

doi:10.12068/j.issn.1005-3026.2026.20240165

转轴速度对核主泵内置冷却系统内侧流道 流动特性的影响

唐堃^{1,2}, 董辉¹, 杨逸竹¹, 符伟³

(1. 东北大学 辽宁省流程工业节能与绿色低碳技术工程研究中心, 辽宁 沈阳 110819; 2. 沈阳工程学院 能源动力与核技术工程学院, 辽宁 沈阳 110136; 3. 沈阳鼓风机集团核电泵业有限公司, 辽宁 沈阳 110869)

摘要: 轴封型核主泵内置冷却系统影响主泵稳定、安全和可靠运行的因素之一是其内侧流道具有轴向流动高雷诺数泰勒-库特流的流动特性。利用数值计算方法对国内某百万千瓦级核主泵不同转轴速度条件下内侧流道的流动特性进行研究。结果表明: 当泰勒数 $Ta < 2.8 \times 10^6$ 时, 随 Ta 增大, 内侧流道内由无涡旋到逐渐出现大小不同涡旋, 且涡旋数量迅速增至30个, 进而形成泰勒涡, 同时轴向和径向速度不断增加, 平均壁面剪切应力由9.67 Pa增至256.03 Pa; 当 $Ta \geq 2.8 \times 10^6$ 时, 涡旋数量、速度特性和壁面剪切应力基本保持稳定。

关键词: 核主泵; 内置冷却系统; 泰勒-库特流; 转轴速度; 流动

中图分类号: TL 353 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2026)02-0087-07

Effect of Rotating Shaft Speed on Flow Characteristics of Inner Channel in Built-in Cooling System of Reactor Coolant Pump

TANG Kun^{1,2}, DONG Hui¹, YANG Yi-zhu¹, FU Wei³

(1. Liaoning Engineering Research Center of Process Industry Energy Saving and Low-carbon Technologies, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. College of Energy Power and Nuclear Technology Engineering, Shenyang Institute of Engineering, Shenyang 110136, China; 3. Shenyang Blower Works Group Nuclear Pump Co., Ltd., Shenyang 110869, China. Corresponding author: DONG Hui, E-mail: dongh@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The built-in cooling system of the shaft sealed reactor coolant pump affects the stable, safe, and reliable operation. One of the factors is that its inner channel has the flow characteristics of axial flow with high Reynolds number Taylor-Couette flow. Numerical calculation method was used to study the flow characteristics of the inner channel under different rotating shaft speeds for a domestic million kilowatts level reactor coolant pump. The results indicate that when $Ta < 2.8 \times 10^6$, as Ta increases, vortices of different sizes gradually appear from no vortex in the inner channel, and their number rapidly increases to 30, forming Taylor vortices. Moreover, the axial and radial velocities increase continuously, and the average wall shear stress increases from 9.67 Pa to 256.03 Pa. When $Ta \geq 2.8 \times 10^6$, the number of vortices, velocity characteristics, and wall shear stress remain basically stable.

Key words: reactor coolant pump; built-in cooling system; Taylor-Couette flow; rotational speed of shaft; flow

反应堆冷却剂泵(以下简称核主泵)是核岛一回路中唯一的能动设备。为保证轴封型核主泵

稳定、安全和可靠运行,设置内置冷却系统来阻断热量传递,确保核主泵轴封部件和水润滑轴承

收稿日期: 2024-09-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U24A20142); 辽宁省高等学校基本科研项目(JYTMS20230312)。

作者简介: 唐堃(1982—),男,辽宁沈阳人,东北大学博士研究生。

通信作者: 董辉, E-mail: dongh@mail.neu.edu.cn。

在适宜温度下运行. 内置冷却系统设计受空间和功能限制, 迄今尚未实现完全自主化, 其主要原因之一是尚未明晰内置冷却系统内的流动与传热特性. 内置冷却系统包括内侧流道和外侧流道系统, 位于核主泵轴封部件下方、水润滑轴承外侧. 内侧流道是由高速旋转(正常工况为 1 500 r/min)的转轴和支撑管内侧形成的环隙(宽度 1.50 mm), 内部流动属于带有轴向流动的窄间隙高雷诺数泰勒-库特流(Taylor-Couette flow, TCF); 外侧流道是由支撑管、折流管及折流下部封头等形成的环隙. 内侧流道主要影响着内置冷却系统内冷却介质的流动和流量分配. 因此, 本研究重点关注流动特性问题. 目前, 国外有关轴封型核主泵内置冷却系统的研究尚未见文献报道, 国内相关研究刚刚起步. 徐胜利等^[1]简化了内置冷却系统几何结构, 提出了包括内侧流道在内的整体等效模型以计算内置冷却系统流动传热. 文献[2-3]将内侧流道纳入到内置冷却系统整体进行流动传热计算, 给出正常工况下冷却介质流量分配比例. 上述研究均将内侧流道纳入内置冷却系统整体中, 尚未明晰内侧流道的流动特性, 未体现内侧流道径向槽的几何特征, 也未对启动和惰转等不同转速工况进行研究. 目前, 关于 TCF 的研究主要集中在固定转速下光滑壁面或带有轴向槽

的封闭结构内的速度结构和流动阻力研究^[4-10], 而对于内侧流道带有径向槽且具有轴向流动的不同转速下 TCF 流动特性鲜有研究.

