

陈瑞生,侯向阳,周小勇. 悬臂式钢板桩弹性地基梁模型修正及嵌固深度算法优化[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2025,44(1):35-42.doi:10.11956/j.issn.1008-0562.20240076

CHEN Ruisheng, HOU Xiangyang, ZHOU Xiaoyong. Modification of cantilever steel sheet pile elastic foundation beam model and optimization of embedding depth algorithm[J]. Journal of Liaoning Technical University(Natural Science), 2025, 44(1): 35-42. doi: 10.11956/j.issn.1008-0562.20240076

悬臂式钢板桩弹性地基梁模型修正及 嵌固深度算法优化

陈瑞生¹, 侯向阳², 周小勇^{1*}

(1. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074; 2. 中铁十六局集团第三工程有限公司, 浙江 湖州 313000)

摘要: 为研究考虑桩底被动抗力条件下悬臂式钢板桩的变形及嵌固深度, 通过查阅文献对大量悬臂式钢板桩基坑支护开展计算, 发现在悬臂式钢板桩底部存在一个反向变形弯曲点, 根据桩体所受土压力对反弯点的弯矩平衡方程求解反弯点位置, 以基坑底面和反弯点将支护结构分为三部分并进行变形受力分析, 根据边界条件及连续性条件求解各部分桩体的挠曲方程, 计算得到悬臂式钢板桩的嵌固深度。研究表明: 不同土层、深度的基坑反弯点位置具有一定的规律性, 修正方法考虑了反弯点以下土体的被动抗力, 更符合悬臂式钢板桩的实际受力情况, 计算结果安全性更高。

关键词: 基坑工程; 悬臂式钢板桩; 弹性地基梁; 被动抗力; 嵌固深度

中图分类号: TU312

文献标志码: A

文章编号: 1008-0562(2025)01-0035-08

Modification of cantilever steel sheet pile elastic foundation beam model and optimization of embedding depth algorithm

CHEN Ruisheng¹, HOU Xiangyang², ZHOU Xiaoyong^{1*}

(1. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. China Railway 16th Bureau Group No.3 Engineering Company Limited, Huzhou 313000, China)

Abstract: To investigate the deformation and embedment depth of cantilever steel sheet pile walls considering the passive resistance at the pile base, a comprehensive review of relevant literature was conducted, coupled with extensive calculations for cantilever pile excavation support systems. It was observed that a reverse bending point exists at the base of the cantilever steel sheet piles. The position of the inflection point was solved according to the bending moment equilibrium equation of the soil pressure on the pile. The retaining structure was subsequently divided into three sections based on the excavation bottom and the reverse bending point, and deformation and force analyses were performed for each section. Differential equations governing the deflection and bending of each pile segment were established. By applying boundary and continuity conditions, the deflection equations for each pile segment were solved, leading to the determination of the embedment depth for cantilever steel sheet piles. The research results indicate that the locations of reverse bending points exhibit certain regularities across different soil layers and excavation depths. The proposed modification method not only accounts for the passive soil resistance below the reverse bending point but also aligns more closely with the actual force conditions experienced by cantilever steel sheet piles, resulting in safer and the calculation results are safer.

Key words: foundation pit engineering; cantilever steel sheet pile; resilient foundation beams; passive resistance; depth of embedding

收稿日期: 2024-04-01 修回日期: 2024-05-29 接受日期: 2024-06-13 责任编辑: 黄琦

基金项目: 国家自然科学基金项目(11902296)

作者简介: 陈瑞生(1999-), 男, 湖北襄阳人, 硕士研究生, 主要从事桥梁结构和基坑支护方面的研究。E-mail: 2571915962@qq.com

通信作者: 周小勇(1978-), 男, 湖北武汉人, 博士, 副教授, 主要从事桥梁结构和无损检测方面的研究。E-mail: xyz@cug.edu.cn

0 引言

钢板桩作为经济环保的柔性支护结构,近年来被广泛应用于桥梁承台的基坑支护^[1],研究其受力特性及施工嵌固深度计算模型具有重要的现实意义。

国内一般采用《建筑基坑支护技术规程》(JGJ 120—2012)^[2](以下简称《规程》)中的弹性支点法来分析钢板桩的内力和变形。当悬臂式钢板桩嵌固较深、桩体刚度较小时,在桩体底部会出现一个反弯点,反弯点以下的桩后土压力为被动抗力,其大小介于主动土压力与被动土压力之间。桩体所受被动抗力常用温克尔弹簧来进行模拟计算^[3-5]。由于弹性支点法需假设桩后土体对钢板桩的作用力始终为主动土压力^[6],忽略了被动抗力的作用,导致计算模型与实际情况不符。

为使悬臂式钢板桩分析计算结果与实际情况更加吻合,提出一种考虑反弯点以下被动抗力的计算模型,利用该模型对《规程》中嵌固深度的计算进行修正,并通过实际工程案例对比分析《规程》方法与本文修正方法计算结果的差异,以期为类似施工提供有益指导,保障施工安全。

