

含有柔性负载的电驱动系统建模与控制策略

李小彭¹, 王浩哲¹, 尹猛², 周赛男¹

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 中国科学院 深圳先进技术研究院, 广东 深圳 518055)

摘要: 为了抑制伺服电机启动和运行过程中产生的转速波动和振动,提出了一种基于极点配置的PI控制策略。首先,根据基尔霍夫电压定律和拉格朗日原理建立了伺服电机与柔性负载的整体动力学模型,并通过拉普拉斯变换计算系统的传递函数。其次,通过设计控制器的参数,分析了采用相同幅值的极点配置方法对控制效果的影响。最后,通过与传统的Z-N方法和无控制方法进行对比,验证了该极点配置方法的优势。通过数值仿真和实验研究,实现了对伺服电机启动和运行过程中产生的角度误差的控制,有效抑制了电机转速的波动,保证了系统的稳定性。

关键词: 伺服电机;柔性负载;极点配置;PI控制器;速度环

中图分类号: TH 113.1;TP 13 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2024)03-0346-09

Modeling and Control Strategy of Electric Drive System with Flexible Load

LI Xiao-peng¹, WANG Hao-zhe¹, YIN Meng², ZHOU Sai-nan¹

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Shenzhen Institute of Advanced Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen 518055, China. Corresponding author: LI Xiao-peng, E-mail: xpli@me.neu.edu.cn)

Abstract: In order to suppress the speed fluctuations and vibrations generated during the startup and operation of servo motors, a PI control strategy based on pole configuration was proposed. Firstly, an overall dynamic model of servo motors and flexible load was established based on Kirchhoff's voltage law and Lagrangian principle, and the transfer function of the system was calculated through Laplace transform. Secondly, by designing the parameters of the controller, the impact of using pole configuration methods with the same amplitude on the control effect was analyzed. Finally, the advantages of this pole configuration method were verified by comparing the traditional Z - N methods and uncontrolled methods. Through numerical simulation and experimental research, the control of angle errors generated during the startup and operation of servo motors is achieved, effectively suppressing the fluctuations of motor speed and ensuring the stability of the system.

Key words: servo motor; flexible load; pole configuration; PI controller; speed loop

柔性负载是非线性、强耦合的多变量系统,其结构紧凑、能耗低的优点使其在深海探索^[1]、空间装配^[2]等领域得到广泛应用。在深海探索环境恶劣的情况下,伺服系统对输出元件进行精确操控,完成搜索、抓取等任务需求;在空间装配领域,精度高、平稳性好的伺服系统更适用于复杂工况。在高性能运动控制系统中,通常采用伺服电机直接驱动柔性负载。为了提升系统的控制性

能并简化设计流程,将伺服电机与柔性负载之间的传动部分视为理想的刚性连接。通过控制伺服电机的输出力矩来控制柔性负载,从而减小谐振并提高整体系统的使用寿命。

对于伺服电机的建模,文献[3]基于机器人关节伺服系统的机电耦合特性建立动力学模型,考虑了直轴、交流电流在两相转子参考系中相互关系,对电机电流的时频特征进行了分析;对于

柔性负载的建模,文献[4]将柔性负载等效为欧拉-伯努利梁,考虑了其因输出端振动而产生的不稳定现象,建立了一维振动下的柔性负载的动力学模型,通过边界条件的求解来描述柔性负载在振动条件下的横向变形情况.

对于伺服电机控制柔性负载的方法主要有:主动控制和被动控制.主动控制方法是在谐振现象出现之前对此种现象进行抑制^[5],通过重新分配零点和极点的位置对机械谐振进行抵消,其对机械谐振的效果并不显著,往往运用在低频段.文献[6]为了提高系统的跟踪性能和抗干扰能力,采用主动干扰抑制控制器改善电流回路,通过优化非线性参数增强了系统的稳定性.被动控制方法为对信号进行处理,首先对频率进行分层处理,设定允许通过的特定频率,通过对输入信号的选择、处理,得到期望的频率信号.主要方式为加入自适应滤波器、低通滤波器等,但加入滤波器后往往限制了系统的截止频率,导致初始信号的信号利用率降低,降低整体系统的使用效率;文献[7]通过将伺服电机中电流进行实时采集,计算系统的谐振频率,设计一种低通滤波器对系统的截止频率进行限制.但这种被动控制方法会使在默认频点以外的能量进行限制,导致整体系统的能量利用率过低,造成不必要的消耗.

本文首先从伺服电机输出扭矩的角度出发,建立了伺服电机与柔性负载的整体动力学模型.在考虑了电机产生的电磁转矩的同时,还考虑了柔性负载因素,并提出了一种对电机转速控制策略.此外,通过结合文献[8]中的电机控制策略,调节PI控制器的参数,并基于相同幅值的方法进行系统极点配置策略的分析.相比于传统的Z-N方法,本文提出的控制策略能够降低系统的最大超调量,提升系统的响应速度,从而避免机械谐振现象的产生.

1 伺服电机驱动柔性负载整体建模

在电气传动领域中,伺服电机作为整体伺服系统的主要动力源,对其结构和稳定性往往有很高的要求.在自然坐标系下,三相电压方程为

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中: u_a, u_b, u_c 为相电压; i_a, i_b, i_c 为相电流; ψ_a, ψ_b, ψ_c 为三相绕组的磁链; R 为定子电阻.