本文以国内某百万 kW 级轴封型核主泵内置冷却系统为研究对象, 从亟待解决的具有轴向流动的带径向槽结构的内侧流道流动特性研究入手, 明析其在启动和惰转等不同转速下的流动特性, 为后续冷却系统整体的流动和传热研究奠定基础.

1 模型建立

以数值计算方法探究高雷诺数 TCF 的特性, 采用通用的质量、动量和能量守恒方程, 其关键在于网格划分、边界条件设定及湍流模型的建立与验证.

1.1 研究对象及网格划分

国内某百万千瓦级轴封型核主泵内置冷却系统(图 1)中, 冷却介质经螺旋增压器增压后分为二部分: 一部分沿转轴进入内侧流道(蓝色箭头所示); 另一部分通过支撑管上侧径向通道进入外侧流道(红色箭头所示). 两股冷却介质汇合后进入水润滑轴承.

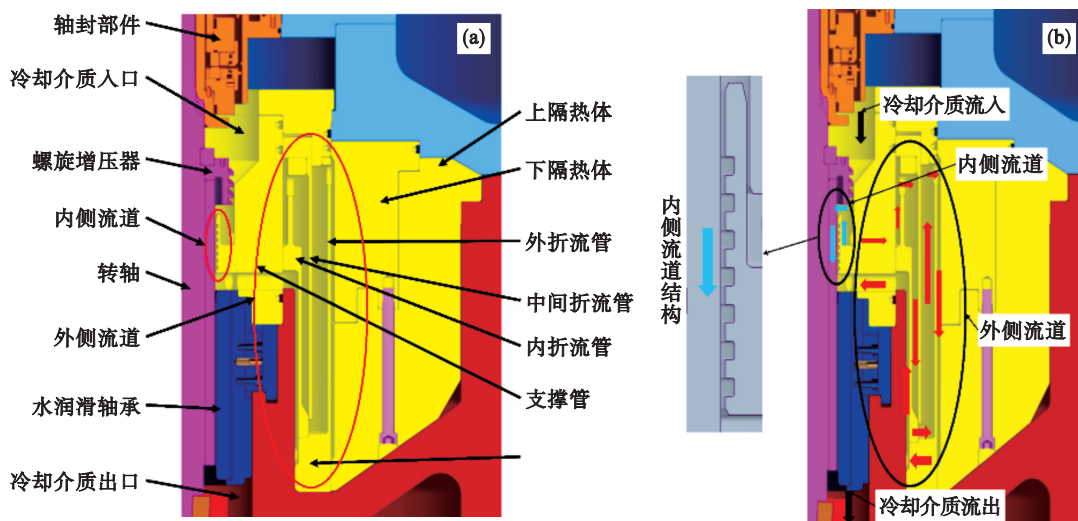


图 1 内置冷却系统结构及流动过程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of structure and flow process of built-in cooling system

(a)—内置冷却系统结构; (b)—流动过程.

该主泵内侧流道关键尺寸如下: 轴向长度 85 mm, 旋转壁面半径 $r_1=137$ mm, 静止壁面半径 $r_2=138.5$ mm, 间隙宽度 1.50 mm, 带有 7 个径向凹槽(槽宽 3 mm, 槽长 5 mm), 内侧流道几何模型如图 2 所示. 采用 ICEM 软件进行结构化网格划分

(图 3a), 经前期预研可知, 中间区域网格最大尺寸为 0.2 mm, 近旋转壁面区域边界层内网格最大尺寸为 0.01 mm. 图 3b 为出口温度随网格数量的变化曲线, 当网格数量逐渐增加, 计算所得出口温度如图所示, 当网格数达 240 万时, 计算结果趋

于稳定, 故采用 240 万网格数.