1 考虑被动抗力模型的建立

1.1 弹性支点法理论计算模型

《规程》根据一般悬臂式钢板桩的变形情况,采用弹性支点法来分析防护结构,弹性支点法计算模型^[6]见图1。图中, O_1 为钢板桩顶端; y 为支护结构在分布土反力计算点的水平位移, m ; z 为计算点距离地面的深度, m ; h 为基坑开挖深度, m ; l_d 为钢板桩嵌固深度, m ; p_{ak} 为支护结构外侧主动土压力的强度标准值, kPa ; b_a 为支护结构外侧土压力的计算宽度, m ; p_s 为支护结构内侧分布土反力的强度标准值, kPa ; b_0 为支护结构内侧土反力的计算宽度, m 。满足 $p_s = k_s y + p_{s0}$, $p_{s0} = \gamma z_p K_a$, $p_{ak} = \gamma z_a K_a - 2c \sqrt{K_a}$, 其中, k_s 为土的水平反力系数, kN/m^3 ; p_{s0} 为初始分布土反力, kPa ; γ 为土的容重, kN/m^3 ; z_p 为被动土压力土层到计算点的距离, m ; K_a 为主动土压力系数; z_a 为主动土压力土层到计算点的距离, m ; c 为黏聚力, kPa 。 k_s 通常采用“ k ”法^[7]、“ m ”法^[8]、“ c 值”法^[9]及常数法^[10]确定。

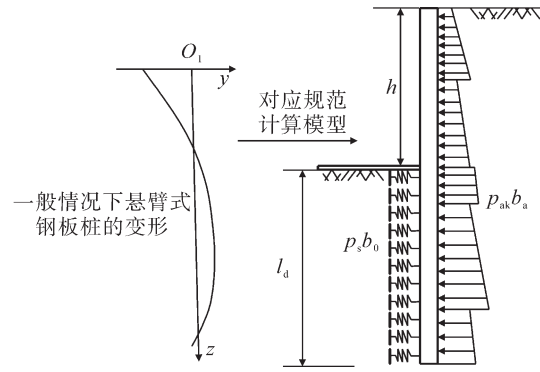


图1 弹性支点法计算模型

Fig.1 elastic fulcrum method calculation model

假设防护桩外侧始终为主动土压力,采用温克尔弹簧模型^[11]来模拟基坑开挖面以下防护桩内侧的土反力。根据弹性地基梁理论,该模型的变形挠曲微分方程^[12-14]为

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} - p_{ak} b_a = 0 \quad (0 \leq z < h), \quad (1)$$

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + p_s b_0 - p_{ak} b_a = 0 \quad (z \geq h), \quad (2)$$

式中: E 为弹性材料的弹性模量, MPa ; I 为截面的惯性矩, m^4 。

当悬臂式钢板桩嵌固较深且桩体刚度较小时,在桩体底部会出现一个反弯点。根据悬臂式钢板桩的真实变形情况进行新的受力假设,并建立存在反弯点的计算模型^[15],见图2。其中, O_2 为基坑底部; O_3 为反弯点; l 为基坑底部到反弯点的距离, m ; m ; l_0 为钢板桩底部到反弯点的距离, m 。

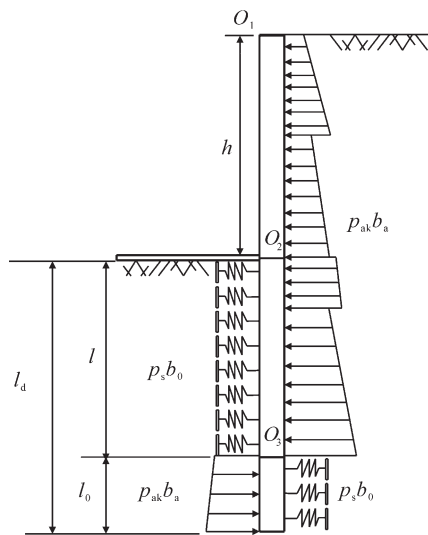


图2 存在反弯点的计算模型

Fig.2 calculation model with inflection point

1.2 考虑被动抗力的计算模型

考虑被动抗力的计算模型见图 3。该模型满足如下基本假设: ①对悬臂式钢板桩进行受力变形理论分析时, 需考虑周围土体的作用力, 且悬臂式钢板桩的顶端与底端无特殊支撑, 其边界可视为自由端。②将土体作用在桩体上的反作用力简化为被动土压力, 假设任一点的反作用力 p_s 与该点桩体的水平位移 y 成正比, 即采用土弹簧进行模拟。

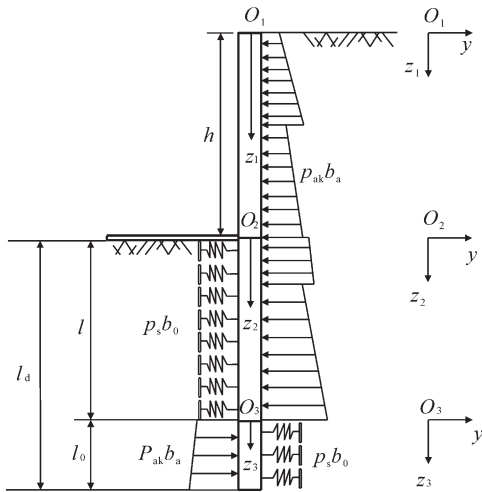


图 3 考虑被动抗力的计算模型

Fig.3 computational model considering passive resistance

以悬臂式钢板桩为例, 反弯点 O_3 以上, 桩体外侧为主动土压力, 桩体内侧土反力用温克尔弹簧进行模拟; 反弯点 O_3 以下, 桩体外侧土反力用温克尔弹簧进行模拟, 桩体内侧为主动土压力。为简化计算, 采用单层土体, 令计算宽度 $b_a = b_0$, 通过常数法确定 k_s 。为方便求解变形挠曲微分方程, 以 O_1 、 O_2 、 O_3 为坐标原点, 建立以 z_1 、 z_2 、 z_3 为纵坐标的直角坐标系, 其中, z_1 对应的主动土压力的强度标准值为 p_{ak1} , kPa; z_2 对应的主动土压力的强度标准值为 p_{ak2} , kPa, 对应的土反力的强度标准值为 p_{s2} , kPa; z_3 对应的主动土压力的强度标准值为 p_{ak3} , kPa, 对应的土反力的强度标准值为 p_{s3} , kPa。