根据基尔霍夫电压定律,以及三相绕组间

电流关系,可得电机数学模型状态空间表达式为^[9]

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R}{L_s - L_m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R}{L_s - L_m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R}{L_s - L_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{1}{L_s - L_m} \left\{ \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \right\}. \quad (2)$$

式中: L_s 为定子中每相绕组的自感; L_m 为定子任意两相绕组之间的互感; e_a, e_b, e_c 为三相电流反电动势.此时可得电磁转矩方程为

$$T_{em} = \frac{1}{\omega} (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c). \quad (3)$$

式中: T_{em} 为电磁转矩; ω 为机械角速度.

虽然考虑三相绕组间电流关系可以更直观地反映电流在三相绕组间的相互作用和平衡情况,但该模型的建立涉及复杂的计算过程,且缺乏实用性.因此,为了便于控制器的设计,通常选择两相转子参考坐标系下的数学模型.在两相转子参考坐标系中,伺服电机的直轴和交轴电压为

$$\left. \begin{aligned} u_d &= R i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d - \omega_e L_q i_q, \\ u_q &= R i_q + L_d \frac{d}{dt} i_q + \omega_e (L_d i_d + \Phi_f). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: i_d, i_q 分别为两相转子参考坐标系中直轴、交轴电流分量; ω_e 为电磁角速度; L_d, L_q 分别为两相转子参考坐标系中直轴、交轴电感分量; Φ_f 为转子所产生的磁通量.

根据文献[10],电磁转矩为

$$T_{em} = \frac{3}{2} p [\Phi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] = \frac{3}{2} p \Phi_f i_q = K_t i_q. \quad (5)$$

式中: p 为极对数; K_t 为扭矩系数.

考虑到在实验中 i_q 比 T_{em} 更容易检测,并且这两个值之间存在相应的比例关系,因此,在后续分析中,选择 i_q 作为电磁转矩 T_{em} 的表示形式.

当伺服电机运行时,柔性负载受到电机产生的电磁转矩 T_{em} 的影响,柔性负载中任意位置 x 处在时间 t 时产生 $d(x, t)$ 的横向变形量,使其在默认坐标系 XOY 中向动态坐标系 $x_1O_1y_1$ 的方向发生转动.柔性负载的质量为 m ,长度为 l ,密度为 ρ ,柔性负载的转角为 θ ,伺服电机驱动柔性负载的示意图如图1所示.

由于柔性负载仅存在垂直于轴线方向的振动,为了简化模型,假设柔性负载是欧拉-伯努利

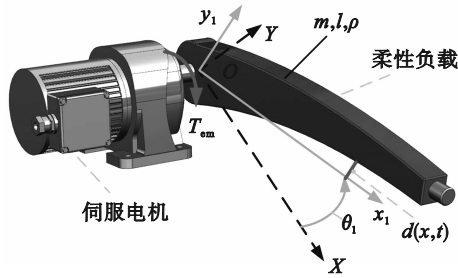


图 1 考虑伺服电机输出的柔性负载转动示意图

Fig. 1 Schematic diagram of flexible load rotation considering servo motor output

梁模型,忽略纵向变形和外力干扰,并将柔性负载简化为悬臂梁^[11].此时,可得到柔性负载在横向振动的偏微分方程为

$$\rho(x)S(x)\frac{\partial^2 d(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x)\frac{\partial^2 d(x,t)}{\partial x^2} \right] = 0. \quad (6)$$

式中: $\rho(x)$ 为柔性负载的单位体密度; $S(x)$ 为柔性负载的单位横截面面积; E 为弹性模量; $I(x)$ 为材料横截面的单位惯性矩.假设柔性负载内部均匀且连续,此时定义 $\rho(x), S(x), I(x)$ 为常值,分别用 ρ, S, I 表示.根据文献^[11],参考假设模态法对柔性负载系统进行建模,仅考虑柔性负载在动态坐标系 x_1Oy_1 中的变形量.此时,柔性负载的变形量为

$$\left. \begin{aligned} d(x,t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x)\gamma_i(t), \\ \omega_i &= \alpha_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}, \\ \gamma_i(t) &= A_0 \sin(\omega_i t + \phi), \\ \varphi_i(x) &= \frac{\text{ch}\alpha_i x - \cos\alpha_i x - \frac{\text{sh}\alpha_i l - \sin\alpha_i l}{\text{ch}\alpha_i l + \cos\alpha_i l} (\text{sh}\alpha_i x - \sin\alpha_i x)}{\text{ch}\alpha_i x - \frac{e^{\alpha_i x} - e^{-\alpha_i x}}{2}}, \\ \text{ch}\alpha_i x &= \frac{e^{\alpha_i x} + e^{-\alpha_i x}}{2}, \\ \text{sh}\alpha_i x &= \frac{e^{\alpha_i x} - e^{-\alpha_i x}}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $\varphi_i(x)$ 为与 ω_i 相对应的模态函数; $\gamma_i(t)$ 为模态坐标; ω_i 为柔性负载的第 i 阶固有频率; α_i 为模态函数的第 i 阶特征根; A_0 为模态坐标的幅值系数; ϕ 为模态坐标的初相.

