

飞行机械臂变参数模型预测控制策略

郭建川, 王新宇, 高岩, 石宇凡

(天津工业大学 控制科学与工程学院, 天津 300387)

摘要: 针对飞行机械臂系统中多旋翼无人机与机械臂之间存在的相互扰动问题, 设计了分阶段约束的变参数模型预测控制策略。首先, 建立带有机臂扰动的六旋翼无人机动力学模型, 通过在预测模型中引入机械臂作用于无人机的力和力矩扰动观测值, 补偿机械臂对无人机的耦合影响。然后, 为平衡跟踪精度与增大预测区域带来的计算复杂度, 在预测区域内采用变步长策略, 同时对状态变量进行分阶段约束, 从而提高系统的实时性能和安全性。此外, 为有效抑制载体的扰动, 设计了具有鲁棒性的机械臂滑模控制器。最后, 通过数值仿真验证了分阶段约束的变参数模型预测控制比传统模型预测控制和反步控制具有更高的控制精度及更强的抗干扰能力。

关键词: 飞行机械臂; 模型预测控制; 滑模控制; 扰动观测; 分阶段约束

中图分类号: TP 24

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2026)02-0024-09

Variable Parameter Model Predictive Control Strategy for Aerial Manipulators

GUO Jian-chuan, WANG Xin-yu, GAO Yan, SHI Yu-fan

(School of Control Science and Engineering, Tiangong University, Tianjin 300387, China. Corresponding author: GUO Jian-chuan, E-mail: gjch@tiangong.edu.cn)

Abstract: In order to solve the problem of mutual disturbance between the multi-rotor unmanned aerial vehicle (UAV) and the manipulator in the aerial manipulator system, a variable parameter model predictive control strategy with phased constraints is designed. Firstly, the dynamics model of the hexacopter with the disturbance of the manipulator is established, and the coupling influence of the manipulator on the hexacopter is compensated by introducing the disturbance observations of the force and the moment of the manipulator acting on the hexacopter in the prediction model. Subsequently, in order to balance the tracking accuracy and the computational complexity caused by increasing the prediction horizon, a variable step size strategy is adopted in the prediction horizon, and the state variables are constrained in phases, so as to improve the real-time performance and safety of the system. In addition, a robust sliding mode controller is designed for the manipulator to effectively suppress the disturbance of the carrier. Finally, numerical simulations show that the variable parameter model predictive control strategy with phased constraints has higher control accuracy and stronger anti-disturbance ability than the traditional model predictive control and backstepping control.

Key words: aerial manipulator; model predictive control; sliding mode control; disturbance observation; phased constraint

多旋翼无人机依靠多个旋转翼提供升力和控制力矩, 具有空中悬停、垂直起降、低空低速飞行等独特性能^[1]。现在的无人机已经能够完成多

样化的任务, 但是这些任务大多是被动式的监测任务。随着实际应用需求的扩展, 人们更期望无人机能够对其所处环境施加主动影响。于是在很

收稿日期: 2024-09-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62473282); 中国高校产学研创新基金资助项目(2021ITA10009)。

作者简介: 郭建川(1981—), 男, 天津人, 天津工业大学讲师, 博士。

通信作者: 郭建川, E-mail: gjch@tiangong.edu.cn。

多领域开始出现具备特定功能的无人机,比如能够精准喷洒农药的植保无人机、能够自动搬运货物的物流无人机等.这些特殊功能的实现,往往需要无人机拥有更加复杂的机械结构以及控制系统,从而推动了飞行机械臂的出现^[2-4].飞行机械臂结合了多旋翼无人机的灵活性与机械臂的可操作性,能够执行各种复杂的环境交互作业任务,完成更加精细的操作,如接触检测^[5]、工具操纵^[6]等.

飞行机械臂具有广阔的应用前景,但也面临着一系列技术难题亟待解决.由于多旋翼无人机与机械臂之间的耦合特性而产生的相互干扰无法被完全抑制,始终是系统控制中的一大难题.文献[7]基于飞行机械臂系统近稳态的线性化模型设计了一种全状态反馈线性二次型调节器,削弱了无人机与机械臂之间动力学耦合的影响;文献[8]设计了滑模位置控制器补偿重心偏移系统参数,并在姿态控制器中加入自适应律估计重心偏移控制参数和惯性张量,解决了作业型飞行机器人在动态飞行抓取后产生的重心偏移问题;文献[9]提出一种基于动态质心补偿的改进自抗扰控制策略,减轻了机械臂以及外部环境对飞行机械臂系统的扰动影响.以上研究结果均在一定程度上抑制了无人机与机械臂之间的耦合效应.然而上述控制技术没有考虑系统状态和控制量的约束,无法防止系统出现较大的控制偏差甚至失稳,而模型预测控制(MPC)可以很好地处理该问题.

模型预测控制是一种根据过去和现在的输入输出数据以及系统的动态行为预测未来状态并优化系统的控制策略^[10-11],能够在优化问题中引入约束,从而确保在操作过程中系统始终在安全和可操作的边界内运行,在抗干扰方面也具有其独特优势.文献[12]设计了基于飞行机器人与

$${}^i\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi \\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}. \quad (1)$$

1.2 六旋翼无人机模型

定义六旋翼无人机在惯性坐标系下的角速度为 $\boldsymbol{\omega}$,根据旋转矩阵的性质可得如下关系:

$${}^i\dot{\mathbf{R}}{}^i\mathbf{R}^T = [\boldsymbol{\omega}]_{\times}. \quad (2)$$

式中, $[\cdot]_{\times}$ 为对向量求反对称矩阵的运算.

将式(1)代入式(2),可得六旋翼无人机姿态运动学方程:

门之间的耦合系统动力学的MPC策略,实现了飞行机器人与静态环境的交互;文献[13]提出了一种新颖的规划控制一体化策略,基于MPC和比例积分微分(PID)控制器组成的新型分区控制方法,成功完成了在狭小空间内抓取物体的任务.文献[14]设计了基于状态扩展的双反馈MPC策略,实现了无人机在存在模型不确定性与外部干扰时仍然能够精确跟踪期望航迹.MPC在每个控制时刻需解决一个优化问题,其维度和复杂性会随着预测时域和系统状态变量的增加而显著上升.因此,在提高MPC控制精度的同时保证实时性是其在于飞行机械臂系统中应用的前提.

本文针对六旋翼无人机与机械臂之间的耦合效应所造成的相互干扰问题,在悬停模式下对带有机臂扰动的六旋翼无人机动力学模型进行线性化,设计分阶段约束的变参数模型预测控制器(VMPC),提高系统执行任务时的操作安全性、实时性和抗扰性.此外,设计机械臂滑模控制器以有效抑制无人机飞行对机械臂造成的干扰.最后,通过MATLAB数值仿真验证所设计控制器的有效性.