根据弹性地基梁理论, 将钢板桩分为三部分, 得到考虑被动抗力条件下各部分钢板桩的变形挠曲微分方程为

$$EI \frac{d^4 y}{dz_1^4} - p_{ak1} b_a = 0, \quad (0 \leq z_1 \leq h, p_{ak1} = \gamma z_1 K_a - 2c \sqrt{K_a}), \quad (3)$$

$$EI \frac{d^4 y}{dz_2^4} + p_{s2} b_0 - p_{ak2} b_a = 0$$

$$(0 \leq z_2 \leq l, p_{ak2} = \gamma(z_2 + h) K_a - 2c \sqrt{K_a}), \quad (4)$$

$$EI \frac{d^4 y}{dz_3^4} + p_{s3} b_0 - p_{ak3} b_a = 0$$

$$(0 \leq z_3 \leq l, p_{ak3} = \gamma(z_3 + h + l) K_a - 2c \sqrt{K_a}). \quad (5)$$

2 考虑被动抗力模型的计算

2.1 反弯点位置的确定

在求解考虑被动抗力计算模型的变形挠曲微分方程之前, 需先确定反弯点位置, 其计算示意图见图 4。反弯点 O_3 以上, E_{ak1} 为桩体外侧主动土压力, kN/m; E_{pk1} 为桩体内侧被动土压力, kN/m。反弯点 O_3 以下, E_{ak2} 为桩体内侧主动土压力, kN/m; E_{pk2} 为桩体外侧被动土压力, kN/m。 z_{a1} 、 z_{a2} 、 z_{p1} 、 z_{p2} 分别为 E_{ak1} 、 E_{ak2} 、 E_{pk1} 、 E_{pk2} 作用点到反弯点的距离, m。

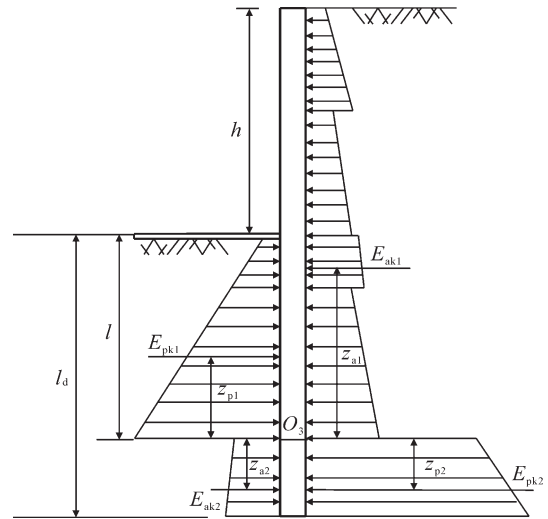


图 4 反弯点位置计算示意

Fig.4 calculation of the position of the turning point

根据反弯点 O_3 处的弯矩平衡方程 $E_{ak1} z_{a1} + E_{ak2} z_{a2} = E_{pk1} z_{p1} + E_{pk2} z_{p2}$, 求解反弯点位置, 见表 1。

针对不同土层和深度的基坑, 通过上述方法开展大量计算, 发现反弯点的出现概率与桩体长度密切相关。桩体越长, 钢板桩的整体刚度越小。桩体长度超过 10 m 后, 出现反弯点的概率较高。考虑施工安全, 对比例系数 α 进行取舍, 得到求解 l 的经验公式, 即 $l = 0.85l_d$ 。

表 1 反弯点位置

Tab.1 reverse bend point locations

基坑深度 h/m	土体容重 $\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	内摩擦角 $\varphi/(\text{°})$	黏聚力 c/kPa	嵌固深度 l_d/m	基坑底部到反弯点的距离 l/m	比例系数 α
3.225	17.1	9.49	12.47	8.572	7.274	0.849
3.786	18.5	8.10	28.00	7.314	6.516	0.891
4.365	18.7	8.08	12.60	16.250	13.896	0.855
4.952	17.8	10.60	16.30	12.630	10.600	0.839
5.268	18.3	12.50	11.57	12.575	10.367	0.824
5.856	18.7	14.87	20.71	9.840	8.208	0.834
6.352	18.5	12.30	23.40	13.090	10.990	0.840

注:比例系数 α 为基坑底部到反弯点的距离 l 与悬臂式钢板桩嵌固深度 l_d 的比值。

2.2 变形挠曲微分方程的求解

式 (3) 所示微分方程的通解和各阶导数为

$$y_1 = A_1 z_1^3 + B_1 z_1^2 + C_1 z_1 + D_1 + \frac{b_a k_a \gamma}{120EI} z_1^5 - \frac{cb_a \sqrt{k_a}}{12EI} z_1^4,$$

$$y_1' = 3A_1 z_1^2 + 2B_1 z_1 + C_1 + \frac{b_a k_a \gamma}{24EI} z_1^4 - \frac{cb_a \sqrt{k_a}}{3EI} z_1^3,$$

$$y_1'' = 6A_1 z_1 + 2B_1 + \frac{b_a k_a \gamma}{6EI} z_1^3 - \frac{cb_a \sqrt{k_a}}{EI} z_1^2,$$

$$y_1''' = 6A_1 + \frac{b_a k_a \gamma}{2EI} z_1^2 - \frac{2cb_a \sqrt{k_a}}{EI} z_1,$$

