

文章编号: 1006-3080(2025)04-0572-09

DOI: 10.14135/j.cnki.1006-3080.20250112001

基于多保真流变信息元模型的 LAOS 过程本构方程参数恢复

刘 虎, 陈 欣, 张浩天, 王雨欣, 庞志威, 沙 金

(华东理工大学机械与动力工程学院, 上海 200237)

摘要:为应对复杂流体在大振幅振荡剪切(LAOS)过程中触变弹黏塑性(TEVP)本构模型参数恢复的挑战,尤其在流变样本数据稀缺的情况下,提出了一种多保真流变信息元建模方法。该方法先构建了结合数据、初值和本构方程损失的流变信息神经网络作为基础子网,利用低保真合成数据进行预训练;随后引入由 1×20 线性层与 2×20 非线性层组成的多保真子网,通过加权损失函数融合低保真响应与高保真实验数据,实现元模型的增量微调。基于胶体玻璃、聚合物胶束、软凝胶和海相黏土的实验结果表明,模型预测曲线与真实数据曲线高度吻合,证明模型的有效性和鲁棒性。该方法为数据稀缺场景下的流变本构建模提供了新思路,同时展示了多保真数据融合在复杂流体参数恢复中的潜力。

关键词:大振幅振荡剪切;触变弹黏塑性本构模型;多保真;元建模;流变信息神经网络

中图分类号:TH145

文献标志码:A

深入理解复杂流体的非线性流变行为对于合理利用流体材料至关重要^[1]。在工程实践中,直接预测复杂流体的非线性流变行为面临挑战,通常采取基于少量流变实验数据快速构建对应流变本构模型的方法^[2]。该方法虽然能有效地降低数据需求,但在数据稀缺或质量不高的情况下,模型的准确性和可靠性受到影响。因此,在有限数据条件下高效构建流变本构模型尤为重要,如以大振幅振荡剪切(LAOS)实验数据为基础^[3-4],研究针对触变弹黏塑性(TEVP)本构模型,探索多保真条件下物理信息机器学习方法对流变本构模型快速构建和参数恢复中的应用^[5-6]。

流变信息神经网络(RhiNN)是一种结合流变知识的物理信息机器学习技术,它通过将流变本构模型方程(如常微分方程)嵌入神经网络,利用流变知识映射的物理方程来控制训练过程,从而增强模型的可解释性和泛化能力^[7-10],Donya等^[11]提出一种面向分数阶理论的数据驱动流变信息神经网络来识别和恢复黏弹性材料的分数阶Maxwell、Kelvin-Voigt和Zener本构模型参数。Zhang等^[12]提出一种基于

Lapasin流变模型的RheologyNet框架,预测水泥基材料的触变行为。实际应用中,RhiNN通常依赖于大型数据集进行训练,但材料的真实流变数据,即高保真数据(D_{HF})的采集和验证既耗废时间又耗费资源,通过数值插补和模型生成的低保真流变数据(D_{LF})^[13],可以加速训练过程并降低计算成本^[11,14]。在缺乏真实实验数据的情况下,如何交叉验证和置信度评价仍是目前研究的主要问题。

当前,利用 D_{LF} 与 D_{HF} 对机器学习过程进行协同优化的多保真方法,可以在少量 D_{HF} 情况下实现流变本构模型的快速和精确反演^[15]。例如,Saadat等^[5]使用多保真神经网络(MFNN)模拟热黏弹性流体在多种剪切状态下的响应特征:对于线性流变响应,MFNN能够在少量 D_{HF} 的情况下达到较高的预测准确性;而对于非线性流变响应,需要引入合成的 D_{LF} 以提高预测精度。此外,多保真贝叶斯框架^[16]、自适应多保真神经网络^[17]、多保真数据聚合框架^[17-18]、多保真迁移学习^[18-20]、多保真深度神经网络^[21-23]、多保真图神经网络^[24]和多保真算子神经网络^[25]等融合形式

收稿日期: 2025-01-12

作者简介: 刘 虎(2002—),男,安徽蚌埠人,硕士生,主要研究方向为多元数据融合的密封系统建模及动态控制。E-mail: lh-liuhu@foxmail.com

通信联系人: 沙 金, E-mail: sjin@ecust.edu.cn

引用本文: 刘 虎,陈 欣,张浩天,等.基于多保真流变信息元模型的 LAOS 过程本构方程参数恢复[J].华东理工大学学报(自然科学版),2025,51(4): 572-580.

Citation: LIU Hu, CHEN Xin, ZHANG Haotian, et al. Strategy for Parameter Recovery of Constitutive Equations in LAOS Processes Based on Multi-Fidelity Rheology-Informed Meta-Model[J]. Journal of East China University of Science and Technology, 2025, 51(4): 572-580.

也展示出广阔应用前景。

针对多种材料流动过程中的 TEVP 本构模型参数恢复和非线性流变行为响应预测问题,本文提出了一种基于多保真流变信息元模型方法。元模型通过利用已学习的相关任务知识,改进新任务的学习过程,实现从已有知识中学习的能力^[26-27],在一定程度上解决多目标优化和样本数量少的问题^[28-29]。该方法包括:(1)利用4×20全连接层神经网络,结合数据损失、初值损失及 TEVP 本构微分方程的公式损失,共同构成流变信息损失函数,构建 RhiNN 基础子网模型;(2)引入1×20线性全连接层及2×20非线性全连接层作为多保真子网模型,通过非线性和线性损失函数加权和迭代优化神经网络的训练变量,构建多保真流变信息元模型;(3)合成 D_{LF} 以补充 D_{HF} 稀缺的不足,并用于 RhiNN 子网模型的预训练,预训练完成后,子网模型对 D_{HF} 进行数据增强,最终将 D_{LF} 与 D_{HF} 结合,共同用于元模型训练,构建出多保真流变信息神经网络(MF-RhiNN)。该方法不仅能快速捕捉复杂流体的非线性流变特性,还能在数据稀缺的情况下进行准确的参数恢复,为 TEVP 本构模型的实际应用提供了新的解决方案。

