v v + v^T \left( \delta - \delta_N \tanh\left(\frac{v}{\kappa}\right) \right) + \\ & \text{tr}(\hat{w}^T) \left( \gamma^{-1} \left( -\gamma \phi v^T + k \gamma \|v\| w \right) + \phi v^T \right) = \\ & -v^T K_v v + v^T \left( \delta - \delta_N \left( \tanh(v) \right) \right) + \text{tr}(\hat{w}^T) \left( k \|v\| w \right) \leq \\ & -v^T K_v v + k \|v\| \text{tr}(\hat{w}^T) \left( w^* - \hat{w} \right) \leq \\ & -v^T K_v v + k \|v\| \left( \|\hat{w}\|_F \|w^*\| - \|\hat{w}\|_F^2 \right) \leq \\ & - \left( K_{v \min} \|v\|^2 + k \|v\| \|\hat{w}\|_F \left( \|\hat{w}\|_F - w_{\max}^* \right) \right), \end{aligned} \quad (35a)$$

$$\|K_v\| \geq K_{v \min}, \quad (35b)$$

$$\|w^*\|_F \leq w_{\max}^*. \quad (35c)$$

如果  $\dot{V}_1 \leq 0$ , 则以下不等式成立.

$$K_{v \min} \|v\| + k \|\hat{w}\|_F \left( \|\hat{w}\|_F - w_{\max}^* \right) = k \left( \|w^*\|_F - w_{\max}^*/2 \right)^2 - k \left( w_{\max}^* \right)^2 / 4 + K_{v \min} \|v\| \geq 0, \quad (36a)$$

$$4K_{v \min} \|v\| \geq k \left( w_{\max}^* \right)^2, \quad (36b)$$

$$\|w^*\|_F \geq w_{\max}^*/2 + \sqrt{\left( w_{\max}^* \right)^2 / 4}. \quad (36c)$$

只要满足式(36), 则可以保证柔性空间机械臂的稳定性. 采用 RBF 神经网络补偿控制策略的柔性空间机械臂的控制框图如图 3 所示.

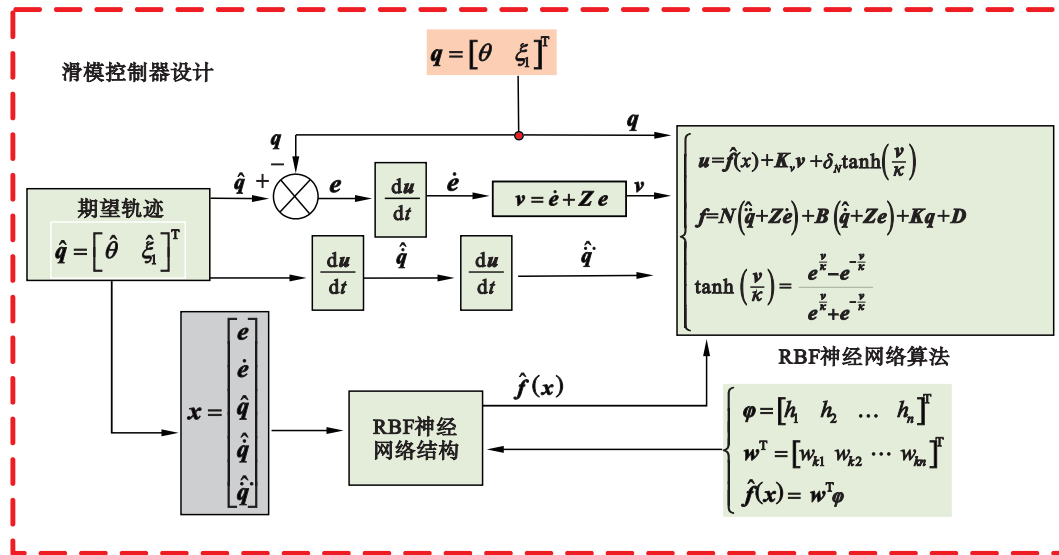


图 3 采用 RBF 神经网络补偿控制策略的柔性空间机械臂的控制框图

Fig. 3 Control block diagram of the flexible space manipulator using RBF neural network compensation control strategy

### 3 数值仿真分析及样机控制实验

传统滑模控制 (sliding mode control, SMC) 策略的控制律中采用了阶跃函数, 这很容易引起颤振. 本文将双曲正切函数 (tanh) 应用于神经网络滑模控制 (neural network sliding mode control, NNSMC) 策略的设计, 用来解决颤振问题. 为了验证 NNSMC 策略的有效性, 进行了仿真分析和地面物理样机控制实验.