式中: $0 \leq z_1 \leq h$; A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 均为常数, 可利用边界条件进行求解。

为便于求解, 参考文献[16]和文献[17], 令

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_s b_0}{4EI}},$$

$$f_1(\beta z) = e^{\beta z} \cos \beta z,$$

$$f_2(\beta z) = e^{\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z),$$

$$f_3(\beta z) = e^{\beta z} \sin \beta z,$$

$$f_4(\beta z) = e^{\beta z} (\cos \beta z + \sin \beta z).$$

则式 (4) 所示微分方程的通解和各阶导数为

$$y_2 = e^{\beta z_2} (A_2 \cos \beta z_2 + B_2 \sin \beta z_2) + e^{-\beta z_2} (C_2 \cos \beta z_2 + D_2 \sin \beta z_2) + \frac{p_{ak2} - p_{s0}}{k_s} = A_2 f_1(\beta z_2) + B_2 f_3(\beta z_2) + C_2 f_1(-\beta z_2) - D_2 f_3(-\beta z_2) + \frac{\gamma h K_a - 2c \sqrt{K_a}}{k_s},$$

$$y_2' = \beta [A_2 f_2(\beta z_2) + B_2 f_4(\beta z_2) - C_2 f_2(-\beta z_2) + D_2 f_4(-\beta z_2)],$$

$$y_2'' = 2\beta^2 [-A_2 f_3(\beta z_2) + B_2 f_1(\beta z_2) - C_2 f_3(-\beta z_2) - D_2 f_1(-\beta z_2)],$$

$$y_2''' = 2\beta^3 [-A_2 f_4(\beta z_2) + B_2 f_2(\beta z_2) + C_2 f_4(-\beta z_2) + D_2 f_2(-\beta z_2)],$$

式中: $0 \leq z_2 \leq l$; A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 均为常数, 可利用边界条件进行求解。

式 (5) 所示微分方程的通解和各阶导数为

$$y_3 = e^{\beta z_3} (A_3 \cos \beta z_3 + B_3 \sin \beta z_3) + e^{-\beta z_3} (C_3 \cos \beta z_3 + D_3 \sin \beta z_3) + \frac{p_{ak3} - p_{s0}}{k_s} = A_3 f_1(\beta z_3) + B_3 f_3(\beta z_3) + C_3 f_1(-\beta z_3) - D_3 f_3(-\beta z_3) + \frac{\gamma h K_a - 2c \sqrt{K_a}}{k_s},$$

$$y_3' = \beta [A_3 f_2(\beta z_3) + B_3 f_4(\beta z_3) - C_3 f_2(-\beta z_3) + D_3 f_4(-\beta z_3)],$$

$$y_3'' = 2\beta^2 [-A_3 f_3(\beta z_3) + B_3 f_1(\beta z_3) - C_3 f_3(-\beta z_3) - D_3 f_1(-\beta z_3)],$$

$$y_3''' = 2\beta^3 [-A_3 f_4(\beta z_3) + B_3 f_2(\beta z_3) + C_3 f_4(-\beta z_3) + D_3 f_2(-\beta z_3)],$$

式中: $0 \leq z_3 \leq l_0$; A_3 、 B_3 、 C_3 、 D_3 均为常数, 可利用边界条件进行求解。

求出位移 $y(z)$ 后, 钢板桩任意截面的转角 θ 、弯矩 M 、剪力 Q 可由下列微分方程^[18]进行求解, 即

$$\theta = \frac{dy}{dz}, M = -EI \frac{d\theta}{dz} = -EI \frac{d^2 y}{dz^2}, Q = \frac{dM}{dx} = -EI \frac{d^3 y}{dz^3}.$$

根据 1.2 节基本假设①, 钢板桩的顶端与底端自由, 弯矩和剪力为 0。

则当 $z_1 = 0$ 时, $y_1''(0) = 0$, $y_1'''(0) = 0$, 即

$$y_1''(0) = 6A_1 z_1 + 2B_1 + \frac{b_a K_a \gamma}{6EI} z_1^3 + \frac{cb_a \sqrt{K_a}}{EI} z_1^2 = 0, \quad (6)$$

$$y_1'''(0) = 6A_1 + \frac{b_a K_a \gamma}{2EI} z_1^2 + \frac{2cb_a \sqrt{K_a}}{EI} z_1 = 0. \quad (7)$$

求解式 (6)、式 (7), 得 $A_1=0, B_1=0$ 。

当 $z_3=l_0$ 时, $y_3''(l_0)=0, y_3'''(l_0)=0$, 即

$$-A_3 f_3(\beta l_0) + B_3 f_1(\beta l_0) - C_3 f_3(-\beta l_0) - D_3 f_1(-\beta l_0) = 0, \quad (8)$$

$$-A_3 f_4(\beta l_0) + B_3 f_2(\beta l_0) + C_3 f_4(-\beta l_0) + D_3 f_2(-\beta l_0) = 0. \quad (9)$$