1 飞行机械臂数学模型

1.1 系统坐标系描述

如图1所示,为了建立飞行机械臂数学模型,定义惯性坐标系 $\{I\}$ 、机体坐标系 $\{B\}$ 、机械臂基坐标系 $\{L_0\}$ 以及机械臂关节坐标系 $\{L_1\}\{L_2\}$.六旋翼无人机的质心在惯性坐标系下的位置和速度矢量分别为 $\mathbf{p} = [x\ y\ z]^T$ 和 $\mathbf{v} = [v_x\ v_y\ v_z]^T$;无人机的姿态角为 $\boldsymbol{\Phi} = [\phi\ \theta\ \psi]^T$,其中 ϕ, θ, ψ 分别为滚转角、俯仰角和偏航角. ${}^i\mathbf{R}$ 为从机体坐标系 $\{B\}$ 到惯性坐标系 $\{I\}$ 的旋转矩阵,可表示为

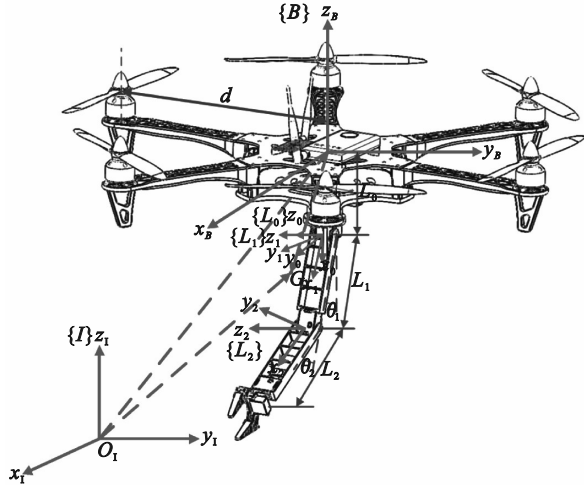
$$\dot{\boldsymbol{\Phi}} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_b. \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_b = [p\ q\ r]^T$,其中 p, q, r 分别为机体轴上的3个角速度分量.

基于牛顿-欧拉方程对六旋翼无人机进行动力学建模,根据牛顿第二定律可得位置动力学方程:

$$m_h \dot{\mathbf{v}} = f_b \mathbf{e}_3 - m_h g \mathbf{e}_3, \quad (4)$$

式中: m_h 为六旋翼无人机的质量; f 为六旋翼无人机产生的升力值; $\mathbf{e}_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$; g 为重力加速度值.



注: d 为无人机机臂长度; G 为系统重心.

图 1 飞行机械臂坐标系

Fig. 1 Coordinate systems of the aerial manipulator

根据欧拉方程可得六旋翼无人机姿态动力学方程:

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\tau}. \quad (5)$$

式中: $\mathbf{I} = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ 为六旋翼无人机的转动惯量; $\boldsymbol{\tau} = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T$ 为六旋翼无人机产生的力矩矢量.

$$\left. \begin{aligned} {}^{i+1} \boldsymbol{\omega}_{i+1} &= {}^{i+1} \mathbf{R}^i \boldsymbol{\omega}_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1} \hat{\mathbf{Z}}_{i+1}, \\ {}^{i+1} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} &= {}^{i+1} \mathbf{R}^i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{i+1} \mathbf{R}^i \boldsymbol{\omega}_i \times (\dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1} \hat{\mathbf{Z}}_{i+1}) + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1} \hat{\mathbf{Z}}_{i+1}, \\ {}^{i+1} \dot{\mathbf{v}}_{i+1} &= {}^{i+1} \mathbf{R}^i (\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i \mathbf{P}_{i+1} + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i \mathbf{P}_{i+1}) + \dot{\mathbf{v}}_i), \\ {}^{i+1} \dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}} &= {}^{i+1} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} \times {}^{i+1} \mathbf{P}_{C_{i+1}} + {}^{i+1} \boldsymbol{\omega}_{i+1} \times ({}^{i+1} \boldsymbol{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1} \mathbf{P}_{C_{i+1}}) + {}^{i+1} \dot{\mathbf{v}}_{i+1}, \\ {}^{i+1} \mathbf{F}_{i+1} &= m_{i+1} {}^{i+1} \dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}}, \\ {}^{i+1} \mathbf{N}_{i+1} &= {}^{C_{i+1}} \mathbf{I}_{i+1} {}^{i+1} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} + {}^{i+1} \boldsymbol{\omega}_{i+1} \times ({}^{C_{i+1}} \mathbf{I}_{i+1} {}^{i+1} \boldsymbol{\omega}_{i+1}). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: 各个变量的左上角的角标为其所在的坐标系; $\boldsymbol{\omega}_i$ 为连杆 i 的角速度; θ_{i+1} 为关节 $i+1$ 处的关节变量; \mathbf{v}_{i+1} 为连杆原点处的线速度; $\mathbf{v}_{C_{i+1}}$ 为连杆质心处的线速度; $\hat{\mathbf{Z}}_{i+1}$ 为连杆旋转轴的单位向量; \mathbf{F}_{i+1} 为作用在连杆 $i+1$ 上的力; m_{i+1} 为连杆 $i+1$ 的质量; \mathbf{N}_{i+1} 为作用在连杆 $i+1$ 上的力矩; ${}^{C_{i+1}} \mathbf{I}_{i+1}$ 为

$$\left. \begin{aligned} {}^i \mathbf{f}_i &= {}^{i+1} \mathbf{R}^{i+1} \mathbf{f}_{i+1} + {}^i \mathbf{F}_i - m_i g \mathbf{e}_3, \\ {}^i \mathbf{n}_i &= {}^i \mathbf{N}_i + {}^{i+1} \mathbf{R}^{i+1} \mathbf{n}_{i+1} + {}^i \mathbf{P}_{C_i} \times {}^i \mathbf{F}_i + {}^i \mathbf{P}_{i+1} \times {}^{i+1} \mathbf{R}^{i+1} \mathbf{f}_{i+1}, \\ \boldsymbol{\tau}_i &= {}^i \mathbf{n}_i^T {}^i \hat{\mathbf{Z}}_i. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: \mathbf{f}_i 为连杆 $i-1$ 施加到连杆 i 上的力; m_i 为连杆 i 的质量; \mathbf{n}_i 为连杆 $i-1$ 作用在连杆 i 上的力矩; \mathbf{N}_i 为作用在连杆 i 上的力矩; $\boldsymbol{\tau}_i$ 为作用在关节 i 处的力矩.