结合悬臂梁的边界条件^[12-13],由式(7)可得柔性负载横向变形量 $d(x,t)$ 为

$$d(x,t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi). \quad (8)$$

式中,

$A_1 = H_1 \sin \alpha_1 x + H_2 \cos \alpha_1 x + H_3 \text{sh} \alpha_1 x + H_4 \text{ch} \alpha_1 x$, H_1, H_2, H_3 和 H_4 可通过给定梁的初始状态与边界条件^[12]所获得.

柔性负载中任意位置的位移改变量为

$$\delta = \begin{bmatrix} x \cos \theta_1 - d(x,t) \sin \theta_1 \\ x \sin \theta_1 + d(x,t) \cos \theta_1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

柔性负载的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{mS}{l} \int_0^l \dot{\delta}^T \dot{\delta} dx. \quad (10)$$

式中, $\dot{\delta}$ 为柔性负载中任意位置的速度改变量.

由梁的振动理论可知,柔性负载的势能仅由自身的弹性变形产生,其势能为

$$U = \frac{1}{2} EI \int_0^l \frac{\partial^2 d(x,t)}{\partial x^2} dx. \quad (11)$$

将式(10),式(11)代入拉格朗日动力学方程后,整理可得

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta}_1 \left(\int_0^l \frac{mS}{l} x^2 dx + \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i^2(t) \right) + 2\dot{\theta}_1 \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i(t) \dot{\gamma}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{\gamma}_i(t) \int_0^l \frac{mS}{l} x \varphi_i(x) dx = T_{em}, \\ \ddot{\theta}_1 \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^l \frac{mS}{l} x \varphi_i(x) dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{\gamma}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i^2 \gamma_i(t) - \dot{\theta}_1^2 \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i(t) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

忽略非线性项 $\ddot{\theta}_1 \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i(t)^2, 2\dot{\theta}_1 \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i(t) \dot{\gamma}_i(t)$,

$\dot{\theta}_1^2 \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i(t)$ ^[14],整理后可得

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta}_1 \int_0^l \frac{mS}{l} x^2 dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{\gamma}_i(t) \int_0^l \frac{mS}{l} x \varphi_i(x) dx = T_{em}, \\ \ddot{\theta}_1 \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^l \frac{mS}{l} x \varphi_i(x) dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{\gamma}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i^2 \gamma_i(t) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

柔性负载转动角度和系统第 i 阶所对应的固有模态的刚柔耦合系数为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_a &= [K_{a1}, K_{a2}, \dots, K_{an}]^T, \\ K_{ai} &= \frac{mS}{l} \int_0^l x \varphi_i(x) dx, i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中, K_{ai} 为第 i 阶模态频率的谐振程度.

柔性负载的转动惯量为

$$I = \frac{mS}{l} \int_0^l x^2 dx. \quad (15)$$

柔性负载的模态频率为

$$\omega = \text{diag}([\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2]). \quad (16)$$

将式(14)~式(16)代入式(13),可得

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta}_1 I + \sum_{i=1}^n K_{ai} \ddot{\gamma}_i(t) = T_{em}, \\ K_{ai} \ddot{\theta}_1 + \sum_{i=1}^n \ddot{\gamma}_i(t) + \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \gamma_i(t) + \sum_{i=1}^n 2C_i \omega_i \dot{\gamma}_i(t) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中, C_i 为各阶模态振动的阻尼系数.

将式(17)进行拉普拉斯变换后,可得

$$\left. \begin{aligned} s^2 \theta_1(s) I + \sum_{i=1}^n s^2 K_{ai} \gamma_i(s) &= T_{em}(s), \\ s^2 K_{ai} \theta_1(s) + \sum_{i=1}^n s^2 \gamma_i(s) + \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \gamma_i(s) + \sum_{i=1}^n 2C_i \omega_i \gamma_i(s) s &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中, s 为拉普拉斯算子.

由式(18)可知,系统中负载转速与电磁转矩之间的传递函数为

$$\frac{\omega_1(s)}{T_{em}(s)} = \frac{1}{s^3 \left(\frac{I}{s^2} - \sum_{i=1}^n \frac{K_{ai}^2}{s^2 + 2C_i \omega_i s + \omega_i^2} \right)}. \quad (19)$$

式中, $\omega_i(s)$ 为负载转速.

2 柔性负载项对转速的影响

在伺服电机驱动柔性负载系统中,伺服电机产生输出转矩,驱动柔性负载旋转,导致柔性负载角度变化.根据文献[15],电流环和速度环是控制电机的两个重要环节,其中,电流环控制电机电流,而速度环控制电机转速.当柔性负载位置和角度发生改变时,电机速度受到影响.由于柔性负载速度环与电流环的谐振频率与截止频率差异较大,通常先调整电流环,再调整速度环.此时可以忽略电流环,仅考虑速度环影响^[16],从而避免谐振现象,提高系统稳定性和控制性能.