根据连续性条件, 在钢板桩的同一截面, 挠度 y 、转角 θ 、弯矩 M 、剪力 Q 相同, 则当 $z_1=h, z_2=0$ 时, $y_1(h)=y_2(0), y_1'(h)=y_2'(0), y_2''(h)=y_2''(0), y_1'''(h)=y_2'''(0)$, 即

$$C_1 h + D_1 + \frac{b_a k_a \gamma}{120EI} h^5 - \frac{cb_a \sqrt{K_a}}{12EI} h^4 = A_2 + C_2 + \frac{\gamma h K_a - 2c \sqrt{K_a}}{k_s}, \quad (10)$$

$$C_1 + \frac{b_a K_a \gamma}{24EI} h^4 - \frac{cb_a \sqrt{K_a}}{3EI} h^3 = \beta(A_2 + B_2 - C_2 + D_2), \quad (11)$$

$$\frac{b_a K_a \gamma}{6EI} h^3 - \frac{cb_a \sqrt{K_a}}{EI} h^2 = 2\beta^2(B_2 - D_2), \quad (12)$$

$$\frac{b_a K_a \gamma}{2EI} h^2 - \frac{2cb_a \sqrt{K_a}}{EI} h = 2\beta^3(-A_2 + B_2 + C_2 + D_2). \quad (13)$$

当 $z_2=l, z_3=0$ 时, $y_2(l)=y_3(0), y_2'(l)=y_3'(0), y_2''(l)=y_3''(0), y_2'''(l)=y_3'''(0)$, 即

$$A_2 f_1(\beta l) + B_2 f_3(\beta l) + C_2 f_1(-\beta l) - D_2 f_3(-\beta l) + \frac{\gamma h K_a - 2c \sqrt{K_a}}{k_s} = 0, \quad (14)$$

$$A_3 + C_3 - \frac{\gamma h K_a + 2c \sqrt{K_a}}{k_s} = 0, \quad (15)$$

$$A_2 f_2(\beta l) + B_2 f_4(\beta l) - C_2 f_2(-\beta l) = A_3 + B_3 - C_3 + D_3, \quad (16)$$

$$-A_3 f_3(\beta l) + B_2 f_1(\beta l) - C_2 f_3(-\beta l) - D_2 f_1(-\beta l) = B_3 - D_3, \quad (17)$$

通过变换, 将式 (8) ~ 式 (17) 中的 $A_2、B_2、C_2、D_2、A_3、B_3、C_3、D_3$ 均用含有 $C_1、D_1$ 的公式来表示, 则可得到关于 $C_1、D_1$ 的二元一次方程组。为方便书写, 采用自定义参数来代替复杂算式, 解得

$$C_1 = \frac{O}{S} - \frac{(SL - RO)(GF - F)}{(GU - U + 2F)S^2 - (GF - F)RS},$$

$$D_1 = \frac{2(SL - RO)}{(GU - U + 2F)S - (GF - F)R},$$

其中,

$$Q = \frac{b_a k_a \gamma h^5}{120EI},$$

$$N = \frac{cb_a \sqrt{k_a} h^4}{12EI},$$

$$P = \frac{\gamma h k_a - 2c \sqrt{k_a}}{k_s},$$

$$U = \cos(\beta l + \beta l_0),$$

$$F = \sin(\beta l + \beta l_0),$$

$$G = e^{2\beta(\beta + \beta l_0)},$$

$$H = \frac{Q - N - P}{2} + \frac{5Q - 4N}{4\beta h} - \frac{15Q - 6N}{2\beta^3 h^3},$$

$$V = \frac{5Q - 4N}{4\beta h} + \frac{5Q - 3N}{\beta^2 h^2} + \frac{15Q - 6N}{2\beta^3 h^3},$$

$$J = \frac{Q - N - P}{2} - \frac{5Q - 4N}{4\beta h} + \frac{15Q - 6N}{2\beta^3 h^3},$$

$$K = \frac{5Q - 4N}{4\beta h} - \frac{5Q - 3N}{\beta^2 h^2} + \frac{15Q - 6N}{2\beta^3 h^3},$$

$$R = \frac{(G + 2\beta h G - 2\beta h - 1)U + (G + 4\beta h - 3)F}{4\beta},$$

$$S = \frac{(G + 2\beta h - 2\beta h + 1)F + (1 - G)U}{4\beta},$$

$$L = (J + 2K - GH)E + (K - 2J - JV)F,$$

$$O = (GV - K)U + (J - GH)F.$$

求得 $C_1、D_1$ 代入式 (10) ~ 式 (13), 求得 $A_2、B_2、C_2、D_2$ 代入式 (14) ~ 式 (17), 求得 $A_3、B_3、C_3、D_3$, 即可得到防护桩的水平位移方程 $y_1、y_2、y_3$ 。

2.3 嵌固深度计算方法修正

《规程》中嵌固深度计算示意图 5。

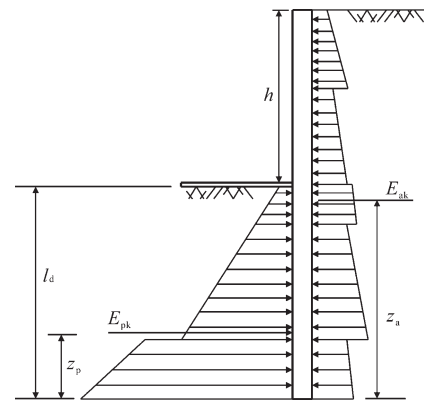


图 5 嵌固深度计算示意

Fig.5 calculation of embedded depth

关于悬臂式支挡结构的嵌固深度验算^[19]应满足

$$\frac{E_{pk} z_p}{E_{ak} z_a} \geq K_{em},$$

式中: E_{ak} 为基坑外侧主动土压力的标准值, kN/m; E_{pk} 为基坑内侧被动土压力合力的标准值, kN/m; K_{em} 为嵌固稳定安全系数。为方便推导, K_{em} 取 1。实际工程计算中, 应根据悬臂式支挡结构的安全等级进行取值, 一级、二级和三级安全等级下,