经过上述迭代计算并整理可得机械臂的动

1.3 机械臂模型

采用牛顿-欧拉递推法对机械臂进行动力学建模. 由于机械臂基座直接连接在六旋翼无人机上, 因此认为机械臂基座与六旋翼无人机的角速度和角加速度相同, 即

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_0 &= \boldsymbol{\omega}_b, \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 &= \dot{\boldsymbol{\omega}}_b. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_0$ 为机械臂基座处的角速度.

机械臂基座处的线速度为

$${}^0 \mathbf{v}_0 = {}^0 \mathbf{R}^b \mathbf{v}_b + {}^0 \mathbf{R}^b (\boldsymbol{\omega}_b \times {}^b \mathbf{r}_0). \quad (7)$$

式中: ${}^0 \mathbf{R}$ 为由机械臂基座坐标系到六旋翼无人机机体坐标系的旋转矩阵; ${}^b \mathbf{v}_b$ 和 ${}^b \boldsymbol{\omega}_b$ 分别为六旋翼无人机在机体坐标系下的线速度和角速度; ${}^b \mathbf{r}_0$ 为六旋翼无人机机体坐标系原点到机械臂基座处的位置矢量.

机械臂在基座坐标系下的线加速度可表示为

$${}^0 \dot{\mathbf{v}}_0 = {}^0 \mathbf{R}^b (\dot{\mathbf{v}}_b + \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times {}^b \mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times {}^b \mathbf{r}_0)). \quad (8)$$

牛顿-欧拉递推法计算关节力矩由 2 部分组成: 第 1 部分是对每个连杆应用牛顿-欧拉方程, 从连杆 1 到连杆 n_1 由内向外递推, 从而得到连杆的速度和加速度; 第 2 部分则是从连杆 n_1 到连杆 1 由外向内迭代计算, 从而得到连杆间的相互作用力和力矩以及关节驱动力矩. 第 1 部分由内向外的递推公式如下:

连杆 $i+1$ 质心处的转动惯量; ${}^i \mathbf{P}_{i+1}$ 为关节 $i+1$ 的位置矢量; ${}^{i+1} \mathbf{P}_{C_{i+1}}$ 为质心处的位置矢量.

第 1 部分计算出连杆的速度和加速度之后, 再通过第 2 部分由外向内递推就可得到作用在连杆质心处的惯性力和力矩. 假设机械臂末端执行器与外界没有接触, 则受力为 0. 第 2 部分递推公式如下:

力学方程:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{D} = \boldsymbol{\tau}_m. \quad (11)$$

式中: $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为质量矩阵; $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为科氏力矩阵; $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^2$ 为非线性扰动项矢量; $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ 为机械臂关节角向量; $\boldsymbol{\tau}_m = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ 为系统广义力.

1.4 飞行机械臂系统模型

在飞行机械臂操作过程中,机械臂的运动会导致整个系统的重心偏移,从而对六旋翼无人机产生力和力矩作用.机械臂运动后,各个连杆质

$$\mathbf{r}_{G2} = \left[L_1 \sin \theta_1 + \frac{L_2}{2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad 0 \quad -L_0 - \left(L_1 \cos \theta_1 + \frac{L_2}{2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \right) \right]^T. \quad (13)$$

式中: θ_1, θ_2 分别为机械臂的两个关节角; L_1, L_2 分别为机械臂两个连杆的长度; L_0 为六旋翼无人机的质心与机械臂基座坐标系原点的高度差.

飞行机器人系统在机体坐标系下的重心偏移量为

$$\mathbf{r}_G = \frac{m_1 \mathbf{r}_{G1} + m_2 \mathbf{r}_{G2}}{m_1 + m_2}. \quad (14)$$

式中: m_1, m_2 分别为机械臂连杆 1 和连杆 2 的质量.

考虑机械臂运动时会对六旋翼无人机产生扰动,包含机械臂扰动的六旋翼无人机动力学模型为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{f}{m_s} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) + \frac{F_{dx}}{m_s}, \\ \ddot{y} &= \frac{f}{m_s} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) + \frac{F_{dy}}{m_s}, \\ \ddot{z} &= \frac{f}{m_s} \cos \phi \cos \theta - g + \frac{F_{dz}}{m_s}, \\ \ddot{\phi} &= \frac{1}{I_x} [\tau_x + qr(I_y - I_z) + M_{dx}], \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_y} [\tau_y + pr(I_z - I_x) + M_{dy}], \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z} [\tau_z + pq(I_x - I_y) + M_{dz}]. \end{aligned} \right\} (15)$$

心在机体坐标系下的位置矢量为

$$\mathbf{r}_{G1} = \left[\frac{L_1}{2} \sin \theta_1 \quad 0 \quad -L_0 - \frac{L_1}{2} \cos \theta_1 \right]^T, \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_d &= -(m_s \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_G + m_s \boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{r}_G)), \\ \mathbf{M}_d &= -\mathbf{r}_G \times f \mathbf{e}_3. \end{aligned} \right\} (16)$$

式中: $\mathbf{F}_d = [F_{dx} \quad F_{dy} \quad F_{dz}]^T$ 为机械臂对六旋翼无人机产生的扰动力; $\mathbf{M}_d = [M_{dx} \quad M_{dy} \quad M_{dz}]^T$ 为机械臂对六旋翼无人机产生的扰动力矩; m_s 为飞行机器人的总质量.

2 飞行机械臂控制设计

本文的控制目标是设计无人机升力值 $f(t)$ 和力矩 $\boldsymbol{\tau}(t)$,其中 t 为时间,使在机械臂运动或抓取物体的情况下六旋翼无人机仍然能够精确跟踪期望位置 $\mathbf{p}_d(t)$ 和期望偏航角 $\psi_d(t)$.为实现控制目标,飞行机械臂采用分离控制方式^[15],六旋翼无人机的姿态和高度子系统采用分阶段约束的VMPC策略,并通过扰动观测器补偿机械臂对六旋翼无人机的扰动;机械臂采用滑模控制策略.控制系统框图如图 2 所示.

