

DOI: 10.3969/j.issn.1671-024x.2025.06.010

基于 ESO 的多电机位置同步模型预测控制

金雪峰¹, 李示威¹, 高文进², 孙文博², 刘 达³

(1. 天津工业大学 电气工程学院, 天津 300387; 2. 潍柴动力股份有限公司, 山东 潍坊 261061; 3. 天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 针对电机模型预测控制(MPC)中由于跟踪轨迹复杂所导致的位置同步控制难题,提出一种应用于多轴运动系统的基于扩张状态观测器(ESO)的预测位置同步控制方法,以便实现3台永磁同步电机(PMSM)位置的同时控制。设计MPC,在价值函数中加入轮廓误差、跟踪误差和控制增量,通过价值函数最小值判定来确定当前时刻的最优控制律;通过设计ESO,对位置环的扰动进行观测,将观测结果作为前馈补偿应用于当前的控制律中,以解决跟踪复杂轨迹时的位置同步控制难题;并提出了一种离线增益优化的方法来降低实时运算的复杂度。在多轴运动系统实验平台上验证该方法的有效性,结果表明:对比传统控制策略,本文策略对于空间螺旋线运动轨迹的跟踪误差由1.78 mm减少到0.56 mm,轮廓误差由1.13 mm降低到0.67 mm,在动、稳态条件下均能展现出良好的跟踪效果。

关键词: 多电机;模型预测控制;扩张状态观测器;同步控制

中图分类号: TM351

文献标志码: A

文章编号: 1671-024X(2025)06-0074-08

Model predictive control for multi-motor position synchronization based on ESO

JIN Xuefeng¹, LI Shiwei¹, GAO Wenjin², SUN Wenbo², LIU Da³

(1. School of Electrical Engineering, Tiangong University, Tianjin 300387, China; 2. Weichai Power Co., Ltd., Weifang 261061, Shandong Province, China; 3. School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Aiming at the position synchronization control challenge in motor model predictive control (MPC) caused by complex tracking trajectories, a predictive position synchronization control method based on the extended state observer (ESO) for multi-axis motion systems is proposed to realize the simultaneous control of the positions of three permanent magnet synchronous motors (PMSM). The MPC is designed, where contour error, tracking error, and control increment are incorporated into the cost function. The optimal control law at the current moment is determined by judging the minimum value of the cost function. By designing the extended state observer (ESO), disturbances in the position loop are observed, and the observation results are applied to the current control law as feedforward compensation to address the position synchronization control challenge when tracking complex trajectories. A method for offline gain optimization is proposed to reduce the complexity of real-time computation. The effectiveness of the proposed method is verified on the experimental platform of the multi-axis motion system. The results show that, compared with the traditional control strategy, the tracking error of the strategy proposed for the spatial helix motion trajectory is reduced from 1.78 mm to 0.56 mm, and the contour error is decreased from 1.13 mm to 0.67 mm. It exhibits excellent tracking performance under both dynamic and steady-state conditions.

Key words: multi-motor; model predictive control (MPC); extended state observer(ESO); synchronization control

多电机控制系统广泛应用于数控机床以及智能 机器人等高端设备中。因为电机数量的增加,跟踪轨

收稿日期: 2023-05-25

基金项目: 天津市自然科学基金重点项目(20JCZDJC00020)

通信作者: 金雪峰(1978—),男,教授级高级工程师,主要研究方向为高功率密度电力电子变换器与智能控制技术。

E-mail: jinxuefeng@tiangong.edu.cn

迹变得十分复杂,从而影响位置控制精度。在多轴运动系统的高精度运动控制中,轴间的同步性或协调性也需要良好的跟踪,否则会造成较大轮廓误差^[1],不能满足生产需求。为了使精度达到要求,需要高性能的同步控制策略。永磁同步电机以其位置精度高、响应快等特点被应用于多轴运动系统中^[2],因此,高性能的多轴同步控制策略越来越受到关注,具有广阔的应用前景。

传统多轴位置控制中,交叉耦合控制策略(CCC)^[3]可以协调多个运动轴,其主要目标是直接消除轮廓误差。该策略基于轮廓误差生成相应的控制信号,并通过耦合算子实现单轴轮廓误差抑制,进而使各轴之间保持同步性,一定程度上降低了系统轮廓误差,已经在多轴同步控制的机床中获得应用。Sun^[4]采用差分螺距混合控制结构(CCPM)的方法进行轮廓的精确跟踪,对线性跟踪轨迹和圆形跟踪轨迹都有很好的跟踪效果。此外,研究人员将鲁棒控制^[5]、自抗扰控制^[6]、迭代学习控制^[7]、滑模变结构^[8]等先进控制理论与CCC结构进行结合,设计控制性能良好的控制器。Mao等^[9]提出了交叉耦合模糊逻辑控制器来改进轮廓。然而,以上传统控制策略都存在一个主要缺点,即模型对参数依赖性强、干扰应对性较差。

模型预测控制(MPC)是一种近年来发展起来并获得广泛应用的控制方法^[10-11],具有快速动态响应的特点^[12],随着控制芯片的发展,已被很好地应用于多变量系统。文献[13]通过结合MPC和自适应进给率,可使MPC在稳态情况下具有高精度的跟踪,并在暂态过程中进一步提升跟踪精度。文献[14]提出了显式MPC方法,考虑了阶跃和斜坡参考信号,并将单积分和双积分纳入价值函数中用于进行控制算法的设计,该方法跟踪效果良好,且计算量减小。文献[15]和文献[16]设计了3种有限控制集模型预测控制(FCS-MPC)策略以实现电机间的电流同步控制,能够获得较好的动态性能。文献[17]通过补偿过程与参考模型之间的跟踪误差和同步误差来研究交叉耦合框架下的模型预测。文献[18]提出了一种统一建模的控制策略,将被控制的2台电机视为一个整体建立模型,达到了良好的控制效果。然而,在多轴运动系统MPC的应用中,随着电机数量的增多,控制结构显得冗余,控制器的设计难度也随之增加,并且跟踪复杂轨迹时的同步性能有待提高,轮廓误差有待减小。