1 研究方法

1.1 TEVP 本构模型

TEVP 本构模型主要以文献 [5] 中的六参数模型为依据,该模型由两个常微分方程耦合而成,如公式 (1) 和 (2) 所示。

$$\dot{\sigma}^*(t) = \frac{\sigma(t)}{\sigma_{\max}} = \frac{G}{\eta_s + \eta_p} \times \left[-\sigma^*(t) + \frac{\sigma_y \lambda(t)}{\sigma_{\max}} + \frac{\eta_s + \eta_p \lambda(t)}{\sigma_{\max}} \dot{\gamma}(t) \right] \quad (1)$$

其中,式(1)描述归一化剪切应力 $\sigma^*(t)$ 随时间 t 的变化方程:归一化剪切应力由实际剪切应力 $\sigma(t)$ 除以最大的剪切应力 σ_{\max} 得到。 $\lambda(t)$ 是一个量纲为一参数,代表材料微观结构的改变程度,称为结构参数。上标 $\dot{\sigma}$ 表示变量时间导数, G 代表弹性模量(Pa), σ_y 代表屈服应力(Pa), η_s 和 η_p 分别代表溶剂黏度和塑性黏度(Pa·s),剪切速率 $\dot{\gamma}(t)$ 可以通过式(2)得出:

$$\dot{\gamma}(t) = k_+(1 - \lambda(t)) - k_- \lambda(t) \dot{\gamma}(t) \quad (2)$$

其中, k_+ (单位为 s^{-1}) 和 k_- (量纲为一) 分别代表结构形成和结构破坏的系数。

$\lambda(t)$ 的结果依赖于剪切速率 $\dot{\gamma}(t)$ 的作用,当剪切速率为 0,即无剪切时, $\lambda(t)$ 为 1,代表着材料完全结构化。而当施加剪切速率到一定程度时,会使得

$\lambda(t)$ 为 0,代表着材料完全去结构化。

RhiNN 模型中,输入由应变幅值 γ_0 、应变频率 ω 以及时间 t 构成,模型输出响应由归一化剪切应力和结构参数构成。为方便数据处理,定义施加剪切速率 $\dot{\gamma}(t)$ 为应变幅值 γ_0 和应变频率 ω 余弦函数乘积,如公式(3)所示:

$$\dot{\gamma}(t) = \gamma_0 \omega \cos \omega t \quad (3)$$

1.2 训练数据集

本文将低保真的合成数据和高保真的实验数据同时应用于神经网络的训练。其中,高保真的流变数据来源包含胶体玻璃、聚合物胶束、软凝胶和海相黏土。胶体玻璃样品由聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)构成的硬胶体粒子通过短接枝聚羟基硬脂酸链交联而得^[30-31]。聚合物胶束溶液由十六烷基氯化吡啶(CPCI)和水杨酸钠(NaSal)在重水(D_2O)中组成,其含有质量分数为 3.58% 的 CPCI,且 NaSal 与 CPCI 的物质的量之比为 0.65^[32]。软凝胶样品是一种体积分率为 15% 的单组分凝胶^[33]。海相黏土样品分别由石英(Q)、长石(F)、蒙脱石(M)、高岭石(K)4种矿物组成,并按照每 20 g 土样中矿物的质量比($m_Q : m_F : m_M : m_K = 8 : 2 : 8 : 2$)确定 $Q_8F_2M_8K_2$ 的矿物含量^[34]。

1.2.1 高保真数据 本文中,高保真数据来源于文献 [30-34] 中的 LAOS 实验结果,通过 WebPlot-Digitizer 工具提取应力-应变曲线,将曲线分割成若干段落,并按顺序采集,利用式(3)对应变数据进行分解,提取出应变幅值、频率和时间信息。由此,构建包含应力、应变幅值、频率和时间 4 个维度的高保真数据集。

1.2.2 低保真数据 根据表 1 中的数据对 TEVP 本构模型参数进行初始化,随后通过插值技术对时间、应变幅值和频率进行数值插补。具体而言,时间数据在区间(0.01, 18)内取对数后,采用 200 个等间距点进行插值;应变幅值则从集合 [0.1, 0.55, 1] 中选取;应变频率固定为 1。将这些插值得到的数值代入公式(1)~(3),计算得到对应时间点的 $\sigma^*(t)$ 和 $\lambda(t)$ 解。这些解与时间、应变幅值和频率共同构成一个五维的 D_{LF} 集。最终,该数据集的结构为 600×5,其中每一行代表一个数据点,每一列对应一个维度。

1.3 模型构建及训练

1.3.1 RhiNN模型架构及损失函数构建 RhiNN 架

表 1 TEVP 本构模型的 6 个拟合参数取值

Table 1 Ground value of six fitting parameters in TEVP constitutive model

G/Pa	σ_y/Pa	$\eta_s/(\text{Pa}\cdot\text{s})$	$\eta_p/(\text{Pa}\cdot\text{s})$	k_+/s^{-1}	k_-
40	10	10	5	0.1	0.3

构如图 1 所示,以应变幅度、时间和频率三维数据集作为输入,隐藏层由 4×20 的全连接层构成,激活函数设为 Tanh。RhiNN 损失函数(Φ)由数据损失(Φ_d)、方程残差(Φ_{eq})以及初值损失(Φ_{IC})构成,由公式(4)所示:

$$\Phi = \Phi_d + \Phi_{eq} + \Phi_{IC} \quad (4)$$

在模型训练过程中,每次迭代都会对 Φ 进行更

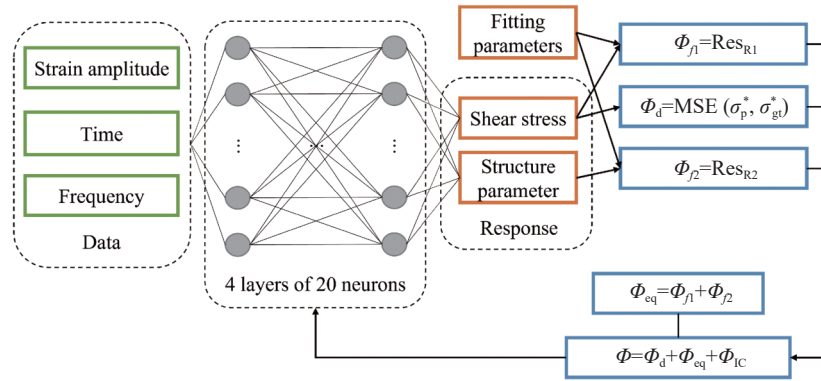


图 1 流变信息神经网络结构

Fig. 1 Rheology-informed neural network framework

$$\Phi_d = \text{MSE}(\sigma_p^*, \sigma_{gt}^*) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\sigma_{p,k}^* - \sigma_{gt,k}^*)^2 \quad (5)$$