在仅考虑速度环的情况下,引入扭矩系数的影响,对式(17)进行简化得

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta}_1 I + \sum_{i=1}^n K_{ai} \ddot{\gamma}_i(t) &= K_i i_q, \\ K_{ai} \ddot{\theta}_1 + \sum_{i=1}^n \ddot{\gamma}_i(t) + \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \gamma_i(t) + \sum_{i=1}^n 2C_i \omega_i \dot{\gamma}_i(t) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

此时,在忽略电流内环且引入速度环的情况下,有助于闭环系统的建模与分析.通过设置速度环控制伺服电机的输出速度,并将其设定为固定值,可以减小伺服电机驱动柔性负载时的运动误差,并提高整个系统的控制精度和响应能力.由伺服电机驱动柔性负载速度环的流程图如图2所示,其中, K_p, K_i 为PI调节器的设计参数.

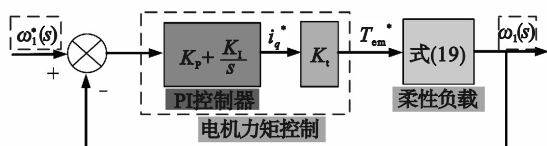


图2 伺服电机驱动柔性负载速度环流程图

Fig. 2 Flow chart of flexible load speed loop driven by servo motors

电机的刚性指的是电机抵抗外界力矩干扰的能力.在引入抑制陷波器的速度环前置通道后,可以对柔性负载进行刚性化处理,忽略系统的柔性耦合项,以实现相似的控制效果.此时,忽略柔性耦合项后驱动刚性负载的伺服电机速度环的传递函数为

$$G_2(s) = \frac{\omega_1(s)}{T_{em}(s)} = \frac{1}{Is}. \quad (21)$$

由伺服电机驱动刚性负载速度环流程图如图3所示.

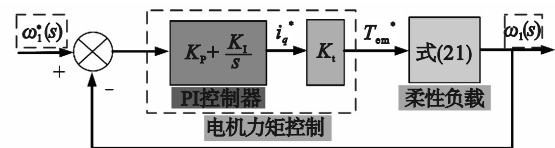


图3 伺服电机驱动刚性负载速度环流程图

Fig. 3 Flow chart of rigid load speed loop driven by servo motors

对前文刚性负载和柔性负载的传递函数进行分析,伺服电机驱动刚性、柔性负载的伯德图如图4所示.

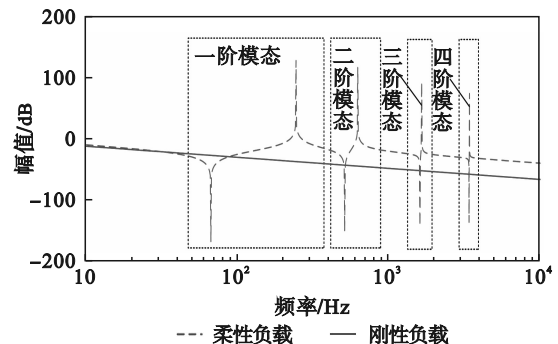


图4 伺服电机驱动刚性、柔性负载的伯德图

Fig. 4 Bode diagram of rigid and flexible loads driven by servo motor

本文对四阶模态的伯德图进行分析,可以看出伴随着柔性负载的加入,系统的幅值随着频率的增加而产生相应的变化,柔性负载对于系统的一阶模态突变主要发生在低频区,调整后的速度环的截止频率与带有柔性负载的截止频率接近,说明柔性负载对于电机的转角存在很大的影响.

3 PI 控制器参数设定

由于实际研究中,高频模态主要集中于高频区,而高频区不易激发,在此环节仅仅考虑一阶模态.当考虑阻尼因素时,伺服系统的闭环传递函数为

$$\frac{\omega_1(s)}{\omega_1^*(s)} = \frac{1}{1 + \frac{(I-K_{a1}^2)s^4 + 2I\omega_1 c_1 s^3 + I\omega_1^2 s^2}{K_t(K_p s + K_t)(s^2 + 2c_1 \omega_1 s + \omega_1^2)}} \quad (22)$$

对式(22)的分母多项式进行整理,并根据文献[17]提出的极点配置法对分母多项式进行改写为

$$L = \frac{(I-K_{a1}^2)(s^2 + 2c_{a1}\omega_{a1}s + \omega_{a1}^2)(s^2 + 2c_{a2}\omega_{a2}s + \omega_{a2}^2)}{K_t(K_p s + K_t)(s^2 + 2c_1\omega_1 s + \omega_1^2)} \quad (23)$$

式中: L 为式(22)的分母多项式的表达形式; ω_{a1} , ω_{a2} 为极点配置后的自然频率; c_{a1} , c_{a2} 为极点配置后的阻尼系数.

由式(23)整理得

$$(s^2 + 2c_{a1}\omega_{a1}s + \omega_{a1}^2)(s^2 + 2c_{a2}\omega_{a2}s + \omega_{a2}^2) = s^4 + \frac{2I\omega_1 c_1 + K_p K_t}{I-K_{a1}^2} s^3 + \frac{I\omega_1^2 s^2 + 2K_p K_t c_1 \omega_1 + K_t K_t}{I-K_{a1}^2} s^2 + \frac{K_t K_p \omega_1^2 + 2K_t K_t c_1 \omega_1}{I-K_{a1}^2} s + \frac{K_t K_t \omega_1^2}{I-K_{a1}^2} \quad (24)$$