针对以上问题,本文提出了一种应用于多轴运动系统的基于扩张状态观测器(ESO)的预测位置同步控

制方法。设计模型预测控制器,在价值函数中加入轮廓误差、跟踪误差和控制增量,通过价值函数最小值判定来确定当前时刻的最优控制律;通过设计扩张状态观测器(ESO),对位置环的扰动进行观测,并将观测结果作为前馈补偿应用于当前的控制律中,以解决跟踪复杂轨迹时的位置同步控制的难题;为了保障驱动系统具备优良的动静态性能,提出了一种离线增益优化的方法来降低实时运算的复杂度,并在多轴运动系统实验平台上进行实验,以验证本文方法的有效性。

1 多轴位置 MPC

1.1 预测模型构建

将摩擦力、 q 轴电流跟踪误差以及位置环外部扰动项等作为整体扰动,将模型中的噪声和干扰设为常值,采样时刻设为 t_k ,状态变量矢量增量为 $\Delta \mathbf{x}(t_k)$,则预测的控制增量表示为

$$\Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}), \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+2}), \dots, \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+N_c-1}) \quad (1)$$

式中:控制域用 N_c 表示。

利用 t_k 时刻的值预测后续时刻相应的状态增量

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}), \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+2}), \dots, \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+N_p}) \quad (2)$$

式中:预测域用 N_p 表示。状态变量矢量增量 $\Delta \mathbf{x}(t_k)$ 通过变量矩阵 \mathbf{A} 和输入矩阵 \mathbf{B} 相关运算,可以获得后续时刻控制增量

$$\begin{cases} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}) = \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_k) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_k) \\ \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+2}) = \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}) = \\ \quad \mathbf{A}^2 \Delta \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}) + \mathbf{A} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+N_p}) = \mathbf{A}^{N_p} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_k) + \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_k) + \\ \quad \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}) + \dots + \mathbf{A}^{N_p-N_c} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+N_c-1}) \end{cases} \quad (3)$$

由此,可以得到预测输出变量增量

$$\Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1}), \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+2}), \dots, \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+N_p}) \quad (4)$$

由(4)可以得到预测输出

$$\hat{\mathbf{y}}(t_{k+1}), \hat{\mathbf{y}}(t_{k+2}), \dots, \hat{\mathbf{y}}(t_{k+N_p}) \quad (5)$$

$$\begin{cases} \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1}) = \mathbf{M} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}) = \mathbf{M} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_k) + \mathbf{M} \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}(t_k) \\ \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+2}) = \mathbf{M} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_{k+2}) = \\ \quad \mathbf{M} \mathbf{A}^2 \Delta \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{M} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}) + \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+N_p}) = \mathbf{M} \mathbf{A}^{N_p} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t_k) + \mathbf{M} \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_k) + \\ \quad \mathbf{M} \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}) + \dots + \mathbf{M} \mathbf{A}^{N_p-N_c} \mathbf{B} \Delta \mathbf{i}_q(t_{k+N_c-1}) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1}) = \mathbf{y}(t_k) + \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1}) = \\ \mathbf{y}(t_k) + \mathbf{M}\mathbf{B}\Delta \mathbf{i}_q(t_k) + \mathbf{M}\mathbf{A}\Delta \mathbf{x}(t_k) \\ \hat{\mathbf{y}}(t_{k+2}) = \mathbf{y}(t_k) + \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1}) + \Delta \hat{\mathbf{y}}(t_{k+2}) = \\ \mathbf{y}(t_k) + \mathbf{M}\mathbf{A}\mathbf{B}\Delta \mathbf{i}_q(t_k) + \mathbf{M}\mathbf{A}^2\Delta \mathbf{x}(t_k) + \dots + \\ \mathbf{M}\mathbf{B}\Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}(t_{k+N_p}) = \mathbf{y}(t_k) + \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p}\Delta \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\Delta \mathbf{i}_q(t_k) + \\ \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\Delta \mathbf{i}_q(t_{k+1}) + \dots + \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p-N_c}\mathbf{B}\Delta \mathbf{i}_q(t_{k+N_p-1}) \end{cases} \quad (7)$$

可以将式(6)、式(7)写为矩阵形式:

$$\begin{cases} \Delta \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{F}_1\Delta \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{G}_1\Delta \mathbf{I}_q \\ \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}\mathbf{y}(t_k) + \mathbf{F}_2\Delta \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{G}_2\Delta \mathbf{I}_q \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\Delta \mathbf{I}_q = [\Delta \mathbf{i}_q^T(t_k) \quad \Delta \mathbf{i}_q^T(t_{k+1}) \quad \dots \quad \Delta \mathbf{i}_q^T(t_{k+N_p-1})]^T$; \mathbf{M} 为输出矩阵; $\hat{\mathbf{Y}} = [\hat{\mathbf{y}}^T(t_{k+1}) \quad \hat{\mathbf{y}}^T(t_{k+2}) \quad \dots \quad \hat{\mathbf{y}}^T(t_{k+N_p})]^T$; $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \dots \quad \mathbf{I}_{3 \times 3}]^T$; $\Delta \hat{\mathbf{Y}} = [\Delta \hat{\mathbf{y}}^T(t_{k+1}) \quad \Delta \hat{\mathbf{y}}^T(t_{k+2}) \quad \dots \quad \Delta \hat{\mathbf{y}}^T(t_{k+N_p})]^T$;

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{A} \\ \mathbf{M}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p} \end{bmatrix}; \mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{M}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{M}\mathbf{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B} & \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{M}\mathbf{A}^{N_p-N_c}\mathbf{B} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{A} \\ \sum_{l=1}^2 \mathbf{M}\mathbf{A}^l \\ \vdots \\ \sum_{l=1}^2 \mathbf{M}\mathbf{A}^l \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \sum_{l=1}^{N_p} \mathbf{M}\mathbf{A}^{l-1}\mathbf{B} & \mathbf{M}\mathbf{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{l=1}^{N_p} \mathbf{M}\mathbf{A}^{l-1}\mathbf{B} & \sum_{l=1}^{N_p} \mathbf{M}\mathbf{A}^{l-2}\mathbf{B} & \dots & \sum_{l=1}^{N_p} \mathbf{M}\mathbf{A}^{l-N_c}\mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