其中, n 代表使用数据点的个数,对应于生成 D_{LF} 的个数。

Φ_{eq} 由 TEVP 本构模型式 (1) 和 (2) 的残差组成,如式(6)所示:

$$\Phi_{eq} = \Phi_{f1} + \Phi_{f2} \quad (6)$$

其中, Φ_{f1} 描述归一化剪切应力 $\sigma^*(t)$ 的公式残差:

$$\Phi_{f1} = \frac{1}{n_r} \sum_{i=1}^{n_r} \left(\hat{\sigma}_{p,i}^* - \frac{G}{\eta_s + \eta_p} \times \left[-\sigma_{p,i}^* + \frac{\sigma_y \lambda_{p,i}}{\sigma_{\max}} + \frac{\eta_s + \eta_p \lambda_{p,i}}{\sigma_{\max}} \dot{\gamma} \right] \right)^2 \quad (7)$$

其中, n_r 代表振荡剪切时间、应变幅值以及频率边界范围插值获取残差点点的数量。

Φ_{f2} 描述 $\lambda(t)$ 的公式残差:

$$\Phi_{f2} = \frac{1}{n_r} \sum_{j=1}^{n_r} (\lambda_{p,j} - [k_+ (1 - \lambda_{p,j}) - k_- \lambda_{p,j} \dot{\gamma}])^2 \quad (8)$$

最后, Φ_{IC} 由 LAOS 实验初始阶段归一化剪切应力预测值 σ_p^* 和结构参数预测值 λ_p^* 的均方误差构成,如公式(9)所示:

$$\Phi_{IC} = \text{MSE}(\sigma_{p,0}^*, \sigma_{gt,0}^*) + \text{MSE}(\lambda_{p,0}^*, \lambda_{gt,0}^*) = \frac{1}{n_i} \sum_{m=1}^{n_i} (\sigma_{p,m}^* - 0)^2 + \frac{1}{n_i} \sum_{m=1}^{n_i} (\lambda_{p,m}^* - 1)^2 \quad (9)$$

其中, n_i 代表振荡剪切时间最小值、应变幅值边界范围插值以及频率边界范围插值获得初值点的数量。

新,同时对可训练变量进行相应的调整。在数据损失 Φ_d 的计算中, $\lambda(t)$ 用于量化材料结构的形成和破坏程度,但缺乏直接的计算数据,因此 Φ_d 仅是基于预测的归一化剪切应力 σ_p^* 与实际归一化剪切应力 σ_{gt}^* 之间的差异。这意味着,在计算 Φ_d 时, $\lambda(t)$ 不被纳入考虑,由 σ_p^* 与 σ_{gt}^* 之间的均方误差来确定,如公式(5)所示:

在 $t=0$ 时刻,归一化剪切应力 $\sigma_{gt,0}^* = 0$ 以及结构参数 $\lambda_{gt,0}^* = 1$ 。

1.3.2 RhiNN模型预训练 利用 D_{LF} 训练 RhiNN,迭代次数为 10^6 次,各超参数设定如下:神经网络隐藏层层数设定为 4,每层 20 个神经元;学习率设定采用分阶段调整的策略,迭代小于 2×10^4 次学习率为 0.01, $2 \times 10^4 \sim 5 \times 10^4$ 次之间学习率为 0.002,大于 5×10^4 次学习率为 0.001;参数初始化采用 Glorot 正态分布初始化器;激活函数采用 Tanh 函数;6 个拟合参数初始值设定为 1,变量下限设定为 1×10^{-4} ,上限设定在参数之间有所不同,其中 G 、 σ_y 、 η_s 、 η_p 设定为无穷大, k_+ 和 k_- 设定为 2;随机种子设定为 42;错误启发方式采用 Φ_d 、 Φ_{eq} 和 Φ_{IC} 直接相加的形式,即 $\Phi_d + \Phi_{eq} + \Phi_{IC}$ 。所得预训练模型记为 D_{LF} -RhiNN,该模型预测归一化剪切应力、结构参数及恢复 TEVP 本构模型拟合参数的结果记为 R_{LF} 。

1.3.3 元模型架构及损失函数构建 图 2 所示为多保真流变信息元模型架构,它提出以多保真数据 D_{MF} 作为模型输入,由线性和非线性子网模型共同实现多保真响应。其中, D_{MF} 由 D_{HF} 和低保真响应 $R_{LF}(D_{HF})$ 组成, $R_{LF}(D_{HF})$ 表示 D_{LF} -RhiNN 对 D_{HF} 的响应结果;非线性子网模型由两层全连接神经网络构成,每层 20 个神经元,其激活函数为 Tanh;线性子网模型由单层 20 个神经元的全连接神经网络构成,其激活函数为 Linear。