将多项式展开,由多项式系数相等可得式(25):

$$\left. \begin{aligned} 2c_{a1}\omega_{a1} + 2c_{a2}\omega_{a2} &= \frac{2I\omega_1 c_1 + K_p K_t}{I-K_{a1}^2}, \\ \omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2 + 4c_{a2}\omega_{a2}c_{a1}\omega_{a1} &= \frac{I\omega_1^2 s^2 + 2K_p K_t c_1 \omega_1 + K_t K_t}{I-K_{a1}^2}, \\ 2c_{a1}\omega_{a1}\omega_{a2}^2 + 2c_{a2}\omega_{a2}\omega_{a1}^2 &= \frac{K_t K_p \omega_1^2 + 2K_t K_t c_1 \omega_1}{I-K_{a1}^2}, \\ \omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2 &= \frac{K_t K_t \omega_1^2}{I-K_{a1}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

忽略阻尼系数 c_1 的影响,PI调节器参数可由自然频率与极点阻尼系数得到

$$\left. \begin{aligned} K_p &= \frac{(2c_{a1}\omega_{a1} + 2c_{a2}\omega_{a2})(I-K_{a1}^2)}{K_t}, \\ K_t &= \frac{\omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2 (I-K_{a1}^2)}{K_t \omega_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

在不考虑阻尼系数的情况下,结合式(23)和式(26),可得控制系统闭环函数的零点为

$$s_1 = j\omega_1 \quad (27)$$

$$s_2 = -j\omega_1 \quad (28)$$

$$s_3 = -\frac{K_t}{K_p} = -\frac{(\omega_{a1}\omega_{a2})^2}{2\omega_1^2(c_{a1}\omega_{a1} + c_{a2}\omega_{a2})} \quad (29)$$

4 基于相同幅值的极点配置方法

极点配置就是通过对状态方程的描述,对在闭环系统中的极点进行配置,使闭环极点达到希

望的极点之上,通过比例反馈环节对闭环系统的自由运动模式进行改变,使系统的动态性能得以提升.

从闭环系统中的传递函数的极点具有相同幅值的角度出发,此时,可以在实轴-虚轴坐标系中形成了半径为 ω_{a1} 的圆, c_{a1} , c_{a2} 分别在这个圆上进行取值,从而确定系统零点的位置.基于相同幅值下极点配置示意图如图5所示.

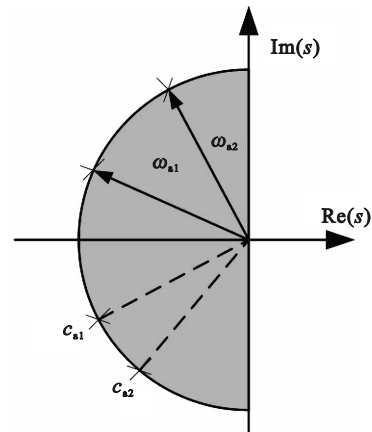


图5 基于相同幅值下的极点配置示意图

Fig. 5 Schematic diagram of pole configuration based on the same amplitude

对 $\omega_{a1} = \omega_{a2}$ 的情况下,仅对一阶模态进行考虑,令 $\omega_{a1} = \omega_{a2} = \omega_1$ 时,此时PI控制器参数为

$$\left. \begin{aligned} K_{P(\omega_{a1}=\omega_{a2})} &= \frac{2\omega_1(c_{a1} + c_{a2})(I-K_{a1}^2)}{K_t}, \\ K_{I(\omega_{a1}=\omega_{a2})} &= \frac{(I-K_{a1}^2)\omega_1^2}{K_t}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

极点配置后阻尼系数关系为

$$c_{a1}c_{a2} = \frac{1}{4} \left(\frac{Is^2}{I-K_{a1}^2} - 1 \right) \quad (31)$$

系统零点为

$$s_{1,2} = \pm j\omega_1 \quad (32)$$

$$s_3 = -\frac{K_t}{K_p} = -\frac{\omega_1}{2(c_{a1} + c_{a2})} \quad (33)$$

谐振峰值 M_r 是判断闭环系统稳定性的指标.随着谐振峰值 M_r 的增加,系统对输入信号的响应程度也增加.然而,如果谐振峰值 M_r 过大,系统的稳定性将降低,导致阶跃响应的超调量增加.

谐振峰值最大值对应的响应频率是谐振频率 ω_b .谐振频率还表示系统能够快速响应瞬态的速度.带宽 B_w 用于衡量控制系统的变化能力,带宽 B_w 越大表示系统能够迅速应对快速变化,从而使响应的上升时间变短.

带宽、谐振峰值、谐振频率是衡量系统稳定

性的重要依据,整体评价指标云图如图 6 所示.