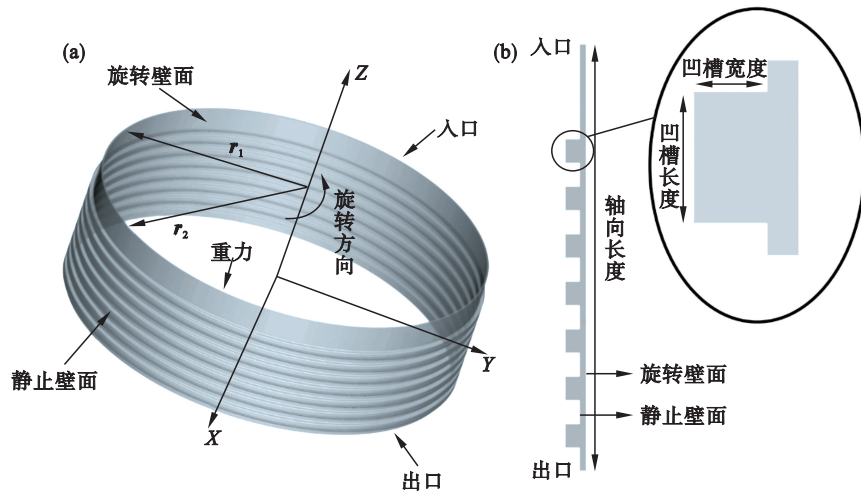


图 2 内置冷却系统内侧流道几何模型

Fig. 2 Geometric model of the inner channel of the built-in cooling system

(a)—内侧流道结构; (b)—内侧流道剖面结构.

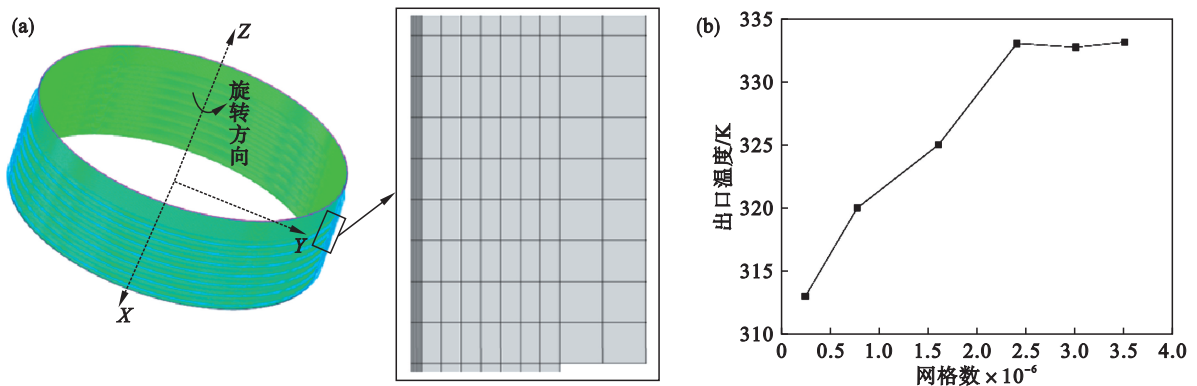


图 3 网格模型及网格无关性验证

Fig. 3 Grid model and grid independence verification

(a)—内侧流道网格模型; (b)—网格无关性验证结果对比.

1.2 基本假设与边界条件设定

1) 稳态流动假设. 随着雷诺数 Re 的增加, TCF 从层流发展到湍流, 呈现不同的流场结构^[11], 具有显著的非定常特性, 即各控制方程须体现时间项. 但由于内置冷却系统结构极其复杂, 且流动耦合传热要充分描述系统的流动和传热信息, 必定要消耗大量的计算资源. 为了使计算可行, 已有研究均采用了极其简化的几何模型^[1-2], 因此导致计算结果与实际存在较大偏差. 本文拟采用平均信息的概念, 探讨在某 Re 下表现出稳定的流动特征, 即在 Re 不变的前提下流动信息表现出的平均规律, 而不追求流动信息随时间的变化特性, 例如转捩过程, 以探究实际几何信息下的流动特性.

2) 所有壁面均采用壁面无滑移边界条件. 为体现轴向流动, 入口采用速度入口, 出口采用自然

出流. 根据前期研究可知, 正常工况下冷却介质流速为 0.1 m/s, 温度为 293.15 K; 旋转壁面, 从入口到出口设置为 333.15~343.15 K 线性温度梯度; 固定壁面, 设置对流换热系数为 1 000 W/(m²·K). 边界条件设置汇总如表 1 所示.

1.3 湍流模型及验证

冷却介质在内侧流道中的流动除轴向流动外, 主要是由高速旋转内壁 (转速 200~1 500 r/min) 引起的旋转剪切流, 因此选用由 Menter^[12] 提出的在高 Re 下具有良好稳定性和准确性的剪切应力输运 (SST) $k-\omega$ 湍流模型进行计算. 在近壁区域, 混合函数的值等于 1, 因此在近壁区域等价于 $k-\omega$ 模型; 在远离壁面的区域, 混合函数的值等于 0, 自动转换为标准 $k-\varepsilon$ 模型, 并增加了对逆压梯度的修正项.

