

数控转台蜗轮转动元动作的热变形有限元分析

杨欣^{1,2}, 樊振刚³, 张根保¹, 冉琰¹

(1. 重庆大学机械与运载工程学院, 重庆 400044; 2. 成都市市场监督管理局, 四川 成都 610061;

3. 中国电子科技集团公司第二十九研究所, 四川 成都 610036)

摘要: 为研究数控转台传动系统元动作的热误差建模方法, 首先介绍了元动作理论以及有限元数值模拟的温度场模型假设及边界条件, 并分析了温度场仿真所需的摩擦机理及参数计算方法. 采用ANSYS仿真分析从稳态和瞬态两个方面对转动元动作进行数值模拟, 并给出其中关键元动作的温升曲线, 分析了元动作瞬态、稳态及热-结构耦合温度场和变形场, 得到元动作温度分布云图、温升量及热变形量. 通过热变形理论计算和热变形有限元分析, 得到考虑动作件热变形的传动系统元动作热误差模型.

关键词: 传动系统; 元动作; 有限元仿真; 热变形; 热误差

中图分类号: TP 301.6 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)01-0076-10

Finite Element Analysis of Thermal Deformation of Worm Gears' Meta-action in Numerical Control Turntables

YANG Xin^{1,2}, FAN Zhen-gang³, ZHANG Gen-bao¹, RAN Yan¹

(1. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. Chengdu Market Supervision and Administration Bureau, Chengdu 610061, China; 3. Southwest China Research Institute of Electronic Equipment, Chengdu 610036, China. Corresponding author: RAN Yan, E-mail: amtcqu@hotmail.com)

Abstract: In order to study the thermal error modeling method of the transmission system meta-action in numerical control turntable. Firstly, the meta-action theory and the temperature field model assumptions and boundary condition of finite element simulation are introduced. Then, the mechanism of the friction temperature field simulation and the parameter calculation method of the ANSYS simulation are analyzed the rotation meta-action is numerically simulated from the two aspects of steady state and transient state, and the temperature rising curve of key meta-action is given. The temperature distribution and temperature rising and thermal deformation are obtained by coupling the temperature field and deformation field of meta-action transient state, steady state and thermal-structure. The thermal error model of the transmission system is obtained by the theoretical calculation and finite element analysis of thermal deformation.

Key words: transmission system; meta-action; finite element simulation; thermal deformation; thermal error

传动系统的运动误差是机械装备传动系统重要的评价指标, 对运动误差的影响主要有零部件自身的几何及装配误差、工作运转过程磨削力引起的误差^[1]、热变形引起的误差、系统工况与环境、振动误差等^[2]. 在以上所有因素中, 几何误差和热误差是占比最高的两项因素, 分别占据20%和45%的比例. 同时相比更精密的传动系统, 其

几何误差部分控制得越好, 则其热误差部分占比越高, 有的占据70%^[3]. 所以, 要提高传动系统的运动精度, 必须重点关注其几何误差和热误差.

为分析在热源作用下传动系统元动作件温度场以及变形场的变化状态^[4], 将其作为机械元动作单元结构优化设计基础和热误差补偿依据. 当前, 国内外热特性理论研究主要有温度场与变

收稿日期: 2022-11-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52275473, 51835001); 国家“高档数控机床与基础制造装备”重大专项资助项目(2019ZX04005-001).

作者简介: 杨欣(1994-), 女, 山西孝义人, 重庆大学博士研究生; 张根保(1953-), 男, 山西新绛人, 重庆大学教授, 博士生导师.

形场之间的关系、优化结构设计、分析热温度场和变形场在不同工况下相互影响等。瑞士学者最早开展了针对传动系统机械结构热变形影响因素的研究;其后,意大利 Salerno 大学的 Palazzo 等^[5]研究了传动系统热传导模型的建立;Kim 等^[6]分析了高速主轴系统及其热特性受传动主轴部位热变形的影响规律。21 世纪初,不少相关领域的研究学者针对传动系统热误差受工况变化的影响进行研究。新加坡的 Ramesh 团队为了分析传动轴误差受不同参数的影响规律,研究了某三轴立式加工中心在不同加工参数下的热特性规律^[7]。而后 Xu 等^[8]对传动系统热误差补偿展开研究,通过利用适当的温度变量组合得到热误差模型;Haitao 等^[9]以空气流经时的对流换热系数计算理论,对主轴表面的计算对流换热系数的方法进行研究,并分析热载荷作用下主轴的温度场及其热误差的有限元动态数值模拟;Yang 等^[10]在不同制造条件下更新热误差模型,提出一种系统模型自适应方法。Lo 等^[11]着重关注系统热误差的产生和温度状态。国内学者对机械传动系统的热特性研究也做了很多的贡献,其中最重要的是提出影响传动误差的关键点——热敏感点理论。基于传动系统上温度敏感点建立热误差模型,利用 ANSYS 有限元数值模拟对整个机械系统进行建模与有限元仿真,得到在不同状态下传动系统温度场及热变形场状态结果,分析热误差。传动系统热分析的研究结果同样可作为系统热误差补偿理论依据。

元动作单元是分析传动系统运动状态和精度性能的基础。然而,当前传动系统特性的运动数据库积累不足,基础机理研究尤其是热误差的机理研究缺乏。本文以 TK13250E 型号数控转台传动系统的关键元动作——蜗轮转动元动作作为例展开分析。从机理根源上降低传动系统元动作的热误差进而为提升其运动精度奠定基础。

