

文章编号: 1006-3080(2025)01-0135-12

DOI: 10.14135/j.cnki.1006-3080.20240226003

三瓣结构的滑梁式空气箔片轴承润滑力学建模及数值研究

吴洋¹, 韩怡萱¹, 顾晨昀¹, 冯伟军², 安琦¹

(1. 华东理工大学机械与动力工程学院, 上海 200237; 2. 苏州昌恒精密金属压铸有限公司, 江苏 苏州 215534)

摘要:以三瓣结构的滑梁式空气箔片轴承为研究对象, 基于最小位能原理和非线性薄板理论建立了箔片的刚度矩阵, 并通过接触理论和牛顿法建立了箔片形变的计算模型; 采用有限差分法计算等温雷诺方程, 并通过流固耦合方法, 建立了完整的滑梁式箔片轴承的力学模型。确定了计算流程, 编写了计算程序, 实现了对气膜压力分布、滑梁挠度和轴承极限载荷等参数的精确计算。结合具体算例, 深入研究轴承参数对其性能的影响, 研究表明, 滑梁数目增多会降低轴承的最小气膜厚度, 而增大轴向对称面的滑梁刚度可以提升轴承的极限承载能力。

关键词:滑梁式空气轴承; 三瓣结构; 润滑力学建模; 流固耦合; 数值分析

中图分类号: TH133.35

文献标志码: A

滑梁式空气箔片轴承是近年来兴起的一种新型空气箔片轴承, 具有结构简单、加工方便和成本低等优点, 目前已成为国际上的研究热点之一。但这种轴承在工作过程中存在较为复杂的接触力学和流固耦合问题, 使得力学建模较为困难, 鲜见有人能够对该种轴承进行精确计算并建立有效的力学模型, 为此, 对滑梁式空气箔片轴承进行力学分析, 结合流固耦合方法, 构建其润滑力学模型并开展相关数值计算研究十分必要。

建立空气箔片轴承精确高效的力学模型一直是学术界的热点问题, 考虑到箔片复杂的几何形状和接触状态, 近年来, 对箔片的力学分析基本都采用了有限单元法。Le等^[1]建立了波箔型轴承的有限元模型, 考虑了箔片与箔片之间以及箔片与轴套之间的接触和分离, 并基于各项同性的库仑摩擦定律绘制了静态加载下的回滞曲线。Hu等^[2]采用拉格朗日法处理箔片之间的接触和摩擦条件, 避免了罚函数法在接触面处的穿透现象。Zywica等^[3]在考虑装配预紧的前提下建立了箔片轴承的有限元模型, 并考虑了箔片组件的复杂形状以及其中的几何非线性。梁单元因其具有高效性而被广泛使用。Zhao等^[4]通过梁单元建立了箔片的力学模型, 基于罚函数方法处

理箔片之间带有摩擦的接触条件, 并通过增量法计算了箔片的形变。Zhang等^[5]基于桁架模型计算波箔的形变, 同样通过罚函数法处理箔片的接触和摩擦条件。蔡鹏程等^[6]基于 Timoshenko 梁单元建立了箔片的力学模型, 并考虑了库仑摩擦效应的影响。采用二维或三维单元可以增加模型的精确性, 但需要兼顾对效率的影响。Gu等^[7-8]采用二维梁单元建立了波箔的力学模型, 详细讨论了箔片之间摩擦和分离的情况, 并进行了试验研究, 又基于三维薄壳单元建立了波箔的有限元模型, 该模型中对部分节点的自由度进行了凝聚, 从而极大地提升了计算效率。刘占生等^[9]采用二维厚板单元建立了平箔片的有限元模型, 并与一维梁单元和二维薄壳单元进行对比, 结果表明使用该单元计算的气膜厚度在轴承边缘处更接近实验值。Larsen等^[10]采用非线性的矩形板单元对波箔进行了分析, 并通过 N-R 方法求解箔片的形变。曹远龙等^[11]采用壳单元建立了箔片的力学模型, 通过分析箔片之间的相互作用, 实现了对箔片气体动压轴承性能的预测。相比于常用的波箔型轴承, 滑梁式轴承的箔片结构具有更复杂的接触状态。李振平等^[12]对滑梁式箔片轴承中的滑梁极限承载能力进行了描述, 采用壳单元建立了滑梁的有

收稿日期: 2024-02-26

作者简介: 吴洋(1999—), 男, 硕士生, 主要从事工程摩擦学与流体润滑研究。E-mail: 1269039606@qq.com

通信联系人: 安琦, E-mail: anqi@ecust.edu.cn

引用本文: 吴洋, 韩怡萱, 顾晨昀, 等. 三瓣结构的滑梁式空气箔片轴承润滑力学建模及数值研究 [J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2025, 51(1): 135-146.

Citation: WU Yang, HAN Yixuan, GU Chenyun, et al. Lubrication Mechanics Model and Numerical Study of Sliding Beam Type Gas Foil Bearing with Three-Pad Structure[J]. Journal of East China University of Science and Technology, 2025, 51(1): 135-146.

限元模型,对轴承的静态特性进行了分析。冯凯等^[13]对滑梁的结构进行了简化,将其等效为两个刚性杆和一个线弹簧,在此基础上建立了三瓣滑梁式箔片轴承的力学模型,并计算了其气膜厚度和气膜压力的分布等。李长林等^[14-15]基于非线性梁单元对滑梁进行了分析,结合线性单元建立了底箔片的有限元模型,最后通过接触理论和雷诺方程建立了整个轴承的力学模型,并结合试验分析了轴承的静动态特性。

可以看出,目前的研究主要集中于波箔型空气轴承,而对滑梁式箔片轴承的力学建模研究较少,且在研究中对滑梁进行了较多的简化或等效,模型的精确性相对较低。为此,本文以三瓣结构的滑梁式空气箔片轴承为研究对象,在前人研究的基础上,基于非线性薄板理论对滑梁的形变进行力学分析,采用有限单元法建立箔片的计算模型,结合等温雷诺方程,通过流固耦合建立完整的滑梁式箔片轴承的润滑力学计算模型,研究相关参数对轴承润滑性能的影响,为滑梁式箔片轴承的优化设计提供理论依据。

1 力学模型的构建

1.1 滑梁式箔片轴承的基本结构和参数

图 1(a)为三瓣结构的滑梁式空气箔片轴承的几何模型图,该轴承以平箔片为顶层箔片,以滑梁箔片为底层箔片,每一瓣箔片均固定在两个燕尾槽内。图 1(b)所示为滑梁箔片的几何模型,其中,滑梁按一定的规律分布在箔片上,当箔片弯曲时,其上的滑梁将保持水平。当轴承正常工作时,滑梁将与轴套接触,起到支撑顶层箔片的作用,如图 2 所示。

图 2 中示出了滑梁式箔片轴承的基本参数,其中, O_T 为轴承中心, R_y 为 3 个燕尾槽顶部组成圆的半径; O_R 为转子的轴心, R 为转子半径, e_0 和 α 分别为转子的偏心距和偏位角;三瓣平箔片均为半径为 R_b 的圆弧,每段箔片的圆心与轴承中心存在相同的偏心距 e_b , O_b 为箔片 2 的圆心; β 为轴承的安装位置角。

1.2 箔片的有限元分析

1.2.1 箔片的网格单元 图 3(a)所示为滑梁箔片的基本结构,其中包括滑梁和其连接部分,为了适应滑梁箔片的几何形状,采用矩形和三角形混合的单元形式对其进行网格划分,同时,为了准确计算滑梁与平箔片的接触及形变,对滑梁上的网格进行加密处理,如图 3(b)所示。平箔片可以采用矩形单元进行网格划分。