为确保数值计算结果的可靠性, 将数值计算

结果与已完成的核主泵内置冷却系统内侧流道流动与传热实验结果进行对比.用于验证模型的实验参数与 1.1 节相同,以窄间隙内温度为验证基准,将采用雷诺时均方程(RANS)数值计算得

到的模拟值与热态实验测得的距内侧流道入口距离为 15,35,55 和 75 mm 处的温度进行对比,如图 4 所示.对比点上数值计算值与实验值的偏差均小于 10%.

表 1 内侧流道数值计算边界条件
Table 1 Boundary conditions for numerical calculation of inner channel

速度入口		自然出口流量比	旋转壁面		静止壁面换热系数 (W·(m ² ·K) ⁻¹)
速度/(m·s ⁻¹)	温度/K		转速范围/(r·min ⁻¹)	线性温度梯度/K	
0.1	293.15	1	200~1 500	333.15~343.15	1 000

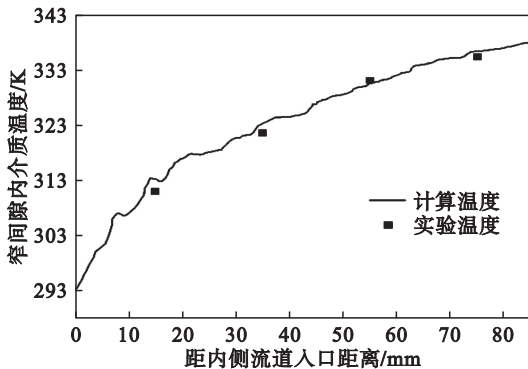


图 4 湍流模型验证

Fig. 4 Turbulence model validation

2 数值计算结果与分析

以内侧流道中涡旋数量、速度结构及旋转阻力为响应变量,探究转轴速度对内侧流道中冷却介质流动特性的影响.在 TCF 中,通常采用无量纲泰勒数 (Ta) 对环隙内流动特性进行分析, Ta 的定义^[13]为

$$Ta = \frac{(1 + \eta)^4 d^2 (r_1 + r_2)^2 \omega^2}{64\eta^2 \nu^2}$$

式中: ω 为转轴角速度,rad/s; d 为间隙宽度,mm; r_1 为旋转壁面半径,mm; r_2 为静止壁面半径,mm; ν 为流体的运动黏度,m²/s; η 为半径比, $\eta = r_1/r_2$ (总小于 1).

因结构尺寸保持不变,将转轴速度转化为 Ta .本文中转轴速度 200~1 500 r/min,对应的 Ta 为 $1.12 \times 10^5 \sim 6.30 \times 10^6$,具体见表 2.

2.1 转轴速度对内侧流道流场结构的影响

图 5 为不同 Ta 下的内侧流道流线图.当 $Ta = 1.12 \times 10^5$ 时,窄间隙内未形成涡旋,但在凹槽内形成了涡旋;随着旋转壁面转速增加, Ta 从 4.48×10^5 增至 4.03×10^6 ,静止壁面凹槽内的涡旋体积增大,同时窄间隙内形成小体积涡旋,涡旋体积随着转速增加而逐渐增大,在此过程中,涡旋数量分别为 10,28,34,34,32;当 $Ta = 4.03 \times 10^6$ 时,内侧流道

窄间隙内充满涡旋;当 $Ta = 6.3 \times 10^6$ 时,内侧流道流场结构保持不变,内侧流道涡旋数量为 30 个.

表 2 转轴速度与 Ta 的对应关系

Table 2 Correspondence between rotating shaft speed and Ta

工况	转轴速度/(r·min ⁻¹)	Ta
1	200	1.12×10^5
2	400	4.48×10^5
3	600	1.01×10^6
4	800	1.79×10^6
5	1 000	2.80×10^6
6	1 200	4.03×10^6
7	1 400	5.49×10^6
8	1 500	6.30×10^6

内侧流道中流场结构变化的原因是在旋转壁面转速较低条件下,由于轴向入口速度占主导作用,内侧流道窄间隙内主要呈平滑的轴向流动;当旋转壁面转速升高时,离心力增大,从而引起内侧流道流场结构失稳形成涡旋,同时由于流体黏性的存在,凹槽内的大体积涡旋带动窄间隙内的流体形成小体积涡旋;当旋转壁面转速继续升高,且 $Ta = 4.03 \times 10^6$ 时,虽然有轴向入口流量的存在,但旋转速度占据主导作用,内侧流道中的流场结构虽有变化,但总体趋于稳定.