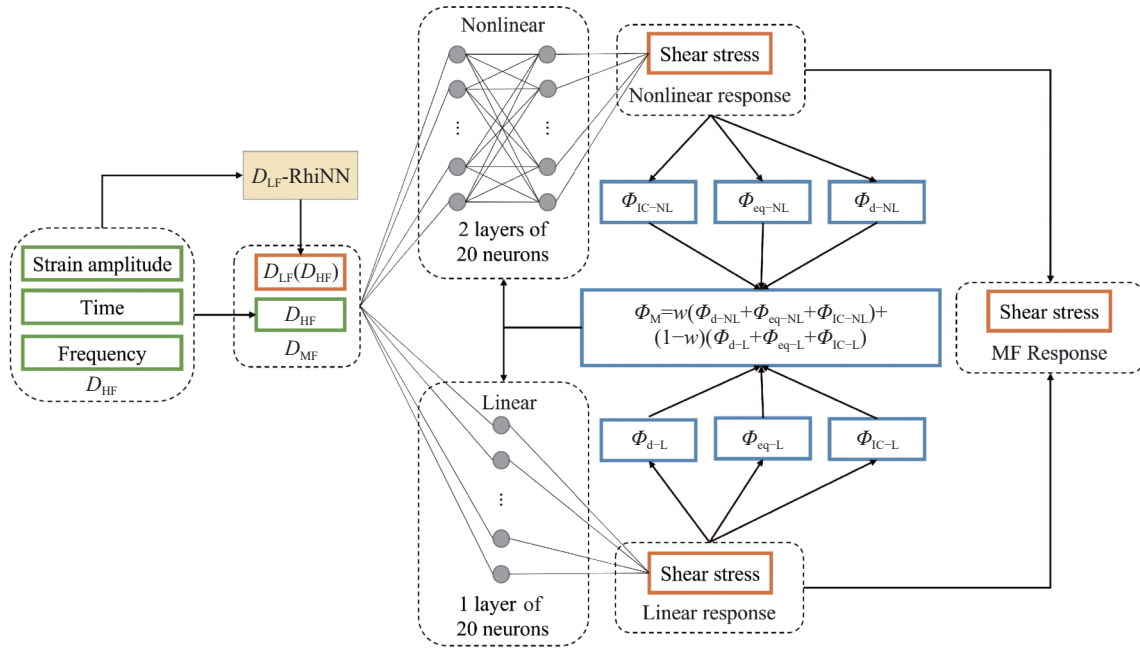


图2 多保真流变信息元模型结构

Fig. 2 Architecture of multi-fidelity rheology-informed meta-model

元模型损失函数 Φ_M 由非线性数据损失 (Φ_{d-NL})、公式损失 (Φ_{eq-NL})、初值损失 (Φ_{IC-NL}) 和线性数据损失 (Φ_{d-L})、公式损失 (Φ_{eq-L})、初值损失 (Φ_{IC-L}) 构成, 如式(10)所示:

$$\Phi_M = w(\Phi_{d-NL} + \Phi_{eq-NL} + \Phi_{IC-NL}) + (1-w)(\Phi_{d-L} + \Phi_{eq-L} + \Phi_{IC-L}) \quad (10)$$

其中, w 为非线性神经网络输出权重, 用于线性和非线性损失函数处理。

1.3.4 多保真流变信息元模型训练 以胶体玻璃应力-应变数据集对元模型进行增量学习和参数微调, 迭代次数为 1×10^5 次, 同时, 通过比较 w 分别为 0.2、0.5 和 0.8 时归一化剪切应力预测结果和模型迭代残差的变化趋势, 以探索不同 w 对模型预测性能的影响。

1.4 多保真流变信息元模型验证

分别利用聚合物胶束、软凝胶和海相黏土高保真数据集对元模型进行增量学习和参数微调, 迭代次数为 10^5 次, w 设定为 0.2, 所得预训练模型记为 MF-RhiNN, 该模型预测归一化剪切应力的结果记为 R_{MF} 。本文比较了 3 种材料应力-应变预测曲线的异同。

2 结果与讨论

2.1 基于 RhiNN 的 TEVP 本构模型参数恢复

图 3 所示为 D_{LF} 在 RhiNN 中经过 10^6 次迭代后 6 个拟合参数的恢复过程, 其中 Exact 代表各个参数的真实值。图 3(a) 显示了弹性模量参数的恢复过

程: 数值曲线在最初的 1000 次迭代中保持相对稳定, 随着迭代次数的增加, 曲线逐步上升, 并在达到 10^6 次迭代后趋于平稳。图 3(b) 示出了屈服应力参数的恢复情况: 数值曲线在初期逐渐上升, 并在 10^4 次迭代时达到峰值。随后, 由于学习率降低, 数值迅速下降, 并在 10^6 次迭代时趋于稳定。图 3(c) 示出了溶剂黏度参数的恢复过程: 数值曲线在 10^3 次迭代前变化不大, 10^3 次迭代时小幅下降后持续上升, 最终在 10^4 次迭代时超出真实值并达到峰值, 随后保持稳定。图 3(d) 表示塑性黏度参数的恢复情况: 在 $10^3 \sim 10^4$ 次迭代之间, 数值曲线经历两个阶段的下降, 伴随轻微波动。大于 10^5 次迭代时, 曲线迅速上升并最终保持稳定。图 3(e) 所示为结构形成系数的恢复过程: 数值曲线初期缓慢下降, 10^3 次迭代后快速下降, 随后在 2×10^4 次迭代后逐步上升, 并在 10^5 次迭代后保持稳定。图 3(f) 呈现结构破坏系数的恢复过程: 随着迭代次数的增加, 数值曲线快速下降, 达到 10^3 次迭代后呈现整体上升趋势, 伴随轻微波动。在 2×10^4 次迭代时达到最高值后开始下降, 并在 10^5 次迭代时保持稳定。此外, 曲线变化趋势与分阶段调整学习率存在显著的对应关系: 小于 2×10^4 次迭代时, 较高学习率引发恢复过程中参数数值高于真实值; 随着后继学习率降低, 参数曲线均实现收敛, 6 个本构模型参数均恢复至真实值。