图 4(a)和图 4(b)所示分别为矩形和三角形的薄

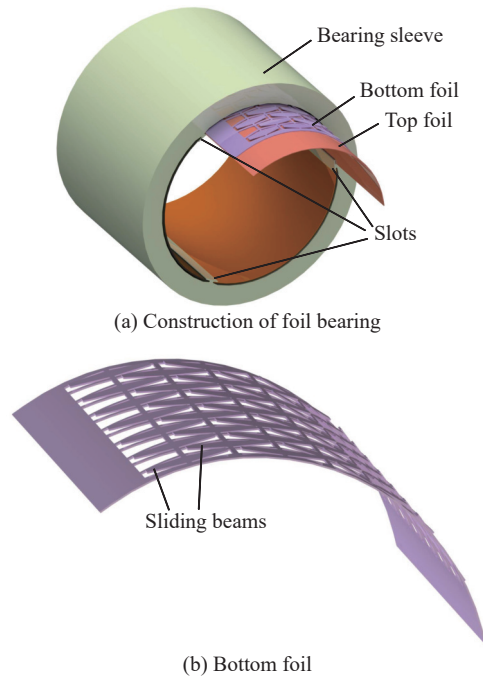


图 1 滑梁式箔片轴承

Fig. 1 Sliding-beam foil bearing

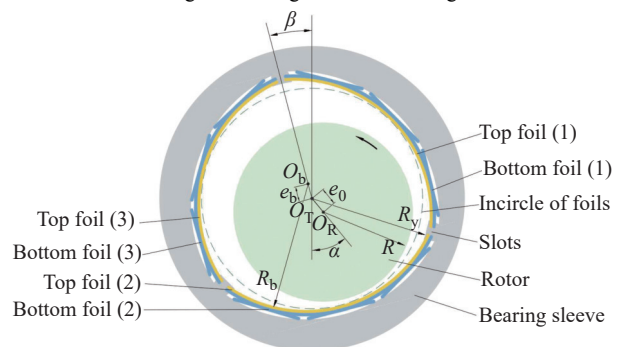


图 2 轴承的基本参数

Fig. 2 Basic parameters of bearing

板单元,在矩形单元内建立直角坐标 x 和 y ,在三角形单元内建立面积坐标 L_1 、 L_2 和 L_3 ,则二者的单元内挠度 w 的位移模式分别为:

$$w = A_1 + A_2x + A_3y + A_4x^2 + A_5xy + A_6y^2 + A_7x^3 + A_8x^2y + A_9xy^2 + A_{10}y^3 + A_{11}x^3y + A_{12}xy^3 \quad (1)$$

$$w = C_1L_1 + C_2L_2 + C_3L_3 + C_4 \left(L_1L_2^2 + \frac{1}{2}L_1L_2L_3 \right) + C_5 \left(L_2L_1^2 + \frac{1}{2}L_1L_2L_3 \right) + C_6 \left(L_1L_3^2 + \frac{1}{2}L_1L_2L_3 \right) + C_7 \left(L_3L_1^2 + \frac{1}{2}L_1L_2L_3 \right) + C_8 \left(L_2L_3^2 + \frac{1}{2}L_1L_2L_3 \right) + C_9 \left(L_3L_2^2 + \frac{1}{2}L_1L_2L_3 \right) \quad (2)$$

其中, $A_1 \sim A_{12}$, $C_1 \sim C_9$ 为参数。

利用单元的节点位移 w_i 、 θ_{xi} 及 θ_{yi} 可确定参数 $A_1 \sim A_{12}$ 和参数 $C_1 \sim C_9$ 的表达式,进而将挠度 w 表示为:

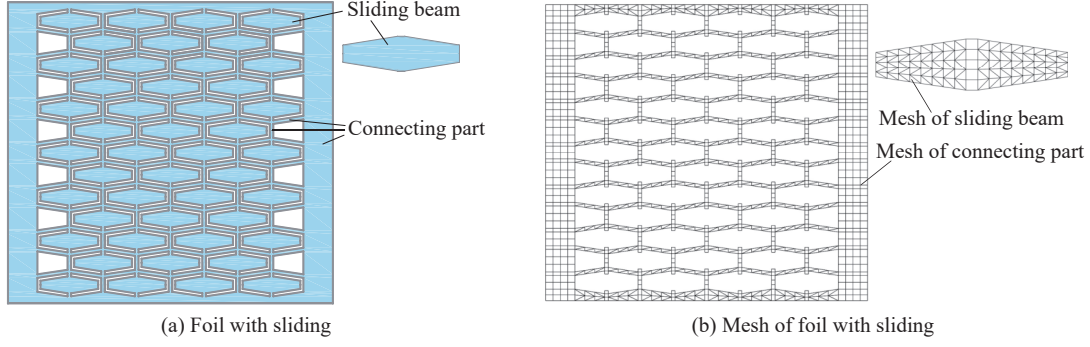


图 3 滑梁箔片及网格

Fig. 3 Foil with sliding beams and the mesh

$$w = \sum_{i=1}^{n_i} N_i X_i^{(e)} \quad (3)$$

其中,下标 i 为节点序号, n_i 为单元节点数, e 为单元序号; $X_i^{(e)}$ 为节点位移阵列, $X_i^{(e)} = [w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}]^T$; N_i 为 $X_i^{(e)}$ 的挠度插值形函数, $N_i = [N_i \ N_{xi} \ N_{yi}]$ 。

滑梁中还需要考虑水平位移 U 和 V , 该位移与挠度 w 各自独立插值, 故水平位移在矩形单元中的位移模式为:

$$U = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \quad (4)$$

$$V = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy \quad (5)$$

将矩形单元的节点位移 (U_i, V_i) 代入式 (4) 和式 (5), 即可确定参数 $\alpha_1 \sim \alpha_4$ 和 $\beta_1 \sim \beta_4$ 的表达式, 进而得到位移的水平表达式:

$$U = \sum_{i=1}^4 N_i^b U_i^{(e)} \quad (6)$$

式中, U 为单元内水平位移阵列, $U = [U \ V]^T$; $U_i^{(e)}$ 为节点水平位移阵列, $U_i^{(e)} = [U_i \ V_i]^T$; N_i^b 为 $U_i^{(e)}$ 的水平位移插值形函数 $N_i^b = \begin{bmatrix} N_i^b \\ N_i^b \end{bmatrix}$ 。

对于三角形单元, 水平位移可直接表示为:

$$U = \sum_{i=1}^3 L_i U_i^{(e)} = \sum_{i=1}^3 N_i^b U_i^{(e)} \quad (7)$$

1.2.2 箔片的线性刚度矩阵 基于线性薄板理论, 平箔片和滑梁箔片的连接部分的弯曲应变 κ 为:

$$\kappa = \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = Lw = L [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_n] X^{(e)} = B X^{(e)} \quad (8)$$

式 (8) 中, L 为微分算子, $L = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2}{\partial y^2} & -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}^T$; $X^{(e)}$ 为单元位移阵列, $X^{(e)} = [X_1^{(e)T} \ X_2^{(e)T} \ \dots \ X_n^{(e)T}]^T$; B 为单元应变矩阵, $B = [B_1 \ B_2 \ \dots \ B_n]$, 并且, $B_i = L N_i$ 。

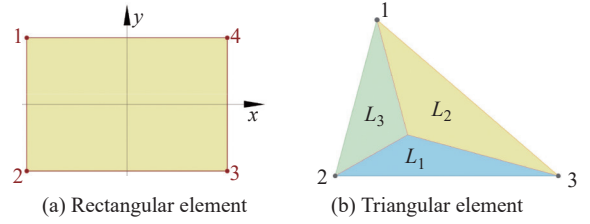


图 4 薄板单元

Fig. 4 Thin plate element

基于最小位能原理, 计算薄板单元的刚度矩阵 $K_b^{(e)}$:

$$K_b^{(e)} = \iint B^T D B dx dy \quad (9)$$

其中, D 为弹性矩阵, $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$,

E, μ 分别为材料的弹性模量和泊松比, t 为薄板厚度。

对上述单元刚度矩阵进行集成, 可分别得到平箔片的刚度矩阵 K_p 和滑梁箔片连接部分的刚度矩阵 K_M 。

1.2.3 箔片的非线性刚度矩阵 基于非线性薄板理论, 滑梁的广义应变为:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = B_0 X_L^{(e)} + \frac{1}{2} B_L X_L^{(e)} \quad (10)$$

式 (10) 中, $X_L^{(e)}$ 为单元内的总位移阵列, $X_L^{(e)} = [X_1^{(e)} \ X_2^{(e)} \ \dots \ X_n^{(e)}]^T$, 并且此时 $X_i^{(e)} = [U_i \ V_i \ w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}]^T$; B_0 为线性应变矩阵,

$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{L}'\bar{\mathbf{N}}; \quad \mathbf{L}' \text{ 为微分算子矩阵, } \mathbf{L}' = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2}{\partial y^2} & -2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y} \end{bmatrix}^T; \quad \bar{\mathbf{N}} \text{ 为}$$

