

# 高铁CPⅢ中间法三角高程测量误差研究

张匡宇,原 静

(陕西铁路工程职业技术学院,陕西省渭南市,714000)

**摘要** CPⅢ高程测量目前主要采用精密水准测量方法。对CPⅢ三角高程测量的误差进行了基本分析,竖直角越小,三角测量高度的精度越高,视线距离越短,测量精度越高;设计了限制三角高程测量的竖直角和视距进行外业测量,并对三角高程测量的高差进行平差分析。结果表明,CPⅢ水准网闭合误差、CPⅢ环闭合误差和每千米水准的随机均方误差均满足精密水准测量的精度要求。三角高程测量的精度与精密水准测量的精度相似,方法大大提高了观测效率,有效降低了测绘人员的户外工作强度。

**关键词** CPⅢ高程测量;三角高程测量;测量平差;测量原理

中图分类号:P224.2 文献标识码:B

文章编号:1008-0899(2025)12-0015-03

在施工建设和运营维护过程中,高速铁路CPⅢ高程控制测量主要有精密水准测量和三角高程测量两种方法。目前普遍采用水准测量方式[1],地形困难时采用全站仪三角高程测量方式。《高速铁路工程测量规范》中指出CPⅢ控制网水准测量可按矩形环单程水准网(矩形法)或往返测水准路线(中视法)构网观测。目前最常使用精密水准等级矩形法测量,该方法测量过程效率低,用时长,使得增加了工程成本和延缓了施工进度。而三角高程测量可与CPⅢ平面控制测量同步进行,不用单独测量作业,效率高,但三角高程测量精度所受环境等因素影响较大<sup>[2]</sup>。为此,本文分析了高精度全站仪中间自由设站法三角高程测量的工作原理,根据误差传播定律推导了高程测量误差传播公式,分析了测距误差、测角误差和大气折光系数误差对高差测量精度的影响。通过对高速铁路CPⅢ实测数据进行分析研究,更合理地指导CPⅢ高程测量工作。

## 1 三角高程测量原理及误差

中间法三角高程测量示意图如图1所示。A和B

是地面上的两点,两个棱镜位于点A和点B。其中棱镜的高度为V1和V2。O与点A和B的距离大致相同,这里安装了一个对两个点都可通视的全站仪。

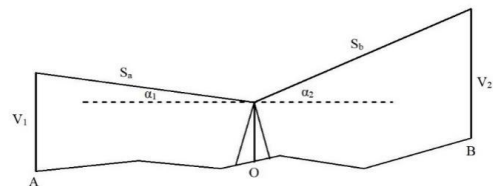


图1 中间法三角高程测量示意图

根据三角高程测量原理,A,B两点的直接高差 $h_{ab}$ 就可以用公式表示:

$$h_{ab} = (S_2 \sin \alpha_2 - S_1 \sin \alpha_1) - (V_2 - V_1) + \frac{1 - K1}{2R} (S_2 \sin \alpha_2)^2 - \frac{1 - K2}{2R} (S_1 \sin \alpha_1)^2 \quad (1)$$

上式中,V1、V2表示A、B两点棱镜高,K表示大气折光系数,S1、S2表示全站仪到A、B两点的斜距,R表示地球的平均曲率半径,通常按照6371km计算。 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 为O点观测的竖直角, $h_{ab}$ 表示相邻两个控制点的高差。K为大气折光系数,随着大气密度与温度的变化而变化,因此不同地区与不同时间都会有一定的偏差。在相同的测量范围和观测周期内,大气密度和温度基本相同,可以假设 $K1=K2=K$ 。在我国大部分地区,K取0.14作为平均值。上式可以写为:

$$h_{ab} = (S_2 \sin \alpha_2 - S_1 \sin \alpha_1) - (V_2 - V_1) + \frac{1 - K}{2R} [(S_2 \sin \alpha_2)^2 - (S_1 \sin \alpha_1)^2] \quad (2)$$

因为CPⅢ棱镜形状尺寸高度统一,相邻棱镜的误差可以忽略不计,可以认为棱镜高 $V1=V2$ ,公式

基金项目:陕西铁路工程职业技术学院校级科研项目“高速铁路CPⅢ测量与数据处理方法研究”,项目编号:KY2022-28。

作者简介:张匡宇(1991~),男,山西大同人,硕士,讲师,研究方向:高速铁路施工与维护技术。

(2)可表达为:

$$h_{ab} = (S_2 \sin \alpha_2 - S_1 \sin \alpha_1) + \frac{1-K}{2R}(d_2^2 - d_1^2) \quad (3)$$