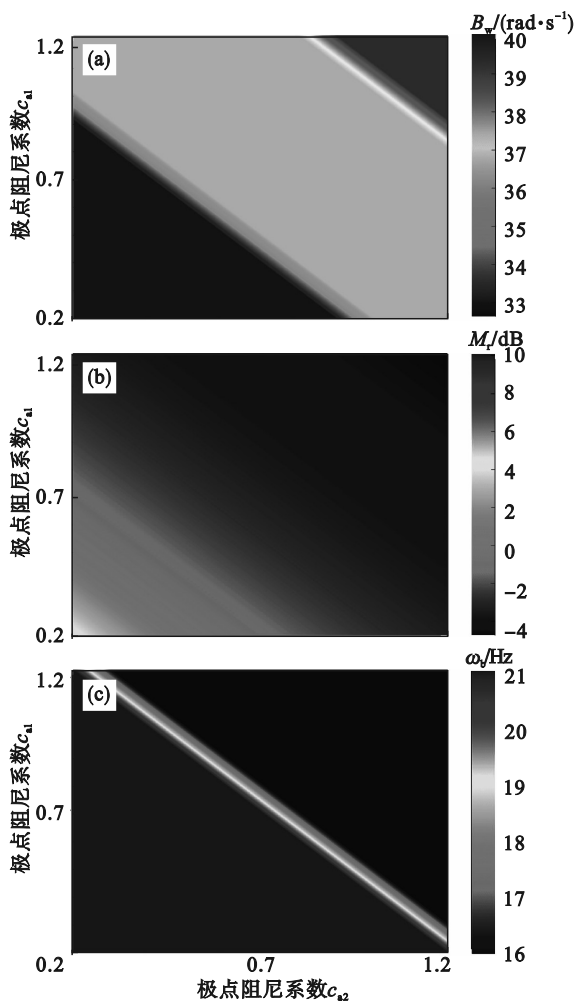


图 6 整体评价指标云图

Fig. 6 Cloud chart of overall evaluation index (a)—带宽; (b)—谐振峰值; (c)—谐振频率.

从图 6 可以看出,随着极点阻尼系数 c_{a1}, c_{a2} 的增大,谐振峰值 M_r 和 谐振频率 ω_b 减小.这是因为较大的极点阻尼系数抑制了系统的振荡行为,使得系统的振荡变得更为缓慢.相反地,带宽 B_w 是衡量系统变化能力的指标,当阻尼系数 c_{a1}, c_{a2} 增大时,系统的振荡行为被抑制,使系统更快地趋向稳定.因此,带宽 B_w 随着阻尼系数的增大而增大.

系统零极点的位置随着阻尼系数的改变而变化,它确定了系统的谐振峰值 M_r ,并且用来观测系统对输入信号的响应强度.根据谐振峰值 M_r 的取值,可以确定带宽 B_w 和 谐振频率 ω_b 的取值范围.

5 数值仿真与实验分析

5.1 数值仿真

为了确保对伺服电机驱动柔性负载整体建

模的准确性,通过上述公式进行计算,得到了等效的柔性负载参数.使用电机参数进行转化,得到了电机柔性负载整体系统参数表,如表 1 所示.

柔性负载端的参数主要涉及到负载的特性,如抗弯刚度、质量、长度等,而电机端的参数则涉及到电机的特性,如定子电阻、电感等.通过对这两部分参数进行计算和分析,可以实现对整个系统的工作过程和性能准确分析.

表 1 电机柔性负载整体系统参数表

Table 1 Parameter table of the overall system of motor flexible loads

系统	参数	数值
柔 性 负 载 端	抗弯刚度 $EI/(N \cdot m^2)$	395
	柔性负载质量 m/kg	1.404
	长度 l/m	1.8
	体密度 $\rho/(kg \cdot m^3)$	7800
	负载转动惯量 $I/(kg \cdot m^2)$	0.8986
—	一阶模态柔性耦合系数 $K_{a1}/(kg^{1/2} \cdot m)$	0.9583
	一阶模态频率 ω_1/Hz	40.1472
电 机 端	定子电阻 r/Ω	4.0
	直轴电感 L_d/H	0.0025
	交轴电感 L_q/H	0.0025
	转子磁通量 φ_f/Wb	0.341
	极对数 p	4

通过改变阻尼系数 c_{a1} 的取值,确定系统零极点的取值范围,实现对整体系统的电磁转角的角度控制,在不同阻尼系数的条件下系统电磁输出转速的波动范围影响如图 7 所示.

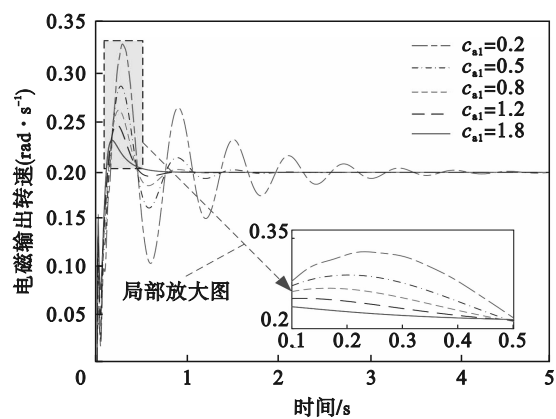


图 7 极点阻尼系数对电磁输出转速影响

Fig. 7 Influence of pole damping coefficient on electromagnetic output speed

由图 7 可知,在系统开始运行时,电磁系统的角速度存在一定的波动,随着时间的增加,电磁输出转速先升高后降低至趋于稳定,且存在一定的超调量;将阻尼系数 c_{a1} 的数值增加后,可以降低

超调量,系统电磁输出转速的波动量减小,电磁输出转速更快趋于稳定,减小机械谐振的发生。

传统的控制方法因参数整定困难往往很难达到相应的控制要求,为了提高对伺服系统控制精度要求,非线性算法可以对系统输出、输入所产生的误差进行有效的抑制。其中,Ziegler-Nichols法^[18](Z-N方法)是目前控制系统中较为常见的一种方法,即通过被调控制器对实际值与设定值的误差产生而得到反作用的积极程度进行建模,通过评估反馈控制系统对误差的补偿能力,可以判断系统对实际值的响应结果,进而更好地优化系统。此外,建模反作用的积极程度也在一定程度上反映了系统的性能。因此,这对提高系统的稳定性非常重要。