多轴系统等效模型为

$$K_{ii}\ddot{\theta}_i = J_{\text{eq}}\ddot{\theta}_i + \eta_{\text{eq}}\dot{\theta}_i \quad (9)$$

式中: $\eta_{\text{eq}} = \eta_i + \eta' h_i r_i / 2\pi$; $J_{\text{eq}} = J_i + M_i h_i r_i / 2\pi$; J 为电机轴转动惯量; M 为实验用运动滑块质量; η 为黏性系数; r 为运动同步轮半径; h 为电机转动 360° 滑块对应的位移; θ 为电机位置角。其中, 下标 $i = x, y, z$ 分别代表 3 台电机。则复频域内, 位置/电流的传递函数为

$$G_i(s) = \frac{\theta_i(s)}{i_{qi}(s)} = \frac{K_i}{\eta_{\text{eq}}s + J_{\text{eq}}s^2} \quad (10)$$

加入零阶保持器, 并进行 Z 变换, 得到 Z 域传递函数为

$$Z \left\{ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} G_i(s) \right\} = \frac{az^{-1} + bz^{-2}}{1 + mz^{-1} + dz^{-2}} = G(z^{-1}) \quad (11)$$

式中: $d = e^{-T\eta_{\text{eq}}/J_{\text{eq}}}$; $a = K_i/\eta_{\text{eq}}[T_s - J_{\text{eq}}/\eta_{\text{eq}}(1 - d)]$; $b = (K_i/\eta_{\text{eq}})[J_{\text{eq}}/\eta_{\text{eq}}(1 - d) - T_s d]$; $m = -(1 + d)$ 。

采用状态方程表示状态变量和输出变量^[19]:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(t_{k+1}) = \mathbf{a}_x \mathbf{x}_i(t_k) + \mathbf{b}_x \mathbf{i}_{qi}(t_k) \\ \mathbf{y}_i(t_k) = \mathbf{m}_x \mathbf{x}_i(t_k) \end{cases} \quad (12)$$

式中: 状态向量 $\mathbf{x}_i(k) = [\theta_x(k) \quad \theta_x(k-1) \quad i_{qx}(k-1)]^T$; 系统矩阵 \mathbf{a}_x 、输入矩阵 \mathbf{b}_x 和输出矩阵 \mathbf{m}_x 分别为

$$\mathbf{a}_x = \begin{bmatrix} -m & -d & b \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{b}_x = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{m}_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T.$$

式(12)状态变量和输出变量以增量的形式可统一建模为

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{i}_q(t_k) \\ \Delta \mathbf{y}(t_k) = \mathbf{M}\Delta \mathbf{x}(t_k) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\Delta \mathbf{i}_q(t_k) = [\Delta \mathbf{i}_{qx}(t_k) \quad \Delta \mathbf{i}_{qy}(t_k) \quad \Delta \mathbf{i}_{qz}(t_k)]$; $\Delta \mathbf{x}(t_k) = [\Delta \mathbf{x}_x^T(t_k) \quad \Delta \mathbf{x}_y^T(t_k) \quad \Delta \mathbf{x}_z^T(t_k)]^T$; $\Delta \mathbf{y}(t_k) = [\Delta \mathbf{x}_x(t_k) \quad \Delta \mathbf{x}_y(t_k) \quad \Delta \mathbf{x}_z(t_k)]^T$;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_x & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{a}_y & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}_z \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_x & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{b}_y & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{b}_z \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_x & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{m}_y & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{m}_z \end{bmatrix}.$$

系统建模过程通常是基于理想条件进行的, 系统参数不变, 外部扰动不变或忽略。这导致系统在实际应用过程中必然存在电机模型失配的问题, 模型失准, 则系统性能下降, 轮廓误差增大。同时, 位置环对电机的控制性能影响巨大。针对以上问题, 本文引入价值函数来确定最优控制律。

1.2 价值函数

轮廓误差原理如图 1 所示。

首先, 定义三相坐标系。在坐标系中, 跟踪误差为实际位置到参考位置距离

$$\mathbf{e} = [\mathbf{e}_x \quad \mathbf{e}_y \quad \mathbf{e}_z]^T = \mathbf{R} - \mathbf{P} \quad (14)$$

轮廓误差为实际位置到参考轨迹最短距离

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_x \quad \boldsymbol{\varepsilon}_y \quad \boldsymbol{\varepsilon}_z]^T = \mathbf{P}_e - \mathbf{P} \quad (15)$$

估计轮廓误差为实际位置到切线距离。在实际应用中, 想要确定空间任意曲线中的实时轮廓 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 很困难, 因此只能用估计轮廓误差 $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 代替实际轮廓误差^[20]

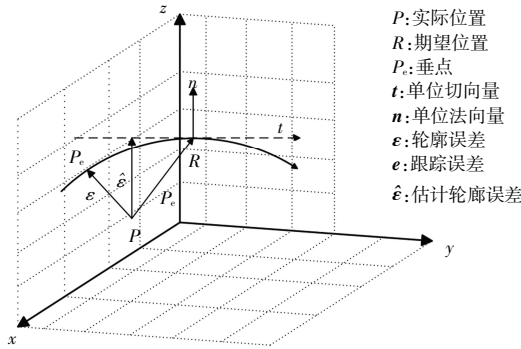


图1 轮廓误差原理

Fig.1 Schematic diagram of contour error

$$\hat{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{n} = \langle \boldsymbol{e}, \boldsymbol{n} \rangle \cdot \boldsymbol{n} \quad (16)$$

其中,存在限制关系 $\langle \boldsymbol{n}, \boldsymbol{t} \rangle = 0, \|\boldsymbol{n}\| = 1, \|\boldsymbol{t}\| = 1$ 和 $\langle \boldsymbol{n}, \boldsymbol{e} \rangle \geq 0$,可以得到关系式为

$$\boldsymbol{n} = \alpha \boldsymbol{t} + \beta \boldsymbol{e} \quad (17)$$

$$\text{式中: } \alpha = -\frac{\langle \boldsymbol{e}, \boldsymbol{t} \rangle}{\sqrt{\|\boldsymbol{e}\|^2 - \langle \boldsymbol{e}, \boldsymbol{t} \rangle^2}}, \beta = \frac{1}{\sqrt{\|\boldsymbol{e}\|^2 - \langle \boldsymbol{e}, \boldsymbol{t} \rangle^2}} \quad (18)$$