上式中d为两点间的水平距离,K取0.14,地球平均曲率半径为6 371km,计算可得大气折光系数对高差的影响为微小量,而且由CPⅢ观测的作业过程可知,d1≈d2,所以地球曲率和大气折光对两点高差的误差基本可以抵消,则上式可以简化为:

$$h_{ab} = S_2 \sin \alpha_2 - S_1 \sin \alpha_1 \quad (4)$$

对上式进行全微分,得:

$$dh_{ab} = \sin \alpha_2 \cdot dS_2 + \frac{S_2 \cdot \cos \alpha_2}{\rho} \cdot d\alpha - \sin \alpha_1 \cdot dS_1 - \frac{S_1 \cdot \cos \alpha_1}{\rho} \cdot d\alpha \quad (5)$$

由于上式中各个自变量之间相互独立,根据误差传播定律,推导两点间高差的误差传播计算公式为:

$$\sigma_{h_{ab}}^2 = \sin^2 \alpha_2 \cdot \sigma_{s_2}^2 + \frac{S_2^2 \cdot \cos^2 \alpha_2}{\rho^2} \cdot \sigma_{\alpha}^2 + \sin^2 \alpha_1 \cdot \sigma_{s_1}^2 + \frac{S_1^2 \cdot \cos^2 \alpha_1}{\rho^2} \cdot \sigma_{\alpha}^2 \quad (6)$$

上式中,σ<sub>h<sub>ab</sub></sub>为A、B两点之间的高差中误差,σ<sub>s</sub>为距离中误差,σ<sub>α</sub>为测角中误差,ρ取206265。

目前常使用的CPⅢ测量的全站仪,一测回方向中误差是 1",距离测量精度是0.5+1ppm,以仪器本身的标称精度带入上式,假设前后视距相同,在不同的视距和竖直角的情况下,按照两测回的观测方式进行计算:

表1 不同角度与视距三角高程测量中误差

视距	高差中误差(mm)/竖直角					
	0°	1°	3°	5°	10°	20°
30 m	0.25	0.26	0.28	0.32	0.41	0.48
60 m	0.41	0.42	0.44	0.47	0.52	0.59
120 m	0.78	0.79	0.82	0.85	0.93	1.06
240 m	1.37	1.38	1.43	1.48	1.58	1.72

在使用全站仪观测具有不同视线和垂直角度的棱镜的情况下,统计数据可以表明,由于角度测量引起的误差,站法测量的三角形高度中间的两点之间的高度差相对较小,而由于距离测量引起的误差相对较大。如果全站仪到目标的视线接近水平,则高差测量误差最小,精度最高。随着竖直角角度的增加,两点高度差的误差也增加。因此,在测量过程中,考虑到视线和竖直角对高差精度的影响,

可以将视线控制在较短的距离,约120 m;在观测过程中增加竖直角测量次数,可以提竖直角观测的精度,另将前后视线的竖直角控制在20°以内。

## 2 CPⅢ三角高程测量观测条件

### 2.1 测量标志和仪器设备

高速铁路CPⅢ控制点标志采用强制对中的方式进行预埋套管,点位高度一般高出轨面0.3 m左右。路基,桥梁和隧道地段都有布设,且不易扰动。平面坐标测量使用的全站仪为1"级别或者0.5"级别,保证精度。观测前,应对仪器进行鉴定,并对仪器进行校准,精度达到标准之后才可使用。除此之外,为了消除大气折光的影响,外业测量时应同时使用高精度气压计和温度计测量环境指标,后续按照实测的气压和温度修改仪器参数。

### 2.2 外业观测

根据《高速铁路工程测量规范》的要求,各测量站在观测过程中应及时输入当前的气压和温度。可以适当增加中间三角高程测量的测回的数量,以提高角度测量的精度,从而提高高差测量的精度。全站仪与棱镜之间的视线应保持在120 m左右。所有的控制点都以已知高程的控制点为起点进行平差,精确控制三角形高程网的精度。为了避免施工的影响、隧道内灰尘造成的折射和白天的大气折射,CPⅢ三角高程观测通常在夜间进行。CPⅢ高程网测量计算由CPⅢ已知水准高程控制点起算完成,4个点形成闭合环测量,相邻两个闭合环的6个点进行平差。三角形高程网可参考水准网的精度指标计算精确平差。

表2 全站仪三角高程外业观测技术要求

仪器等级(″)	测回数	半测回	测回间	半测回	归零差(″)
		距离	距离	归零	
0.5	2	差/mm	差/mm	差/(″)	6
1.0	3	1	1	6	6

## 3 试验项目测量成果对比

### 3.1 水准CPⅢ高程测量

选取某客运专线某特大桥上124个CPⅢ控制点进行复测实验,每跨桥长度为32.6 m,桥梁之间梁缝为0.1 m左右。沿线路方向每隔两跨布置一对CPⅢ控制点,可得相邻CPⅢ控制点的距离约为65 m。先用精密水准法对该段落CPⅢ高程控制网进行测量,观测网形为单程矩形闭合环,每个矩形环由四组高