2.2 转轴速度对内侧流道速度特性的影响

内侧流道内冷却介质的速度分解为轴向、径向和周向速度,下面对其分别进行研究.

2.2.1 轴向速度对速度特性的影响

图 6 为 Ta 分别为 1.12×10^5 , 1.79×10^6 , 2.8×10^6 和 6.3×10^6 时内侧流道的轴向速度云图,定义轴向速度正向为沿轴向上,负向为沿轴向下.当 $Ta = 1.12 \times 10^5$ 时,计算区域内轴向速度变化较小,整体分布均匀,最大正向轴向速度为 0.09 m/s,最大负向轴向速度为 -0.15 m/s;当 $Ta = 1.79 \times 10^6$ 时,最大正向轴向速度为 0.49 m/s,最大负向轴向速度为 -0.9 m/s,随着 Ta 增大,内侧流道中正向和负向轴

向速度均增加,与 $Ta=1.12 \times 10^5$ 相比,轴向速度分布发生改变,窄间隙内为负向速度,凹槽内为正向速度;当 $Ta=2.8 \times 10^6$ 时,内侧流道中正向和负向轴向速度进一步增加,最大正向轴向速度为 0.76 m/s,最大负向轴向速度为 -1.52 m/s,轴向速

度分布再次改变,窄间隙内为正向速度,凹槽内为负向速度;当 $Ta=6.3 \times 10^6$ 时,正向和负向轴向速度再次增加,最大正向轴向速度为 1.32 m/s,最大负向轴向速度为 -2.22 m/s,但轴向速度分布则无明显改变.

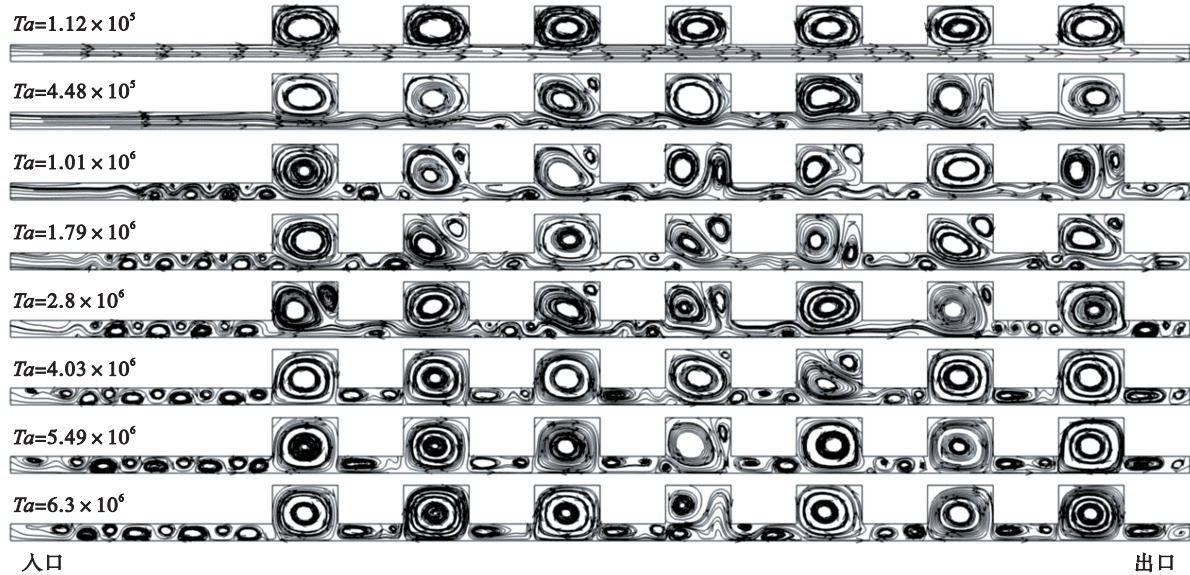


图 5 内侧流道流场结构变化随 Ta 增加的示意图

Fig. 5 Schematic diagram of flow field structure variation with Ta growth in inner channel