传统的价值函数通常只考虑2个方面:控制项和误差项。定义价值函数的目的是为了保证在跟踪运动轨迹时,获取最小化的轮廓误差和跟踪误差。价值函数可表示为

$$g = \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Q}_a \boldsymbol{E} + \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} \boldsymbol{E} + \Delta \boldsymbol{I}_q^T \boldsymbol{Q}_u \Delta \boldsymbol{I}_q = \underbrace{(\hat{\boldsymbol{Y}} - \boldsymbol{\Theta}^*)^T \boldsymbol{Q}_a (\hat{\boldsymbol{Y}} - \boldsymbol{\Theta}^*)}_{\text{跟踪误差}} + \underbrace{(\hat{\boldsymbol{Y}} - \boldsymbol{\Theta}^*)^T \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} (\hat{\boldsymbol{Y}} - \boldsymbol{\Theta}^*)}_{\text{轮廓误差}} + \underbrace{\Delta \boldsymbol{I}_q^T \boldsymbol{Q}_u \Delta \boldsymbol{I}_q}_{\text{控制增量}} \quad (19)$$

式中:参考运动轨迹 $\boldsymbol{\Theta}^* = [\boldsymbol{\theta}^{*T}(t_{k+1}) \ \boldsymbol{\theta}^{*T}(t_{k+2}) \ \dots \ \boldsymbol{\theta}^{*T}(t_{k+N_p})]$; $\boldsymbol{\theta}^*(t_k) = [\theta_x^*(t_k) \ \theta_y^*(t_k) \ \theta_z^*(t_k)]$; $\boldsymbol{Q}_c, \boldsymbol{Q}_a$ 和 \boldsymbol{Q}_u 为对应项权重系数; \boldsymbol{E} 为跟踪误差矩阵; \boldsymbol{N} 为期望位置点法向量; \boldsymbol{I}_q 为模型预测控制量。

预测输出必须平滑过渡到设定序列 θ_i^* ,因此参考轨迹选用一阶平滑模型

$$\begin{cases} \theta_{i1}(t_k) = \theta_i(t_k) \\ \theta_{i1}(t_{k+j}) = (1 - \gamma)\theta_i^* + \gamma\theta_{i1}(t_{k+j-1}) \end{cases} \quad (20)$$

式中: $\gamma(0 \leq \gamma < 1)$ 为柔化因子; $\theta_{i1}^*(t_{k+j})$ 为 $(t_{k+j})T_s$ 时刻相对应的轨迹位置 $(j = 1, \dots, N_p)$ 。

$$\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_x & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & n_y & n_z \end{bmatrix}_{N_p \times 3N_p} \quad (21)$$

式中: n_i 为各轴对应的法向量值。

1.3 控制律

计算价值函数最小值获得最优控制效果,取

$\frac{\partial g}{\partial \Delta \boldsymbol{I}_q}$, 则

$$\Delta \boldsymbol{I}_q = (\boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{Q}_a \boldsymbol{G}_2 + \boldsymbol{Q}_u + \boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} \boldsymbol{G}_2)^{-1} \times \{[\boldsymbol{\Theta}^* - \boldsymbol{H} \boldsymbol{y}(t_k)] \boldsymbol{G}_2^T (\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} + \boldsymbol{Q}_a) - \Delta \boldsymbol{x}(t_k) [\boldsymbol{G}_2^T (\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} + \boldsymbol{Q}_a) \boldsymbol{F}_2]\} \quad (22)$$

通过计算,得到当前时刻的预测控制量

$$\boldsymbol{i}_q(t_k) = \Delta \boldsymbol{i}_q(t_k) + \boldsymbol{i}_q(t_{k-1}) \quad (23)$$

$$\text{式中: } \Delta \boldsymbol{i}_q(t_k) = \Delta \boldsymbol{I}_q \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 1 \cdots 0 & 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 \cdots 1 & 0 & 0 \cdots 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3N} \circ$$

则 $\Delta \boldsymbol{I}_q$ 为

$$\Delta \boldsymbol{I}_q = \boldsymbol{K}_a [\boldsymbol{\Theta}^* - \boldsymbol{H} \boldsymbol{y}(t_k)] - \boldsymbol{K}_b \Delta \boldsymbol{x}(t_k) \quad (24)$$

式中: $\boldsymbol{K}_a = (\boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} \boldsymbol{G}_2 + \boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{Q}_a \boldsymbol{G}_2 + \boldsymbol{Q}_u)^{-1} \times \boldsymbol{G}_2^T (\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} + \boldsymbol{Q}_a)$; $\boldsymbol{K}_b = (\boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} \boldsymbol{G}_2 + \boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{Q}_a \boldsymbol{G}_2 + \boldsymbol{Q}_u)^{-1} \times \boldsymbol{G}_2^T (\boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q}_c \boldsymbol{N} + \boldsymbol{Q}_a) \boldsymbol{F}_2$ 。

依据式(24),矩阵增益 $\boldsymbol{K}_a, \boldsymbol{K}_b$ 是2个与 \boldsymbol{N} 相关联的矩阵,当跟踪轨迹为空间折线时 \boldsymbol{N} 不发生改变,可以离线计算 $\boldsymbol{K}_a, \boldsymbol{K}_b$;当跟踪轨迹为空间曲线时 \boldsymbol{N} 实时变化,仅需要计算简化矩阵。本文所采用的离线增益优化方案,有效减少了在线计算的复杂度。

2 MPC 与 ESO 融合设计

2.1 ESO 前馈补偿

当误差较小时,扩展状态观测器(ESO)具有独立调节扰动抑制的能力。式(13)中的增量形式状态方程将系统噪声和干扰视为常量,并考虑了MPC对系统模型的依赖、负载和摩擦力矩的等效输入扰动等未知扰动。为了提升扰动抑制效果,在位置环中采用了一种基于ESO的前馈补偿方案。