2.2 基于 RhiNN 的响应预测

图 4 表示低保真数据预训练 RhiNN 的剪切应力

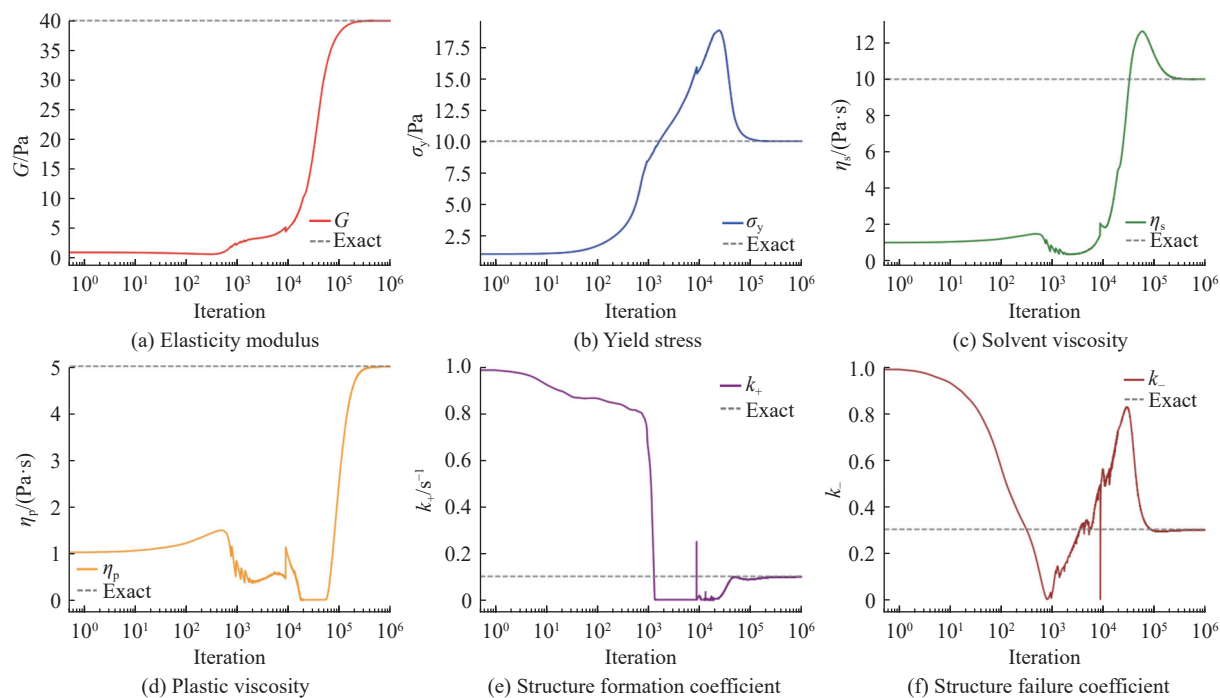


图 3 拟合参数的恢复过程

Fig. 3 Recovery process of the six fitting parameters of TEVP constitutive model

和结构参数预测结果。图 4(a) 示出了应变(γ)与归一化剪切应力之间的关系, 呈现出一个闭合的环形轨迹, 反映了材料在施加剪切应变过程中的非线性流变行为。应变从负值增加到正值, 过程中曲线展现出明显的滞回现象, 表明材料在加载、卸载过程中存在能量损失。曲线的环形特征反映出材料的黏弹性特性, 显示出在应变变化过程中, 剪切应力并不是简单地与应变成正比, 而是表现出复杂的非线性关系。环的形状和大小可以提供有关材料流变特性的关键信息, 例如黏弹性和内耗特性。较大的滞回面积通常表示材料在加载、卸载过程中存在较高的能量损失。图 4(b) 示出了结构参数随时间变化的曲线。结构参数用于表征材料微观结构的破坏程度, 其数值越小, 表示材料的破坏程度越大。随着施加剪切应变, 观察到结构参数的数值逐渐降低, 表明材料在受到剪切作用时, 其微观结构经历了显著的破坏。随着时间的推移, 材料的结构稳定性减弱, 导致结构参数的不断下降。曲线中的波动反映了剪切应变的周期性变化。每当施加剪切应变时, 结构参数会经历一定的周期性波动, 这种波动可能与材料内部微观结构的动态变化有关。随着时间点的密集度增加, 波动的位置变得更加集中, 表明在特定时间段内, 材料的结构变化更加显著, 或者在高频剪切作用下, 材料的破坏过程更加明显。图 4 所示的曲线图中, 红色曲线表示模型的预测值, 灰色曲线表示实际测量的真实值。两条曲线的重合程度反映了模型在

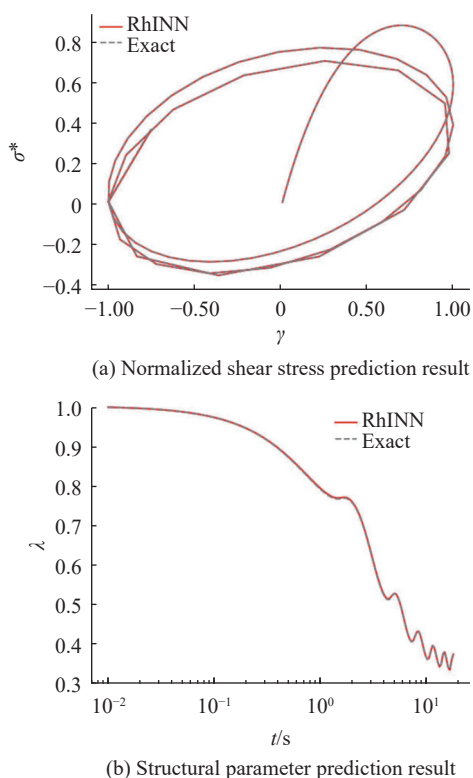


图 4 RhiNN 预训练的预测结果

Fig. 4 Prediction results of pre-trained RhiNN

预测材料响应方面的准确性。图中两条曲线重合良好, 表明模型成功地捕捉到材料在 LAOS 条件下的行为。

2.3 多保真流变信息元模型训练结果

图 5 所示为元模型在不同权重 ($w=0.2$ 、 0.5 、 0.8) 下胶体玻璃微调训练的应变与归一化剪切应力

之间的关系曲线。胶体玻璃常用于 3D 打印墨水, 其应力应变特性直接影响打印稳定性。图中曲线均呈现出椭圆形状, 反映了材料在受到剪切应变时的非线性流变行为, 表明材料在加载、卸载过程中的滞回特性, 精确地预测了胶体玻璃滞回特性是打印过程墨水挤出动态控制的必要条件。其中, 红色实线代表 RhiNN 模型的预测值, 而灰色虚线表示真实值。随着权重 w 变化, 红色曲线与灰色曲线之间的重叠程度变化, 指示模型在不同权重下的预测准确性。