1 元动作理论

重庆大学机械学院张根保教授^[12-14]的课题组专耕机械运动的部分,在针对以机械结构体系为基础的传统分解方法没有考虑机械结构动态关系的问题上,经过不断研究和更正,基本形成了一套以功能为起点,以现代机械运动主功能为切入点的理论体系,研究了从功能—运动—动作(function-motion-action, FMA)多层次出发的动态分解方法^[15],如图 1 所示。一般来说,复杂机械

系统由多个功能来完成,一个功能是通过一个或多个动作的组合来实现的,一个动作是通过动作件和其他组件的配合来实现的。由上至下地将复杂机械传动系统分解为三个层次:功能层(F)、运动层(M)和动作层(A),而元动作是最下层动作层的构成元素,也是分解到最小运动粒度单元,称为元动作单元。

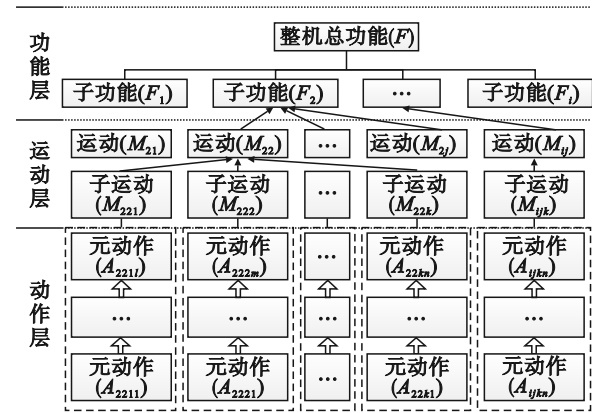


图 1 元动作 FMA 分解示意图

Fig. 1 FMA decomposition mapping of meta-action

注:实线“M—N”表示 N 是 M 的组成要素;实心箭头“M→N”表示 M 是实现 N 的必要因素;空心箭头“M⇨N”表示 N 的动力是 M 传递来的。

元动作单元是传动系统运动状态和性能分析的基础。其组成要素构成多为金属材料,具有热胀冷缩的热特性。在高精密的传动系统中,单元累积的热误差或者多个单元的热误差会造成非常严重的影响。很多相关文献表明,热误差是高精密传动系统最大的误差源,占总误差的 40%~70%,且热误差部分占总误差的比例随着系统精密要求的提高而增大,热误差的存在会对动作件的精度以及系统工作性能造成不利影响。由此可见,对机械传动系统热误差的控制是增加传动系统,尤其是高速精密机械传动系统精度的关键使能技术。

2 基于有限元法的元动作温度场数值模拟

2.1 温度场假设及边界条件分析

1) 元动作温度场及模型假设。元动作温度场的含义是传动系统元动作单元在某一瞬间其动作件上各点的温度分布情况,温度场是空间和时间位置的函数,可表示为

$$T = T(x, y, z, t). \tag{1}$$

式中: T 是坐标和时间的函数,在 $T = T_0 (t = 0)$ 下,随时满足边界条件及瞬态传导方程的温度场函

数. 当内部及边界上的热量 Q 在时间变化下稳定, 然后在热交换一段时间后, 动作件上各点温度在时间变化中保持稳定, 即

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

瞬态热传导理论模型转化为稳态热传导理论模型, 三维问题的稳态热传导模型表示为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \rho Q = 0. \quad (3)$$

式中: λ 为导热系数; ρ 为微元体的密度.

2) 齿轮转动元动作各界面边界条件分析. 元动作温度场数值模拟分析的前提是正确计算元动作件边界条件, 求解其温度场数值模拟需要满足温度场理论模型和明确其温度场表面的三类边界条件: 已知温度的第一类强制边界条件以及已知热流密度、已知对流换热的第二、三类自然边界条件. 图 2 为齿轮转动元动作计算区域, 表 1 为齿轮转动元动作各界面边界条件.

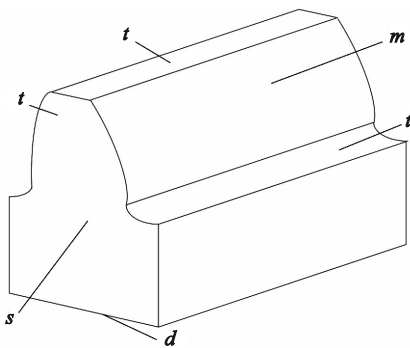


图 2 齿轮转动元动作单齿计算区域

Fig. 2 Gears' rotation meta-action of the single tooth calculation area

2.2 元动作的瞬态温度场的数值模拟

1) 摩擦热机理及参数计算分析. 摩擦生热在齿轮转动元动作啮合接触区发生主要是和摩擦系数、接触区的压力以及相对滑动速度等关联影响. 当计算瞬时摩擦热流量时, 利用接触区单位面积来计算, 模型为

$$q = p_n f v_t. \quad (4)$$

式中: q 表示单元输出件啮合区总的摩擦热流密度; p_n 表示单元齿面平均接触压力; f 表示单元齿面的摩擦因数; v_t 表示单元齿轮啮合面相对滑动速度.