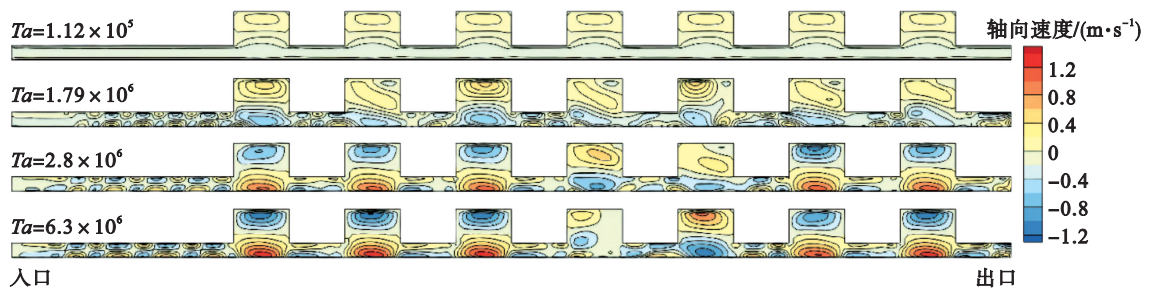


图 6 内侧流道中轴向速度随 Ta 增加的等值线分布

Fig. 6 Contour distribution of axial velocity with Ta growth in inner channel

2. 2. 2 径向速度对速度特性的影响

图 7 为 Ta 分别为 1.12×10^5 , 1.79×10^6 , 2.8×10^6 和 6.3×10^6 时内侧流道的径向速度分布图,定义径向速度正向为沿半径增大方向,负向为沿半径减小方向.当 $Ta=1.12 \times 10^5$ 时,内侧流道中径向速度变化较小,最大正向径向速度为 0.08 m/s,最大负向径向速度为 -0.09 m/s;当 $Ta=1.79 \times 10^6$ 时,内侧流道径向速度明显改变,最大正向径向速度为 0.53 m/s,最大负向径向速度为 -0.55 m/s;当 $Ta=2.8 \times 10^6$ 时,内侧流道正向和负向径向速度进一步增大,最大正向径向速度为 0.81 m/s,最大负向径向速度为 -0.91 m/s,径向速度分布也发生明显改变,凹槽内靠近入口处为正向速度,靠近出口处为负向速度;当 $Ta=6.3 \times 10^6$ 时,内侧流道窄间隙中正向和负向径向速度无明显变化,而静止壁面凹槽

处的正向和负向径向速度均有增加,最大正向径向速度为 1.29 m/s,最大负向径向速度为 -1.24 m/s,径向速度分布无明显变化.

2. 2. 3 周向速度对速度特性的影响

图 8 为 Ta 分别为 1.12×10^5 , 1.79×10^6 , 2.8×10^6 和 6.3×10^6 时内侧流道的周向速度分布图.内侧流道中周向速度分布的规律如下:当 $Ta=1.12 \times 10^5$ 时,内侧流道中周向速度沿半径和轴向方向变化较小;当 $Ta=1.79 \times 10^6$ 时,周向速度等值线沿半径方向出现明显变化,特别是内侧流道窄间隙中,以凹槽为基准,出现周期性变化;当 $Ta=2.8 \times 10^6$ 时,内侧流道窄间隙中周向速度等值线数量增加,变化更加明显;当 $Ta=6.3 \times 10^6$ 时,内侧流道窄间隙中的周向速度等值线更加密集,与 $Ta=2.8 \times 10^6$ 相比,静止壁面凹槽内的周向速度分布变化不大.