#### 3.1 仿真分析

为了说明使用双曲正切函数的 NNSMC 策略的优势, 本节比较了柔性空间机械臂的输入转矩、旋转角度和速度. 此外, 还比较了不同控制策略下的旋转角度、速度、变形和轨迹的跟踪误差, 通过仿真分析说明了 NNSMC 策略的优越性. 本文选择了 SMC 控制策略、使用 sgn 函数的 NNSMC 控制策略 (NNSMC (sgn)) 和 tanh 函数的 NNSMC

控制策略 (NNSMC (tanh)) 进行仿真分析.

仿真设计柔性空间机械臂柔性连杆长度  $l$ , 柔性连杆质量  $m$ , 末端负载  $M$ , 弯曲刚度  $\sigma$ , 控制器参数  $Z$ , 控制器参数  $\gamma$ , 控制器系数  $\kappa$ , 控制器参数  $K_v$  以及控制器参数  $\delta_N$ . 仿真模拟使用的柔性空间机械臂和控制器的条件参数如表 1 所示. 在此工况下, 通过上述 3 种控制策略可以获得柔性空间机械臂的输出特性. 在仿真中, 正弦函数被用作柔性空间机械臂的期望速度. 不同策略下柔性空间机械臂旋转特性的模拟结果如图 4 所示.

根据图 4, 这 3 种控制策略可以实现对柔性空间机械臂旋转角度和速度的稳定跟踪. 与滑模控制策略相比, NNSMC (tanh) 和 NNSMC (sgn) 策略可以获得更小的旋转角度跟踪误差和速度跟踪误差. 这是因为 RBF 神经网络能够识别扰动力矩. 与 NNSMC (sgn) 控制策略相比, NNSMC (tanh)

具有较小的跟踪误差.这验证了使用双曲正切函数的控制策略可以减少转矩脉动并获得更小的跟踪误差.为了研究不同控制策略对变形和输入转矩的影响,本文进行了柔性空间机械臂末端负载变形和输入转矩仿真分析.其中,末端负载横向变形模拟结果如图 5 所示,输入转矩模拟结果如图 6 所示.根据图 5 可知,在该工况条件下,NNSMC 策略的变形幅度都小于 SMC 策略的变形幅度.随着时间增长,3 种控制策略的横向变形幅度逐渐减小.然而,NNSMC(tanh)策略仍然可以保持较小的变形幅度.这验证了基于神经网络补偿的 NNSMC(tanh)策略具有抑制变形波动的优势.

表 1 仿真中柔性空间机械臂和控制器的参数  
Table 1 Parameters of the flexible space manipulator and controller in simulation

参数	值
柔性连杆长度 $l/m$	2.5
柔性连杆质量 $m/kg$	3
末端负载 $M/kg$	1
弯曲刚度 $\sigma/(N \cdot m^2)$	100
控制器参数 $Z$	51
控制器参数 $\gamma$	diag[6,6]
控制器系数 $\kappa$	0.01
控制器参数 $K_v$	151
控制器参数 $\delta_N$	12