蜗轮元动作件和蜗杆元动作件作为特别的齿轮元动作件, 其中转速、轮齿啮合位置和接触载荷会对其摩擦因数产生影响. 由此, 经验公式摩擦因数可表示啮合齿面的位置 C :

$$f_c = \left(\frac{a_1 p_{nc}}{v_t + 0.2} + a_2 p_{nc} v_t + a_3 p_{nc} \right) \left(\frac{v_t}{v_2} \right)^{0.5}. \quad (5)$$

表 1 齿轮转动元动作各界面边界条件

Table 1 Boundary conditions of various surfaces of gears' rotation meta-action

工作部位	表面区域	所属边界/边界条件
齿面 啮合区	m 区	既有摩擦热流量的输入, 又有对流换热边界条件, 同时符合第 2、3 类边界条件: $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = h_m (T - T_m) + q_m$.
齿顶面、 齿根面及 啮合面非 工作区	t 区	只有对流换热边界条件, 属于第 3 类边界条件: $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = h_t (T - T_t)$.
齿轮端面	s 区	和齿顶面一样边界条件为对流换热. $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = h_s (T - T_s)$.
齿轮底面	d 区	因为离啮合面较远, 温度梯度变化小, 可以假设为绝热表面. $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$.

注: $\partial T / \partial n = 0$ 表示不同区域的温度梯度; q_m 表示啮合面热流密度; h_m, h_t, h_s 表示不同区域对流换热系数; T_m, T_t, T_s 表示与各面对流换热的介质温度; $\partial T / \partial n = 0$ 表示分齿截面温度.

式中: a_1, a_2, a_3 表示常数, 与平均法向接触应力 p_{nc} 有关; v_1 为相对滑动速度; v_2 为蜗轮节点圆周速度. 两齿轮之间热量分配系数经验公式为

$$\beta = \frac{\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1 v_{t1}}}{\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1 v_{t1}} + \sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2 v_{t2}}}. \quad (6)$$

式中: β 表示两转动元动作单元齿轮间的热量分配系数; λ_1, λ_2 表示两啮合动作件对材料自身的热导率; ρ_1, ρ_2 表示两啮合动作件的材料密度; c_1, c_2 表示两啮合动作件的比热容; v_{t1}, v_{t2} 表示 (在两啮合动作件的啮合点上) 的相对切向速度.

蜗杆齿面磨损深度的最主要影响因素之一是蜗杆法向接触应力. 参考已有的赫兹理论, 算法向接触应力的方法为

$$p = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right)^{0.5}. \quad (7)$$

式中: p 为法向接触应力; p_0 为最大赫兹应力; x, b 为参数.

但齿轮转动元动作件的啮合运转中, 当量半径和接触线总长一直在改变. 由此导致了单位接触线上的曲率半径和载荷的求解较为困难, 这一问题在很长一段时间没有得到解决与完善. 后来, 随着计算机新技术的发展应用, 德国 Winter 和 Niemann 通过汇总试验数据和过往经验结果

等建立了传动蜗杆齿面的平均接触应力的计算模型.

$$p_n = \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{p_m^* \cdot T_2 \cdot 10^3 \cdot E_{red}}{a^3} \right)^{0.5} \quad (8)$$

式中: p_m^* 表示平均赫兹应力参数; E_{red} 表示等效弹性模量; T_2 表示输入转矩; a 表示中心距.

如图 3 所示,蜗杆与蜗轮的相对滑动速度:

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = v_1 / \cos \lambda. \quad (9)$$

式中: λ 表示蜗杆件螺旋升角; v_1 表示蜗杆件圆周速度; v_2 表示蜗轮件圆周速度.

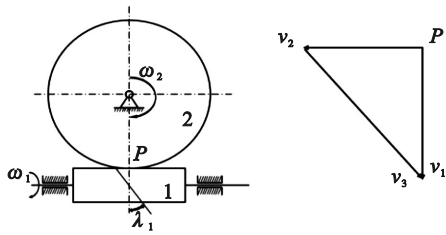


图 3 蜗轮蜗杆相对滑动速度

Fig. 3 Relative sliding speed of worm gears and worms

直齿轮的接触应力为

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{F_k}{\pi \rho_k \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (10)$$

式中: F_k 表示齿轮啮合过程中,其单位接触长度在啮合点 K 受到的载荷; k 表示综合曲率半径在齿轮啮合点处; $\mu_i, E_i (i=1, 2)$ 分别表示齿轮材料的泊松比及弹性模量.

由上述公式及表 2 所示的参数,根据齿轮啮合区域的热流密度和分配系数,利用热量分配系数的经验公式在上一元动作和下一元动作之间分配总热流密度.从得到的计算参数可知两齿轮间隙和齿侧间隙的热传导、热膨胀等没有被考虑.

因为齿轮转动元动作件沿其啮合转动的过程中,在任意点的相对滑动速度、接触压力等都是时刻变化的,因此,在齿轮啮合线上沿线确定了等间距的 9 个节点,形成等间距的 8 齿面,如图 4 所示,然后通过计算得到任意点平均赫兹接触压力和相对滑动速度.再利用得到的参数及上述模型,算出转动元动作齿面的摩擦热流密度.