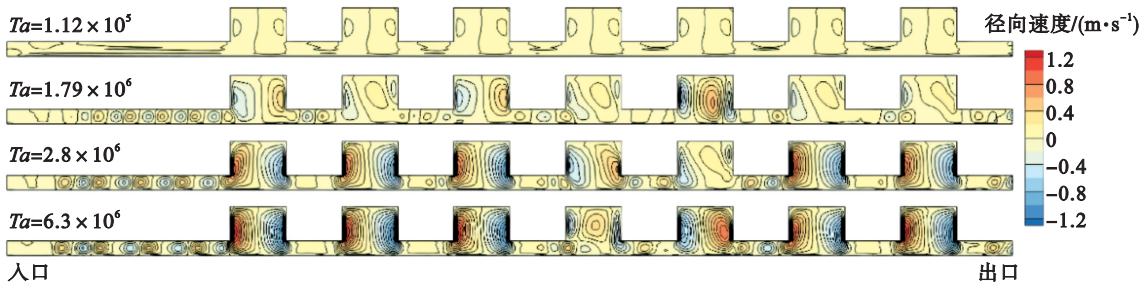


图 7 内侧流道中径向速度随 Ta 增加的等值线分布

Fig. 7 Contour distribution of radial velocity with Ta growth in inner channel

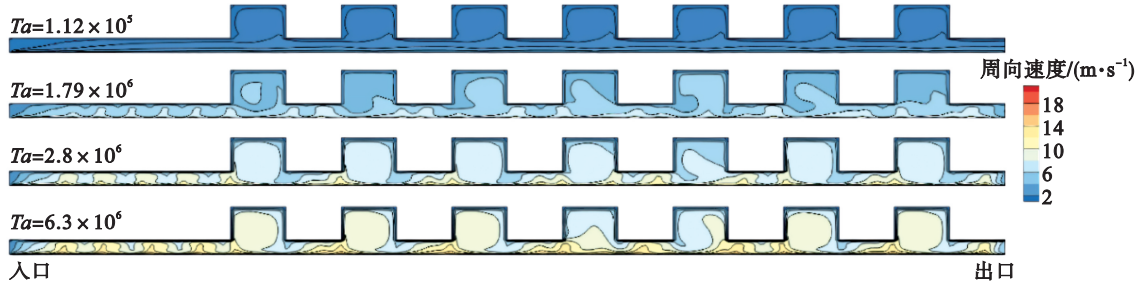


图 8 内侧流道中周向速度随 Ta 增加的等值线分布

Fig. 8 Contour distribution of tangential velocity with Ta growth in inner channel

内侧流道内冷却介质速度特性的变化是因为随着 Ta 的增加,内侧流道中离心力增强,导致涡旋强度和体积增大,进而影响速度特性,如在旋转壁面转速较低的条件,间隙内的流动以轴向层流为主,体现为轴向、径向及周向速度均变化较小,分布均匀;当旋转壁面转速升高时,旋转速度的影响逐渐增大,离心力影响变大,在轴向流量、旋转速度和流体黏性的共同作用下,凹槽内涡旋强度增大,窄间隙涡旋代替层流,进而导致轴向、径向及周向速度出现明显变化;当壁面旋转速度继续增加时,内侧流道内主要表现为旋转速度的影响,轴向、径向及周向速度逐渐趋于稳定。

2.3 转轴速度对内侧流道旋转阻力的影响

旋转壁面剪应力的分布和大小为判断流场

结构转变和旋转阻力的一个重要指标^[14].图 9 为不同 Ta 下的壁面剪应力分布,壁面剪应力分布与内侧流道中的泰勒涡有关,两同轴旋转圆筒间的流动,在层流失稳后,形成定常的二次流,即泰勒涡.当 $Ta=1.12 \times 10^5$ 时,未形成涡旋,壁面剪应力较小,平均为 9.67 Pa;当 $Ta=1.79 \times 10^6$ 时,出现细小绿色条纹,平均剪应力为 171.53 Pa,由不同大小的涡旋结构引起;当 $Ta=2.8 \times 10^6$ 时,初步形成泰勒涡,壁面上出现宽窄不一的绿色条纹,与内侧流道结构相关,平均剪应力为 256.03 Pa;当 $Ta=6.3 \times 10^6$ 时,壁面剪应力分布与 $Ta=2.8 \times 10^6$ 时相似,内侧流道中的流场结构稳定,壁面平均剪应力略有增大,为 384.11 Pa.

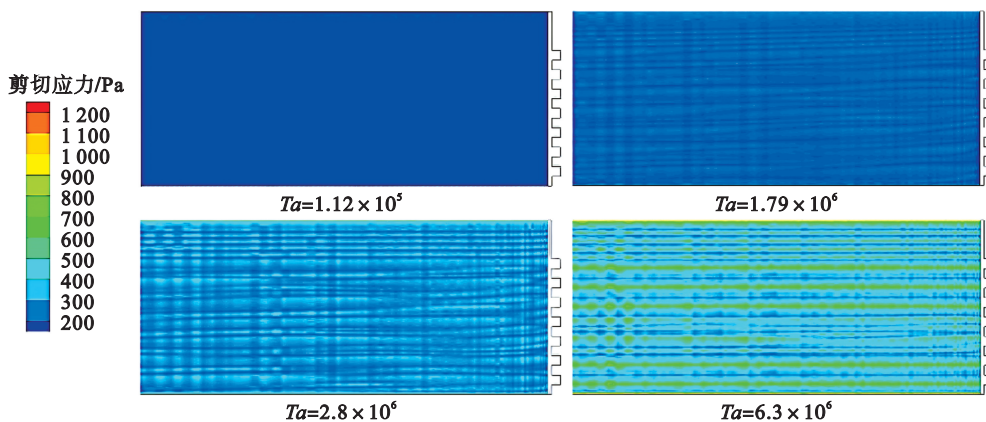


图 9 随 Ta 增长的旋转壁面剪应力分布云图

Fig. 9 Cloud plot of shear stress distribution on rotating wall with Ta growth

3 结 论

1) 随着转轴速度增加, 冷却介质在内侧流道窄间隙内从无涡旋到有涡旋. 当 $Ta < 2.8 \times 10^6$ 时, 旋涡数量快速增加, 从 0 迅速增至 30 个左右; 当 $Ta \geq 2.8 \times 10^6$ (对应转轴速度 1 000 r/min) 时, 涡旋数量基本趋于稳定, 但凹槽内的涡旋逐渐增大.