依据外部扰动 $w(t)$,则可以列出微分方程为

$$\dot{\theta}_i = d(t) + \frac{K_{ui}}{J_{\text{eq}i}} i_{qi}^* \quad (25)$$

式中: $d(t) = w(t) - K_i(i_{qi}^* - i_{qi}) - J_{\text{eq}i}/\eta_{\text{eq}i} \dot{\theta}_i$ 为一般扰动;输出 i_{qi}^* 为 q 轴电流的参考值。

为了简化 $d(t)$ 估计值的计算,对 $\dot{\theta}_i$ 降阶处理

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + b i_{qi}^* \\ \dot{x}_3 = \dot{d}(t) \end{cases} \quad (26)$$

式中: $x_1 = \theta; x_2 = \dot{\theta}; x_3 = \dot{d}(t); b = K_u/J_{\text{eq}i}$ 。

通过式(26),建立状态观测器

$$\begin{cases} \dot{z} = D_1 z + D_2 \dot{i}_{qi}^* + R(\theta - \hat{\theta}) \\ \hat{\theta} = D_3 z \end{cases} \quad (27)$$

式中: $D_2 = [0 \ b \ 0]^T$; $D_3 = [1 \ 0 \ 0]$, $D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 且

$z \rightarrow x^{[21]}$ 。

通过应用输出变量来调整状态估计值, 从而形成闭环网络, 最终使得状态估计误差渐近趋于零, 如图 2 所示。

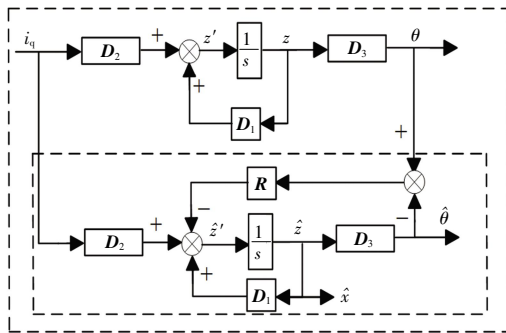


图 2 ESO 结构

Fig.2 Structure of ESO

扩张状态观测器可表示为:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = r_1(\theta - z_1) + z_2 \\ \dot{z}_2 = r_2(\theta - z_1) + z_3 + b i_{qi}^* \\ \dot{z}_3 = r_3(\theta - z_1) \end{cases} \quad (28)$$

式中: z_n 为 x_n 的观测值; r_n 代表对应系数; $n = 1, 2, 3$ 。

2.2 误差反馈控制律设计

图 3 为三电机 ESO 的设计原理。

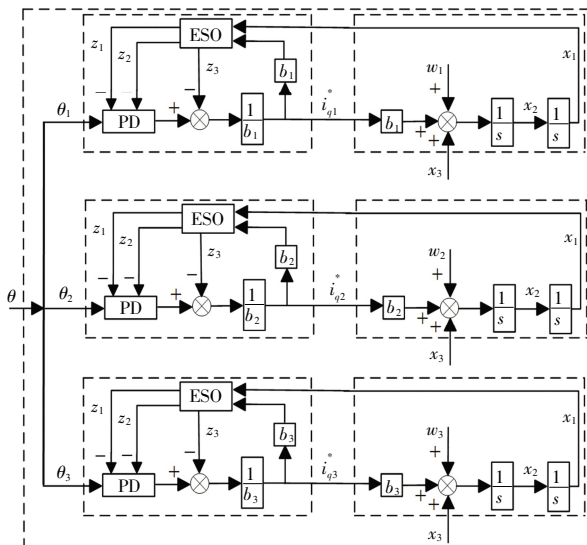


图 3 三电机 ESO 设计原理

Fig.3 Design schematic of three-motor ESO

规定跟踪误差 $e_s = \theta_i^* - \theta_i$, 则

$$\dot{e}_s = \dot{\theta}_i^* - \dot{\theta}_i = \dot{\theta}_i^* - x_3 - b i_{qi}^* \quad (29)$$

通过线性 PD 反馈控制律, 有

$$\dot{e}_s = -k_p e_s - k_d \dot{e}_s \quad (30)$$

式中: k_p 和 k_d 为比例微分系数。由式(29)和式(30)可得

$$i_{qi}^* = \frac{k_p e_s + k_d \dot{e}_s + \dot{\theta}_i^* - x_3}{b} \quad (31)$$

式中: 扰动项 x_3 未知。

2.3 位置观测误差分析

设 $e_1 = z_1 - x_1$, 依据式(28)和式(30)获得观测误差状态方程

$$\ddot{e}_1 + r_1 \dot{e}_1 + r_2 e_1 + r_3 e_1 = -\dot{x}_3 \quad (32)$$

设期望误差 $(s + p_0)^3$ 等于 $\lambda(s) = |sI + (RD_3 - D_1)| = r_3 + r_2 s + r_1 s^2 + s^3$, 得

$$r_1 = 3p_0, r_2 = 3p_0^2, r_3 = p_0^3 \quad (33)$$

$-p_0$ 为 ESO 期望的闭环极点。

将式(33)代入式(32)可得

$$e_1(s) = -\frac{s}{(s - p_0)^3} x_3(s) \quad (34)$$

由式(34)可知, 极点直接影响了位置观测误差的大小。ESO 可以被视为具有带宽为 p_0 的低通滤波器, 那么它的带宽变宽, 则观测误差会减小, 但是会造成系统噪声变大。

2.4 稳定性分析

$\bar{z} = z - \hat{z}$ 为状态估计误差, 因此

$$\bar{z}' = (z - \hat{z})' - R(\theta - \hat{\theta}) - D_1(z - \hat{z}) =$$

$$D_1(z - \hat{z}) - R(z - \hat{z}) = (z - \hat{z})(D_1 - RD_3) \quad (35)$$

显然, 当系统矩阵 $(D_1 - RD_3)$ 所有特征值位于 s 左半平面时, 无论 $z(0)$ 与 $\hat{z}(0)$ 是否一致, 随着时间的推移, 状态估计误差将逐渐减小并趋近于 0, 即观测器进入稳态。由此可知, 系统稳定性依赖于反馈矩阵 R , $(D_1 - RD_3)$ 所有特征值位于 s 左半平面, 所期望的衰减速度由特征值负实部决定, 相应极点的选取原则为:

- (1) 控制系统的维数与期望极点的个数一致;
- (2) 期望极点值应为实数(或共轭复数对);
- (3) 期望极点位置的选取, 需要考虑它们对系统品质的影响、距离虚轴的位置和零点分布状况之间的关系: 离虚轴相对近的主导极点的收敛速度相对慢, 对系统性能的影响最为显著, 而离虚轴相对远的主导极点收敛速度相对快, 因此对系统影响不大。

2.5 位置环扰动分析

由于 $z_3 \rightarrow d(t)^{[22]}$, 控制变量设为

$$u = u_0 - z_3/b \quad (36)$$

因此, 对于 x, y, z 3 个方向的轴电机, 补偿后的控制输入为

$$\begin{aligned} \Delta i_q = & (G_2^T Q_a G_2 + Q_u + G_2^T M^T Q_c M G_2)^{-1} \times \\ & \{ [\Theta^* - H y(t_k)] G_2^T (M^T Q_c M + Q_a) - \\ & \Delta x(t_k) [G_2^T (M^T Q_c M + Q_a) F_2] \} - z_3(t_k)/b \end{aligned} \quad (37)$$

式中的 b 包含每个轴相应 b 。

2.6 约束限制

考虑到实际应用过程中多轴运动系统 PMSM 受自身额定电流、额定电压以及三相逆变器直流侧电压的限制, 且电流的增量应该在一个合理的约束范围内, 现做如下限制:

$$\begin{cases} i_q^{\min} \leq i_q(k) \leq i_q^{\max} \\ \Delta i_q^{\min} \leq \Delta i_q(k) \leq \Delta i_q^{\max} \end{cases} \quad (38)$$

式中: i_q^{\min} 和 i_q^{\max} 分别为 q 轴电流的最小值和最大值; Δi_q^{\min} 和 Δi_q^{\max} 分别为电流增量的最小值和最大值。

2.7 ESO-MPC 控制框图

图 4 所示为多轴运动系统位置同步的 ESO-MPC 控制框图。图 4 中: $\theta_x^*, \theta_y^*, \theta_z^*$ 分别为各轴的电机转子未来位置设定值; $\theta_x(t_k), \theta_y(t_k), \theta_z(t_k)$ 分别为各轴的电机转子当前的测量值; 外部扰动 $w(t) = [w_x(t) \ w_y(t) \ w_z(t)]^T$ 。

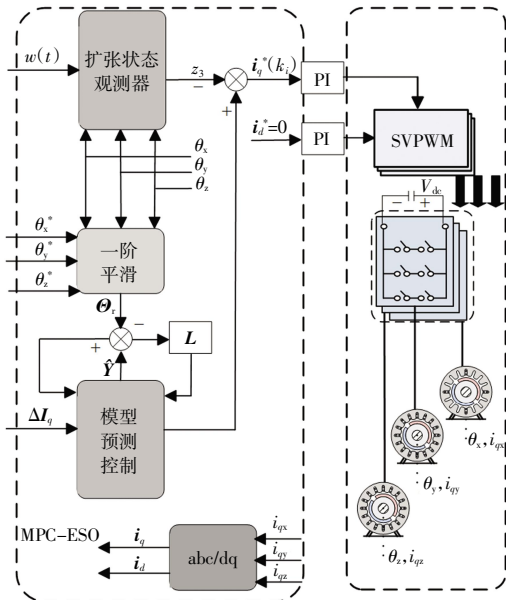


图 4 ESO-MPC 控制系统结构图

Fig.4 Structure of ESO-MPC control system

通过对多轴运动系统位置进行预测, 得到相应的预测序列, 并将其与设定序列进行对比, 以获取跟踪误差和轮廓误差序列, 将它们纳入到价值函数中。通过对位置信号进行 ESO 扰动观测, 并依据观测结果计

算对应的控制信号, 用于补偿价值函数的控制率。

3 实验验证

3.1 实验系统

为了验证本文提出的控制策略在多轴轮廓控制系统中的应用效果, 在图 5 所示的多轴运动系统三维实验平台上分别测试了本文提出的控制结构和传统级联 PI+CCC 结构, 并进行了比较。

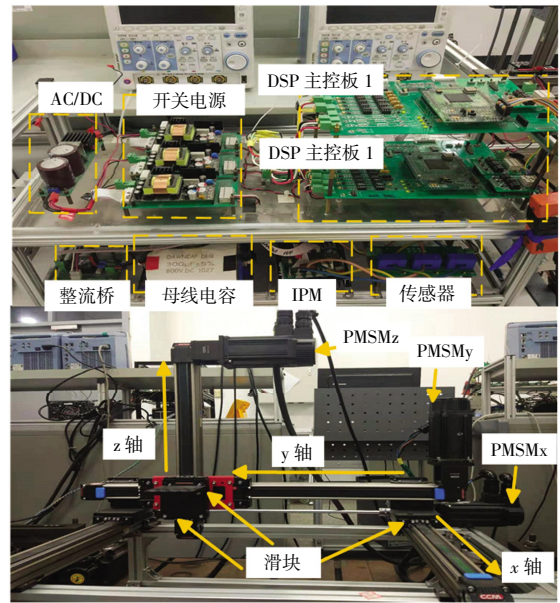


图 5 三轴位置控制实验平台

Fig.5 Three axes position control experiment platform

表 1 为 PMSMs 参数和运动机构参数。主控采用德州仪器(TI)的数字信号控制器 TMS320F28335, 功率器件采用三菱电机公司的智能功率模块 IPMPS21867, 采样周期为 $200 \mu s$ (开关频率 5 kHz)。