2) 蜗轮转动元动作瞬态温度场数值模拟结果.以 TK13250E 型号转台的蜗轮转动元动作单元为例.该转台的最大工作转速为 11.1 r/min;定位和重复定位精度分别为 30"和 6";工作台最大负载为 300 kg.结合上述求得摩擦热流密度,进行蜗轮转动元动作瞬态温度场的数值模拟.该数控转台系统参数:电机转速(2 000 r/m),电机花键材料

表 2 温度场数值模拟参数
Table 2 Simulation parameters of the temperature field

参数	蜗轮	蜗杆	齿轮轴	电机花键
$\lambda / (W \cdot (m \cdot K)^{-1})$	84	46.4	32.6	32.6
$\rho / (kg \cdot m^{-3})$	8 760	7 830	7 850	7 850
$v_i / (m \cdot s^{-1})$	0.184	3.78	6.75	7.005
$c / (J \cdot (kg \cdot K)^{-1})$	380	502.4	460	460
β	0.22	0.779	0.662	0.338
p_m^*	0.892	0.892	—	—
$\omega / (rad \cdot s^{-1})$	2	180	180	360
$E_{red} / (N \cdot mm^{-2})$	110 000	210 000	211 000	211 000
a / mm	109		53.23	
f	0.145		0.075	

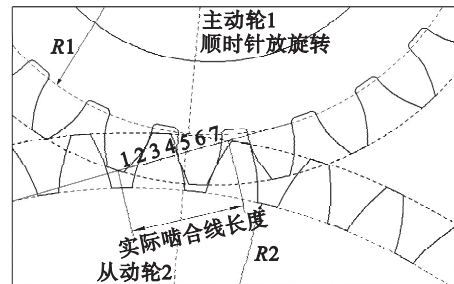


图 4 齿轮啮合线及其计算点

Fig. 4 Gear meshing line and its calculation points

为 40 Cr, 齿轮轴为 40 Cr, 蜗轮为 ZCuSn10P1, 蜗杆材料为 20 Cr, 物理属性参数详见表 2. 如图 5 所示,在有限元数值模拟软件 ANSYS Workbench 19. 2 中创建数控转台回转传动系统的有限元模型.

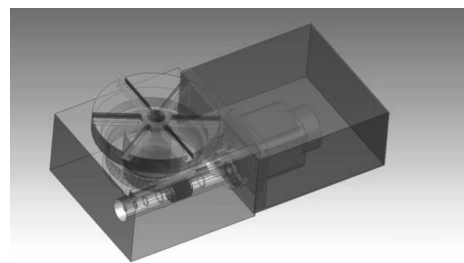


图 5 转台传动系统三维几何模型

Fig. 5 Three dimensional geometric model of the platform gearing system

以转台回转元动作链蜗轮转动元动作单元为研究对象,蜗轮转动元动作单元输出件的网格划分及温度场云图如图 6 所示,其温度场数值模拟数据见表 3. 蜗轮转动元动作单元的输出件为蜗轮及其固连工作台整体,其运行中蜗轮啮合齿顶处温度波动最大,最高温升达到 35.135 °C,沿输出件径向逐步降低,温度变化规律如图 7 所

示,可以看出蜗轮转动元动作单元输出件达到热平衡时间约为 336 s,达到热平衡时间较短.



图6 蜗轮转动单元输出件

Fig. 6 Worm gears rotation unit output

(a)—网格图; (b)—温度云图.

表3 蜗轮转动单元输出件温度场数值模拟数据
Table 3 Numerical simulation data of the temperature field of worm gears' rotating unit output

序号	时间/s	$t_{\min}/^{\circ}\text{C}$	$t_{\max}/^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{ave}}/^{\circ}\text{C}$
1	4	23.427	25.404	24.669
2	8	25.085	27.324	26.569
3	20	28.440	30.673	29.928
4	56	31.939	34.090	33.355
5	96	33.180	35.300	34.568
6	136	33.576	35.686	34.954
7	176	33.702	35.810	35.078
8	216	33.743	35.849	35.117
9	256	33.755	35.861	35.130
10	296	33.760	35.865	35.134
11	336	33.761	35.867	35.135
12	376	33.761	35.867	35.135
13	400	33.761	35.867	35.135

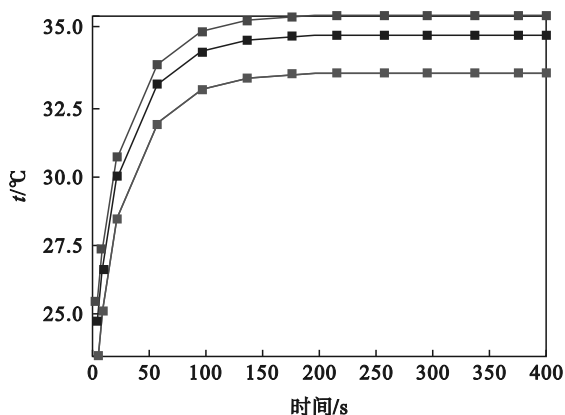


图7 蜗轮转动元动作单元输出件温升曲线

Fig. 7 Temperature rising curves of output part in worm gears' rotating meta-action unit

2.3 元动作热-结构耦合数值模拟方法及热变形分析

本节在单元输出件瞬态热分析后继续传动系统的热-结构耦合分析,也就是计算受热分布影响的应力分布.采用ANSYS工具和顺序耦合方法来分析耦合特性,即上节中为得到温度场分布首先对各输出件进行瞬态热态特性分析,然后根据上节得到的结果,本节对整体运动链进行耦合数值分析,根据真实工况设置相邻单元间的物理场数据,得到整个运动链的稳态温度场分布.再将分析结果作为耦合分析条件,将运动链的温度分布与结构耦合,可以得到运动链各输出件由于其温度分布引起的热应变与热应力分布情况,分析流程图如图8所示.