图 5(a) 所示的 ($w=0.2$) 中红色曲线与灰色曲线的重合程度较高; 图 5(b) 所示的 ($w=0.5$) 中红色曲线与灰色曲线之间的偏差有所增加, 特别是在应变为 0 或接近 1 时, 显示出预测准确性有所下降; 图 5(c) 所示的 ($w=0.8$) 中, 红色曲线与灰色曲线之间的差异更加明显, 特别是在应变的极值点附近。这表明随着多保真子网中非线性权重增加, 模型的预测能力受到了影响, 预测准确性降低。

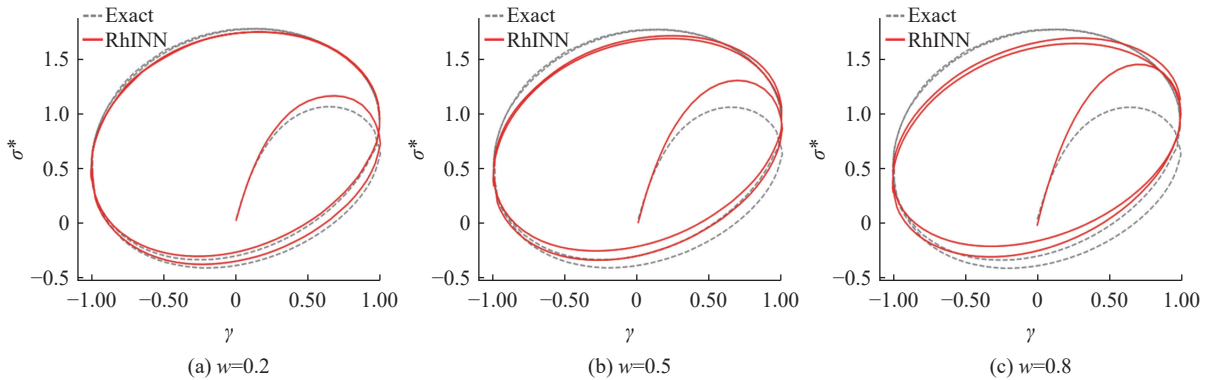


图 5 MF-RhiNN 在多个模型权重下的归一化剪切应力预测结果

Fig. 5 Predicted normalized shear stress results of MF-RhiNN with varying model weights

图 6 为 MF-RhiNN 模型在权重为 0.2 时的残差图。其中, 横轴为预测值, 纵轴为残差, 即预测值与真实值之间的差异。残差点以蓝色圆点的形式分布在图中, 整体呈现出一个环形的分布模式。该分布表明, 残差在不同的预测值范围内有一定的规律性, 而不是随机分布。这种环形的残差分布通常暗示模型在某些特定应变值下的预测能力较强, 而在其他值上可能出现系统性的偏差。其中, 残差值主要在 -0.10 ~ 0.05 之间波动, 表明模型在某些预测值附近的表现较好, 而在其他区域可能存在一定的偏差。

2.4 MF-RhiNN 模型鲁棒性检验

图 7 为 MF-RhiNN 对聚合物胶束、软凝胶和海相黏土 3 种材料的归一化剪切-应变 Lissajous 曲线的鲁棒性检验图。聚合物胶束常作为医学输送药物的载体, 其应变特性的预测有利于确保其输送过程的稳定性; 软凝胶作为生物医用材料, 预测其交变应变下的黏弹性响应对其仿生应用尤为重要; 在海底工程中, 预测海相黏土的流变行为是工程结构设计及施工安全保障的必要前提。图 7 中 Lissajous 曲线均表现为类椭圆形状, 反映材料在施加剪切应变时的非线性流变行为, 尤其是剪切加载、卸载过程中存在显著的滞回现象。其中, 红色实线代表模型的预测值, 而灰色虚线表示真实值。各图中红色曲线与灰色曲线的重合程度不同, 指示模型在不同条件下的预测准确性。图 7(a) 所示为聚合物胶束的归一化剪切应力-应变 Lissajous 曲线, 曲线在较大应变范围内形态扁平, 呈现出较大的横向范围。在应变值的极大和极小区域, 预测值与真实值之间的差异较小, 表明模型在这些区间的预测能力较强。图 7(b) 所示为软凝胶的归一化剪切应力-应变 Lissajous 曲线, 曲线在适中应变范围内形态圆润, 显示出更为平滑的非线性响应。在应变的中间区域, 预测曲线与真实值之间的重合度较高, 但在极端应变值时, 预测曲线开