使用相同幅值极点配置方法与Z-N方法、无控制方法进行对比,如图8所示。

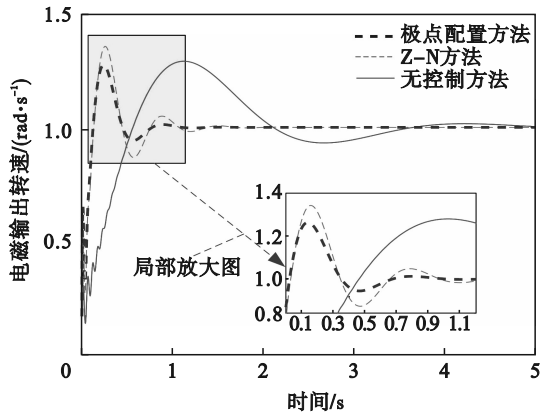


图8 不同方法参数整定对比图

Fig. 8 Comparison chart of parameter tuning of different methods

由图8可知,电磁输出转速从初始上升到参考的稳定转速,在系统开始时存在着一定的超调量,但系统迅速趋于稳定状态;将Z-N方法与极点配置方法进行对比,在使用具有相同幅值的极点配置方法后,系统可以更快地趋于稳定;将极点配置方法与无控制方法进行对比,极点配置方法的系统超调量较小,系统振荡的范围较小。通过图8可以看出,利用极点配置方法的幅值相较于传统的Z-N方法的幅值下降了3.5%,并且相较于无控制方法的响应时间提高了81.8%,说明利用极点配置方法相较于其他两种方法具有更好的控制效果。

5.2 实验分析

为验证对柔性负载端转角的误差控制程度,本节根据文献[19]的实验平台对不同控制方法进行分析,实验平台示意图如图9所示。

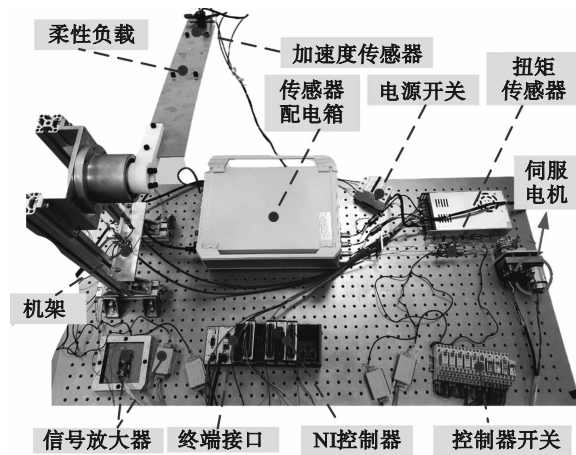


图9 伺服电机驱动柔性负载控制实验平台^[19]

Fig. 9 Servo motor driven flexible load control experimental platform^[19]

实验平台^[19]主要由伺服电机、传动装置、柔性负载、NI控制器组成。该平台采用套索传动系统作为传递扭矩的动力传动装置。套索装置可以理解为一端存在于套管中的钢丝绳。在传递力矩的过程中,套索传动系统的一端连接柔性负载,另一端连接扭矩传感器,将伺服电机产生的输出力矩传递到柔性负载,从而驱动其产生横向运动。

通过使用LabVIEW软件对本实验平台进行实时控制。运用此软件进行编程,通过上位机对此控制实验进行仿真输出,当上位机程序编写完成后,下位机通过终端接口接受上位机完成的相应指令,对指令信号进行转化。实验平台中下位机型号为NI-Crio-9053。通过相连接的传感器对电机端和负载端的转角进行采集,经过处理后传入NI-9401数据采集模块。电机控制信号由NI-9264模块输出到电机驱动器,控制电机输出转矩。

5.3 实验数据分析

通过上述实验平台对伺服电机驱动柔性负载的过程进行控制,控制器的参数设置为 $K_p=2$, $K_i=1.5$ 。

将柔性负载的输入信号默认为正弦信号,对柔性梁的转角控制实验进行分析,将控制策略分别设置为传统Z-N方法与本文所提出的基于相同幅值的极点配置方法进行控制实验,通过连接在柔性负载末端的加速度传感器对输出信号进行记录,柔性负载控制实验结果如图10所示。