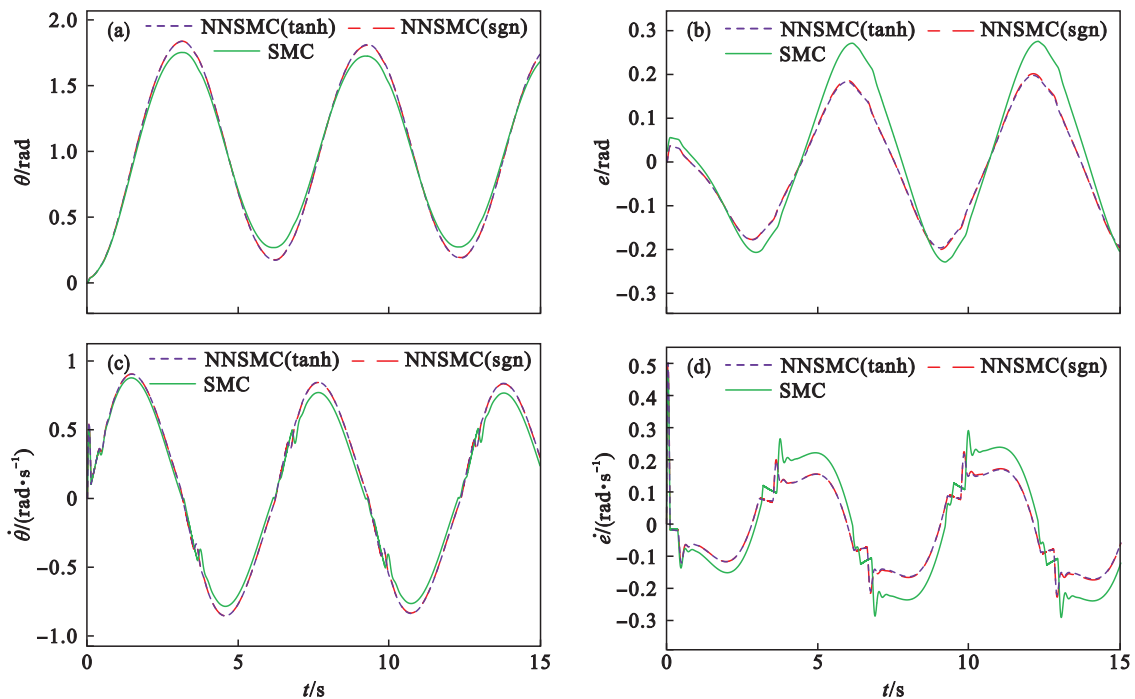


图 4 不同策略下柔性空间机械臂旋转仿真结果

Fig. 4 Rotating simulation results of the flexible space manipulator under different strategies

(a)—旋转角度;(b)—旋转角度跟踪误差;(c)—角速度;(d)—速度跟踪误差.

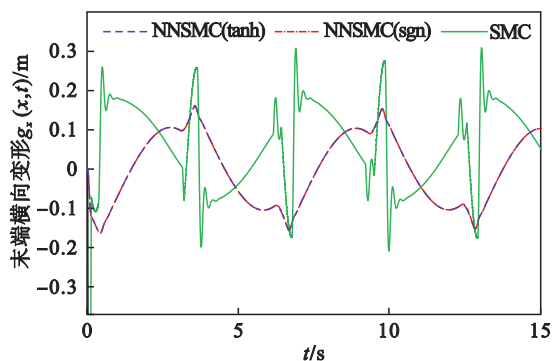


图 5 柔性空间机械臂变形模拟结果

Fig. 5 Deformation simulation results of the flexible space manipulator

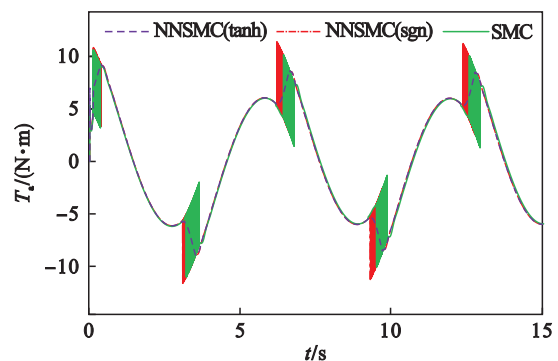


图 6 柔性空间机械臂输入转矩仿真结果

Fig. 6 Simulation results of input torque of the flexible space manipulator

由图6可知,神经网络补偿后的输入转矩小于没有补偿时的输入转矩.这种现象在转速方向变化时尤为明显.这是因为神经网络补偿的控制策略可以削弱扰动力矩的影响.因此,神经网络补偿的控制策略可以减小速度方向变化时输入转矩的突变.此外,与NNSMC(sgn)策略相比,NNSMC(tanh)策略有效地减小了输入转矩的波动.这说明控制策略中的双曲正切函数可以有效