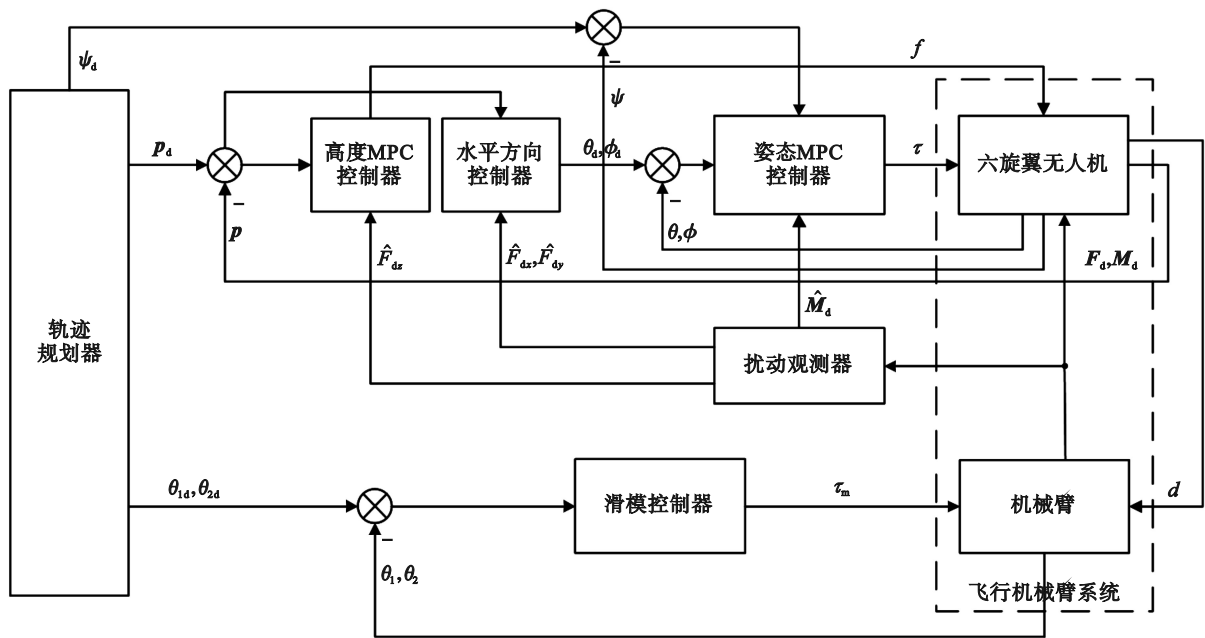


图 2 飞行机械臂控制系统框图

Fig. 2 Block diagram of aerial manipulator control system

2.1 六旋翼无人机扰动观测器设计

由于机械臂运动对六旋翼无人机产生的力

和力矩难以直接获取,因此设计非线性扰动观测器对扰动进行观测.根据式(15)动力学模型前 3

个公式,设计位置子系统非线性扰动观测器:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}_d &= \mathbf{Z} + \mathbf{q}(\sigma), \\ \dot{\mathbf{Z}} &= -\mathbf{L}(\sigma)\mathbf{Z} + \mathbf{L}(x)(-\mathbf{q}(\sigma) - f\mathbf{R}_b\mathbf{e}_3 + m_s\mathbf{g}\mathbf{e}_3). \end{aligned} \right\} (17)$$

式中: $\hat{\mathbf{F}}_d = [\hat{F}_{dx} \ \hat{F}_{dy} \ \hat{F}_{dz}]^T$ 为扰动力的观测值; $\mathbf{Z} \in \mathbf{R}^3$ 为辅助变量; $\mathbf{q}(\sigma) \in \mathbf{R}^3$ 为待设计的非线性函数, σ 为函数自变量; $\mathbf{L}(\sigma) = \text{diag}(l, l, l)$, $l > 0$.

$\mathbf{q}(\sigma)$ 与 $\mathbf{L}(\sigma)$ 之间的关系如下:

$$\mathbf{L}(\sigma)m_s\dot{\mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{q}(\sigma)}{\partial \sigma}. \quad (18)$$

定理 1 对于非线性扰动观测器式(17),如果满足 $\mathbf{L}(\sigma) \geq 0$, 则所设计的观测器误差能够收敛,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_F(t) = 0. \quad (19)$$

证明:定义扰动观测器的误差为

$$\mathbf{e}_F = \mathbf{F}_d - \hat{\mathbf{F}}_d. \quad (20)$$

假设六旋翼无人机受到的扰动是有界的且变化缓慢,可以近似认为 $\dot{\mathbf{F}}_d = \mathbf{0}$. 对式(20)关于时间求导并代入式(17),可得

$$\dot{\mathbf{e}}_F = -\mathbf{L}(\sigma)\mathbf{e}_F. \quad (21)$$

根据式(21)易知非线性扰动观测器的误差最终将收敛于0.

同理,根据式(15)动力学模型的后3个公式,可设计姿态子系统的非线性扰动观测器.

2.2 六旋翼无人机分阶段约束的VMPC设计

六旋翼无人机是典型的欠驱动系统,往往通过调整飞行姿态控制三维位置.由式(15)的前3式即可反解得到俯仰角和滚转角的期望值为

$$\left. \begin{aligned} \phi_d &= \arcsin(u_x \cos \psi_d - u_y \sin \psi_d), \\ \theta_d &= \arctan \frac{m_s(\ddot{x} \cos \psi_d - \ddot{y} \sin \psi_d) - u_z}{m_s(\ddot{z} + g) - \hat{F}_{dz}}. \end{aligned} \right\} (22)$$

式中: $u_x = \ddot{x} \frac{m_s}{f} - \frac{\hat{F}_{dx}}{f}$; $u_y = \ddot{y} \frac{m_s}{f} - \frac{\hat{F}_{dy}}{f}$; $u_z = \hat{F}_{dx} \cos \psi_d + \hat{F}_{dy} \sin \psi_d$; $f = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + (g + \ddot{z})^2}$.

六旋翼无人机的姿态和高度子系统采用VMPC策略.姿态和高度子系统的非线性数学模型为

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}, t). \quad (23)$$

式中:以姿态子系统为例, $\mathbf{x} = [\tilde{\phi} \ \tilde{\theta} \ \tilde{\psi} \ \tilde{\phi} \ \tilde{\theta} \ \tilde{\psi}]^T$ 为系统状态向量,其中 $\tilde{\phi} = \phi_d - \phi$, $\tilde{\theta} = \theta_d - \theta$, $\tilde{\psi} = \psi_d - \psi$; $\mathbf{u} = [\tilde{\tau}_x \ \tilde{\tau}_y \ \tilde{\tau}_z]^T$ 为控制向量; \mathbf{d} 为扰动向量.

飞行机械臂通常在悬停模式下执行抓取操作,同时为了在求得最优解时降低优化的计算开销,因此在悬停点处应用小扰动理论^[16]对飞行机

械臂系统进行处理将其转化为线性化的状态空间模型.将式(23)在悬停点处进行泰勒展开,可得线性化后的系统状态模型为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{d}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}. \end{aligned} \right\} (24)$$

式中: $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为系统状态矩阵; $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为控制矩阵; $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为扰动矩阵; $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^n$ 为扰动向量; m 为姿态/高度子系统的状态维数; n 为姿态/高度子系统的控制量维数.