K_{cm} 应分别不小于 1.25、1.2 和 1.15。

基于考虑被动抗力的计算模型, 求解变形挠曲微分方程, 得到防护桩的水平位移方程 y_1 、 y_2 、 y_3 。根据 $p_s = k_s y + p_{s0}$, 得到作用在防护桩上的分布土反力, 主动土压力用 $p_{ak} b_a$ 表示, 被动土压力用 $p_s b_0^{[20]}$ 表示。修正后嵌固深度计算示意图 6。

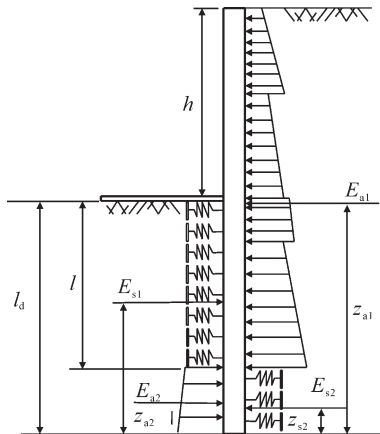


图 6 修正后嵌固深度计算示意

Fig.6 calculation of embedded depth after correction

此时, 嵌固深度验算应满足

$$\frac{E_{s1} z_{s1} + E_{a2} z_{a2}}{E_{a1} z_{a1} + E_{s2} z_{s2}} \geq K_{cm}$$

式中: E_{s1} 、 E_{a1} 分别为反弯点以上作用在钢板桩上的分布土反力合力及主动土压力合力, kN/m; E_{s2} 、 E_{a2} 分别为反弯点以下作用在钢板桩上的分布土反力合力及主动土压力合力, kN/m; z_{s1} 、 z_{s2} 分别为 E_{s2} 、 E_{a2} 合力作用点到基坑底部的距离, m。

修正后嵌固深度的求解流程见图 7。

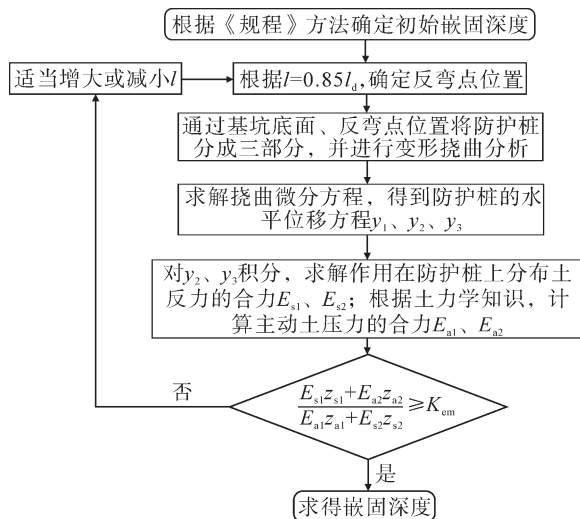


图 7 修正后嵌固深度的求解流程

Fig.7 solution process of the modified embedded depth

上述修正方法在计算悬臂式钢板桩嵌固深度时不仅考虑了反弯点以下土体的被动抗力, 还将作用在挡土构件嵌固段被动土压力的合力用基坑内侧土反力的合力来代替, 受力更符合实际情况。

3 工程案例应用

如东至湖州, 途经南通、苏州的城际铁路, 其南浔至长兴段 55#墩承台基坑深度为 3.255 m。该地区软土地基分布广泛, 主要为淤泥质黏土, 土体容重为 17.1 kN/m³, 内摩擦角为 9.49°, 黏聚力为 12.47 kPa。采用 SP-IV 钢板桩悬臂支护结构, 钢板桩每延米惯性矩 I 为 $3.84 \times 10^{-4} \text{ m}^4$, Q235 钢材的弹性模量 E 为 200 GPa。

根据《规程》方法, K_{cm} 为 1 时, 嵌固深度为 8.572 m。以此嵌固深度为 l_d , 求解反弯点到基坑底部的距离 l 为 7.286 m, 反弯点到桩体底部的距离 l_0 为 1.286 m。将 l_d 、 l_0 、 l 代入考虑被动抗力的计算模型, 求解得到桩体的水平位移方程 y_1 、 y_2 、 y_3 分别为

$$y_1 = 0.00226z_1 - 0.00692 + 1.323 \times 10^{-6} z_1^5 - 1.1398 \times 10^{-5} z_1^4,$$

$$y_2 = e^{0.47z_2} \times 10^{-5} [1.7 \cos(0.47z_2) + 9.4 \sin(0.47z_2)] + e^{-0.47z_2} \times 10^{-3} [-1.6 \cos(0.47z_2) + 1.31 \sin(0.47z_2)] + 1.253 \times 10^{-3},$$

$$y_3 = e^{0.47z_3} \times 10^{-4} [2.5 \cos(0.47z_3) - 15 \sin(0.47z_3)] + e^{-0.47z_3} \times 10^{-3} [3.82 \cos(0.47z_3) + 1.06 \sin(0.47z_3)] - 4.0685 \times 10^{-3}.$$