减小输入转矩的波动.这验证了NNSMC(tanh)控制策略的有效性.在空间站中,宇航员通过调整柔性空间机械臂末端负载的位置来完成给定任务,因此,末端负载的跟踪精度直接影响任务的成功与否.故,本文分析了不同控制策略下末端负载的运动轨迹.柔性空间机械臂的轨迹仿真结果如图7所示.

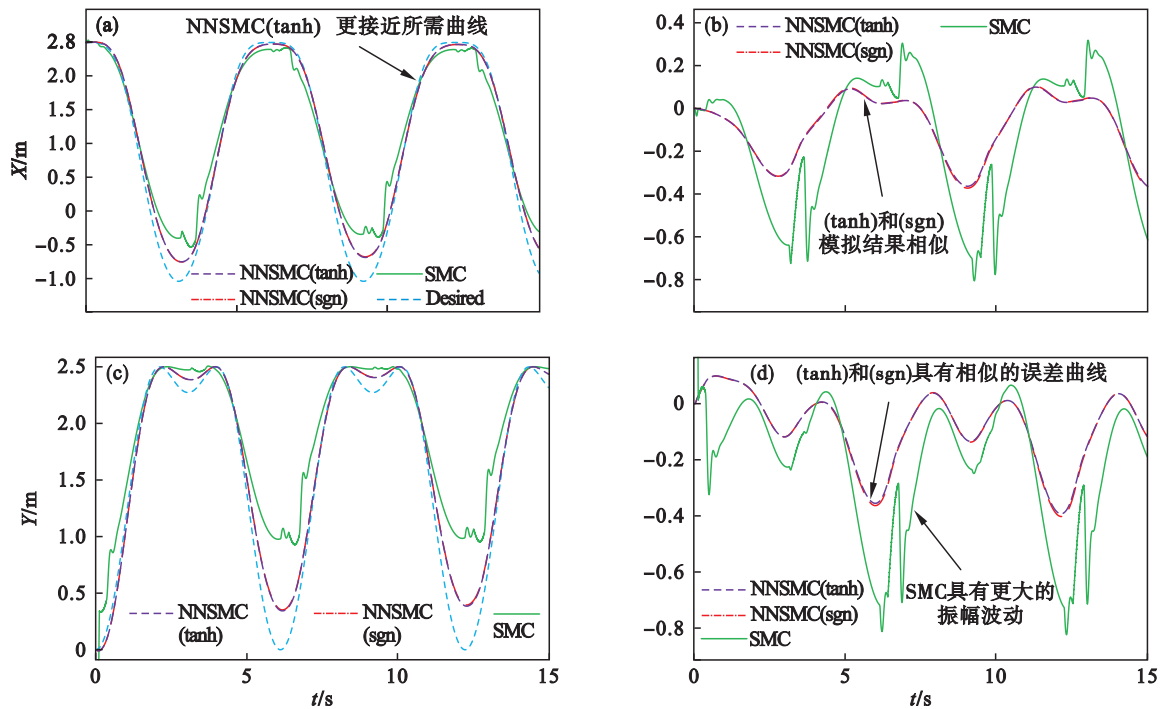


图7 柔性空间机械臂轨迹仿真结果

Fig. 7 Trajectory simulation results of the flexible space manipulator

(a)— $X$ 方向的轨迹; (b)— $X$ 方向轨迹跟踪误差; (c)— $Y$ 方向的轨迹; (d)— $Y$ 方向轨迹跟踪误差.