形函数矩阵, $\bar{\mathbf{N}} = [\bar{\mathbf{N}}_1 \quad \bar{\mathbf{N}}_2 \quad \dots \quad \bar{\mathbf{N}}_n]$, 并且

$$\bar{\mathbf{N}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_i^b & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{N}_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_L \text{ 为非线性应变矩阵, } \mathbf{B}_L = [\mathbf{B}_{L1} \quad \mathbf{B}_{L2} \quad \dots \quad \mathbf{B}_{Ln}], \text{ 并且 } \mathbf{B}_{Li} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{A}_{gi} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{O} \text{ 为全 0 矩阵, 并且 } \mathbf{A}_{gi} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{g}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_{xi}}{\partial x} & \frac{\partial N_{yi}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_{xi}}{\partial y} & \frac{\partial N_{yi}}{\partial y} \end{bmatrix}^T.$$

由虚功原理, 单元应变能的变分 $\delta \Pi_L^{(e)}$ 为:

$$\begin{aligned} \delta \Pi_L^{(e)} &= \left(\iint \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dx dy \right) = \\ &\delta \mathbf{X}_L^{(eT)} \iint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_L)^T \bar{\mathbf{D}} \left(\mathbf{B}_0 + \frac{1}{2} \mathbf{B}_L \right) dx dy \mathbf{X}_L^{(e)} = \\ &\delta \mathbf{X}_L^{(eT)} \mathbf{K}_L^{(e)} \mathbf{X}_L^{(e)} \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) 中, $\boldsymbol{\sigma}$ 为广义应力阵列, $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy} \quad M_x \quad M_y \quad M_{xy}]^T$; $\bar{\mathbf{D}}$ 为弹性矩阵,

$$\bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_p & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{D} \end{bmatrix}, \text{ 且 } \mathbf{D}_p = \frac{Et}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_L^{(e)}$$

为非线性板单元刚度矩阵。

再对 $\delta \Pi_L^{(e)}$ 进行微分:

$$\begin{aligned} \Delta(\delta \Pi_L^{(e)}) &= \delta \bar{\mathbf{X}}_L^{(e)T} \Delta \left(\iint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_L)^T \boldsymbol{\sigma} dx dy \right) = \\ &\delta \bar{\mathbf{X}}_L^{(e)T} \left(\iint \Delta \mathbf{B}_L^T \boldsymbol{\sigma} dx dy + \right. \\ &\left. \iint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_L)^T \bar{\mathbf{D}} (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_L) dx dy \Delta \bar{\mathbf{X}}_L^{(e)} \right) = \\ &\delta \bar{\mathbf{X}}_L^{(e)T} (\mathbf{K}_\sigma^{(e)} + \mathbf{K}_e^{(e)}) \Delta \bar{\mathbf{X}}_L^{(e)} = \delta \bar{\mathbf{X}}_L^{(e)T} \mathbf{K}_{LT}^{(e)} \Delta \bar{\mathbf{X}}_L^{(e)} \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) 中, $\mathbf{K}_{LT}^{(e)}$ 为切线刚度矩阵, $\mathbf{K}_{LT}^{(e)} = \mathbf{K}_\sigma^{(e)} + \mathbf{K}_e^{(e)}$;

$$\mathbf{K}_\sigma^{(e)} \text{ 为与应力相关的矩阵, } \mathbf{K}_\sigma^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{1,1} & \dots & \mathbf{T}_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{T}_{n,1} & \dots & \mathbf{T}_{n,n} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_{i,j} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \iint \mathbf{g}_i^T \mathbf{F} \mathbf{g}_j dx dy \end{bmatrix}, \text{ 并且 } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}^T.$$

对所有非线性刚度矩阵 $\mathbf{K}_L^{(e)}$ 和切线刚度矩阵 $\mathbf{K}_{LT}^{(e)}$ 进行集成后, 得到全部滑梁的整体刚度矩阵

\mathbf{K}_L 和整体切线刚度矩阵 \mathbf{K}_{LT} 。再将 \mathbf{K}_L 和 \mathbf{K}_{LT} 与滑梁连接部分的刚度矩阵 \mathbf{K}_M 进行集成, 得到整个滑梁箔片的刚度矩阵 \mathbf{K}_B 和其切线刚度矩阵 \mathbf{K}_{BT} 。

1.3 箔片的接触分析

箔片的接触分为滑梁两端与轴套的接触以及平箔片与滑梁箔片的接触, 其接触条件和校核条件如表 1 所示。

对于滑梁两端与轴套的接触, X_L 与 Y_L 分别为滑梁在轴套切向与法向的位移, F_t 与 F_n 分别为滑梁受轴套的摩擦力和正压力, \mathbf{X}_L 、 \mathbf{F}_t 、 \mathbf{F}_n 分别为 X_L 、 F_t 、 F_n 对应的矢量形式, $\Delta \mathbf{X}_L$ 为 \mathbf{X}_L 的增量, f 为滑梁与轴套间的滑动摩擦因数, \mathbf{n}_L 为轴套接触点的单位外法线向量。其中, 可采用非对称刚度矩阵的方法来处理滑动摩擦接触条件, 令 s 为滑动摩擦力的节点序号, 在总位移阵列中, 其法向位移序号为 m_s , 切向位移序号为 n_s , 设定矩阵 \mathbf{T}_s 的 m_s 行 n_s 列为 $d_c \cdot f$, d_c 为方向系数, 当滑梁向下滑动时取 1, 反之取 -1, 而其他元素均为 0。

则滑梁箔片的刚度矩阵 \mathbf{K}_B 及 \mathbf{K}_{BT} 修正为:

$$\mathbf{K}_{BT} = \mathbf{T} \mathbf{K}_B \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_{BT}^T = \mathbf{T} \mathbf{K}_{BT} \quad (14)$$

式中, $\mathbf{T} = \mathbf{I} + \sum_{s=1}^{n_s} \mathbf{T}_s$, \mathbf{I} 为单位矩阵, n_s 为滑动摩擦的节点总数。

对于平箔片与滑梁箔片的接触, 以滑梁箔片为接触体, 以平箔片为靶体, 采用节点-单元接触对的形式对该类接触进行分析。其中, w_0^j 为滑梁箔片与平箔片的初始间隙, \mathbf{F}_B 为滑梁箔片在接触点处的载荷矢量, \mathbf{n}_L 为滑梁箔片在接触点的单位外法线向量, w_{Bj} 和 $w_p^{(r)}$ 分别为滑梁箔片和平箔片在接触点的挠度, 其中, j 为滑梁箔片的接触节点序号, r 为平箔片的接触单元序号, w_{Bj} 和 $w_p^{(r)}$ 为 w_{Bj} 和 $w_p^{(r)}$ 对应的矢量形式, g_j 为接触间隙。其中, $w_p^{(r)} = \sum_i^n N_i^j w_i^{(r)} = \mathbf{N}^j \mathbf{X}^{(r)}$, 且 N^j 为平箔片单元 r 的形函数 N 在滑梁箔片接触节点 j 处的值。则 g_j 可化为式 (15) 中的矩阵形式, 进而通过式 (16) 计算接触势能 Π_{Cj} 的变分。

$$g_j = [1 - N^j] \begin{bmatrix} w_{Bj} \\ \mathbf{X}^{(r)} \end{bmatrix} - w_0 = \mathbf{H}_j \mathbf{X}_g - w_0 \quad (15)$$

$$\delta \Pi_{Cj} = \delta(\lambda_j g_j) = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{X}^{(r)} & \delta \lambda_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_j \mathbf{H}_j \\ g_j \end{bmatrix} = \delta \mathbf{Q}_j^T \mathbf{G}_j \quad (16)$$

式 (16) 中, \mathbf{H}_j 为常量系数矩阵, λ_j 为拉格朗日乘子; $\delta \mathbf{Q}_j$ 为接触对广义位移的变分, \mathbf{G}_j 为其广义载荷阵列。对 $\delta \Pi_{Cj}$ 求微分:

表 1 箔片的接触
Table 1 Contact of the foils

Contact pair	Contact condition	Contact formula	Formula for check
Top foil-Bottom foil	Contact	$g_j = w_{Bj} - w_p^{(i)} - w_0^j = 0$	$F_B \cdot n_B \leq 0$
	Separation	$F_B = O$	$(w_{Bj} - w_p^{(i)}) \cdot n_L - w_0 \leq 0$
Sliding beams-Sleeve	Sliding friction	$Y_L = 0$	$-F_n \cdot n_z \leq 0$
		$F_t = -f \cdot F_n$	$\frac{\Delta X_L}{ \Delta X_L } \cdot \frac{F_t}{ F_t } = -1$
	Static friction	$Y_L = 0$	$-F_n \cdot n_z \leq 0$
		$X_L = 0$	$ F_t \leq f \cdot F_n $
Separation	$F_t = F_n = O$	$Y_0 + Y_L \cdot n_z < 0$	

$$\Delta(\delta H_{Cj}) = \delta Q_j^T K_{Tj} \Delta Q_j \quad (17)$$

式(17)中, K_{Tj} 为接触的切线刚度矩阵, $K_{Tj} = \begin{bmatrix} O & H_j^T \\ H_j & O \end{bmatrix}$ 。