为了能够将线性化后的系统模型应用于VMPC控制设计,对式(24)的状态方程用前向欧拉法进行离散化,离散化后的状态空间模型为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \mathbf{A}_* \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_* \tilde{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{G}_* \mathbf{d}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}(k). \end{aligned} \right\} (25)$$

式中: k 为采样次数; $\mathbf{A}_* = \mathbf{A}T + \mathbf{I}$; $\mathbf{B}_* = \mathbf{B}T$; $\mathbf{G}_* = \mathbf{G}T$; 其中 T 为采样步长.

在使用MPC进行跟踪控制时,扩展预测时域能够提高跟踪精度,但这也会增加MPC的复杂性并影响实时性能.为了在模型预测精度和实时性能之间取得平衡,将预测时域划分为前端和后端两部分进行优化.预测时域前端基于短步长的状态空间模型,采样步长 T 取 T_s , 时域后端基于长步长的状态空间模型,采样步长 T 取为 T_l .

假设状态向量与扰动向量在每一个采样周期内都可测得,且当前时刻预测未来的扰动向量为其本身,即 $\mathbf{d}(k+1) = \mathbf{d}(k)$. 将状态向量 $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ 和控制向量 $\tilde{\mathbf{u}}(k-1)$ 进行状态扩展得到一个新的状态向量,即可得到新的状态空间模型:

$$\left. \begin{aligned} \gamma(k+1) &= \bar{\mathbf{A}}\gamma(k) + \bar{\mathbf{B}}\Delta\mathbf{u}(k) + \bar{\mathbf{G}}\mathbf{d}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \bar{\mathbf{C}}\gamma(k). \end{aligned} \right\} (26)$$

式中: $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_*(k) & \mathbf{B}_*(k) \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{I}_{n \times n} \end{bmatrix}$; $\gamma(k) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{\mathbf{u}}(k-1) \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_*(k) \\ \mathbf{I}_{n \times n} \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{G}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_*(k) \\ \mathbf{O}_{n \times n} \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{I}_{m \times m} \ \mathbf{O}_{m \times n}]$; $\mathbf{O}_{n \times m}$ 为 $n \times m$ 维零矩阵; $\mathbf{I}_{n \times n}$ 为 $n \times n$ 维单位矩阵.

由式(26)得到状态扩增后第 k 步的系统状态,将系统在未来预测时域内的预测输出写为矩阵形式:

$$\mathbf{Y}_p(k) = \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\xi}(k) + \boldsymbol{\Theta}\Delta\mathbf{U}(k) + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\Gamma}(k). \quad (27)$$

式中: $\mathbf{Y}_p = \begin{bmatrix} \gamma(k+1|k) \\ \gamma(k+2|k) \\ \dots \\ \gamma(k+N_p|k) \end{bmatrix}$; $\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}^2 \\ \dots \\ \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}^{N_p} \end{bmatrix}$; $\boldsymbol{\xi}(k) = \gamma(k)\mathbf{I}_{N_p \times 1}$;

$$\theta = \begin{bmatrix} \bar{C}\bar{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{C}\bar{A}\bar{B} & \bar{C}\bar{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}\bar{A}^{N_p-1}\bar{B} & \bar{C}\bar{A}^{N_p-2}\bar{B} & \cdots & \bar{C}\bar{A}^{N_p-N_c-1}\bar{B} \end{bmatrix};$$

$$\Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \cdots \\ \Delta u(k+N_p|k) \end{bmatrix};$$

$$\omega = \begin{bmatrix} \bar{C}\bar{G} & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{C}\bar{A}\bar{G} & \bar{C}\bar{G} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}\bar{A}^{N_p-1}\bar{G} & \bar{C}\bar{A}^{N_p-2}\bar{G} & \cdots & \bar{C}\bar{A}^{N_p-N_c-1}\bar{G} \end{bmatrix};$$

$\Gamma(k) = d(k|k)I_{N_p \times 1}; I_{N_p \times 1}$ 为 N_p 行均为 1 的单位列向量; 其中 N_p 为系统的预测时域; N_c 为系统的控制时域。

为了保证六旋翼无人机快速且平稳地跟踪期望轨迹, 构造关于系统状态量偏差和控制量的优化函数为

$$\min_{\Delta u} J = \|Y_p(k) - Y_d(k)\|_Q^2 + \|\Delta U(k)\|_R^2 + \rho_h \varepsilon^2. \quad (28)$$

式中: Y_d 为系统期望输出; ΔU 为控制量的变化量; $Q \in \mathbf{R}^{mN_p \times mN_p}$ 和 $R \in \mathbf{R}^{nN_c \times nN_c}$ 为权重矩阵; ρ_h 为权重系数; ε 为松弛因子。

式(28)中等号后第1项反映了系统对期望轨迹的跟踪能力; 等号后第2项反映了对控制增量变化的约束。这样不仅容易转化为二次规划的标准形式, 还可以避免被控系统控制量突变的现象, 保证控制量的平稳性, 同时加入等号后第3项松弛因子, 能够有效防止求解过程中出现无可行解的情况。

由于飞行机械臂系统具有强耦合及非线性特性, 为了更好地满足系统在不同情况下的约束条件, 提高控制系统的鲁棒性和控制精度, 采用分阶段约束策略。在起飞及机械臂抓取这类波动明显的阶段, 对状态量和输入量施加较大的约束, 而在稳定飞行阶段则施加较小的约束, 具体约束条件如下:

$$\left. \begin{aligned} y_{\min} &\leq y(k+j|k) \leq y_{\max} \quad (j=0, 1, 2, \dots, N_p), \\ u_{\min} &\leq u(k+j|k) \leq u_{\max} \quad (j=0, 1, 2, \dots, N_c-1), \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta u(k+j|k) \leq \Delta u_{\max} \quad (j=0, 1, 2, \dots, N_c-1). \end{aligned} \right\} (29)$$

结合式(28)、式(29)可以完成最优化解。

定理2 对于带有机械臂扰动的六旋翼无人机动力学模型式(15), 根据优化函数式(28)构造李雅普诺夫函数 V_k , 如果满足李雅普诺夫函数为正定函数且单调递减, 即 $V_k - V_{k+1} > 0$, 则系统稳定。