由图7可知,采用NNSMC(sgn)策略和NNSMC(tanh)策略在 $X$ 方向和 $Y$ 方向上获得的轨迹是相似的,它比SMC策略更接近于期望的轨迹.这说明NNSMC策略可以获得更精确的跟踪轨迹.为了显示准确性,根据跟踪误差曲线,可知NNSMC(tanh)策略具有较小的跟踪误差.这证明了NNSMC(tanh)策略可以有效地改善控制准确性.进一步证明了神经网络补偿控制策略可以有效地提高柔性空间机械臂的控制精度.因此,通过对不同控制策略的仿真分析,可以得出NNSMC(tanh)策略具有较高的控制精度.

### 3.2 控制实验

为了验证NNSMC(tanh)控制策略的有效性,本文参考文献[23],使用柔性空间机械臂地面控制实验平台开展控制实验.为了模拟太空环境,柔性伸缩杆在实验平台上水平旋转,以消除

重力的影响.实验平台由ASME-MRB伺服电机、电缆驱动系统、NI控制器等组成.NI控制器分为3个模块.其中:NI-Crio-9053为底层计算模块,负责编写控制程序,实现柔性空间机械臂的旋转控制;NI-9401是1个数据采集模块,负责通过编码器测量柔性空间机械臂的旋转角度,并将旋转角度数据实时采集到控制系统中;NI-9264是1个电机驱动模块,通过电压控制伺服电机,并将控制力矩传递给电缆驱动系统.

为了研究柔性空间机械臂的控制效果,在地面控制实验中,选择正弦函数作为柔性空间机械臂的输入信号,并且实验平台控制器参数与仿真结果保持一致.通过开展模拟特定工况条件下的柔性空间机械臂控制实验,验证3种控制策略的控制效果.地面控制实验平台参数如表2所示.

实验结果如图 8 所示, NNSMC(tanh) 控制策略能获得较小的旋转角度跟踪误差幅值. 一般情况下, 输入输出曲线斜率越接近 1, 调速效果越好. 然而, 在 3 种控制策略中, NNSMC(tanh) 策略之所以能实现最小的旋转角度跟踪误差, 是因为神经网络对不确定性项进行了补偿. 这验证了 NNSMC(tanh) 控制策略能获得较高的控制精度. 此外, 伺服电机与柔性伸缩连杆之间的电缆驱动系统的灵活性导致旋转角度跟踪误差的增加. 地面控制实验的旋转角度跟踪误差明显大于仿真控制实验的.

表 2 地面控制实验平台参数  
Table 2 Parameters of the ground control experimental platform

参数	值
柔性空间机械臂长度 $l/\text{m}$	0.6
尖端有效载荷 $M/\text{kg}$	0.8
柔性空间机械臂质量 $m/\text{kg}$	2.5
柔性空间机械臂线密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-1})$	4.17
柔性空间机械臂厚度 $H/\text{mm}$	2
柔性空间机械臂弹性模量 $E/\text{GPa}$	70
柔性空间机械臂宽度 $W/\text{mm}$	200

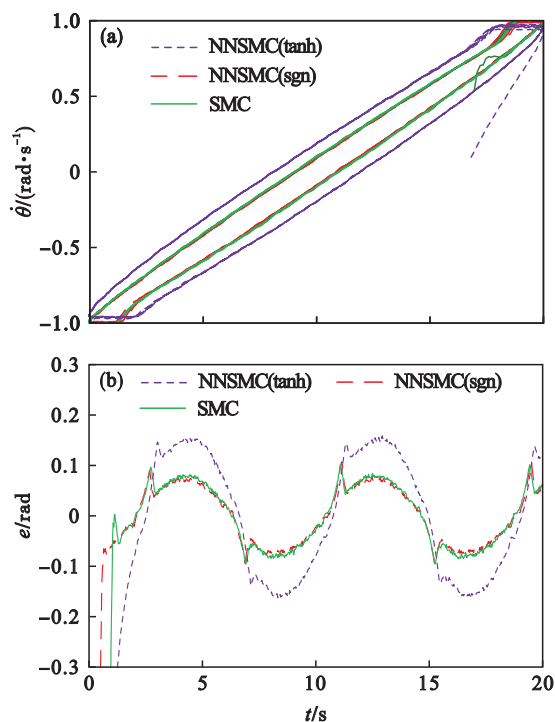


图 8 柔性空间机械臂地面控制实验平台实验结果  
Fig. 8 Experimental results of the ground control experiment platform for the flexible space manipulator

(a) 速度输入/输出曲线; (b) 旋转角度跟踪误差.