采用积分法求解分布土反力的合力, 则有

$$E_{s2} = 154.87 \text{ kN/m},$$

$$E_{s3} = 137.17 \text{ kN/m},$$

根据土力学方法, 求解主动土压力的合力, 得

$$E_{a1} = \frac{1}{2} (\gamma h K_a - 2c \sqrt{K_a}) h = 29.70 \text{ kN/m},$$

$$E_{a2} = \frac{1}{2} (\gamma l K_a - 2c \sqrt{K_a}) l = 248.49 \text{ kN/m},$$

$$E_{a3} = [\gamma(h+l) K_a - 2c \sqrt{K_a}] l_0 + \frac{1}{2} \gamma l_0 K_a l_0 = 148.71 \text{ kN/m}.$$

l_d 为 8.572 m 时, 采用修正方法得到的 K_{cm} 为

$$\frac{E_{a2} z_{a2} + E_{s3} z_{s3}}{E_{a1} z_{a1} + E_{s2} z_{s2} + E_{a3} z_{a3}} = 0.86.$$

经过多次迭代计算, K_{cm} 达到 1 时, 最终得到嵌固深度为 9.425 m, 较《规程》计算值略大。

根据实际基坑工程的具体安全等级, 采用《规程》中的 K_{cm} 进行验算对比。该基坑支护的安全等级为二级, K_{cm} 为 1.2。根据《规程》方法, 嵌

固深度为12.358 m时,计算得到反弯点到基坑底部的距离 l 为10.504 m,反弯点到防护桩底部的距离 l_0 为1.854 m。经过迭代计算, K_{em} 为1.2时,采用修正方法得到的嵌固深度为13.476 m,大于《规程》方法计算结果,安全性更高。产生这种现象的原因是《规程》方法中嵌固深度的验算条件为 $\frac{E_{pk}z_{pl}}{E_{ak}z_{al}} \geq K_{em}$,作用在基坑内侧的土压力越小或作用在基坑外侧的土压力越大,对基坑防护结构的稳定性验算越不利。根据两种方法的计算原理,对比分析基坑内侧及外侧土压力变化对 K_{em} 的影响。

(1) 由于基坑内侧的分布土反力小于其所受的被动土压力,如果将《规程》验算公式中的被动土压力换成分布土反力,则分子变小, K_{em} 减小。

(2) 由于钢板桩底端的分布土反力大于其主动土压力,如果将《规程》验算公式中的主动土压力换成分布土反力,则分母变大, K_{em} 减小。

通过以上分析可知,嵌固深度修正方法根据桩体的实际变形情况,缩小了对防护结构稳定性验算有利的基坑内侧土压力,放大了对防护结构稳定性验算不利的基坑外侧土压力。在嵌固深度相同的条件下,采用嵌固深度修正方法计算所得的 K_{em} 小于《规程》方法计算结果。因此,采用修正方法进行钢板桩支护结构设计时,若想要达到《规程》所要求的嵌固稳定安全系数,须设计更长的嵌固深度,从而提高安全性。

4 结论

本文基于弹性地基梁理论,修正悬臂式钢板桩基坑支护的计算模型,考虑桩体反弯点以下的被动抗力,将桩体分为三部分,利用桩体几何变形与内力的连续协调性、桩顶和桩底弯矩,以及剪力为0的边界条件,得到各部分桩体的水平位移方程,并计算作用在钢板桩上分布土反力的合力以及钢板桩的嵌固深度。提出一种考虑桩体底部被动抗力且更符合桩体实际受力情况的计算方法,并将计算结果与《规程》方法的计算结果进行对比,得出如下结论。

(1) 对于悬臂式钢板桩这类柔性支护结构,其变形反弯点的出现与桩体长度密切相关,桩体越长,钢板桩的整体刚度越小。桩体长度大于10 m时,出现反弯点的概率较大。

(2) 反弯点到基坑底部的距离 l 与悬臂式钢板桩嵌固深度 l_d 的比值 α 具有一定的规律性。出于安全性考量,建议采用经验计算式 $l=0.85l_d$ 。

(3) 通过嵌固深度迭代计算,可缩小对防护结构稳定性验算有利的基坑内侧土压力,放大对防护结构稳定性验算不利的基坑外侧土压力,所得悬臂式钢板桩嵌固深度较《规程》计算方法略大。

(4) 与《规程》方法相比,嵌固深度修正方法不仅考虑了反弯点以下土体的被动抗力,同时,采用基坑内侧的土反力合力来代替作用在挡土构件嵌固段上的被动土压力合力,受力更符合实际情况,安全性更高。

本文提出的考虑被动抗力的计算模型主要针对对桩长大于10 m的悬臂式钢板桩支护结构,其他悬臂式柔性支护结构也存在反弯点,因研究局限未能将全部适用情况详细列出。此外,为便于理论推导,在计算与分析过程中,土层均视为单层土体,对于多层土体,须根据不同土层的厚度,对土体的容重、内摩擦角、黏聚力进行加权平均,然后再进行相关计算分析。

参考文献(Reference):