证明: 为了保证系统的稳定性, 假设 $N_p = N_c = N$ 设计李雅普诺夫函数为

$$V_{k+1} = \sum_{i=1}^N \|Y_p(k+1+i|k+1) - Y_d(k+1+i|k+1)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N-1} \|\Delta U(k+1+i|k+1)\|_R^2, \quad (30)$$

$$V_k = \sum_{i=1}^N \|Y_p(k+i|k) - Y_d(k+i|k)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N-1} \|\Delta U(k+i|k)\|_R^2. \quad (31)$$

根据式(30)和式(31)可得

$$V_k - V_{k+1} = \|Y_p(k+1|k) - Y_d(k+1|k)\|_Q^2 + \|\Delta U(k+1|k)\|_R^2 > 0. \quad (32)$$

由式(32)可知, 设计的李雅普诺夫函数为正定函数且单调递减, 因此系统的稳定性得证。

2.3 机械臂滑模控制器设计

飞行机械臂运动时系统存在不确定性, 难以准确获取无人机对机械臂造成的非线性扰动项 d , 因此为机械臂设计具有鲁棒性的滑模控制器。

首先定义滑模面为

$$s = \alpha e + \dot{e}. \quad (33)$$

式中: $\alpha \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为正对角矩阵; $e = \theta_d - \theta$ 为关节角误差, 其中 $\theta_d = [\theta_{1d} \quad \theta_{2d}]^T$ 为期望关节角。

将式(33)代入机械臂动力学方程式(11)中, 可得开环误差动力学方程:

$$M(\theta)\dot{s} + C(\theta, \dot{\theta})s = M(\theta)(\ddot{\theta}_d + \alpha\ddot{e}) + C(\theta, \dot{\theta})(\dot{\theta}_d + \alpha\dot{e}) + D - \tau_m. \quad (34)$$

由此, 机械臂的滑模控制律设计如下:

$$\tau_m = M(\theta)(\ddot{\theta}_d + \alpha\ddot{e}) + C(\theta, \dot{\theta})(\dot{\theta}_d + \alpha\dot{e}) + Ks + \rho \operatorname{sgn}(s). \quad (35)$$

式中: $K \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为正定控制增益矩阵; ρ 为正定函数, 且满足 $\rho \geq \|D\|$ 。

将控制律式(35)代入式(34)中可得闭环误差动力学方程:

$$M(\theta)\dot{s} + C(\theta, \dot{\theta})s + Ks = D - \rho \operatorname{sgn}(s). \quad (36)$$

定理3 对于机械臂动力学方程式(11), 如果控制增益满足 $\rho \geq \|D\|$, 则所设计的控制律可使关节角跟踪误差收敛, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (37)$$

证明: 定义李雅普诺夫函数为

$$V_s = \frac{1}{2} s^T M s \geq 0. \quad (38)$$

对式(38)关于时间求导, 将式(36)代入并化简,

$$\dot{V}_s = s^T (-Ks + D - \rho \operatorname{sgn}(s)) \leq 0. \quad (39)$$

由式(39)可知, $V_s(t)$ 是非增函数; 由式(38)可知, $V_s(t)$ 是非负函数. 因此, $V_s(t) \in \mathcal{L}_\infty$, $s(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$, $\dot{s}(t) \in \mathcal{L}_\infty$, 其中 \mathcal{L}_∞ 表示函数有界, \mathcal{L}_2 表示函数平方后可积分.

根据上述分析, 由 Barbalat 引理^[17] 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0. \quad (40)$$

根据式(40)得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \mathbf{0}, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = \mathbf{0}. \quad (41)$$

由式(41)可知, 机械臂关节角跟踪误差收敛于0.

3 数值仿真与结果分析

3.1 飞行机械臂轨迹跟踪

为了验证所设计的飞行机械臂 VMPC 策略的跟踪性能, 首先通过圆形轨迹跟踪进行对比仿真. 设定无人机期望轨迹为 $x_d = 3 + 1.5\cos(0.1\pi t)$, m; $y_d = 3 + 1.5\sin(0.1\pi t)$, m; $z_d = 5$, m; $\psi_d = 0^\circ$; 同时机械臂周期摆动, 设定机械臂的 2 个期望关节角为 $\theta_{1d} = 0.3\sin t$, $\theta_{2d} = 0.2\sin t$. 设定飞行机械臂系统的初始位置为 (4.5, 3, 5) m 处, 模型参数如表 1 所示.

表 1 飞行机械臂系统模型参数

Table 1 Model parameters of the aerial manipulator system

参数	数值
m/kg	5
$I_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.147 5
$I_y/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.147 5
$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.248 9
m_1/kg	0.4
m_2/kg	0.4
L_0/m	0.1
L_1/m	0.25
L_2/m	0.25

图 3 和图 4 分别为飞行机械臂轨迹跟踪位置误差和姿态曲线. 如图 3 所示, 当采用 VMPC 策略时, 在初始起飞阶段系统动态变化较大时, 选择较短步长增大优化频率, 提高了系统响应速度, 且位置跟踪误差始终在 0 附近波动, 而传统的 MPC 以及反步控制在 x 轴和 y 轴方向上的误差始终存在 ± 0.5 m 范围内的波动, z 轴方向上的误差存在 ± 0.3 m 范围内的波动. 如图 4 所示, 当采用 VMPC 策略时, 滚转通道姿态曲线在 2 s 后趋于稳定, 而 MPC 和反步控制在 6 s 后才趋于稳定, 并且前 6 s 内 VMPC 的波动幅度要远小于传统的 MPC

和反步控制; 俯仰通道姿态曲线在 6 s 后趋于稳定, 而 MPC 和反步控制两种控制方式仍然波动较大. 由此表明, VMPC 可以有效削弱机械臂对六旋翼无人机的扰动, 保证飞行机械臂平稳飞行. 图 5 为轨迹跟踪控制输入曲线, 由图可见, 当采用 VMPC 策略时, 由于约束作用升力波动较小, 峰值限制在 70 N 以下, 滚转和偏航通道控制量波动也始终比较平缓. 由此可见, VMPC 能够对控制量进行适当约束.