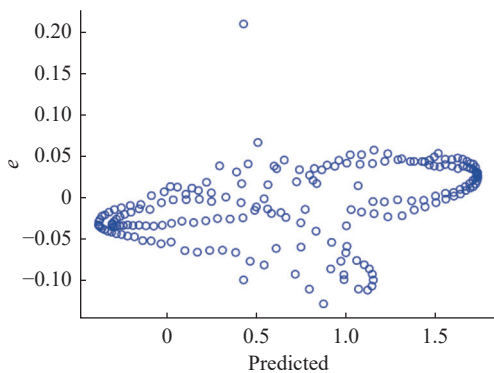


图 6 MF-RhiNN 模型在权重 0.2 下的残差图

Fig. 6 Residual plot of the MF-RhiNN model with a weight of 0.2

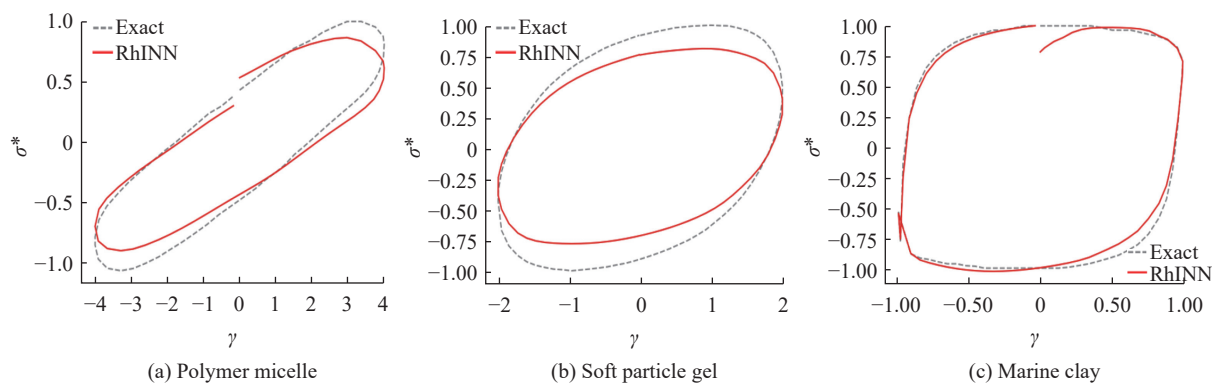


图 7 MF-RhiNN 对 3 种材料的归一化剪切应力-应变 Lissajous 曲线的预测

Fig. 7 Prediction of normalized shear stress-strain Lissajous curves using MF-RhiNN for three materials

始有所偏离。图 7(c) 所示为海相黏土的归一化剪切应力-应变 Lissajous 曲线, 曲线在较小的应变范围内形态接近于方形。在高应变区域, 预测值与真实值之间出现明显的偏差, 表明模型在这个特定范围内的预测准确性不足。总体而言, 图 7 展示出 3 种材料的复杂流变行为, 反映出 MF-RhiNN 模型针对不同材料、不同应变范围的预测准确性变化, 尤其是在极端流变条件下捕捉材料特性的能力和局限性, 为模型进一步鲁棒优化和应用指明道路。

3 结 论

本文提出了一种基于 RhiNN 的多保真元建模方法, 用于 TEVP 本构模型在 LAOS 过程中的参数恢复。通过构建结合高保真和低保真数据的 MF-RhiNN, 有效地解决了流变样本数据获取困难的问题。主要结论如下: (1) MF-RhiNN 模型在复杂流变行为预测中具有较高的效率和鲁棒性, 不同的非线性权重对模型的预测能力有着较显著的影响; (2) 在 LAOS 流变实验数据有限情况下, RhiNN 方法能够准确地恢复 TEVP 本构模型的参数, 显示出其在稀缺数据条件下进行流变本构建模的潜力; (3) 迁移学习后所得 MF-RhiNN 模型能够准确捕捉多种材料的非线性流变滞回特性和黏弹性行为特征, 但在极端应变条件下的预测能力仍存在不确定性。利用多保真数据的方法提高了模型的预测准确性和计算效率, 为流变学领域的模型构建和参数恢复, 尤其是在面对数据稀缺的挑战时, 提供了一种创新的方法。

参考文献:

- [1] 吴其稳, 张华驰, 姚锋, 等. 基于羟丙基纤维素制备乙醇凝胶推进剂 [J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2024, 50(2): 185-191.
- [2] MAHMOUDABADBOZCHELOU M, KAMANI K M, ROGERS S A, *et al.* Digital rheometer twins: Learning the hidden rheology of complex fluids through rheology-informed graph neural networks[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2022, 119(20): e2202234119.
- [3] SUMAN K, SHANBHAG S, JOSHI Y M. Large amplitude oscillatory shear study of a colloidal gel near the critical state[J]. The Journal of Chemical Physics, 2023, 158(5): 054907.
- [4] ERTURK M Y, LE A N M, KOKINI J. Advances in large amplitude oscillatory shear Rheology of food materials[J]. Frontiers in Food Science and Technology, 2023, 3: 1130165.
- [5] SAADAT M, MANGAL D, JAMALI S. A rheologist's guideline to data-driven recovery of complex fluids' parameters from constitutive models[J]. Digital Discovery, 2023, 2(4): 15.
- [6] SAADAT M, WILLIAM H H V, WAGNER N J, *et al.* Data-driven constitutive meta-modeling of nonlinear rheology via multifidelity neural networks[J]. Journal of Rheology, 2024, 68(5): 16.
- [7] FARRAG A, YANG Y, CAO N, *et al.* Physics-informed machine learning for metal additive manufacturing[J]. *Progress in Additive Manufacturing*, 2025, 10(1): 171-185.
- [8] LECHNER P, SCANDOLA L, MAIER D, *et al.* A physically-informed machine learning model for freeform bending[J/OL]. Journal of Intelligent Manufacturing, (2024-07-16) [2025-01-12]. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10845-024-02452-w>.
- [9] XIANG Z, PENG W, ZHOU W, *et al.* Hybrid finite difference with the physics-informed neural network for solving PDE in complex geometries[EB/OL]. (2022-02-16) [2025-