由图10可知,与传统的Z-N方法相比,采用相同幅值的极点配置方法可以提高系统对负载输出角度的跟踪性能,减小柔性负载所产生的转角

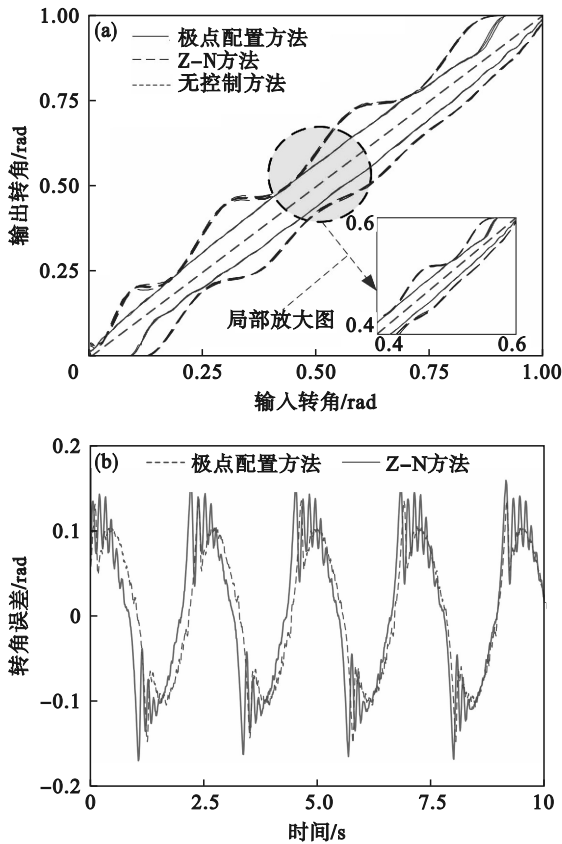


图10 柔性负载控制实验结果

Fig. 10 Experimental results of flexible load control
(a)—输入-输出关系; (b)—误差曲线.

误差.与传统的Z-N方法相比,负载的转角误差的幅值降低了13.1%,此时PI控制策略更接近于期望数值,随着时间的变化,柔性负载端振动的误差波动减小,证明采用相同幅值方法的极点配置PI控制器可以对控制结果具有更好的追踪效果.

6 结 论

1) 柔性因素相较于刚性因素会导致系统幅值随系统频率的突变,说明柔性负载对于整体系统影响较大,不可忽略.

2) 本文分析了相同幅值方法的极点配置策略,分析了多种阻尼系数下电机角速度的变化幅值.为了避免机械谐振现象的产生,可以通过增大阻尼系数,从而减小超调量,保证整体系统的稳定运行.

3) 与传统方法相比,基于相同幅值下的极点配置方法对系统响应更快,PI控制器参数的改变反映出整体系统极点位置的变化,通过对动态指标的分析可以得到PI控制器参数的选择依据.

参考文献:

[1] Dehkordi S F. Dynamic analysis of flexible-link manipulator

in underwater applications using Gibbs-Appell formulations [J]. *Ocean Engineering*, 2021, 241: 110057.

- [2] He W, Gao H J, Zhou C, et al. Reinforcement learning control of a flexible two-link manipulator: an experimental investigation [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 51(12): 7326-7336.
- [3] Xu K, Wu X, Wang D X, et al. Electromechanical coupling modeling and motor current signature analysis of bolt loosening of industrial robot joint [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 184: 109681.
- [4] 丁有爽,肖曦. 伺服系统柔性负载建模方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(3): 818-827.
(Ding You - shuang, Xiao Xi. Research on flexible load modeling method of servo system [J]. *Chinese Journal of Electrical Engineering*, 2016, 36 (3): 818-827.)
- [5] Zhang X G, Zhao K, Sun L Z, et al. Nonlinear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, 28(3): 1358-1365.
- [6] Liu G H, Fang L X, Liu Z M, et al. Active disturbance rejection control of a magnetic screw motor for high tracking performance [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2022, 37(8): 9641-9651.
- [7] Li W, Hori Y. Vibration suppression using single neuron-based PI fuzzy controller and fractional-order disturbance observer [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(1): 117-126.
- [8] Chen Y Y, Yang M, Long J, et al. Analysis of oscillation frequency deviation in elastic coupling digital drive system and robust notch filter strategy [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 66(1): 90-101.
- [9] 莫帅,李旭,杨振宁,等. 冲击载荷下机器人关节系统动态特性研究[J]. 机械传动, 2022, 46(8): 1-7.
(Mo Shuai, Li Xu, Yang Zhen - ning, et al. Dynamic characteristics of robot joint system under impact load [J]. *Mechanical Transmission*, 2022, 46(8): 1-7.)
- [10] Sharifnia M, Akbarzadeh A. A constrained assumed modes method for solution of a new dynamic equation for an axially moving beam [J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2016, 72(9): 2167-2180.
- [11] 李小彭,尚东阳,李凡杰,等. 输电线巡检机器人位姿变化的柔性关节控制策略[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2020, 41(11): 1577-1583.
(Li Xiao-peng, Shang Dong-yang, Li Fan-jie, et al. Flexible joint control strategy based on posture change of transmission line inspection robots [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2020, 41 (11): 1577-1583.)
- [12] Shang D Y, Li X P, Yin M, et al. Vibration suppression for two-inertia system with variable-length flexible load based on neural network compensation sliding mode controller and angle-independent method [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, 28(2): 848-859.
- [13] 李小彭,周赛男,尹猛,等. 双柔性机械臂伺服系统PI控制策略[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2023, 44(5): 642-651.
(Li Xiao-peng, Zhou Sai-nan, Yin Meng, et al. PI control strategy of double-flexible manipulator's servo system [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2023, 44(5): 642-651.)
- [14] 李小彭,尚东阳,陈仁桢,等. 基于机械臂位姿变换的柔性负载伺服驱动系统控制策略[J]. 机械工程学报, 2020, 56(21): 56-69.

(下转第371页)