2) 随着转轴速度增加, 冷却介质在内侧流道内的轴向和径向速度逐渐增大, 且正向和负向速度分布会随速度增加发生变化. 对于轴向速度, 当 Ta 从 1.12×10^5 (对应转轴速度 200 r/min) 增至 1.79×10^6 (对应转轴速度 800 r/min) 时, 正向和负向速度分布发生改变; 当 Ta 从 1.79×10^6 增至 2.8×10^6 时, 速度分布再次发生改变; 当 $Ta \geq 2.8 \times 10^6$ 时, 轴向和径向速度均趋于稳定. 对于周向速度, 当 Ta 从 1.12×10^5 增至 6.3×10^6 (对应转轴速度 1 500 r/min) 时, 由分布均匀到逐渐出现密集的等值线, 且等值线以凹槽为基准, 呈现周期性变化.

3) 随着转轴速度增加, 冷却介质在内侧流道内的流动阻力即壁面剪应力逐渐增大. 当 Ta 从 1.12×10^5 增至 2.8×10^6 时, 平均壁面剪切应力由 9.67 Pa 增至 256.03 Pa; 当 $Ta \geq 2.8 \times 10^6$ 时, 壁面剪应力趋于稳定, 变化不大. 同时, 壁面剪应力分布与内侧流道中的泰勒涡有关: 当 Ta 从 1.12×10^5 逐渐增至 2.8×10^6 时, 内侧流道内由无旋涡状态逐渐出现大小不同的旋涡, 进而形成泰勒涡.

参考文献:

- [1] 徐胜利, 张锦, 钟少伟, 等. 核主泵隔热装置温度场近似分析方法[J]. 核动力工程, 2018, 39(3): 1-5.
(Xu Sheng-li, Zhang Jin, Zhong Shao-wei, et al. Approximate analysis of temperature for thermal insulation structure of nuclear main pump [J]. *Nuclear Power Engineering*, 2018, 39(3): 1-5.)
- [2] 张锦. 核主泵隔热装置流动传热特性分析[D]. 大连: 大连理工大学, 2017.
(Zhang Jin. Analysis of flow and heat transfer characteristics of the thermal insulation structure of nuclear main pump [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2017.)
- [3] 于海艳. 主冷却剂泵隔热屏系统热平衡计算[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2016.
(Yu Hai-yan. Research on the heat balance calculation of insulation for RCP [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2016.)
- [4] Wen J, Zhang W Y, Ren L Z, et al. Controlling the number of vortices and torque in Taylor-Couette flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2020, 901: A30.
- [5] Cheng W, Pullin D I, Samtaney R. Large-eddy simulation and modelling of Taylor-Couette flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2020, 890: A17.
- [6] Xu F, Su J H, Lan B, et al. Direct numerical simulation of Taylor-Couette flow with vertical asymmetric rough walls [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2023, 975: A30.
- [7] Wiswell H, Snow B, Tricouros F A, et al. End effects in low aspect ratio Taylor-Couette flow [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2023, 381 (2243): 20220118.
- [8] Feldmann D, Borrero-Echeverry D, Burin M J, et al. Routes to turbulence in Taylor-Couette flow [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2023, 381 (2246): 20220114.
- [9] Ezeta R, Bakhuis D, Huisman S G, et al. Drag reduction in boiling Taylor-Couette turbulence [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 881: 104-118.
- [10] 冷学远, 李本文, 王唯, 等. 轴向磁场作用下平均 Taylor 涡对湍流脉动的影响[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2018, 39(11): 1604-1607, 1618.
(Leng Xue-yuan, Li Ben-wen, Wang Wei, et al. Effect of mean Taylor vortex motion on turbulent fluctuations in the presence of axial magnetic field [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2018, 39(11): 1604-1607, 1618.)
- [11] 吴波. 泰勒库特流数值模拟方法的研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2012.
(Wu Bo. The method of numerical simulation study on the Taylor-Couette flow [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012.)
- [12] Menter F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications [J]. *AIAA Journal*, 1994, 32 (8): 1598-1605.
- [13] Eckhardt B, Grossmann S, Lohse D. Torque scaling in turbulent Taylor-Couette flow between independently rotating cylinders [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, 581: 221-250.
- [14] Razzak A, Akter S, Hannan M A. The influence of wavy vortex in reducing the wall shear stress [J]. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, 788(1): 012093.