计算箔片间所有接触对的接触势能,并对 Q_j 、 G_j 和 K_{Tj} 进行集成,得到平箔片与底箔片接触的总广义位移 Q_C 、总广义载荷 G_C 和总切线刚度矩阵 K_{TC} 。

1.4 滑梁式箔片轴承的流固耦合建模

1.4.1 箔片形变的整体求解 给定气体压强 p ,可通过插值法计算箔片的载荷,并生成箔片的主动载荷阵列 P 。再对所有广义位移(X_i 、 U_i 和 Q_C)进行集成后得到箔片结构总广义位移阵列 φ ,并对矩阵 K_P 、 K_{BF} 、 K_{BTF} 、 K_{TC} 和向量 G_C 、 P 进行相应的延拓,得到 \overline{K}_P 、 \overline{K}_{BF} 、 \overline{K}_{BTF} 、 \overline{K}_{TC} 和 \overline{G}_C 、 \overline{P} 。基于牛顿法得到式(18):

$$(\overline{K}_P + \overline{K}_{BTF} + \overline{K}_{TC}) \Delta \varphi = \overline{P} - \overline{G}_C - (\overline{K}_P + \overline{K}_{BF}) \varphi \quad (18)$$

式中, $\Delta \varphi$ 为广义位移的修正量。将式(18)写为迭代形式:

$$\begin{cases} (\overline{K}_P + \overline{K}_{BTF}^\chi + \overline{K}_{TC}^\chi) \Delta \varphi^\chi = \overline{P} - \overline{G}_C^\chi - (\overline{K}_P + \overline{K}_{BF}^\chi) \varphi^\chi \\ \varphi^{\chi+1} = \varphi^\chi + \Delta \varphi^\chi \end{cases} \quad (19)$$

式(19)中, χ 为迭代步数, φ^χ 为第 χ 次迭代的广义位移阵列, $\Delta \varphi^\chi$ 为其修正量。在迭代收敛后,需要对表 1 中的校核条件进行校验和修正,并重新计算式(19),直至所有校核条件均满足,即可获得箔片的整体位移。

1.4.2 气膜压力的流固耦合求解 假设轴承工作时气体的温度保持不变,并且不考虑空气黏度随压强的变化,则在稳态下轴承的气膜压力分布满足式(20)中的等温雷诺方程。式(20)中, X 和 Z 分别为轴承的周向和轴向坐标, p 为气膜压力, h 为气膜厚度, μ_A 为空气动力黏度, ω 为转子角速度, R 为转子半径。

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial Z} \right) = 6\mu_A \omega R \frac{\partial (ph)}{\partial X} \quad (20)$$

对于图 2 所示的三瓣结构的滑梁式箔片轴承,可以近似认为周向气膜压力为连续分布,而轴向端部的压强为环境压强 P_0 。

在给定转子的偏心距和偏位角后,通过图 2 中轴承的几何参数可以确定周向任一点的气膜厚度 h ,再结合上述边界条件,采用有限差分法可以求解式(20)中的气膜压力 p ,通过调整转子的偏心距和偏位角,可以改变气膜压强合力的大小和方向;将 p 换算成箔片载荷,并由式(19)计算箔片的形变 ϕ ,再基于 ϕ 重新计算气膜厚度分布 h ,并进行迭代,直到气膜压力 p 收敛,其收敛判据为:

$$\left\| \frac{p^{(\zeta+1)} - p^{(\zeta)}}{p^{(\zeta+1)}} \right\|_{+\infty} < 10^{-6} \quad (21)$$

式(21)中, ζ 为流固耦合的迭代次数。

上述计算模型采用 MATLAB 编程来进行求解,计算流程见图 5 所示。

1.5 程序验证

为验证程序的可靠性,将文献 [13] 中的参数代入本文的力学模型进行数值计算,绘制轴承的量纲为一气膜厚度与载荷 (F) 的关系曲线,并与文献 [13] 中的结果进行对比,如图 6 所示,本文与文献 [13] 的结果十分接近,并具有一致性,从而证明了本文构建的模型和算法的可靠性。

2 算例分析

2.1 不同转速下的轴承润滑特性

给定轴承的结构参数和材料参数如表 2 和表 3 所示,其中, H 为轴承宽度, t_p 和 t_L 分别为顶箔片和滑梁箔片的厚度。

滑梁箔片的参数如图 7 所示,其中, O_L 为滑梁箔片的中心, X 和 Z 分别对应式(20)中的坐标,其中, X 正向同时也为转子旋转方向(气膜方向)。该箔片采用变刚度分布,其滑梁的内宽 $L_{u,v}$ 随坐标的变化规律为:

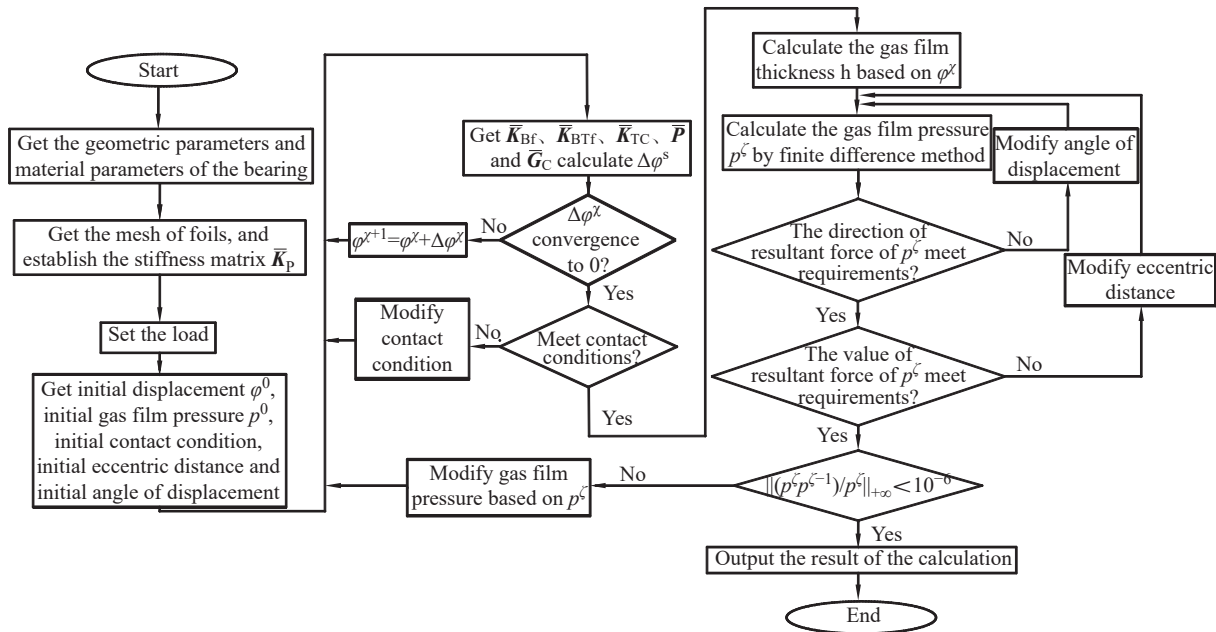


图 5 气膜压力求解流程图

Fig. 5 Process of solving the gas film pressure

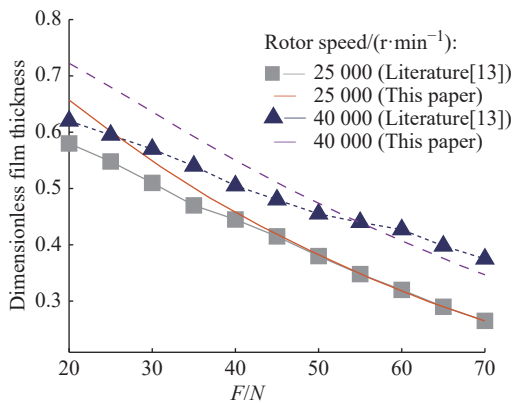


图 6 最小气膜厚度对比

Fig. 6 Comparison of the minimum gas film thickness

表 2 轴承结构参数

Table 2 Structural parameters of bearing

$\beta/(\circ)$	R/mm	R_y/mm	R_b/mm	H/mm	e_b/mm	t_p/mm	t_l/mm
0	14	14.13	14.30	25	0.29	0.1	0.1