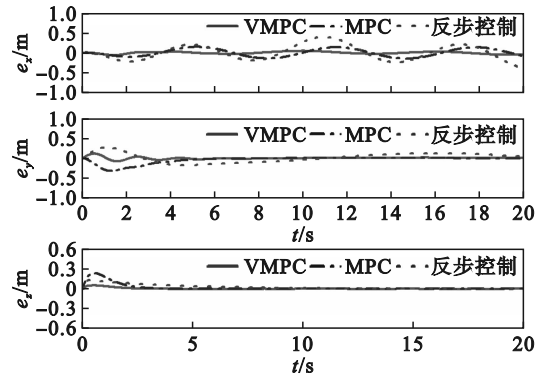


图 3 轨迹跟踪位置误差曲线

Fig. 3 Position error curves for trajectory tracking

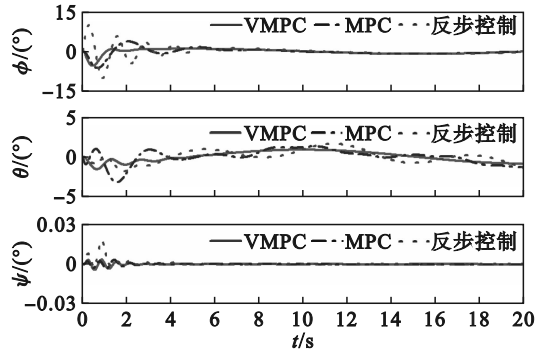


图 4 轨迹跟踪姿态曲线

Fig. 4 Attitude curves for trajectory tracking

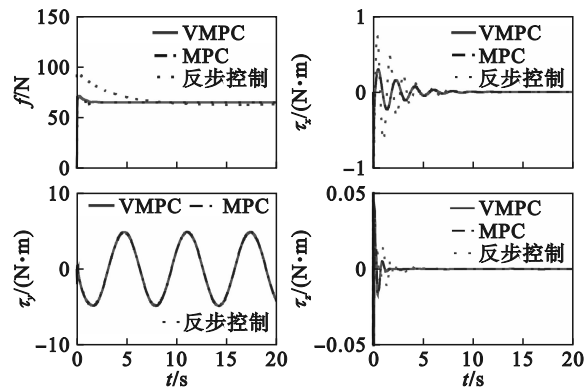


图 5 轨迹跟踪控制输入曲线

Fig. 5 Control input curves for trajectory tracking

图 6 为轨迹跟踪机械臂关节角摆动曲线. 由图可见, 除在初始时刻有较小的跟踪误差外, 机械臂均能很好地跟踪期望关节角.

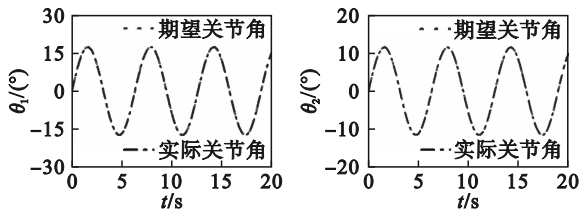


图 6 轨迹跟踪机械臂关节角摆动曲线

Fig. 6 Joint angle swing curves of the manipulator for trajectory tracking

图 7 为扰动观测器的误差曲线. 由图可见, 3 轴扰动力的观测误差 $e_{F_x}, e_{F_y}, e_{F_z}$ 以及俯仰轴的扰动转矩观测误差 e_{M_y} 的幅值均相对较小且在 0 附近波动, 表明扰动观测器能够有效估计由机械臂运动对六旋翼无人机产生的干扰力和力矩.

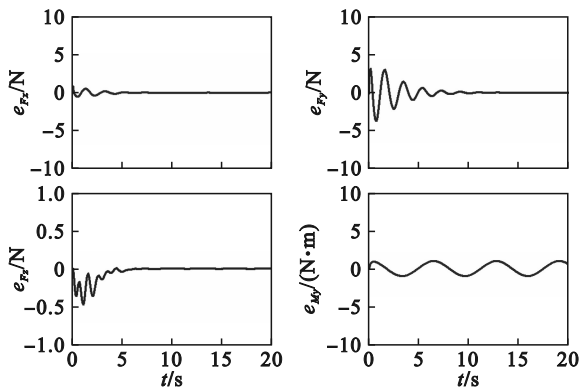


图 7 扰动观测器误差曲线

Fig. 7 Disturbance observer error curves

3.2 飞行机械臂目标抓取

为进一步验证所设计的 VMPC 控制器的抗扰能力, 进行机械臂目标抓取的对比仿真. 图 8 和图 9 分别为目标抓取位置跟踪误差和姿态曲线. 如图 8 所示, 当采用 VMPC 策略时 x 轴与 y 轴的跟踪误差在 ± 0.3 m 范围内, 明显优于另外两种控制器, 且 x 轴的跟踪误差在 40 s 之后抓取到物体时几乎趋近于 0, 表明 VMPC 策略的抗扰能力明显优于另外两种控制器. 如图 9 所示, 由于 VMPC 在执行时将预测时域划分为前端和后端, 采样次数和频率增大, 使优化结果更加精确, 因此姿态曲线在前 2 s 比另外两种控制方式波动更小, 响应更迅速. 此外, 由于姿态曲线在 10 s 后基本不再变化, 为便于观察, 文中选取前 10 s 的动态过程. 图 10 为目标抓取控制输入曲线, 当采用 VMPC 策略时, 由于约束作用, 升力波动较小, 峰值限制在 80 N 以下, 保证了飞行机械臂空中作业的安全性.

图 11 为目标抓取机械臂关节角曲线. 由图可见, 机械臂能够很好地跟踪期望关节角.

图 12 显示了 VMPC 与传统 MPC 两种控制器

寻找最优解时间的比较. VMPC 策略在抓取前的平均寻优时间约为 0.2 s, 抓取后约为 0.3 s. MPC 策略在抓取前的平均寻优时间约为 0.7 s, 抓取后约为 1.0 s. 结果表明, VMPC 相比 MPC 具有更优越的实时性能.