1) 元动作稳态温度场数值模拟分析.根据表3所示的某型号数控转台回转运动元动作链参数,首先建立了三维几何模型元动作的三维几何模型,其次对模型划分非结构网格,并对齿面摩擦区域局部加密.网格单元数量882 453,节点数1 297 025.设置对流以及转速和转矩,最终得到该元动作链的瞬态温度场数值模拟结果,如图9所示.假设该转台回转元动作链初始温度及环境温度为 22°C ,为模拟回转元动作链工作时温度场变化规律,转台加载运行1 h.图10为元动作链温度场云图,由图可以看出,1h内转台蜗杆转动元动作温度最高为 84.79°C ,温升为 62.79°C ;蜗轮转动元动作温度为 27.5°C ,温升为 5.5°C .

转台回转元动作链温度波动最大处在于蜗杆转动元动作与蜗轮转动元动作作轮齿啮合处接触滑动而产生的齿面摩擦热,在运转过程中,蜗杆蜗轮轮齿本体的温度经过一定运行时间的旋转后可在固定载荷条件下逐渐趋于热平衡,整体热平衡时间约为1 085.2 s.

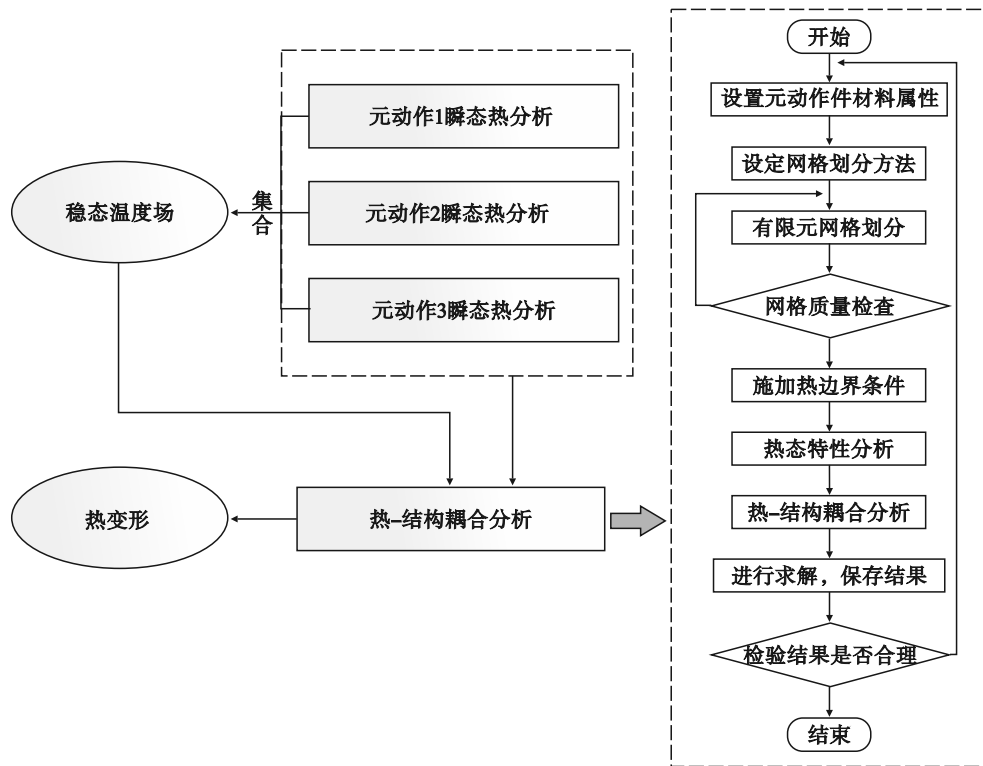


图 8 转台回转元动作链的热-结构耦合分析流程

Fig. 8 Thermal-structure coupling analysis flow of the rotary meta-action chain of turntables

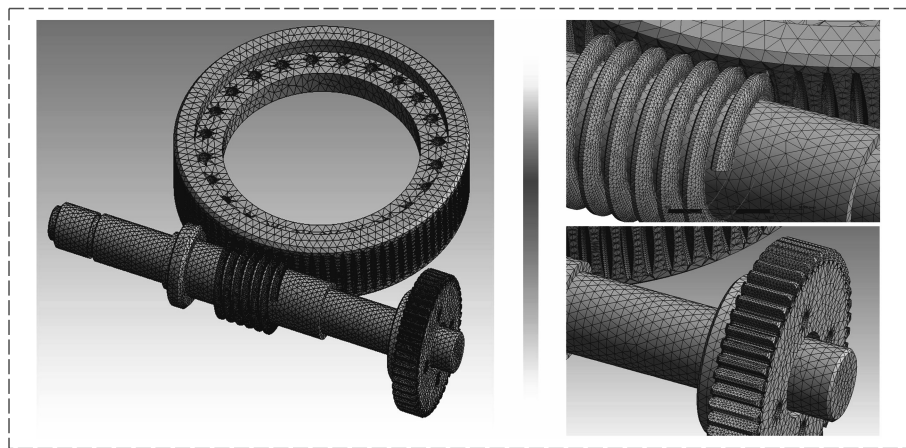


图 9 转台回转元动作链模型的网格划分及局部加密

Fig. 9 Meshing and local encryption of the rotary meta-action chain model



图 10 转台回转元动作链的温度场云图

Fig. 10 Meshing and local encryption of the rotary meta-action chain model

2) 元动作热-结构耦合数值模拟分析. 将运动链的温度分布与结构耦合,可以得到元动作链各输出件由于其温度分布引起的热应力分布情况. 选择 Steady-State Thermal 模块各相应设置拖拽至 Static Structural 对应处. 继续施加结构约束和载荷求解热-结构耦合分析得到等效弹性应变和应力结果如图 11 和图 12 所示.