表 3 材料性能参数

Table 3 Performance parameters of materials

E/GPa	μ	f	P_0/Pa	$\mu_A/(\text{Pa}\cdot\text{s})$
210	0.3	0.5	101 235	1.79×10^{-5}

$$L_{u,v} = \left[L_0 + \alpha \left(\frac{1}{m_v} \frac{1}{n_u} \sum_{m=1}^{m_v} \sum_{n=1}^{n_u} Z_{m,n}^2 - Z_{u,v}^2 \right) \right] \times (kX_{u,v} + 1) \quad (22)$$

式(22)中, L_0 为所有滑梁的平均内宽; u 和 v 分别代表滑梁的行序号和列序号; $X_{u,v}$ 和 $Z_{u,v}$ 分别代表滑梁几何中心的坐标; m_v 为第 v 列的滑梁个数; n_u 为第

u 行滑梁个数; α 和 k 分别为轴向和周向的刚度分布系数。由式(22)可知, 滑梁的刚度在轴向呈二次分布, 在周向呈线性分布。

取 L_0 为 1.4 mm, α 和 k 分别为 2 和 0(即周向等刚度), 通过 MATLAB 对图 5 中的流程进行求解, 得到该轴承的承载特性, 如图 8 所示。

当转速为 30000 r/min、载荷为 3 N 时, 底箔片 2 上的滑梁挠度的分布如图 8(a) 所示, 滑梁的挠度在轴向的分布具有对称性, 但在周向的分布并不对称, 挠度最大的滑梁位于周向的中间位置, 而左侧的滑梁挠度要小于右侧。图 8(b) 所示为轴承量纲为一气膜压力 P 的分布 ($P = p/P_0$, 周向角度为 0 对应正上方), 由图可知, 当载荷较小时, 气膜压力分布具有明显的三瓣特征; 随着载荷的增加, 两侧的气膜压力逐渐趋于环境压力, 而中间气膜的压力逐渐提升, 当载荷为 18 N 时, 该轴承只剩下中间一处动压区域, 而两侧的气膜压力已经与环境相同。

图 8(c) 中, 随着载荷的增大, 转子的偏心距逐渐增大; 当载荷相同时, 随着转速提升, 转子的偏心距有减小的趋势, 这与气膜的动压效应相符合, 但由于轴承的初始气膜厚度较小, 在一定程度上限制了转子偏心距的变化范围, 使得转子偏心距随转速的变化并不明显。图 8(d) 中, 随着载荷增大, 轴承的最小气膜厚度减小; 在载荷相同的情况下, 轴承的最小气膜厚度随着转速的增大而增大, 这与式(20)中转速与气膜厚度的关系具有一致性; 同时, 转子转速的提升可以显著提升轴承的极限承载能力, 当转速为

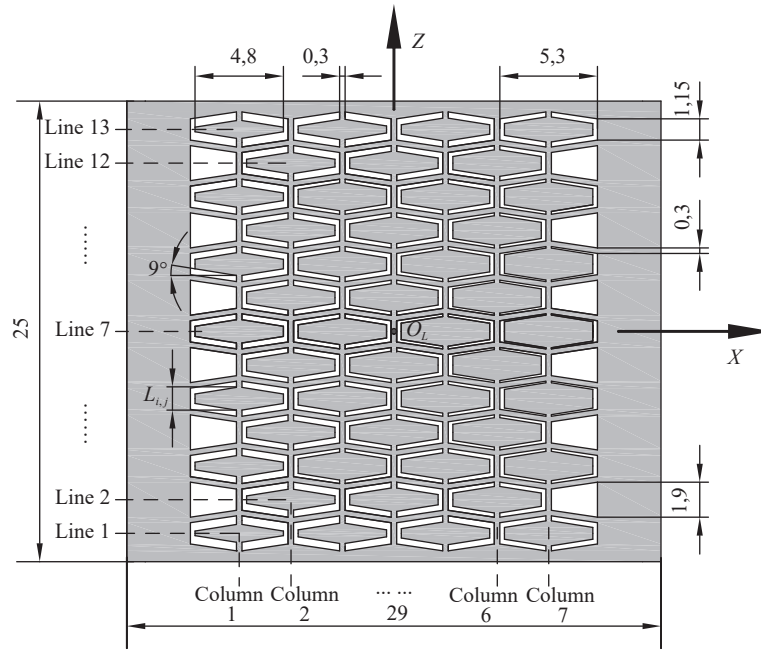


图 7 滑梁箔片的尺寸(单位: mm)

Fig. 7 Dimensions of the slide beam foil (Unit: mm)

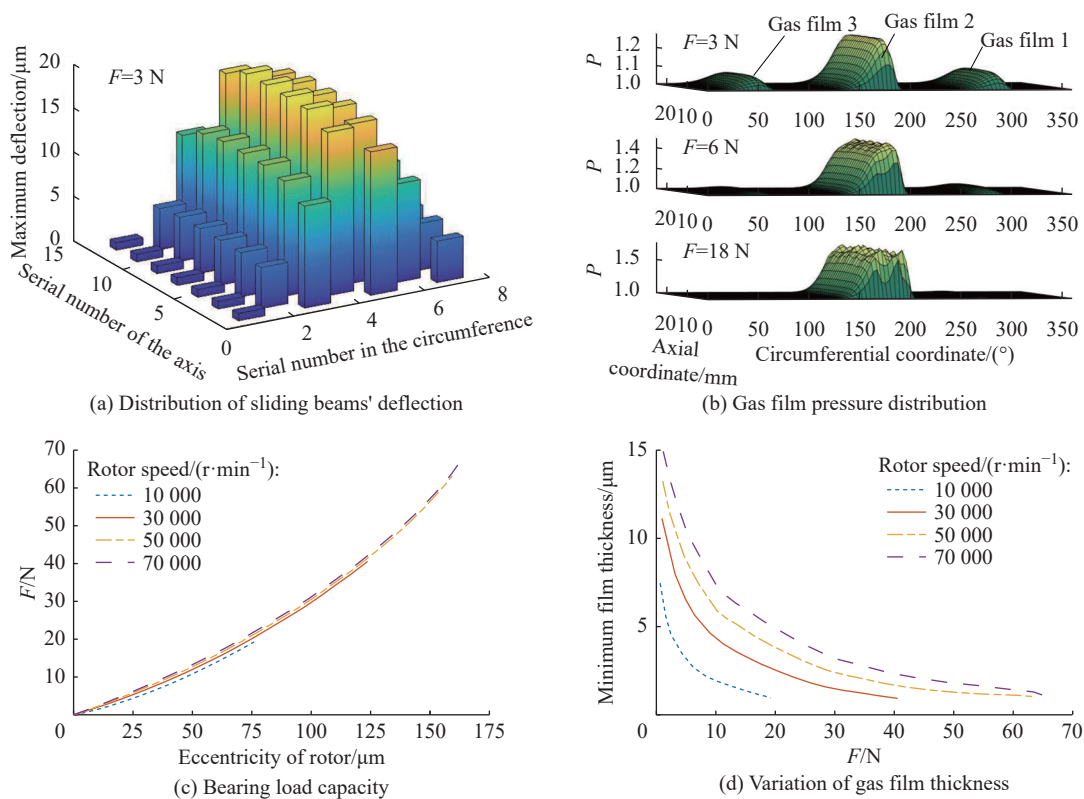


图 8 轴承承载特性

Fig. 8 Load characteristics of bearings

30000 r/min 时, 其极限承载约为 41 N; 当转速为 70000 r/min 时, 其极限承载提升到 65 N。

2.2 底箔片厚度对轴承性能的影响

取 L_0 为 1.4 mm, α 和 k 分别为 2 和 0, 给定转速为 30000 r/min, 底箔片厚度分别取 0.100、0.125、

0.150、0.175 mm 和 0.200 mm, 其余结构参数同表 2, 计算结果如图 9 所示。

由图 9(a)可知, 随着箔片厚度增大, 滑梁的刚度显著提升, 当箔片厚度为 0.125 mm 时, 滑梁的最大挠度约为 47 μm ; 当箔片厚度提升到 0.200 mm 时, 滑梁