差构成,测量过程满足《高速铁路工程测量规范》的要求,每2 km左右联测一处线上加密水准点。采用每个高差闭合环的每组高差为基础进行平差,得到平差后的每个CPⅢ控制点高程。

### 3.2 三角高程法CPⅢ高差测量

采用中间三角高程法测量CPⅢ高差,每隔两对CPⅢ控制点设置一个自由设站,全站仪在线路中线处设站,使仪器中心与CPⅢ棱镜大致等高,减少竖直角引起的误差。三角高程网形如图2所示。每1个测站完成测量之后,沿线路方向前进2对CPⅢ控制点的距离,再进行下一站设站测量。每一站全站仪可以测量临近6对CPⅢ控制点,距离最远一对CPⅢ控制点约150 m。平差采用矩形高差闭合环进行,每1个CPⅢ控制点分别被2个或者3个不同测站观测,每次观测都会产生独立观测的高差,全部独立观测的高差参与到平差计算,以提高高程测量精度。

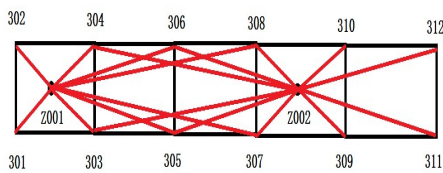


图2 CPⅢ三角高程测量示意图

### 3.3 误差分析

水准测量方法得到的CPⅢ点位高程数据,从CPⅢ高程测量的矩形环闭合差、水准网附合水准路线闭合差和每千米水准测量偶然中误差与表3规范进行对比,均满足精密水准测量(二等水准测量)的精度要求。

表3 CPⅢ水准测量精度要求(单位:mm)

水准测量等级	每千米水准测量偶然中误差	每千米水准测量全中误差	往返测不符值	附合路线或环线闭合差	已测段高差之差
	≤2.0	≤4.0	≤8√L	≤8√L	
二等水准	≤2.0	≤4.0	≤8√L	≤8√L	≤12√L

表中的L为水准测量路线距离,单位为km。

为验证三角高程测量精度是否能够达到CPⅢ水准测量精度要求,本文以精密水准测量(二等水准测量)平差成果作为实验的对比值。

图3显示三角高程测量高差与二等水准测量高

差较差绝对值分布情况。高差较差绝对值大部分均集中在0~0.6 mm区间内,说明两者精度相似,只有个别值分别落在0.6~1.2 mm区间,最大的高差较差值也小于1.2。

在平差过程中发现,视距较长的高差,高差较差也就越大,这是由于视距引起的三角高程测量误差较大,符合误差分布规律。证明中间法三角高程测量精度与精密水准测量精度相近,可满足下一步的施工建设和维护的要求。

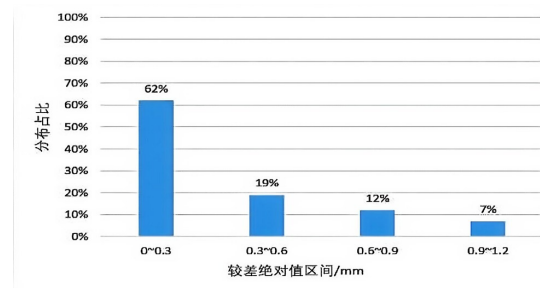


图3 闭合环高差较差分布占比

## 4 结语

对CPⅢ三角高程测量误差进行了原理分析,在影响误差的各种因素中,发现竖直角和视距对精度影响最大,竖直角越小三角高程测量精度越高,视距越短测量精度越高;在此规律下,限制了三角高程测量的竖直角和视距进行外业测量,并对测量数据进行分析,结果表明,中间法三角高程测量精度与精密水准测量精度相近,可满足下一步的施工建设和维护的要求。并且采用全站仪中间法三角高程测量时,CPⅢ平面测量和高程测量可同时进行,观测效率大大提高,有效降低了测绘人员外业劳动强度。

### 参考文献

- [1] 郭春喜,阳海峰.精密三角高程替代二等水准的可行性研究[J].测绘信息与工程,2010,35(02):42-43. DOI:10.14188/j.2095-6045.2010.02.011.
- [2] 杨雪峰,刘成龙,王利朋.一种改进的端头设站三角高程上桥测量方法[J].测绘工程,2016,25(03):17-20. DOI:10.19349/j.cnki.issn1006-7949.2016.03.004.
- [3] 刘明.轨道控制网(CPⅢ)三角高程测量精度研究[J].高速铁路技术,2021,12(06):12-15+31.
- [4] 刘成龙,杨雪峰,卢建康,何波.高速铁路CPⅢ三角高程网构网与平差计算方法[J].西南交通大学学报,2011,46(03):434-439+450.