回转元动作链刚启动时,整条链从冷态开始升温,热变形最严重,而后逐渐减少并趋于稳定. 从图 11 和图 12 可知,因为蜗轮全啮合中期转动

受载的影响,最大位移发生在蜗轮啮合轮齿齿顶处,齿轮啮合处应该因齿摩擦生热发生热变形,通过观察啮合齿轮部位颜色梯度变化,得到最大热变形分布结果.蜗轮齿啮合处的齿根上有最大应力的发生,造成这一现象是因为齿轮啮合齿根部均受到热应力和载荷应力的发生,在叠加效果下使得齿轮最大应力大大增加;得到的结果同样

符合蜗轮蜗杆啮合时产生的变形状态和实际受力.其最大应力没有超过齿轮材料的许用应力允许值.另外,在蜗杆左端轴肩发生直径变化处是因为此处为安装紧固件-轴承的位置,在此位置加了约束,所以作为应力集中处,也有相较别处更明显的应变与应力.

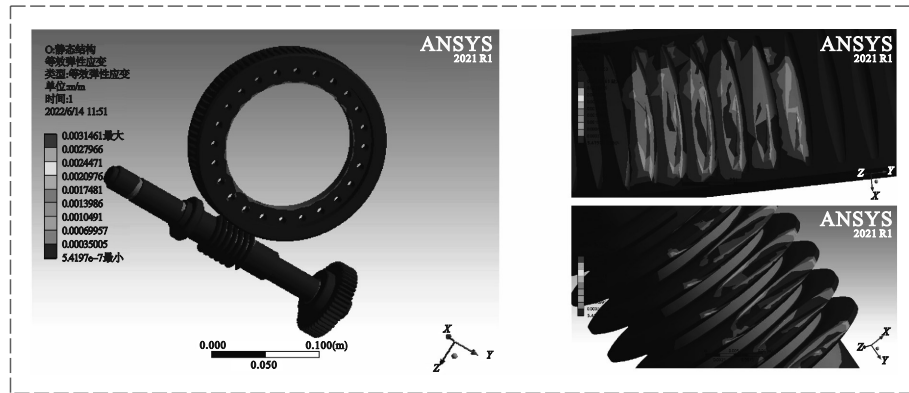


图 11 等效弹性应变图和局部放大图

Fig. 11 Equivalent elastic strain diagram and local enlargement diagram

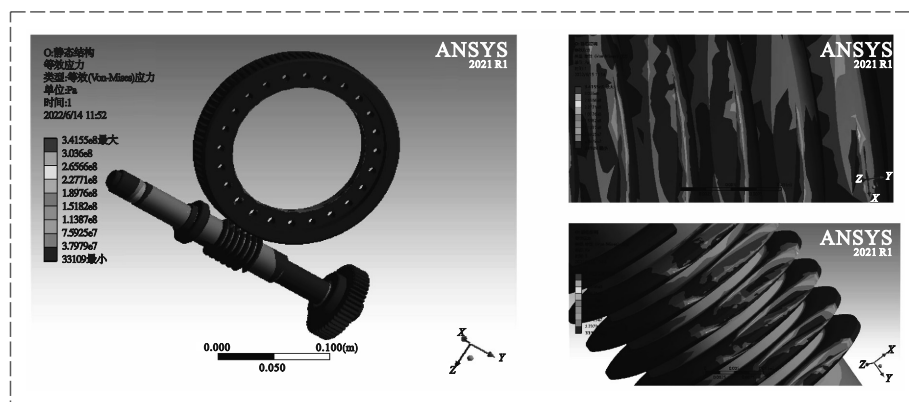


图 12 等效应力图和局部放大图

Fig. 12 Isoeffect strain diagram and local enlargement

通过热-结构耦合的研究分析可知,元动作链各输出件关键啮合区域的变形和应力都大大增加,元动作单元输出件随着温度变化会有热变形产生,影响输出件运动精度.图 13 为转台回转元动作链的各向热变形云图,图 13a 为热变形分布总图,可以看出主要变形都发生在转动元动作的轮齿啮合处,最大热变形量为 $32.706 \mu\text{m}$ 左右,图 13b~图 13d 分别为 X, Y, Z 向热变形分布, X 向最大热变形发生在蜗轮轮齿处,变形量为 $12.97 \mu\text{m}$, Y 向最大热变形发生在蜗杆轮齿处,变形量为 $14.736 \mu\text{m}$, Z 向最大热变形发生在蜗杆轮齿处,变形量为 $30.455 \mu\text{m}$.热变形的发生会使动作件整体产生倾斜或者偏移,从而影响了动作件的定位精度,造成运动误差.元动作链的温度

变化通常与元动作单元类型、组件材料、加载等有关.随着加载的增加以及运转时间的变化,导致敏感单元的温升加剧,进而影响传动系统的运动精度.

3 元动作热误差模型

在构建机理驱动下考虑零件热变形的元动作热误差模型中,元动作单元组件热误差是单元输出件的热变形导致其发生位置和姿态的变化,最终反映在输出件的末端和理想运动位置点上产生误差.为了得到动作件自身热变形对末端输出热误差的影响,本文基于元动作热-固耦合仿真得到的动作件热变形的仿真结果建立动作件热误差模型.