- 01-12]. <https://arXiv preprint arXiv: 2202.07926>, 2022.
- [10] FANG Z. A high-efficient hybrid physics-informed neural networks based on convolutional neural network[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 33(10): 5514-5526.
- [11] DONYA D, MILAD S, SAFA D J. Fractional rheology-informed neural networks for data-driven identification of viscoelastic constitutive models[J]. *Rheologica Acta: An International Journal of Rheology*, 2023, 62(10): 557-568.
- [12] ZHANG T, WANG D, LU Y. RheologyNet: A physics-informed neural network solution to evaluate the thixotropic properties of cementitious materials[J]. *Cement and Concrete Research*, 2023, 168: 17157.
- [13] CHEN J, GAO Y, LIU Y. Multi-fidelity data aggregation using convolutional neural networks[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 391: 114490.
- [14] MAHMOUDABADBOZCHELOU M, KAMANI K M, ROGERS S A, *et al.* Unbiased construction of constitutive relations for soft materials from experiments via rheology-informed neural networks[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2024, 121(2): 8.
- [15] 邱荣英, 李钊石, 刘钊. 基于多保真度神经网络的超材料力学性能预测 [J]. *机械制造*, 2024, 62(4): 32-37.
- [16] HE Y, GUI Q, LUO J. An efficient parallel multi-fidelity multi-objective Bayesian optimization method and application to 3-stage axial compressor with 144 variables[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 150: 109235.
- [17] 陈柏宁, 谢芳芳, 孟旭辉. 自适应多保真数据融合的神经网络模型 [J]. *气体物理*, 2024, 9(4): 1-8.
- [18] WANG H, SONG X, ZHANG C. Multi-fidelity data fusion mechanism for digital twins via internet of thing [J]. *IEEE Internet Computing*, 2025, 29(1): 16-23.
- [19] 李增聪, 田阔, 黄蕾, 等. 面向变刚度复合材料筒壳高效屈曲分析的变保真度迁移学习模型 [J]. *复合材料学报*, 2022, 39(5): 2430-2440.
- [20] ZHANG Z H, YE Q, YANG D J, *et al.* A multi-fidelity transfer learning strategy based on multi-channel fusion[J]. *Journal of Computational Physics*, 2024, 506: 2952.
- [21] TORZONI M, MANZONI A, MARIANI S. A multi-fidelity deep neural network approach to structural health monitoring[J]. *The 9th International Electronic Conference on Sensors and Applications*, 2022, 27(1): 60.
- [22] TAO G, FAN C, WANG W, *et al.* Multi-fidelity deep learning for aerodynamic shape optimization using convolutional neural network[J]. *Physics of fluids*, 2024, 36(5): 056116.
- [23] ZHANG X, XIE F, JI T, *et al.* Multi-fidelity deep neural network surrogate model for aerodynamic shape optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 373: 113485.
- [24] WU J, WAN Y, WU Z, *et al.* MF-SuP-pKa: Multi-fidelity modeling with subgraph pooling mechanism for pKa prediction[J]. *Acta Pharmaceutica Sinica B*, 2023, 13(6): 2572-2584.
- [25] HOWARD A A, PEREGO M, KARNIADAKIS G E, *et al.* Multifidelity deep operator networks for data-driven and physics-informed problems[J]. *Journal of Computational Physics*, 2023, 493: 28.
- [26] FANG, Y. A learning theory of meta learning[J]. *National Science Review*, 2024, 11(8): nwa133.
- [27] YE F, LIN B, YUE Z, *et al.* Multi-objective meta-learning[J]. *Artificial Intelligence*, 2021, 34: 21338-21351.
- [28] 刘鑫磊, 冯林, 廖凌湘, 等. 基于元学习的图卷积网络少样本学习模型 [J]. *电子学报*, 2024, 52(3): 885-897.
- [29] WANG Q, ZHANG C, HU B. Dynamic programming with meta-reinforcement learning: A novel approach for multi-objective optimization[J]. *Complex & Intelligent Systems*, 2024, 10(4): 5743-5758.
- [30] MAHMOUDABADBOZCHELOU M, JAMALI S. Rheology-Informed Neural Networks (RhINNs) for forward and inverse metamodelling of complex fluids[J]. *Scientific Reports*, 2021, 11(1): 12015.
- [31] JACOB A R, MOGHIMI E, PETEKIDIS G. Rheological signatures of aging in hard sphere colloidal glasses[J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(8): 087103.
- [32] LEE C W, PORCAR L, ROGERS S A. Unveiling temporal nonlinear structure-rheology relationships under dynamic shearing[J]. *Polymers*, 2019, 11(7): 1189.
- [33] DONLEY G J, BANTAWA M, GADO E D. Time-resolved microstructural changes in large amplitude oscillatory shear of model single and double component soft gels[J]. *Journal of Rheology*, 2022, 66(6): 1287-1304.
- [34] 李伟, 刘叔灼, 单毅, 等. 不同含水率对海相黏土流变特性和流变参数的影响 [J]. *广东海洋大学学报*, 2022, 42(2): 120-125.

Strategy for Parameter Recovery of Constitutive Equations in LAOS Processes Based on Multi-Fidelity Rheology-Informed Meta-Model

LIU Hu, CHEN Xin, ZHANG Haotian, WANG Yuxin, PANG Zhiwei, SHA Jin
(School of Mechanical and Power Engineering, East China University of Science and
Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: Recovering parameters of constitutive equations for complex fluids under Large Amplitude Oscillatory Shear (LAOS) poses significant challenges due to the scarcity of high-quality experimental data. This study proposes a multi-fidelity rheology-informed meta-modeling framework to address this issue, focusing on the Thixotropic Elasto-Visco-Plastic (TEVP) constitutive model. The framework integrates high-fidelity experimental data (D_{HF}) and low-fidelity synthetic data (D_{LF}) through a Multi-Fidelity Rheology-Informed Neural Network (MF-RhiNN). The MF-RhiNN architecture consists of a base subnet with a 4×20 -layer fully connected neural network, it is trained using a composite loss function that combines data loss, initial condition loss, and residuals of equations. A multi-fidelity subnet, comprising both linear and nonlinear layers, is introduced to optimize parameter recovery. Low-fidelity data, generated via numerical interpolation of initial TEVP parameters, are used for pre-training. Meanwhile, high-fidelity LAOS datasets from colloidal glass, polymer micelles, soft gels, and marine clay are employed for incremental fine-tuning. Results demonstrate that the model successfully predicts nonlinear rheological hysteresis, as evidenced by close alignment between predicted and experimental Lissajous curves. Moreover, it reveals that the nonlinear weighting factor (w) significantly impacts prediction accuracy: $w = 0.2$ yields optimal performance, while higher weights introduce deviations, particularly under extreme strain conditions. Residual analysis confirms systematic errors in high-strain regions, highlighting areas for future improvement. Validation across diverse materials shows robust performance for colloidal glass and polymer micelles, with minor discrepancies observed in marine clay at high strains. The proposed framework effectively addresses data scarcity in rheological modeling, leveraging multi-fidelity data fusion to enhance computational efficiency and prediction reliability. This approach provides a practical solution for parameterizing complex constitutive models under LAOS.

Key words: large amplitude oscillatory shear; TEVP constitutive model; multi-fidelity; meta-modeling; rheology-informed neural network

(责任编辑: 王晓丽)