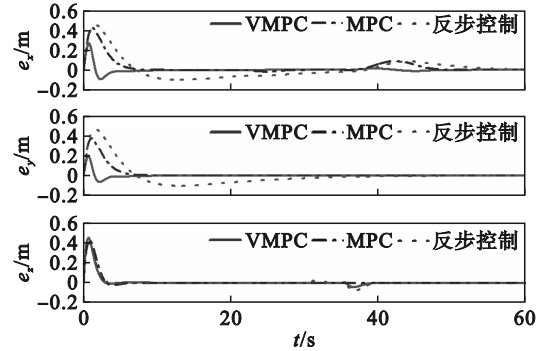


图 8 目标抓取位置误差曲线

Fig. 8 Position error curves for object grasping

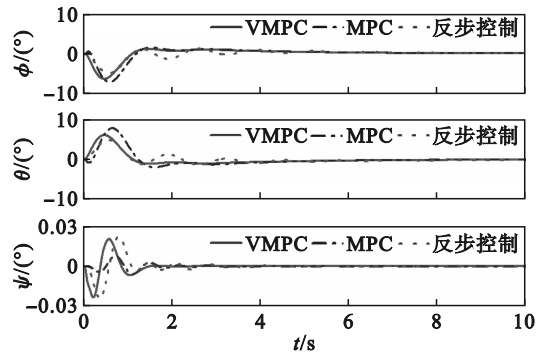


图 9 目标抓取姿态曲线

Fig. 9 Attitude curves for object grasping

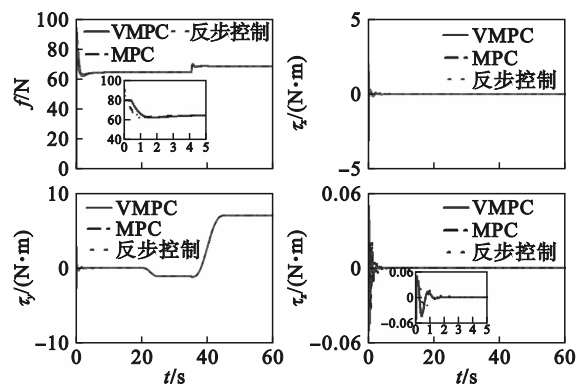


图 10 目标抓取控制输入曲线

Fig. 10 Control input curves for object grasping

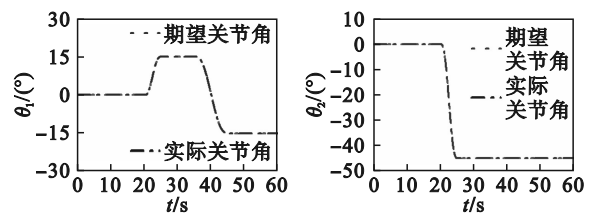


图 11 目标抓取机械臂关节角曲线

Fig. 11 Joint angle curves of the manipulator for object grasping

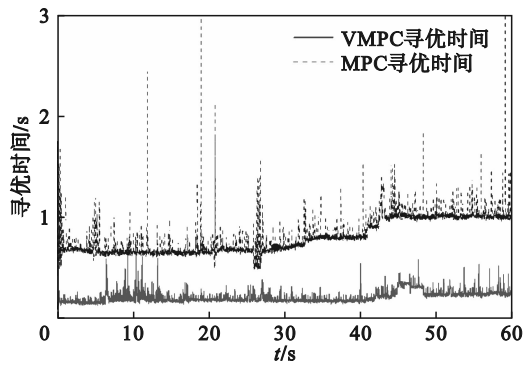


图 12 寻优时间对比

Fig. 12 Comparison of optimization time

4 结 语

本文基于飞行机械臂的动力学模型设计了分阶段约束的VMPC策略,通过对未来状态的预测和优化,获得最优的控制策略,以提高系统的控制精度.此外,为降低计算复杂度,在预测时域内根据情况动态调整采样步长,并依据各操作阶段设置差异化状态约束,使飞行机械臂在保证系统稳定的前提下实现高精度期望轨迹跟踪.最后,通过轨迹跟踪与动态抓取数值仿真实验验证了所提VMPC策略具有优异的轨迹跟踪性能以及扰动抑制能力.

参考文献:

- [1] 全权.多旋翼飞行器设计与控制[M].北京:电子工业出版社,2018.
(Quan Quan. Multicopter design and control [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2018.)
- [2] Ruggiero F, Lippiello V, Ollero A. Aerial manipulation: a literature review [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2018, 3(3): 1957-1964.
- [3] Ollero A, Tognon M, Suarez A, et al. Past, present, and future of aerial robotic manipulators[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2022, 38(1): 626-645.
- [4] Wang M, Chen Z S, Guo K X, et al. Millimeter-level pick and peg-in-hole task achieved by aerial manipulator [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2024, 40: 1242-1260.
- [5] Liang J C, Chen Y J, Wu Y N, et al. Active physical interaction control for aerial manipulator based on external wrench estimation [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2023, 28(5): 2774-2785.
- [6] Wang Y, Wu S Z, Yu H, et al. Super-twisting sliding mode based nonlinear control for dual-arm unmanned aerial manipulator systems [C]//2023 IEEE International Conference on Unmanned Systems (ICUS). Hefei, 2023: 738-743.
- [7] Yang B, He Y Q, Han J D, et al. Rotor-flying manipulator: modeling, analysis, and control [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014(1): 492965.
- [8] 陈彦杰,占巍巍,张振国,等.作业型飞行机器人抓取后重心偏移的轨迹跟踪控制[J].控制理论与应用,2020,37(10):2178-2188.
(Chen Yan-jie, Zhan Wei-wei, Zhang Zhen-guo, et al. Trajectory tracking control of center of gravity shift for aerial manipulator robot after grasping[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(10): 2178-2188.)
- [9] Wang M M, Qi J T, Kang J N, et al. Rotorcraft aerial manipulator control based on improved ADRC [C]// The 39th Chinese Control Conference (CCC). Shenyang, 2020: 6744-6749.
- [10] 李寿涛,魏玉博,李秋媛,等.考虑车辆侧偏刚度变化的MPC稳定性控制方法[J].东北大学学报(自然科学版),2023,44(2):162-167.
(Li Shou-tao, Wei Yu-bo, Li Qiu-yuan, et al. MPC stability control method considering the variation of vehicle's cornering stiffness [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2023, 44(2): 162-167.)
- [11] Du Z X, Zhang H, Wang Z P, et al. Model predictive formation tracking-containment control for multi-UAVs with obstacle avoidance[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, 54(6): 3404-3414.
- [12] Lee D, Seo H, Kim D, et al. Aerial manipulation using model predictive control for opening a hinged door [C]// 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Paris, 2020: 1237-1242.
- [13] Yavari M, Gupta K, Mehrandezh M. Interleaved predictive control and planning for an unmanned aerial manipulator with on-the-fly rapid re-planning in unknown environments [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, 20(3): 1690-1705.
- [14] 王晓海,孟秀云,李传旭.基于MPC的无人机轨迹跟踪控制器设计[J].系统工程与电子技术,2021,43(1):191-198.
(Wang Xiao-hai, Meng Xiu-yun, Li Chuan-xu. Design of trajectory tracking controller for UAV based on MPC [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2021, 43(1): 191-198.)
- [15] 张广玉,何玉庆,代波,等.面向抓取作业的飞行机械臂系统及其控制[J].机器人,2019,41(1):19-29.
(Zhang Guang-yu, He Yu-qing, Dai Bo, et al. Towards grasping task: system and control of an aerial manipulator [J]. *Robot*, 2019, 41(1): 19-29.)
- [16] Alexis K, Nikolakopoulos G, Tzes A. Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2012, 6(12): 1812-1827.
- [17] Slotine J J E, Li W. Applied nonlinear control [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991.