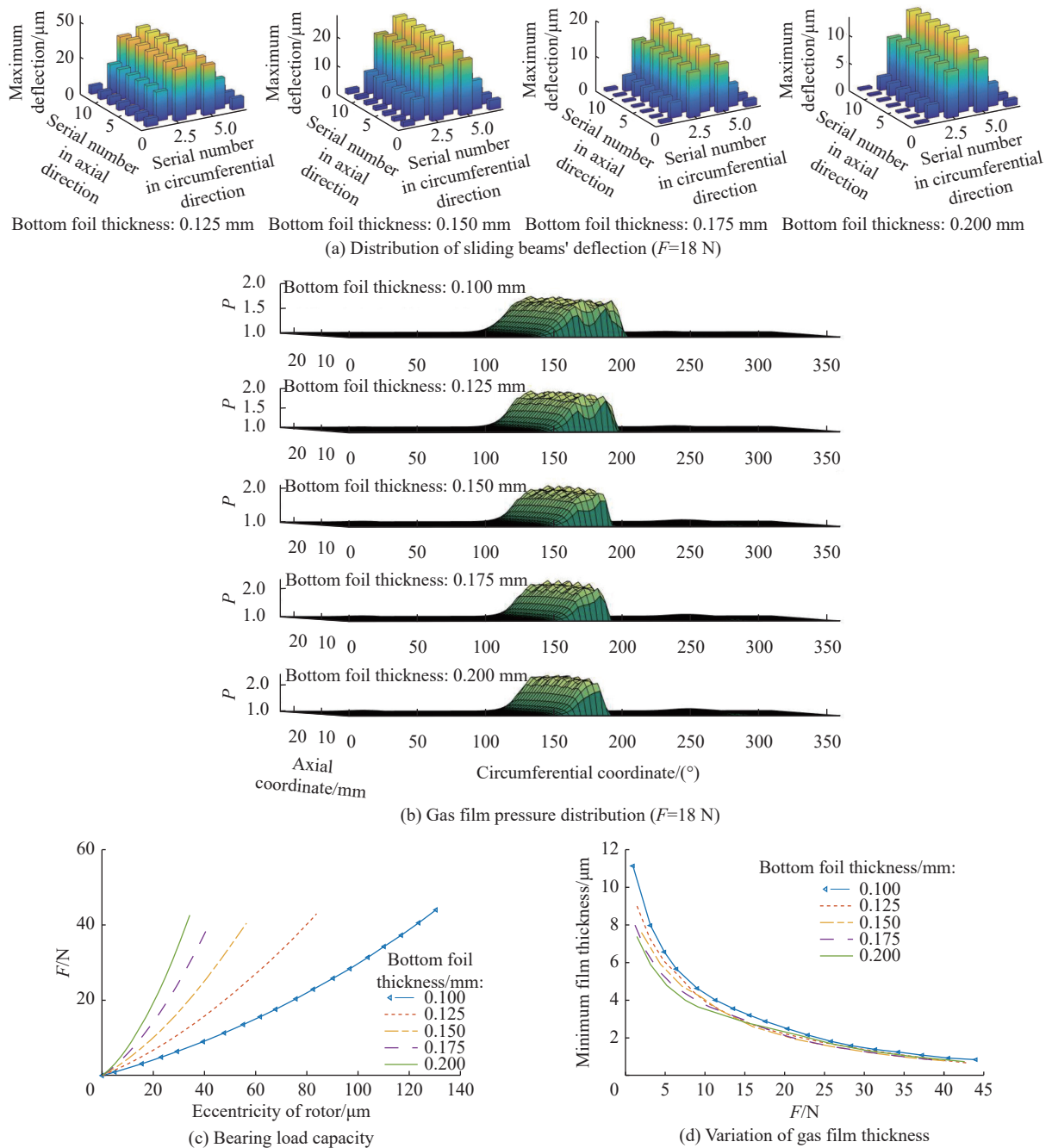


图 9 底箔片厚度的影响

Fig. 9 Influence of bottom foil thickness

的最大挠度仅为 $13\ \mu\text{m}$ 。图 9(b)中,在载荷相同的情况下,箔片厚度越小,气膜压力的峰值越小,气膜的动压分布范围越大,但由图 9(c)可知,箔片厚度的降低会增大转子偏心距,同时还会降低轴承的刚度,影响轴承的润滑性能。由图 9(d)可知,当载荷较小时,轴承的最小气膜厚度随着箔片厚度的增大而降低;但当载荷较大时,箔片厚度对最小气膜的厚度的影响相对较小。

2.3 轴承安装位置角度对轴承性能的影响

取 L_0 为 $1.4\ \text{mm}$, α 和 k 分别为 2 和 0, 给定转速

为 $30000\ \text{r/min}$, 并将轴安装位置角度分别取 -40° 、 -20° 、 0° 、 20° 和 40° , 其余结构参数同表 2, 经过计算, 得到图 10 中的结果。

由图 10(a)和图 10(b)可知, 轴承的安装位置角度会显著改变滑梁的挠度分布规律, 同时会使气膜压力的分布规律发生变化, 并出现第二动压区域, 随着轴承安装位置角度的增大, 第二区域的动压更加明显。由图 10(c)可知, 当载荷相同时, 随着轴承安装位置角度的增大, 转子偏心距增大, 并且安装位置角度对偏心距的影响只与角度大小有关, 而与轴承

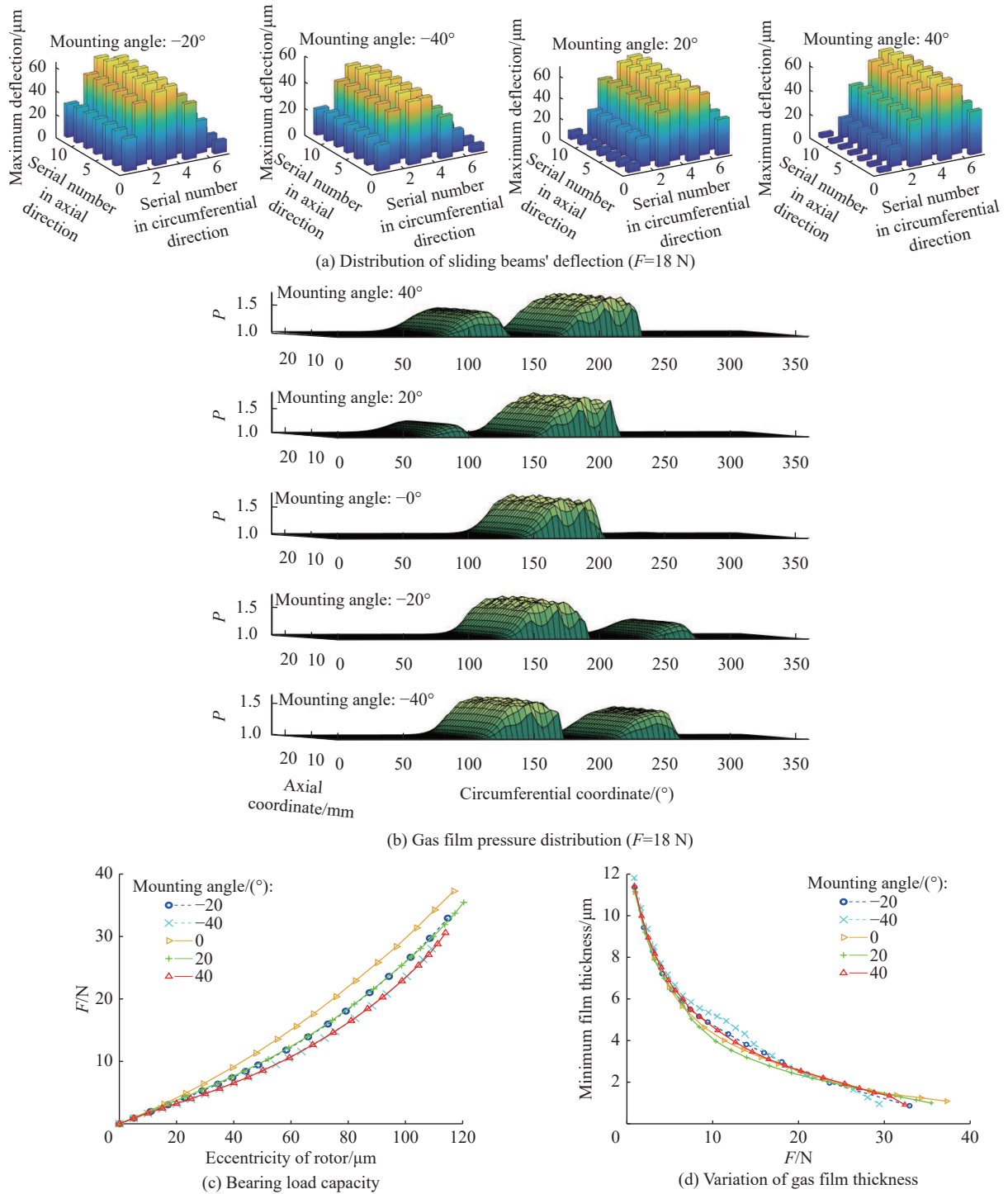


图 10 轴承偏角的影响

Fig. 10 Influence of bearing angle

旋转方向无关。由图 10(d)可知, 安装位置角度对轴承最小气膜厚度的影响较小, 随着安装位置角度的增大, 轴承的极限承载能力稍有降低。

2.4 滑梁个数对轴承性能的影响

取 L_0 为 1.4 mm, α 和 k 分别为 2 和 0, 给定转速为 30000 r/min, 改变轴向滑梁个数, 其余结构参数见表 2。考虑到当滑梁行数较少时滑梁的轴向间隙较