为了定量比较不同控制策略的性能, 本文选取了 4 个评价指标, 分别是平均绝对误差、标准误差、平均加速度和加速度标准差. 得到不同控制策略的评价指标分布, 如表 3 所示.

表 3 一定工况下不同控制策略的评价指标  
Table 3 Evaluation indexes of different control strategies under certain working conditions

评价指标	NNSMC(tanh)	NNSMC(sgn)	SMC
平均绝对误差/rad	0.198	0.209	0.276
标准误差	0.219	0.234	0.254
平均加速度/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	0.069	0.076	0.104
加速度标准差	0.067	0.088	0.096

从表 3 可以看出, NNSMC(tanh) 策略的 4 个指标与 NNSMC(sgn) 策略相比是最小的. 这表明采用 tanh 函数的控制策略具有较高的控制精度. 这间接说明了包含 tanh 函数的控制律可以改善颤振. 与 SMC 控制策略相比, NNSMC(tanh) 控制策略的平均绝对误差降低了 28.26%. 同样, 标准误差降低了 13.78%; 平均加速度降低了 33.65%; 加速度标准差降低了 30.21%. 这表明 NNSMC(tanh) 控制策略具有较高的控制精度.

通过不同控制策略的仿真和地面控制实验, 证明了 NNSMC(tanh) 控制策略具有一定的优势. 与 SMC 控制策略相比, 基于神经网络的控制策略对不确定项进行了补偿, 有效地提高了控制精度. 神经网络补偿控制策略可以使柔性空间机械臂在机械臂长度短的工况条件下获得更高的控制精度.

## 4 结 论

1) 在柔性空间机械臂长度较短时, 扰动转矩使柔性空间机械臂的柔性变形产生波动, 旋转角度和速度的幅度减小. 因此, 在柔性空间机械臂的动态建模和控制器设计中应考虑扰动转矩的影响.

2) 在柔性空间机械臂的动力学建模中, 考虑二维变形的动力学模型过于复杂, 无法设计控制律. 所提出的简化动力学方程具有较高的建模精度, 计算简单, 可以代替该动力学模型来设计控制律.