表 1 x, y, z 三轴参数

Tab.1 Parameters of $x, y,$ and z axis

参数	x 轴	y 轴	z 轴
M_i/kg	14.5	7.5	0.5
$J_i/(\text{kg} \cdot \text{cm}^2)$	1.52×10^4	1.52×10^4	1.52×10^4
$C_i/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.1	0.1	0.1
$\eta_i/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	0.02	0.02	0.02
$K_{\tau_i}/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1})$	0.56	0.56	0.56
n_i/m	9.5×10^2	9.5×10^2	9.5×10^2
r_i/m	2.5×10^2	2.5×10^2	2.5×10^2

3.2 空间折线跟踪实验

为了验证本文控制策略的控制效果, 在常速下进行跟踪实验并且给定折线运动的轨迹: $O \rightarrow A \rightarrow B$ 。其中: O 为起点; A 为 $(95, 95, 95)$; B 为 $(190, 190, 0)$ 。为

了说明在不同的轨迹和位置条件下的轮廓性能,图 6 呈现了进给速率为 79 mm/s 时 PID+CCC 和 MPC+ESO 控制策略的跟踪轨迹、跟踪误差和轮廓误差。

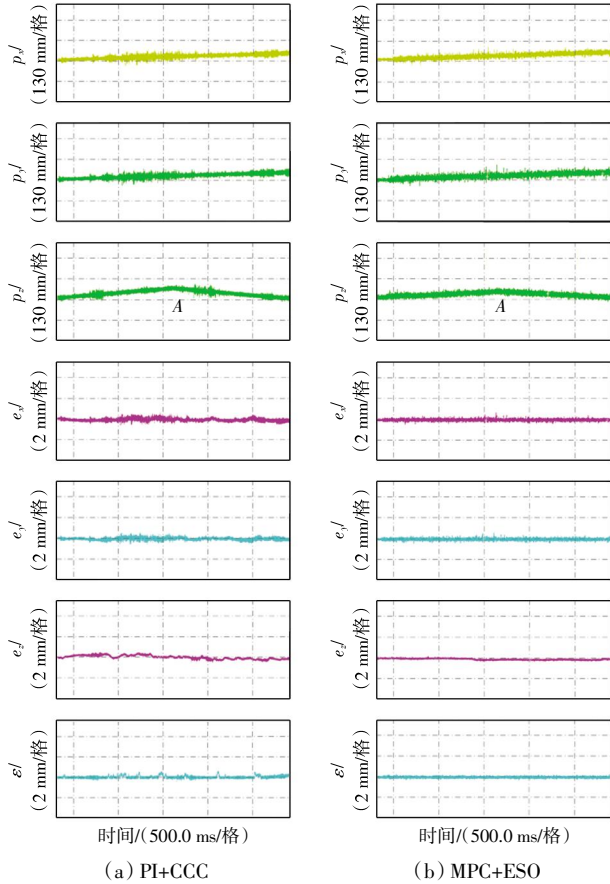


图 6 跟踪误差与轮廓误差
Fig.6 Tracking error and contour error

由图 6 可知,使用传统方法时,当 A 点发生变化时, x 、 y 和 z 轴产生跟踪误差,轮廓误差明显增加,跟踪误差 0.60 mm,轮廓误差 0.58 mm;在其他位置产生位置波动时, z 轴的波动值最大,相应跟踪误差最大,会出现轮廓误差突然变大的情况;虽然对误差进行补偿,但是由于系统具有惯性,存在一定的延迟,同时相关扰动也对系统产生一定影响。本文所提控制策略通过 MPC 对误差进行预测,同时分析了位置环扰动情况带来的影响,利用补偿控制量进行矫正控制,相比于传统控制策略,跟踪误差和轮廓误差均明显减小,跟踪误差 0.36 mm,轮廓误差 0.19 mm。针对空间折线运动轨迹跟踪,本文提出的控制方法能够实现更准确的输出轨迹跟踪,使轮廓误差减小,并且具有较高的调节速度。

3.3 空间螺旋线跟踪实验

采用本文所提出的 MPC+ESO 控制结构进行空间螺旋线跟踪实验,3 轴相应的位置以及跟踪误差和轮廓

误差值如图 7 所示。

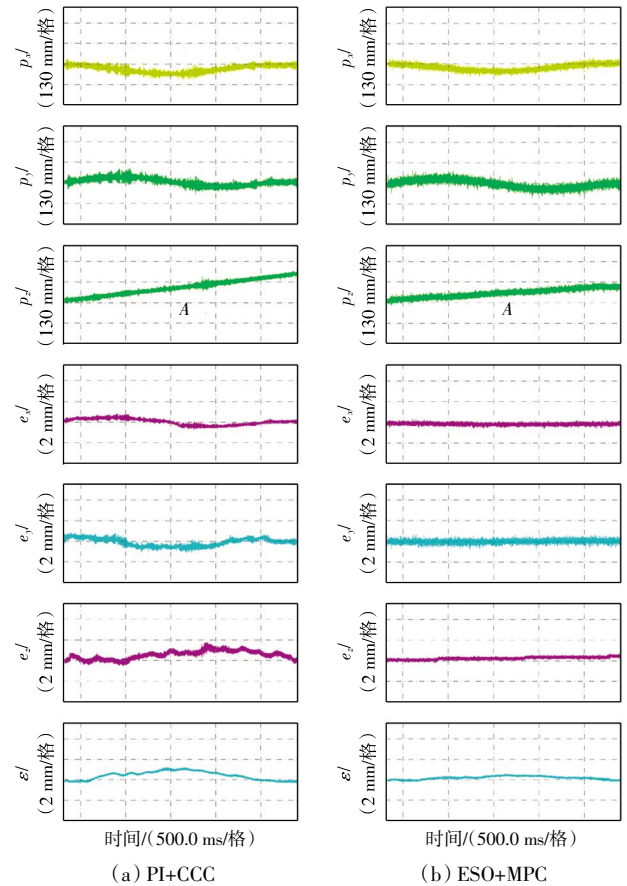


图 7 x 、 y 、 z 轴的位置、轮廓误差和跟踪误差

Fig.7 Position of x , y , z axis, contour error and tracking errors

由图 7 可知,进行空间螺旋线跟踪时,运动轨迹的切线角速度持续变化,与跟踪空间折线运动轨迹相比,跟踪误差在一定程度上有所增加;传统控制策略的跟踪误差为 1.78 mm,轮廓误差为 1.13 mm,而本文策略的跟踪误差为 0.56 mm,轮廓误差为 0.67 mm。由此表明,与传统控制方法相比,本文方法控制效果更好,在系统动、稳态条件下均可以实现对给定轨迹的精确跟踪和对轮廓误差的准确控制。