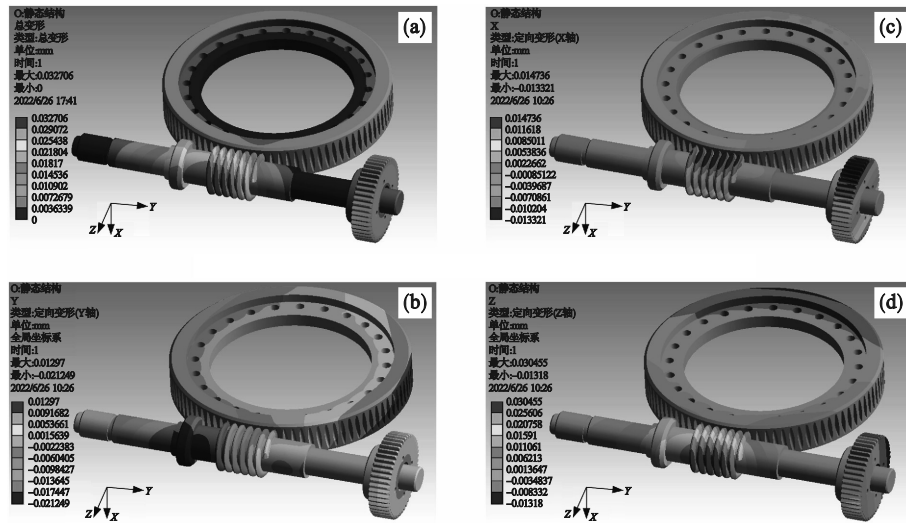


图 13 元动作链各向热变形云图

Fig. 13 Cloud diagram of thermal deformation in various directions of meta-action chain
(a)—热变形分布; (b)—X向; (c)—Y向; (d)—Z向.

3.1 转动元动作热变形量

假设与蜗轮转动元动作单元固连的工作台为一质点,工作台为蜗轮热变形传递的末端,也是转台精度的最终端.热变形量通过计算蜗轮啮合齿因热变形而造成的齿厚误差、齿形误差得到.其中,热变形造成的齿厚误差指的是蜗轮齿面中间平面上,实际变形后的分度圆齿厚与公称齿厚的偏差,如图 14 所示,热变形形成的齿厚偏差造成齿轮的啮合侧隙,将热变形影响产生的齿厚误差表示为 Δe_{gh} .

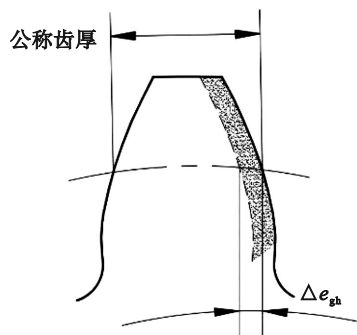


图 14 热变形齿轮齿厚误差

Fig. 14 Tooth thickness error of the worm wheel

热变形造成的齿形误差指的是轮齿给定截面上的齿宽有效范围内,距离最小并且包括实际一齿齿形的两条齿形线之间的法向距离,如图 15 所示.在计算热变形影响的齿形误差 Δe_{gs} 时,将该误差近似等效为考虑一齿切向综合误差和切向综合误差的简谐函数.其中一齿切向综合误差 $\Delta f'_{ic}$ 为齿轮理想啮合时,其一齿距角范围内实际转动位移与理论转动位移之差的最大幅值,切向

综合误差 $\Delta F'_{ic}$ 为齿轮一转范围内的实际转动位移与理论转动位移之差的总幅值,计算公式为

$$\Delta f'_{ic} = 0.2(1 + 4/\varepsilon) \left(9 + 0.3m + 3.2\sqrt{m} + 0.34\sqrt{d} \right), \quad (11)$$

$$\Delta F'_{ic} = 0.3m + 1.25\sqrt{d} + 7. \quad (12)$$

其中: m 表示齿轮模数; d 为齿轮分度圆直径; ε 为重合度.

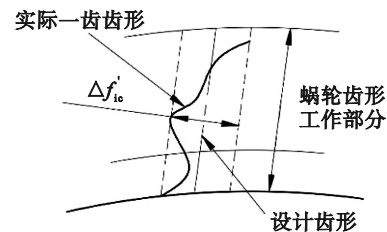


图 15 齿轮一齿齿形误差示意图

Fig. 15 One-tooth meshing error of the worm wheel

从而,令齿轮啮合频率为 ω_m , 齿轮转动频率为 ω_s , 齿轮齿形误差可以计算为

$$\Delta e_{gs} = 0.5\Delta f'_{ic} \sin(2\pi\omega_m t) + 0.5\Delta F'_{ic} \sin(2\pi\omega_s t). \quad (13)$$

3.2 转动元动作热误差建模

在分析当前蜗轮元动作单元综合运动误差模型时,首先假设其上游元动作单元的输入动作件是理想的(没有位姿误差和运动误差),下游元动作单元的输出动作件也是理想的,考虑本元动作单元在理想上下游情况下输入件和输出件的误差.而蜗轮转动单元的热变形主要发生在动作件蜗轮的局部啮合轮齿处,其余轴孔部分因为对流和换热的存在,温升很小可以忽略不计,同样可以合理假设轴孔没有形变的发生.这样蜗轮转动装配单元的装配误差是输出在工作台端的,但

该单元动作件蜗轮的切向热变形分量会造成蜗轮啮合局部轮齿挤压变形或者产生间隙. 在转台回转运动正转或反转的初始阶段, 轮齿间隙的存在会造成蜗轮转动元动作单元中蜗轮输入件在间隙范围内出现短时的空转现象. 因此蜗轮转动元动作输入件转角要小于上一级输出件传出转角, 出现“角位移不足”的分度误差, 影响蜗轮转动元动作单元的运动精度. 因此该单元的热误差为热变形造成的输入误差矢量.