3) 在控制律的设计中, 神经网络补偿的控制策略可以有效地减少扰动转矩对柔性空间机械臂的影响, 可以使用 tanh 函数来代替 sgn 函数, 以

减少输入转矩的波动。NNSMC(tanh)策略可以有效地提高控制精度,并将平均绝对误差降低了28.26%。

#### 参考文献:

- [1] Gasbarri P, Pisculli A. Dynamic/control interactions between flexible orbiting space-robot during grasping, docking and post-docking manoeuvres[J]. *Acta Astronautica*, 2015, 110: 225-238.
- [2] Zhao J D, Zhao Z Y, Yang X H, et al. Inverse kinematics and workspace analysis of a novel SSRMS-type reconfigurable space manipulator with two lockable passive telescopic links [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2023, 180: 105152.
- [3] Shang D Y, Li X P, Yin M, et al. Dynamic modeling and fuzzy adaptive control strategy for space flexible robotic arm considering joint flexibility based on improved sliding mode controller [J]. *Advances in Space Research*, 2022, 70(11): 3520-3539.
- [4] Zhang D G. Recursive Lagrangian dynamic modeling and simulation of multi-link spatial flexible manipulator arms [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, 30(10): 1283-1294.
- [5] Korayem M H, Heidari A, Nikoobin A. Maximum allowable dynamic load of flexible mobile manipulators using finite element approach[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, 45(11): 1232.
- [6] Nair A P, Selvagesan N, Lalithambika V R. Lyapunov based PD/PID in model reference adaptive control for satellite launch vehicle systems[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 51: 70-77.
- [7] Chen S, Xue W C, Zhong S, et al. On comparison of modified ADRCs for nonlinear uncertain systems with time delay [J]. *Science China (Information Sciences)*, 2018, 61(7): 70223.
- [8] Yang Z J, Fukushima Y, Qin P. Decentralized adaptive robust control of robot manipulators using disturbance observers [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20(5): 1357-1365.
- [9] Dong C Y, Liu C, Wang Q, et al. Switched adaptive active disturbance rejection control of variable structure near space vehicles based on adaptive dynamic programming [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, 32(7): 1684-1694.
- [10] Qiao J Z, Wu H, Yu X. High-precision attitude tracking control of space manipulator system under multiple disturbances [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(7): 4274-4284.
- [11] 王宏, 郑天奇. 基于滑模补偿的六轴机械臂RBF网络自适应控制[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2017, 38(11): 1601-1606.  
(Wang Hong, Zheng Tian-qi. RBF network adaptive control based on SMC compensation for six-axis manipulator [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2017, 38(11): 1601-1606.)
- [12] 曾晨东, 艾海平, 陈力. 空间机械臂在轨插、拨孔操作力/位姿阻抗控制[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(3): 84-94.  
(Zeng Chen-dong, Ai Hai-ping, Chen Li. Operation force/pose impedance control of space manipulator in orbit [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(3): 84-94.)
- [13] 吴昊, 毛新涛, 刘鹭航, 等. 柔性关节空间机械臂的自适应滑模控制[J]. *宇航学报*, 2019, 40(6): 703-710.  
(Wu Hao, Mao Xin-tao, Liu Lu-hang, et al. Adaptive sliding mode control for flexible joint space mechanical arms [J]. *Journal of Astronautics*, 2019, 40(6): 703-710.)
- [14] Yin X M, Wang B, Liu L, et al. Disturbance observer-based gain adaptation high-order sliding mode control of hypersonic vehicles [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 89: 19-30.
- [15] Yao Q J. Adaptive trajectory tracking control of a free-flying space manipulator with guaranteed prescribed performance and actuator saturation [J]. *Acta Astronautica*, 2021, 185: 283-298.
- [16] 张建宇, 高天宇, 于潇雁, 等. 基于自适应时延估计的空间机械臂连续非奇异终端滑模控制[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(11): 177-183.  
(Zhang Jian-yu, Gao Tian-yu, Yu Xiao-yan, et al. Continuous non-singular terminal sliding mode control of space manipulator based on adaptive time delay estimation [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(11): 177-183.)
- [17] Wu S X, Chen L, Zhang D X, et al. Disturbance observer-based fixed time sliding mode control for spacecraft proximity operations with coupled dynamics [J]. *Advances in Space Research*, 2020, 66(9): 2179-2193.
- [18] Jia S Y, Shan J J. Finite-time trajectory tracking control of space manipulator under actuator saturation [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(3): 2086-2096.
- [19] Johansson K, de Canudas W C. Revisiting the LuGre friction model [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2008, 28(6): 101-114.
- [20] Shang D Y, Li X P, Yin M, et al. Tracking control strategy for space flexible manipulator considering nonlinear friction torque based on adaptive fuzzy compensation sliding mode controller [J]. *Advances in Space Research*, 2023, 71(9): 3661-3680.
- [21] Gu H C, Song G B, Malki H. Chattering-free fuzzy adaptive robust sliding-mode vibration control of a smart flexible beam [J]. *Smart Materials and Structures*, 2008, 17(3): 035007.
- [22] Shang D Y, Li X P, Yin M, et al. Vibration suppression for two-inertia system with variable-length flexible load based on neural network compensation sliding mode controller and angle-independent method [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2023, 28(2): 848-859.
- [23] 尚东阳, 李小彭, 尹猛, 等. 采用RBF神经网络辨识的柔性机械臂抑振控制策略[J]. *西安交通大学学报*, 2022, 56(6): 76-84.  
(Shang Dong-yang, Li Xiao-peng, Yin Meng, et al. Vibration suppression control strategy of flexible manipulator based on RBF neural network identification [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2022, 56(6): 76-84.)