大, 会使得顶箔片产生较大的局部变形, 因此滑梁行数不宜过小, 分别取滑梁行数为 13 和 15, 计算结果如图 11 所示。

由图 11 可知, 相同的载荷下, 随着滑梁行数的增加, 转子的偏心距几乎不发生变化, 但轴承的最小气膜厚度降低, 当滑梁行数由 13 增大到 15 时, 轴承的极限载荷由 41 N 降低为 30 N。

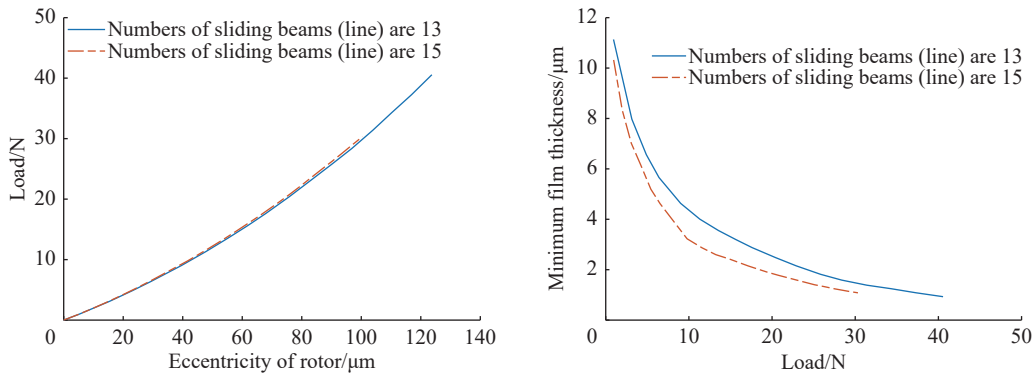


图 11 滑梁行数的影响

Fig. 11 Influence of sliding beam's rows

改变周向滑梁个数,并相应地调整滑梁的长度,使其总分布范围相同,由于滑梁列数减小会相应增大滑梁长度,考虑到滑梁截面宽度的变化,其内宽 $L_{w,v}$ 不宜过小,故分别取滑梁列数为7和9。取 L_0 为1.4 mm, α 和 k 分别为2和0,给定转速为30000 r/min,其余结构参数同表2,计算得到图12中的结果。

由图12可知,当载荷相同时,随着滑梁列数增加,转子的偏心距会降低,轴承的最大气膜压力增大,但气膜动压分布区域减小,轴承的最小气膜厚度减小,当滑梁列数由7增大到9时,轴承的极限载荷由41 N降低到31 N。

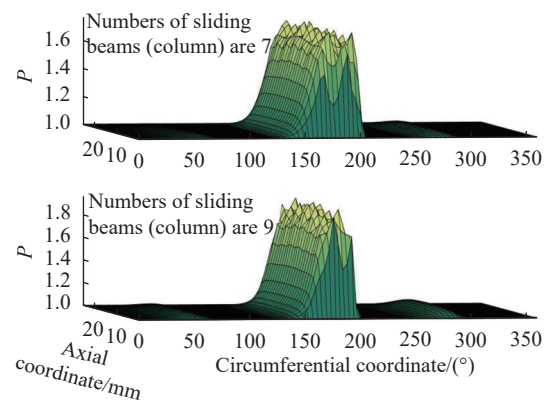
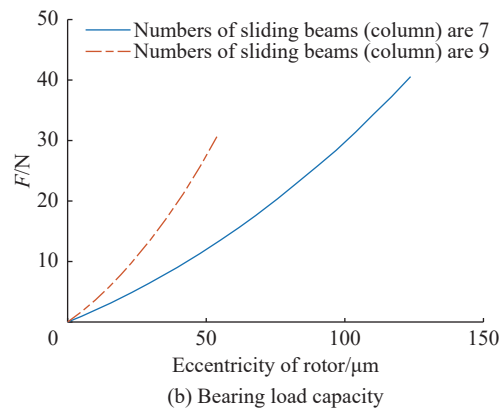
2.5 滑梁宽度分布对轴承性能的影响

改变滑动的宽度可以调整其刚度,取 L_0 为1.4 mm, k 为0, α 分别取-6、0和6(当 α 为正时,滑梁在轴向中心的刚度大于两端),使得滑梁在轴向变刚度分布。给定转速为30000 r/min,其余结构参数同表2,计算得到图13中的结果。

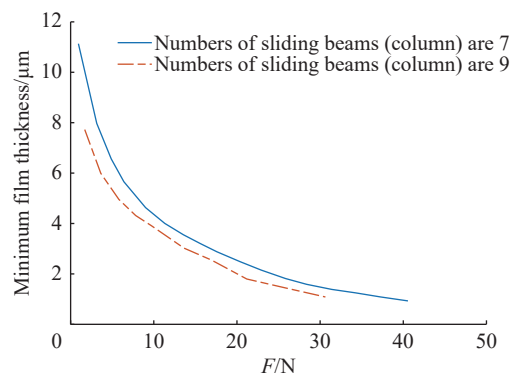
由图13(a)可知,相同的载荷下,当系数 α 变化时,轴承的气膜动压分布范围几乎不发生变化,但气膜压力在轴向的分布显著改变,随着系数 α 的增大,气膜压力在轴向的分布由中间小、两边大的规律过度为中间大、两边小。由图13(b)和图13(c)可知,相同的载荷下,转子的偏心距没有显著变化,但轴承的最小气膜厚度随着系数 α 的增大而增大;当系数 α 由-6增大到6时,轴承的极限载荷由23 N增大到38 N。

改变滑梁的周向刚度分布,取 L_0 为1.4 mm, α 为2, k 分别取-30、-15、0、15和30(当 k 为正数时,滑梁刚度沿着气膜方向逐渐变大),给定转速为30000 r/min,同时调整轴承偏角为 20° ,其余结构参数同表2,计算得到图14中的结果。

由图14可知,当载荷小于15 N时,转子的偏心距及轴承的最小气膜厚度几乎不随着系数 k 的变化

(a) Gas film pressure distribution ($F=18$ N)

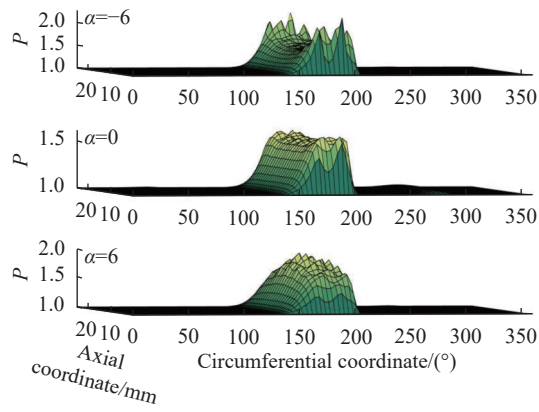
(b) Bearing load capacity



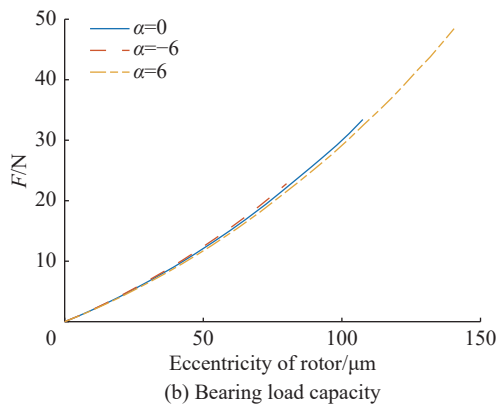
(c) Variation of gas film thickness

图 12 滑梁列数的影响

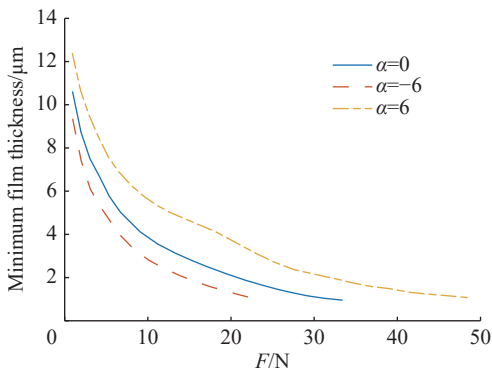
Fig. 12 Influence of sliding beams' columns