- [1] 张玉成,杨光华,姜燕,等. 软土地区双排钢板桩围堰支护结构的应用及探讨[J]. 岩土工程学报,2012,34(增刊1):659-665.
ZHANG Yucheng, YANG Guanghua, JIANG Yan, et al. Application of retaining structure of steel sheet pile cofferdam in soft soil area [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(Suppl. 1):659-665.
- [2] 建筑基坑支护技术规程:JGJ 120—2012[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2012:23-34.
- [3] 卢毅,欧孝夺,谭智杰,等. 弹塑性共同变形法和弹性支点法在锚索钢板桩支护结构设计中的对比研究[J]. 建筑结构,2021,51(1):131-136.
LU Yi, OU Xiaoduo, TAN Zhijie, et al. Comparative study of elastic-plastic common deformation method and elastic fulcrum method in the design of steel sheet-pile supporting structure with anchor cable [J]. Building Structure, 2021, 51(1):131-136.
- [4] HUANG X G, ZHOU X H, WANG Y H, et al. Development of resilient friction beams and application to moment-resisting frames [J]. Journal of Building Engineering, 2022, 45:103494.
- [5] SUN D D, YANG Y, MA Y K, et al. Seismic performance of resilient beam-column connection using replaceable stiffener angle steel[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2022, 196:107370.
- [6] 张有祥,周宏磊,李云耀. 关于《建筑基坑支护技术规程》支护结构弹性支点法的讨论[J]. 工业建筑,2017,47(8):111-116,138.
ZHANG Youxiang, ZHOU Honglei, LI Yunyao. Discussion on the

- issues related to calculating model of flexibility fulcrum in "Technical Specification for Retaining and Protecting of Building Foundation Excavation" [J]. *Industrial Construction*, 2017, 47(8): 111-116,138.
- [7] 焦世杰. 嵌岩抗滑桩地基水平抗力系数K值取值的数值模拟研究[J]. *安全与环境工程*, 2019, 26(3):56-61,69.
JIAO Shijie. Numerical simulation of the value of horizontal resistance coefficient of anti-slide pile foundation embedded in rock[J]. *Safety and Environmental Engineering*, 2019, 26(3): 56-61,69.
- [8] 黄晓亮,岳建伟,李连东,等. 组合桩地基土水平抗力系数的比例系数m的计算方法[J]. *岩土工程学报*, 2011, 33(增刊2):192-196.
HUANG Xiaoliang, YUE Jianwei, LI Liandong, et al. Calculation method for horizontal resistance coefficient of foundation soil with composite piles[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, 33(Suppl. 2):192-196.
- [9] 陈诚,张睿,赵晶,等. 弹性地基梁法在济南片区的参数选取及应用[J]. *建筑结构*, 2023, 53(增刊1):2573-2577.
CHEN Cheng, ZHANG Rui, ZHAO Jing, et al. Parameter selection and application of beam method in Jinan area[J]. *Building Structure*, 2023, 53(Suppl. 1):2573-2577.
- [10] 陈淑云. 排桩围护结构内力与位移计算方法的改进[D]. 福州: 福州大学, 2017:1-7.
- [11] 朱彦鹏,吴林平,施多邦,等. 基于Pasternak地基模型的非线性土抗力-桩身侧向位移曲线在基坑支护桩中的应用[J]. *岩土力学*, 2022, 43(9):2581-2591.
ZHU Yanpeng, WU Linping, SHI Duobang, et al. Application of nonlinear soil resistance-pile lateral displacement curve based on Pasternak foundation model in foundation pit retaining piles[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2022, 43(9):2581-2591.
- [12] TANG C, HE S Y, ZHOU W H. A beam on elastic foundation method for predicting deflection of braced excavations considering uncertainties[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2023, 47(4):533-548.
- [13] 朱彦鹏,魏升华. 深基坑支护桩与土相互作用的研究[J]. *岩土力学*, 2010, 31(9):2840-2844.
ZHU Yanpeng, WEI Shenghua. Research on interaction between deep excavation supporting pile and soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(9):2840-2844.
- [14] WEI G, QI Y J, CHEN C L, et al. Analysis of the protective effect of setting isolation piles outside the foundation pit on the underpass tunnel side[J]. *Transportation Geotechnics*, 2022, 35: 100791.
- [15] KANWAL G, AHMED N, NAWAZ R. A comparative analysis of the vibrational behavior of various beam models with different foundation designs[J]. *Heliyon*, 2024, 10(5):e26491.
- [16] 龙驭球. 弹性地基梁的计算[M]. 北京:人民教育出版社, 1981: 6-27.
- [17] 肖宏,龚小平,岳会婷. 桩板结构中跨部分板的设计解析计算方法研究[J]. *铁道工程学报*, 2011, 28(7):28-33.
XIAO Hong, GONG Xiaoping, YUE Huiting. Research on analytic method for mid-span slab of pile-slab structure[J]. *Journal of Railway Engineering Society*, 2011, 28(7):28-33.
- [18] 黄凭,莫海鸿,陈俊生. 双排桩支护结构挠曲理论分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, 28(增刊2):3870-3875.
HUANG Ping, MO Haihong, CHEN Junsheng. Theoretical analysis of double-row piles retaining structure deflection[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, 28 (Suppl. 2):3870-3875.
- [19] 廖瑛,伍凯. 悬臂式基坑支护结构嵌固深度的模糊概率分析[J]. *工业建筑*, 2012, 42(2):82-86.
LIAO Ying, WU Kai. Fuzzy probability analysis of the embedded depth of cantilever bracing structure for excavation[J]. *Industrial Construction*, 2012, 42(2):82-86.
- [20] EBRAHIMI F, SEYFI A. A wave propagation study for porous metal foam beams resting on an elastic foundation[J]. *Waves in Random and Complex Media*, 2024, 34(1):182-196.