对蜗轮转动元动作单元的动作输入件——蜗轮, 按 4 节所示有限元数值模拟方法进行仿真, 得到结果如图 16 所示, 为蜗轮齿轮总最大热变形量为 17.019 μm . X 向最大热变形量为 7.754 μm , Y 向最大热变形量为 12.97 μm , Z 向最大热变形量为 11.52 μm . 蜗轮热轮齿切向热变形引起的轮齿偏差量为

$$\Delta e_g = \Delta e_{gh} + \Delta e_{gs} = \Delta e_{gh} + 0.5\Delta f'_{ic} \sin(2\pi\omega_m t) + 0.5\Delta F'_{ic} \sin(2\pi\omega_s t). \quad (14)$$

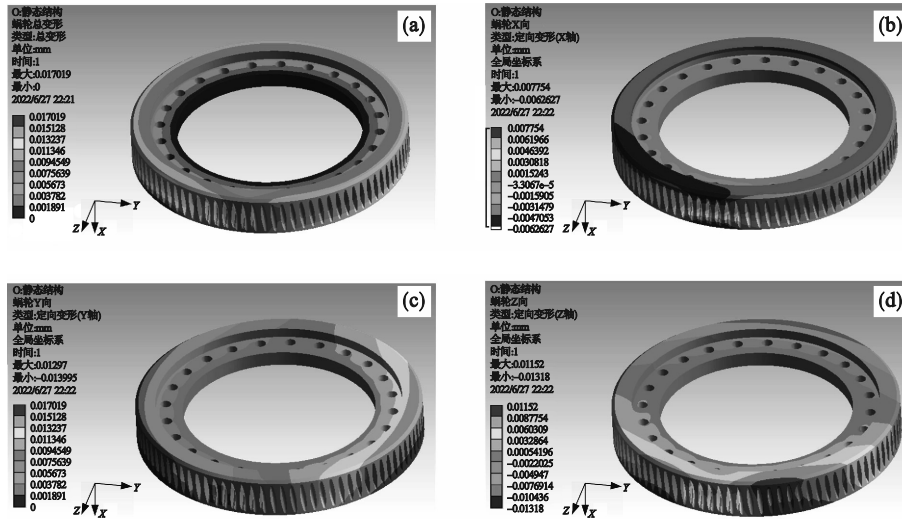


图 16 蜗轮转动各向热变形云图

Fig. 16 Cloud diagram of thermal deformation in various directions of worm gear (a)—热变形分布; (b)— X 向; (c)— Y 向; (d)— Z 向.

综上, 蜗轮转动元动作的输入误差为局部啮合轮齿切向热变形偏差量 Δe_g . 则该蜗轮转动元动作热误差计算表达式可以表示为

$$E_i = (0, 0, 0, \Delta e_g, 0, 0) = (0, 0, 0, 0.013, 0, 0). \quad (15)$$

4 结 语

本文通过热变形理论计算和热变形有限元分析, 得到了蜗轮转动元动作的温度场分布云图及温升曲线, 通过热变形量分析得到了热误差元素及热误差为 $(0, 0, 0, 0.013, 0, 0)$. 随着计算机处理器技术和数值模拟方法的发展, 有限元方法以其科学的原理成为计算工程领域中最有效的数值计算方法. 避免了在理论推导过程中因为输出件几何形状复杂性而作的简化和假设所带来的误差; 另一方面可以为传动系统的关键元动作单元上相应的温度传感器位置的布置及监控数据的采集提供指导.

参考文献:

[1] 潘冬, 赵阳, 李娜, 等. 齿轮磨损寿命预测方法[J]. 哈尔滨

工业大学学报, 2012, 44(9): 29-33, 39.
 (Pan Dong, Zhao Yang, Li Na, et al. The wear life prediction method of gear system [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2012, 44(9): 29-33, 39.)
 [2] 黄强, 李青锋. 机床通用误差模型的建立及应用[J]. 中国机械工程, 2013, 24(12): 1626-1630.
 (Huang Qiang, Li Qing-feng. Building and application of general model for machine tool errors [J]. *China Mechanical Engineering*, 2013, 24(12): 1626-1630.)
 [3] Aronson R B. The war against thermal expansion [M]. Dearborn: SME, 1996.
 [4] Li X H, Yan K, Lv Y F, et al. Study on the influence of machine tool spindle radial error motion resulted from bearing outer ring tilting assembly [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2019, 233(9): 3246-3258.
 [5] Palazzo G, Pasquino R. The modelling of thin sheet forming by laser beams heat transfer models toward deformation analysis [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2005, 42(9/10): 1131-1136.
 [6] Kim S M, Lee S K. Prediction of thermo-elastic behavior in a spindle-bearing system considering bearing surroundings [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2001, 41(6): 809-831.
 [7] Ramesh R, Mannan M A, Poo A N. Thermal error measurement and modelling in machine tools [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, 43(4): 391-404.

(下转第 119 页)