(a) Gas film pressure distribution ($F=18\text{ N}$)



(b) Bearing load capacity



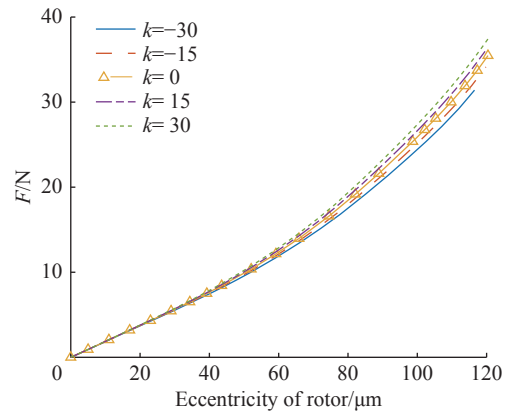
(c) Variation of gas film thickness

图 13 轴向刚度分布的影响
Fig. 13 Influence of axial stiffness distribution

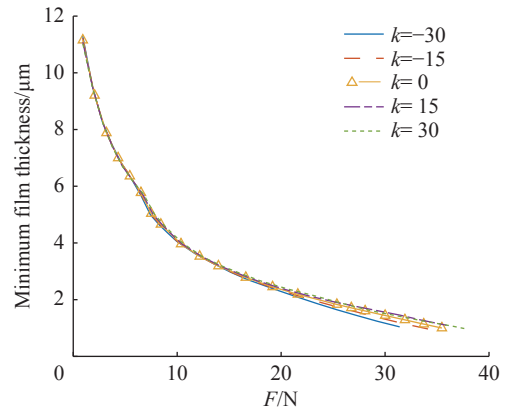
而变化;随着载荷的增大,转子的偏心距随着系数 k 的增大而减小,而轴承的最小气膜厚度随着系数 k 的增大而增大,并且载荷越大,这种变化规律越明显。

3 结 论

(1)以三瓣结构的滑梁式空气箔片轴承为研究对象,采用混合网格对滑梁箔片进行了网格划分,建立了箔片的有限元模型,结合接触理论建立了箔片位移的计算方法;采用有限差分法对等温雷诺方程进行数值求解,并通过流固耦合建立完整的滑梁式



(a) Bearing load capacity



(b) Variation of gas film thickness

图 14 周向刚度分布的影响

Fig. 14 Influence of circumferential stiffness distribution

箔片轴承的润滑力学计算模型。

(2)确定了计算流程,编写了计算程序,实现了对气膜压力和箔片形变的精确计算,并通过与文献结果的对比,证明了本文所建立的滑梁式箔片轴承的润滑力学计算模型具有可靠性。结合具体的算例,对滑梁式空气箔片轴承的润滑特性进行了数值研究,并讨论了结构参数对轴承性能的影响。

(3)研究表明,提升转子转速可以增大轴承的极限载荷,且当载荷较小时,气膜压力呈现明显的三瓣特征;增大底箔片厚度能降低滑梁挠度和转子偏心距,但同时会减小动压区域范围;减小轴承安装位置角度可以降低转子偏心距,但也会降低轴承的极限载荷;滑梁数目增大会降低轴承的最小气膜厚度;增大轴向中心处的滑梁刚度可以提升轴承的极限承载能力;随着滑梁刚度沿着气膜方向逐渐变大,转子的偏心距逐渐降低。

参考文献:

[1] LE L S, ARGHIR M, FRENE J. Static and dynamic characterization of a bump-type foil bearing structure[J]. *Journal*

- of Tribology-Transactions of the Asme, 2007, 129(1): 75-83.
- [2] HU N R, JIA H K, YIN B F, *et al.* Prediction of static characteristics of hydrodynamic air foil bearing considering contact and friction between foils [J]. Journal of Tribology-Transactions of the Asme, 2023, 145(9): 094501.
- [3] ZYWICA G, BAGINSKI P, BOGULICZ M, *et al.* Numerical identification of the dynamic characteristics of a nonlinear foil bearing structure: Effect of the excitation force amplitude and the assembly preload [J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 520: 116663.
- [4] ZHAO X W, XIAO S H. A finite element model for static performance analysis of gas foil bearings based on frictional contacts[J]. Tribology Transactions, 2021, 64(2): 275-286.
- [5] ZHANG Y, XIAO S H. A simplified model for numerical investigation of bump-type foil bearings based on contact nonlinearity [J]. Journal of Tribology-Transactions of the Asme, 2022, 144(12): 121001.
- [6] 蔡鹏程, 马希直, 原兆祥. 基于 Timoshenko 梁单元的径向波箔轴承箔片变形分析 [J]. 机械制造与自动化, 2022, 51(1): 142-145.
- [7] GU Y P, LAN X D, REN G X, *et al.* An efficient three-dimensional foil structure model for bump-type gas foil bearings considering friction[J]. Friction, 2021, 9(6): 1450-1463.
- [8] GU Y P, REN G X, ZHOU M. A fully coupled elasto-hydrodynamic model for static performance analysis of gas foil bearings [J]. Tribology International, 2020, 147: 106297.
- [9] 刘占生, 徐方程, 张广辉, 等. 基于二维厚板模型的波箔片轴承静特性 [J]. 航空动力学报, 2012, 27(6): 1405-1415.
- [10] LARSEN J S, VARELA A C, SANTOS I E. Numerical and experimental investigation of bump foil mechanical behaviour[J]. Tribology International, 2014, 74: 46-56.
- [11] 曹远龙, 刘亚春, 伍奕桦. 基于壳单元模型的箔片气体动压轴承静、动态特性分析 [J]. 轴承, 2022(10): 48-55.
- [12] 李振平, 高中亚. 径向箔片空气轴承静态特性研究 [J]. 轴承, 2021(9): 29-32.
- [13] 冯凯, 胡小强, 赵雪源, 等. 三瓣式气体箔片径向轴承的静动态特性 [J]. 中国机械工程, 2017, 28(15): 1826-1835.
- [14] LI C L, DU J J, YAO Y X. Study of load carrying mechanism of a novel three-pad gas foil bearing with multiple sliding beams [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 135: 106372.
- [15] 李长林. 多滑动梁径向与层叠式止推箔片气体轴承静动态特性研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.

Lubrication Mechanics Model and Numerical Study of Sliding Beam Type Gas Foil Bearing with Three-Pad Structure

WU Yang¹, HAN Yixuan¹, GU Chenyun¹, FENG Weijun², AN Qi¹

(1. School of Mechanical and Power Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China; 2. Suzhou Changheng Precision Metal Die Casting Co. Ltd, Suzhou 215534, Jiangsu, China)

Abstract: The structure of the three-pad sliding beam air foil bearing is analyzed. The mesh of the foils is divided into mixed elements, and the stiffness matrix of the foils is calculated based on the principle of minimum potential energy and the nonlinear thin plate theory. The finite difference method is used to deal with Reynolds equation, and the distribution of gas film pressure is calculated. Finally, the fluid-structure coupling of gas film pressure and foil deformation are calculated by weak coupling method. The calculation process is determined, the calculation program is written, and the accurate calculation of gas film pressure distribution, sliding beam deflection and bearing limit load is realized. Combined with concrete examples, the effects of rotor speed, bottom foil thickness, bearing position angle, number of sliding beams and width distribution on bearing capacity are deeply studied. The relevant regularity curves are obtained, and the corresponding analysis of these results is carried out, which can provide a theoretical basis for the optimal design of foil gas bearing. The results show that the increase of the number of sliding beams will reduce the minimum film thickness of the bearing, and the increase of the stiffness of the sliding beam at the axial symmetry plane can increase the bearing limit load. Reducing the bearing mounting angle can reduce the rotor eccentricity, but also can reduce the bearing limit load.

Key words: sliding beam type gas bearing; three-pad structure; lubrication mechanical model; fluid-solid coupling; numerical analysis

(责任编辑: 张欣)