4 结论

为了实现更高的轮廓精度并减小整体轮廓误差,本文提出了一种应用于多轴运动系统的基于 ESO 的预测位置同步控制方法,以便增强多轴运动系统各轴之间的同步性能。研究结果表明:

- (1) 通过离线增益优化的方法来降低实时运算的复杂度,与传统 CCC 型结构相比,新的控制结构更为简单,避免了繁杂的参数调节过程。

(2) 无论是空间折线跟踪实验还是空间螺旋跟踪实验,在运用 MPC 并对潜在误差进行有效补偿后,与传统 PID+CCC 策略相比,本文策略的控制效果显著提升。在空间折线轨迹中的跟踪误差降低了 0.24 mm,轮廓误差降低了 0.39 mm,在空间螺旋线轨迹中跟踪误差降低了 1.22 mm,轮廓误差降低了 0.46 mm。这一优化不仅改善了系统的快速响应特性,还增强了系统的扰动抑制能力,使其在动态与稳态条件下均能实现对轮廓误差的精准控制。

参考文献:

- [1] 马光,周万勇,汪杰,等.六自由度并联平台多轴运动控制系统设计[J].机床与液压,2020,48(5):1-5.
MA G, ZHOU W Y, WANG J, et al. Design of multi-axis motion control system for 6-DOF parallel platform [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2020, 48(5): 1-5(in Chinese).
- [2] 顾曹源,朱俊威,张文安,等.网络化多轴运动控制系统的容侵同步控制[J].控制与决策,2019,34(11):2289-2296.
GU C Y, ZHU J W, ZHANG W A, et al. Intrusion-tolerant synchronous control for networked multi-axis motion control system[J]. Control and Decision, 2019, 34(11): 2289-2296 (in Chinese).
- [3] 吴言穗,王瑶为,俞立,等.多轴运动控制系统的非线性 PID 交叉耦合控制[J].控制工程,2020,27(5):830-834.
WU Y S, WANG Y W, YU L, et al. NLPID based cross-coupled control for multi-axis motion control systems[J]. Control Engineering of China, 2020, 27(5): 830-834(in Chinese).
- [4] SUN D. Position synchronization of multiple motion axes with adaptive coupling control[J]. Automatica, 2003, 39(6): 997-1005.
- [5] 董云帆,朱俊威,顾曹源.有向拓扑下网络化运动控制系统的容侵同步控制[J].计算机测量与控制,2020,28(3):109-113,118.
DONG Y F, ZHU J W, GU C Y. Intrusion-tolerant synchronization control for networked motion control system under directed topology[J]. Computer Measurement & Control, 2020, 28(3): 109-113, 118(in Chinese).
- [6] CHENG M H, LI Y J, BAKHOUM E G. Controller synthesis of tracking and synchronization for multi-axis motion system [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(1): 378-386.
- [7] 王慧霞,郭润兰,赵强,等.基于交叉耦合与迭代学习的伺服系统运动控制研究[J].机电工程,2021,38(4):440-446.
WANG H X, GUO R L, ZHAO Q, et al. Motion control of servo system based on cross-coupling and iterative learning[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2021, 38(4): 440-446(in Chinese).
- [8] PATTERSON Z J, SABELHAUS A P, MAJIDI C. Robust control of a multi-axis shape memory alloy-driven soft manipulator[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 2210-2217.
- [9] MAO W L, SUPRAPTO. Indirect fuzzy contour tracking for X-Y PMSM actuated motion system applications[J]. IET Electric Power Applications, 2018, 12(1): 12-24.
- [10] PRIYA M, PONNAMBALAM P, MURALIKUMAR K. Modular-multilevel converter topologies and applications: A review[J]. IET Power Electronics, 2019, 12(2): 170-183.
- [11] ZHOU D H, DING L, LI Y W. Two-stage optimization-based model predictive control of 5L-ANPC converter-fed PMSM drives[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(5): 3739-3749.
- [12] KAKOSIMOS P, ABU-RUB H. Predictive speed control with short prediction horizon for permanent magnet synchronous motor drives[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(3): 2740-2750.
- [13] TANG L, LANDERS R G. Predictive contour control with adaptive feed rate[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2012, 17(4): 669-679.
- [14] BELDA K, VOŠMIK D. Explicit GPC algorithms for speed control of PMSM drives//[C] The 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2013). Vienna, Austria:IEEE, 2013: 2833 - 2838.
- [15] LIM C S, LEVI E, JONES M, et al. A comparative study of synchronous current control schemes based on FCS-MPC and PI-PWM for a two-motor three-phase drive[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(8): 3867-3878.
- [16] LIM C S, RAHIM N A, HEW W P, et al. Model predictive control of a two-motor drive with five-leg-inverter supply[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(1): 54-65.
- [17] CHEN C S, CHEN L Y. Cross-coupling position command shaping control in a multi-axis motion system[J]. Mechatronics, 2011, 21(3): 625-632.
- [18] SHI T N, ZHANG X Y, ZHOU Z Q, et al. Precise contour control of biaxial motion system based on MPC[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2018, 6(4): 1711-1721.
- [19] HE S Q, HU C X, LIN S Z, et al. An online time-optimal trajectory planning method for constrained multi-axis trajectory with guaranteed feasibility[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(3): 7375-7382.
- [20] SU Y X, DUAN B Y, ZHENG C H, et al. Disturbance-rejection high-precision motion control of a Stewart platform[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(3): 364-374.
- [21] ZHAO C, YU C G, YAO J Y. Dynamic decoupling based robust synchronous control for a hydraulic parallel manipulator[J]. IEEE Access, 2019, 7: 30548-30562.